



S. Morel, T. Parent, J.-C. Mindeguia,
J.-L. Coureau, A. Cointe



P. Morenon, **P. Nougayrede**



P. Taforel, F. Dubois



P. Nougayrede, T. Ciblac,
M. Brocato (†2023)



D. Garnier



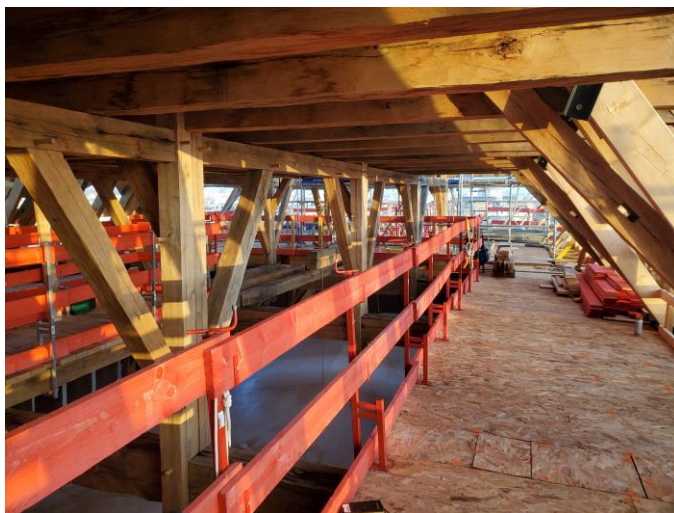
A.-S. Colas



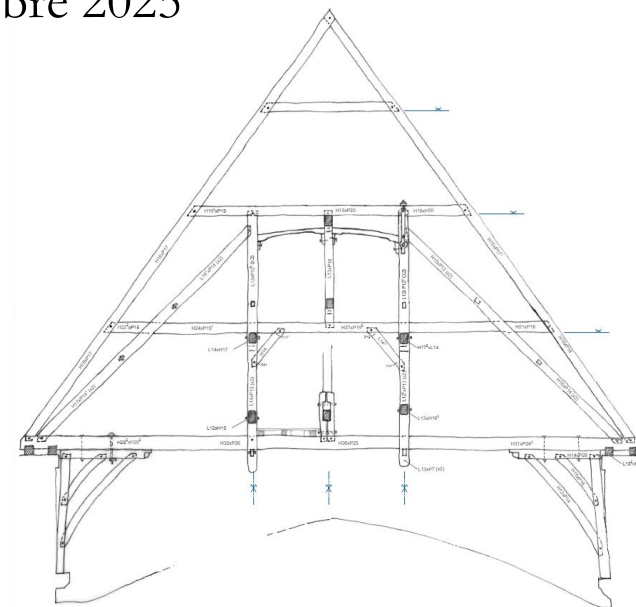
M. Bagneris, F. Cherblanc

Modélisation de l'interaction charpente-maçonnerie de la cathédrale Notre-Dame de Paris sous charges de vent

Club Cast3m - 28 novembre 2025



P. Nougayrede, 2023



R. Fromont, 2015

Sommaire

1. Éléments de contexte
2. Modélisation bloc à bloc des maçonneries
3. Modélisation filaire des charpentes et interaction avec la maçonnerie
4. Comportement de la structure sous poids propre et sous charges de vents
5. Conclusions et perspectives

1. Éléments de contexte

Contexte



© AFP

Chantier Scientifique CNRS MCC



LES GROUPES DE TRAVAIL

- > ACOUSTIQUE
- > BOIS ET CHARPENTE
- > ÉMOTIONS ET MOBILISATIONS
- > MÉTAL
- > NUMÉRIQUE
- > **STRUCTURES**
- > PIERRE ET MORTIER, DÉCOR MONUMENTAL
- > VERRE



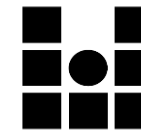
Partenariat R&D entre l'EP RNDP et un consortium scientifique entre 2021 et 2024

MOA



Établissement public
chargé de la conservation et de la restauration
de la cathédrale Notre-Dame de Paris

MOE : ACMH & BE Structure



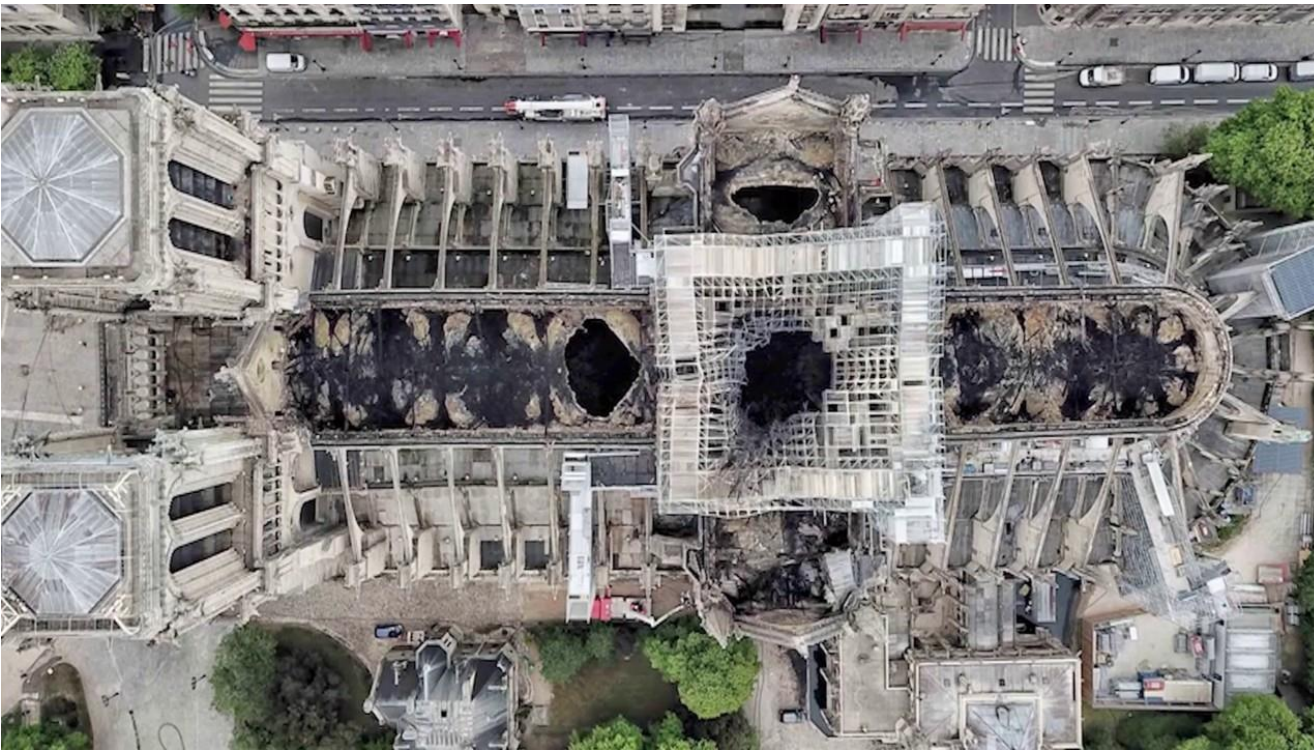
Les partenaires du consortium :



Contexte

Questions posées par les architectes chargés de la reconstruction :

Comment évaluer la « réserve » de stabilité des voûtes en maçonnerie de la cathédrale avant et après l'incendie ? Comment la stabilité est-elle impactée par la charpente ?



© Lana Sator, CNN

Quelques problématiques :

- Répondre à l'**urgence** : temporalité du chantier très resserrée, 5 ans..
- Intervention patrimoniale : absence de cas de charges normalisés ; nécessité de formuler rapidement des propositions pour la modélisation de l'**incendie**, des chargements de **vents**...
- Mission d'Assistance à la maîtrise d'œuvre : préconisations majoritairement **qualitatives** plutôt que strictement quantitatives

Contexte

Méthodologie adoptée :

3 modélisations mécaniques indépendantes réalisées dans 3 laboratoires différents

Pilotage : Laboratoire I2M de Bordeaux (S. Morel, T. Parent)



Modèle continu éléments finis
Homogénéisation avec ENDO3D
Code_Aster
P. Morenon



Modèle blocs à blocs éléments discrets
Contact dynamique adoucissant aux interfaces
LMGC90
P. Taforel, F. Dubois



Modèle blocs à blocs éléments finis
Avec joints non linéaires de Mohr Coulomb
Cast3m
P. Nougayrede, M. Brocato (†2023)

- Mise en commun des savoir-faire de chaque laboratoire quand à la **modélisation des structures en maçonnerie** : génération des maillages, méthodes de convergence, post-traitement...
- Convergence (ou non) de résultats indépendants : permet de **se rassurer**, d'établir des marges d'erreur
- Profiter des différents **avantages** propres à chaque modélisation : rapidité d'exécution, précision, types de résultats...
- **Prise de recul** sur chacune des modélisations : il n'y en a pas une qui serait « meilleure » que les 2 autres

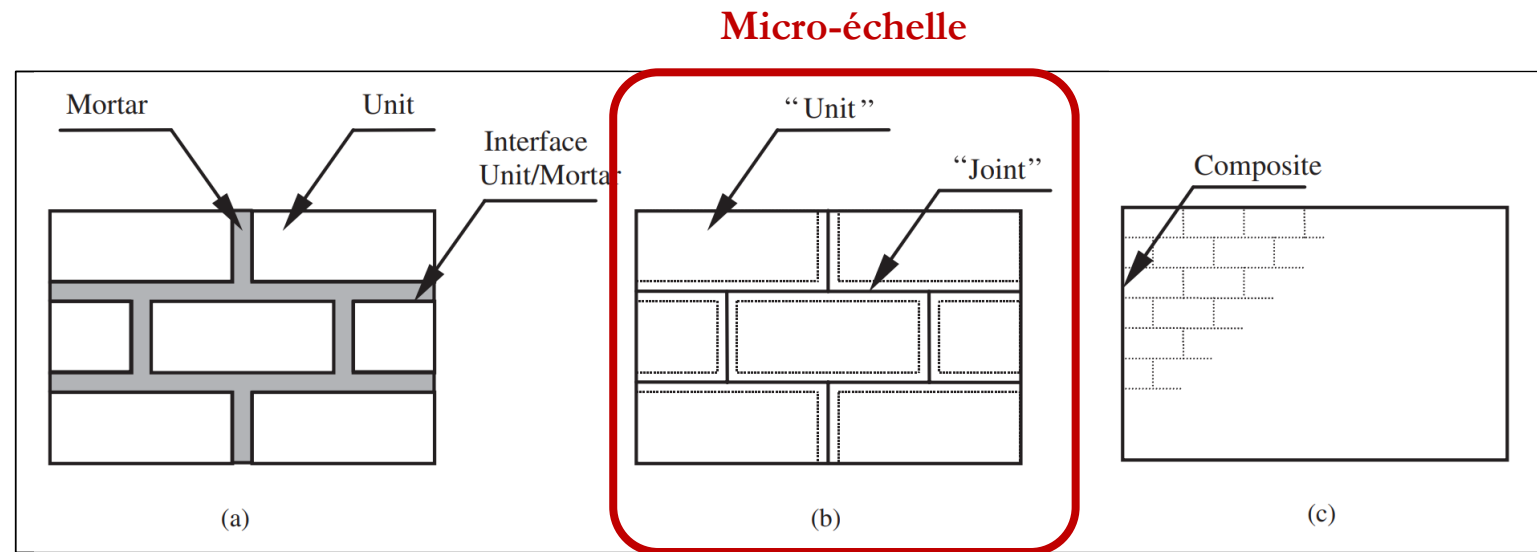
2. Modélisation bloc à bloc des maçonneries

Modélisation bloc à bloc des maçonneries

Échelles de modélisation pour la maçonnerie de pierre :



S. Corn, 2021



Lourenço, 2002

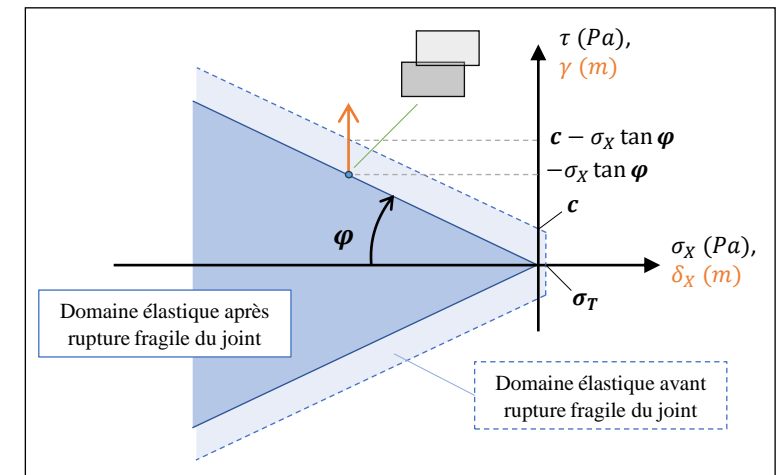
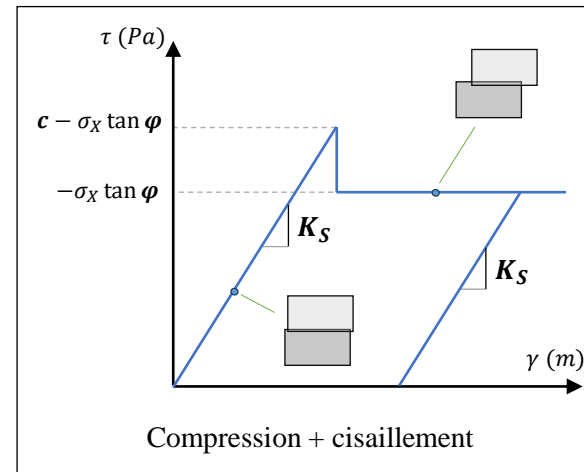
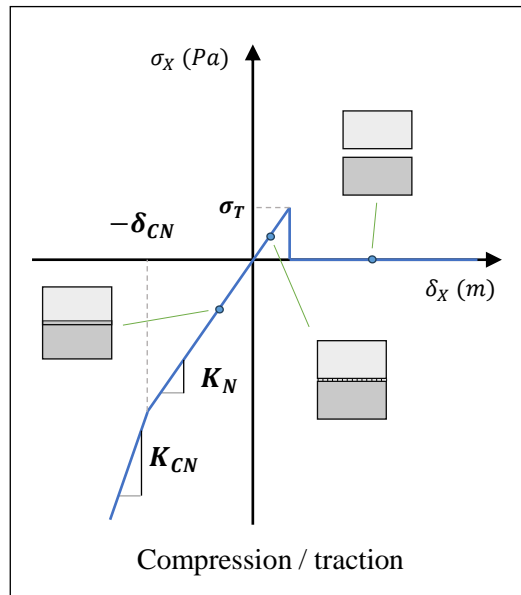
Modélisation bloc à bloc des maçonneries

Implémentation du modèle mécanique 3D dans Cast3m :

- Blocs volumiques élastiques linéaires
- Joints surfaciques non linéaires "Coulomb" modifiés :
 - Comportement non linéaire en compression/traction
 - Raideurs normales et tangentielles distinctes ; critère de plasticité de Mohr-Coulomb non associé (dilatance nulle)
 - Comportement transitoire fragile parfait : résistance en traction et cohésion initiales nulles après le premier franchissement du critère



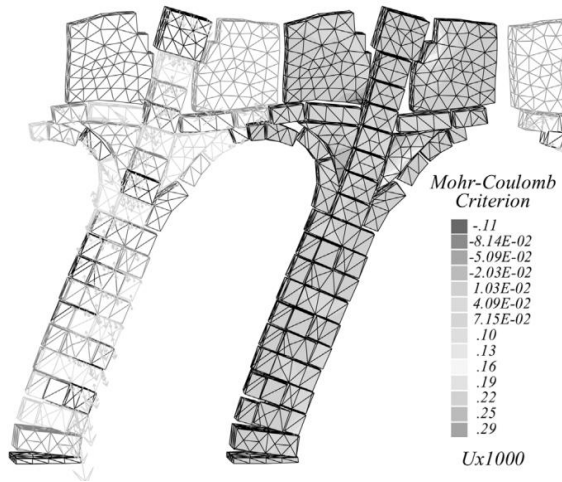
Modèle : 'MECANIQUE' 'ELASTIQUE' 'ISOTROPE' 'PLASTIQUE' 'JOIN_MORCOUL' 'JOT3'			
Description	Symbole	Unité	Nom Cast3m
Raideur normale en compression	K_N	N/m^3	'KN'
Seconde raideur normale en compression	K_{CN}	N/m^3	'KN3'
Seuil de fermeture normale en compression	δ_{CN}	m	'ECN'
Raideur normale en traction	K_{NT}	N/m^3	'KN1'
Raideur de cisaillement	K_S	N/m^3	'KS'
Angle de frottement	φ	$^\circ$	'FRIC'
Angle de dilatance	ψ	$^\circ$	'ZMU'
Résistance en traction initiale	σ_T	Pa	'FTRC'
Cohésion initiale	c	Pa	'COHE'



Modélisation bloc à bloc des maçonneries

Quelques exemples d'utilisations précédentes :

Structures du patrimoine

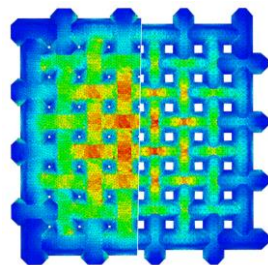


P. Pegon, 2001

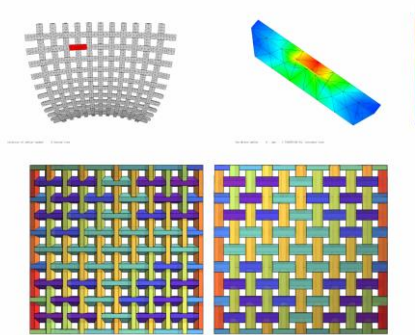
Voûte plate d'Abeille



M. Brocato, L. Mondardini, 2015



PH autobloquant, Troyes



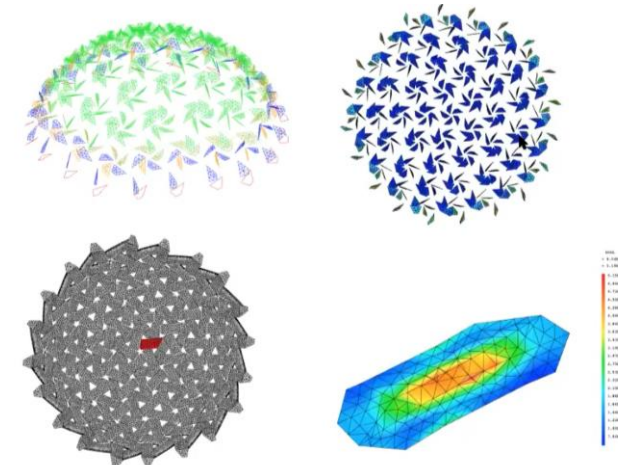
M. Brocato, 2013



Dôme autobloquant



M. Brocato, 2012

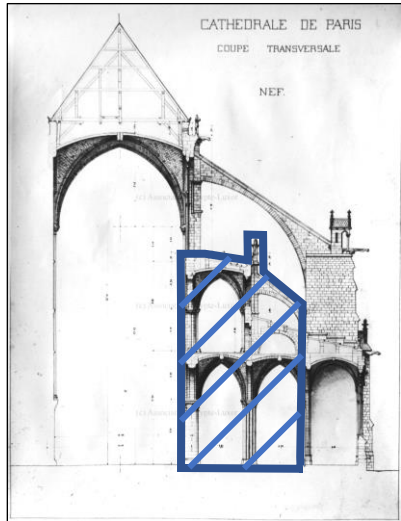
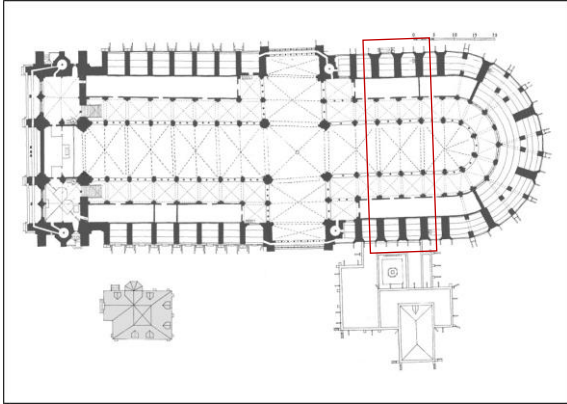


Charpente-maçonnerie de la cathédrale Notre-Dame de Paris

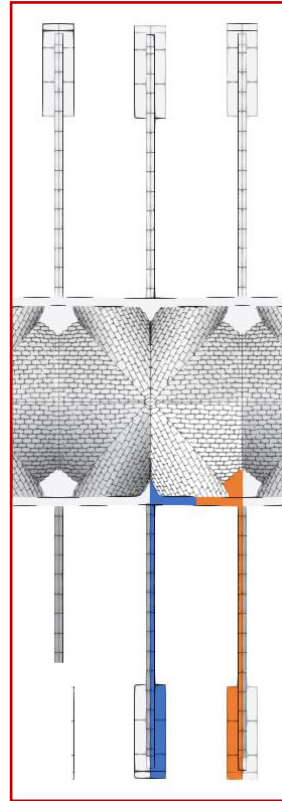
Modélisation bloc à bloc des maçonneries

Hypothèses géométriques

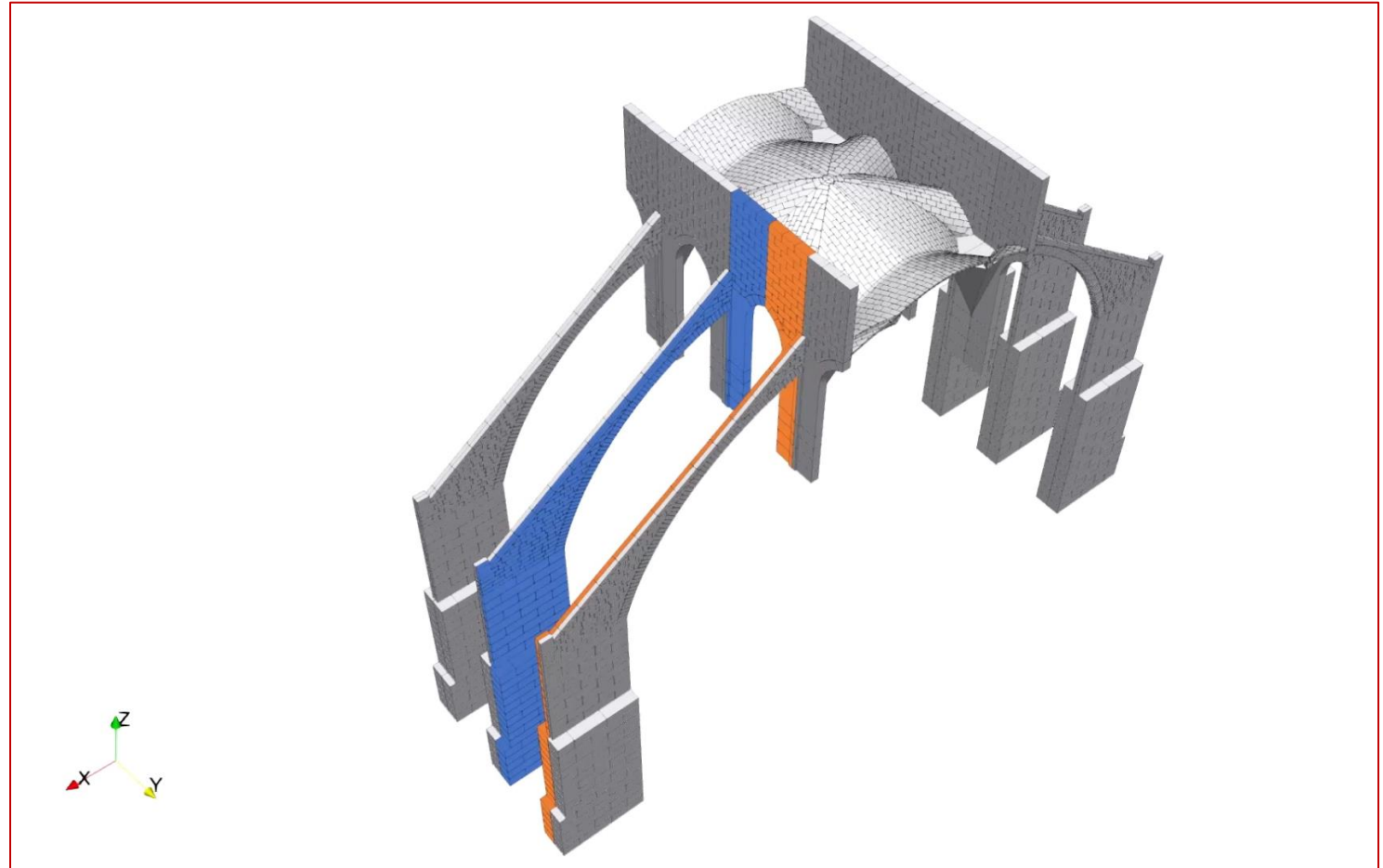
Voûte du chœur



Non prise en compte de la partie inférieure du mur gouttereau



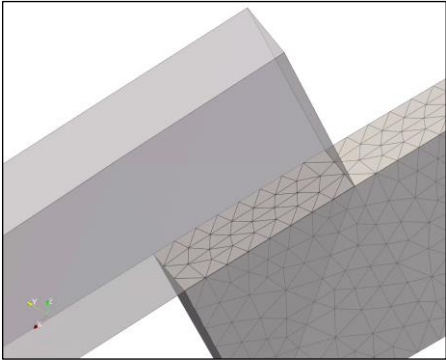
Modélisation charpente-maçonnerie de la cathédrale Notre-Dame de Paris



Géométrie bloc à bloc réalisée principalement par Antoine Gros, MAP Marseille

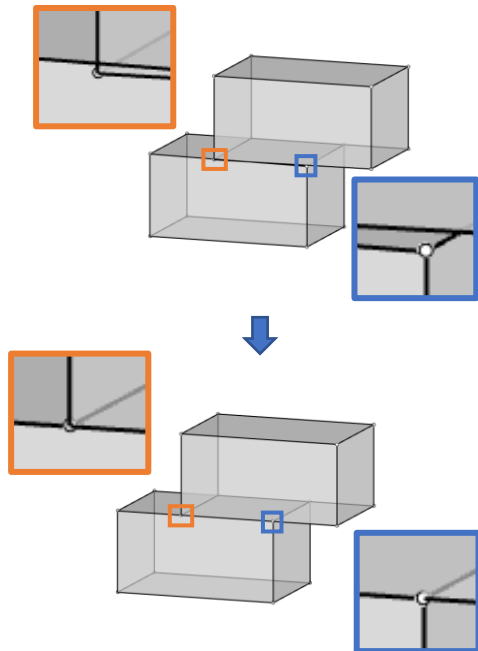
Modélisation bloc à bloc des maçonneries

Parenthèse : retour d'expérience sur GENJ



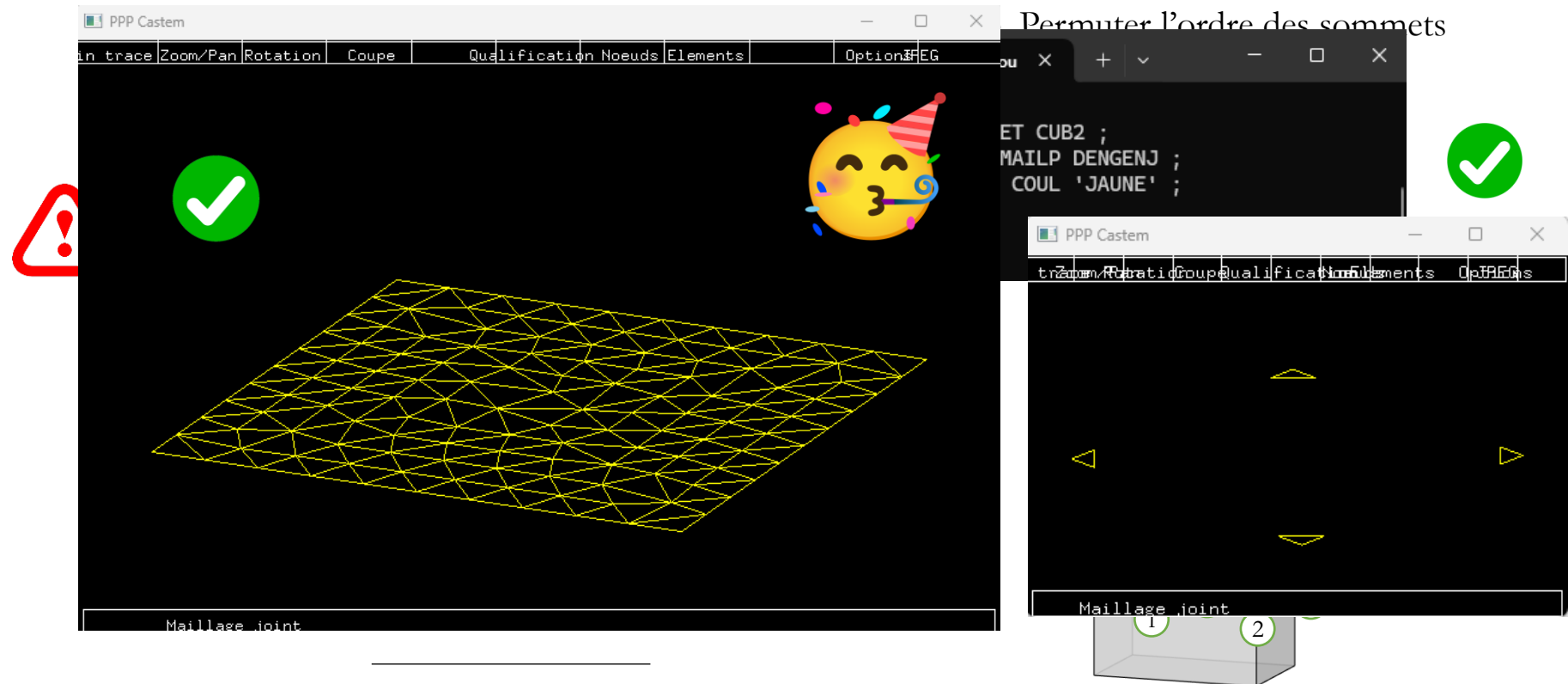
Deux blocs avec maillages compatibles

1. Corriger les imprécisions



Génération du maillage des éléments joints avec la procédure Cast3m **GENJ**
Les maillages en entrée de GENJ doivent être bien compatibles ; sinon ça bug...

Précautions sur les maillages en entrée de GENJ :



Modélisation charpente-maçonnerie de la cathédrale Notre-Dame de Paris

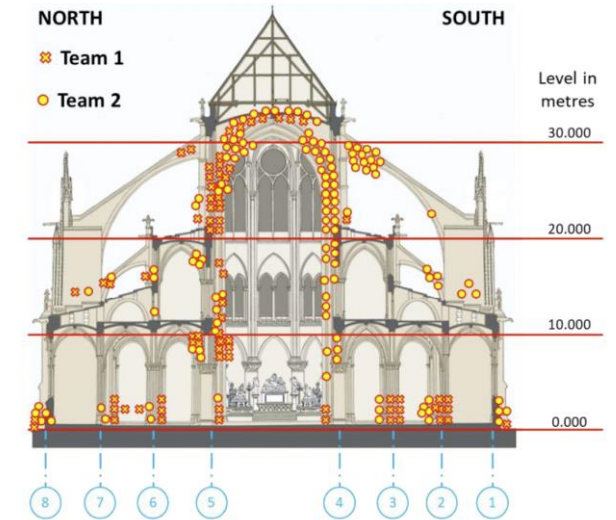
Modélisation bloc à bloc des maçonneries

Hypothèses mécaniques

Calage des modèles des blocs de pierre :

Projet DEMMEFI (N. Domede, C. Guenser, T. Parent, P. Morenon 2024)

Calage commun pour les 3 modèles



(a)

Campagne de mesure de vitesse du son

- Mesures réalisées sur la travée du **chœur**
- Distinction de la qualité des pierres en fonction de leur emplacement dans l'ouvrage
- Obtention du **module d'élasticité E** et de la **résistance en compressions R_C** des pierres calcaires (corrélations empiriques)

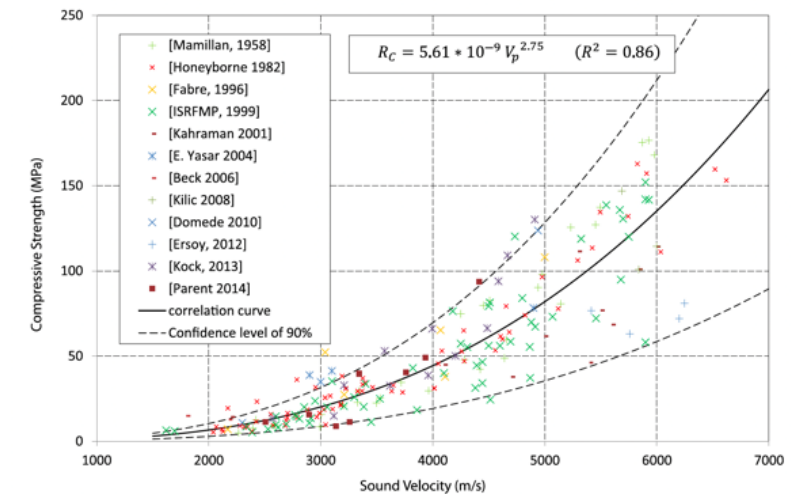
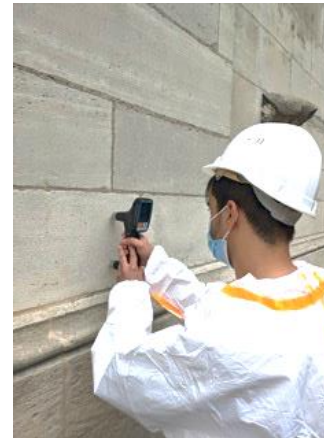


Fig. 4. Correlation between compressive strength and sound velocity.

Modélisation bloc à bloc des maçonneries

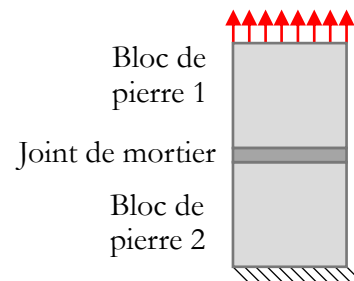
Hypothèses mécaniques

Calage des modèles de joint de mortier :

Thèses I2M Bordeaux (M. Bisoffi-Sauve 2016, V. Venzal 2020)

Projet DEMMEFI (A. Boukham 2023)

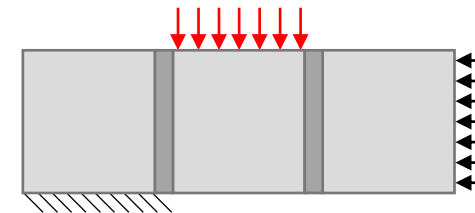
Calage commun pour les **3 modèles**



Essai de caractérisation en **traction** pure d'un assemblage pierre-mortier, I2M-Bordeaux / AIA Ingénierie



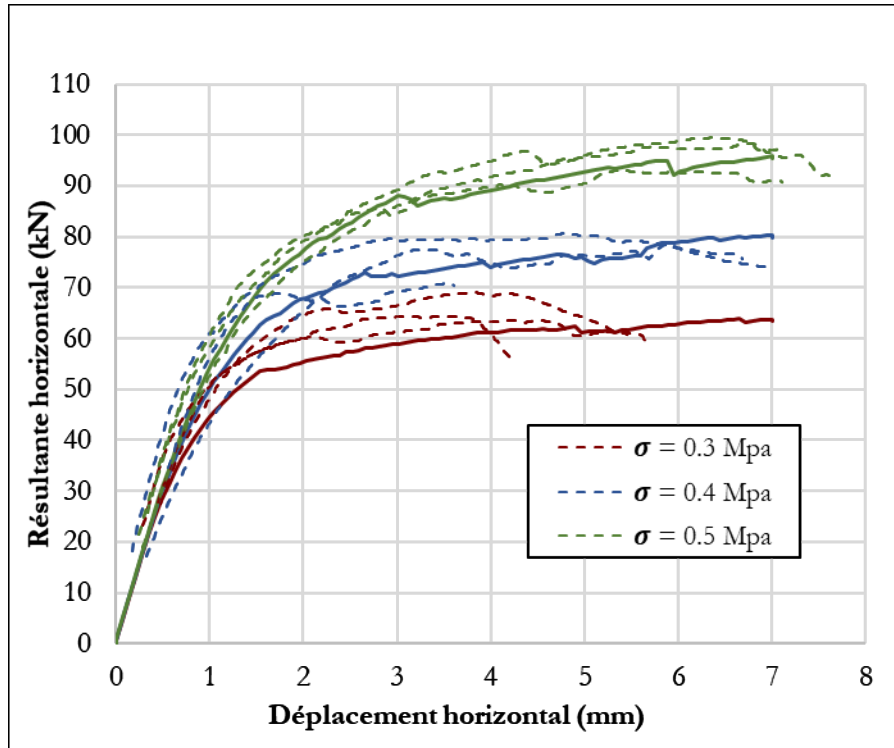
Essai de caractérisation en **cisaillement** d'un assemblage en triplet pierre-mortier-pierre, I2M-Bordeaux / AIA Ingénierie



Modélisation bloc à bloc des maçonneries

Hypothèses mécaniques

Vérification du calage de la maçonnerie globale :



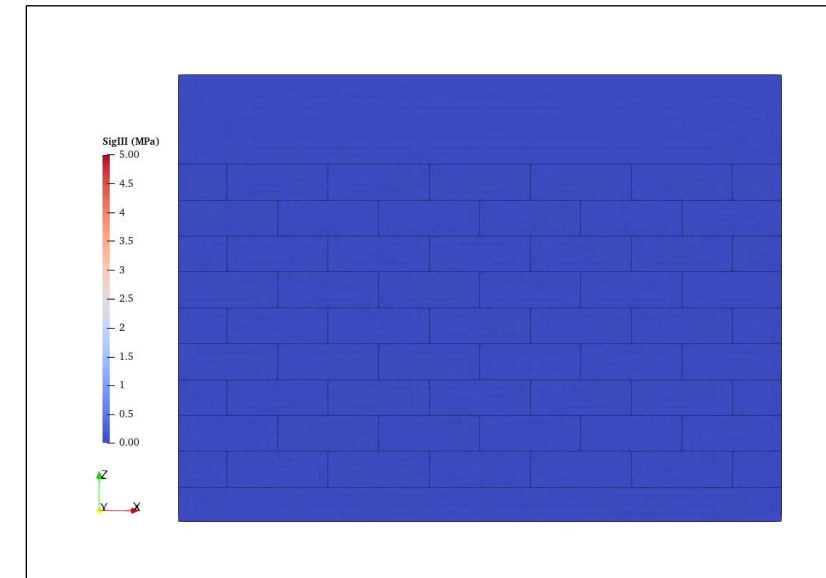
Réponses force-déplacement horizontal

Traits pointillés : expérimentations I2M Bordeaux

Traits pleins : modèle bloc à bloc Cast3m



Mur en pierre et mortier de chaux
dans un banc de cisaillement,
I2M-Bordeaux / AIA Ingénierie



Modèle bloc à bloc Cast3m :

3^{ème} contrainte principale, définie positive en compression,
sur la déformée x10

3. Modélisation filaire des charpentes et interaction avec la maçonnerie

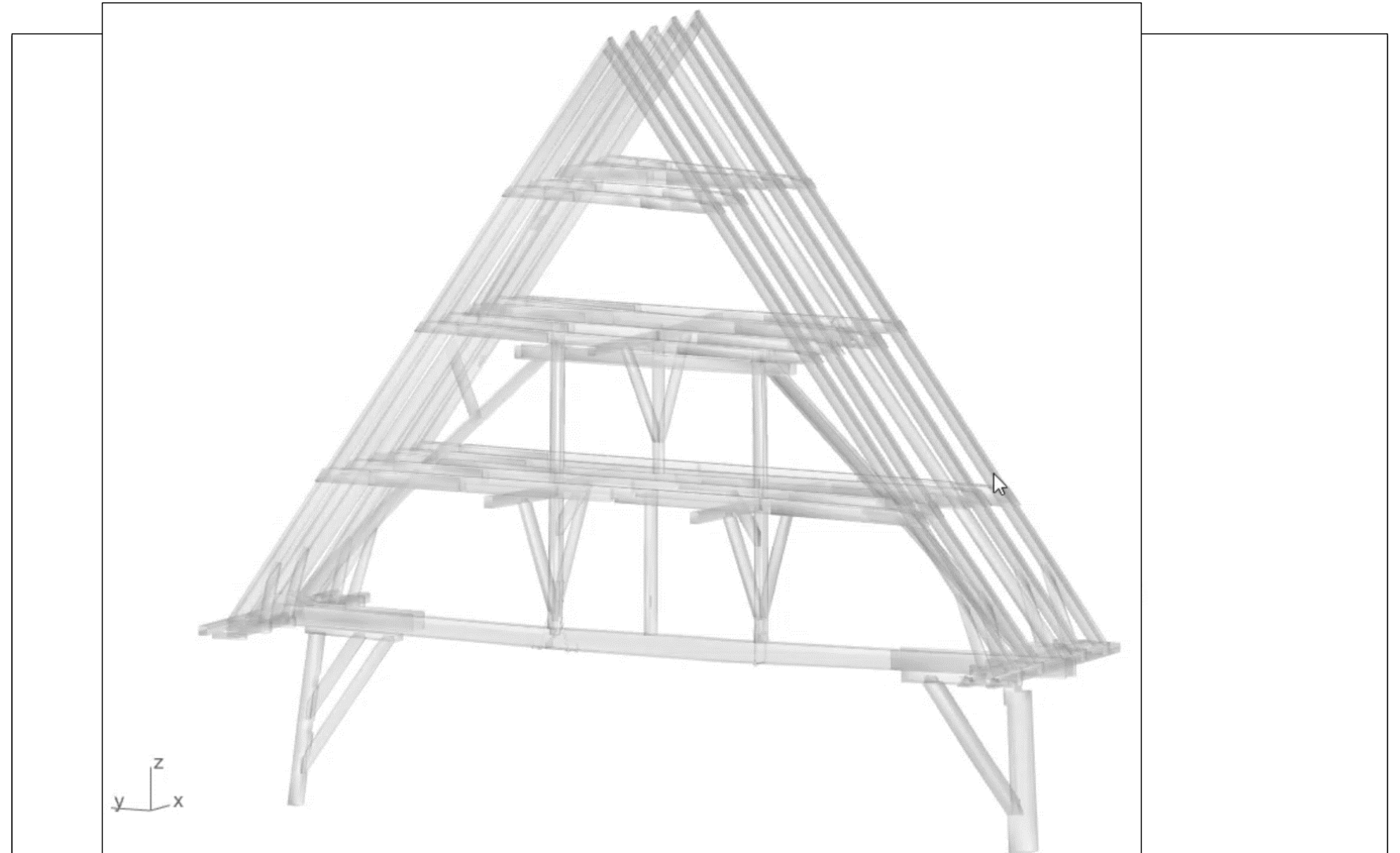
Modélisation des interactions charpentes-maçonneries

Hypothèses géométriques

Charpente du chœur

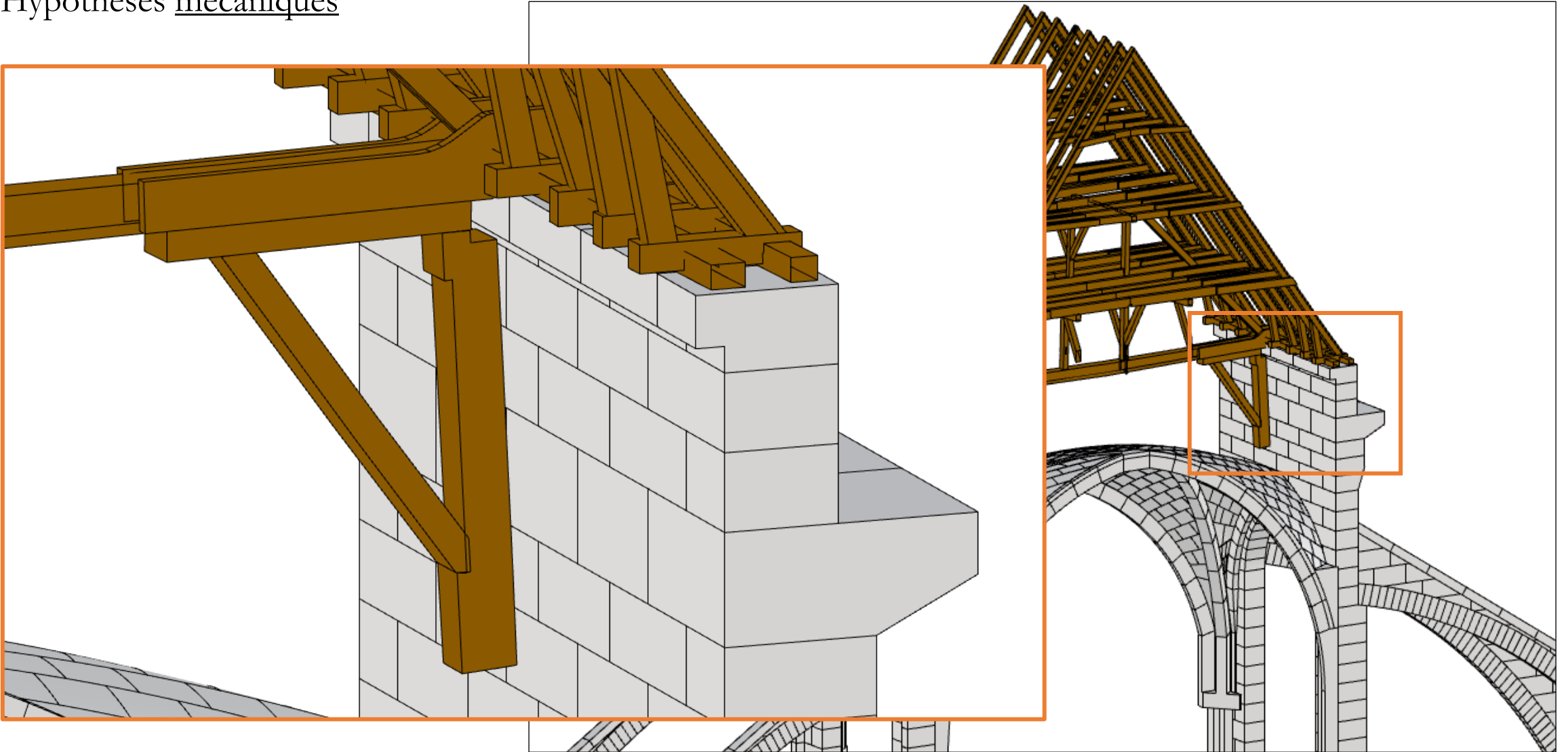
Modèle géométrique
réalisé par Kevin Jacquot

Modèle filaire adaptable
de la charpente du chœur



Modélisation des interactions charpentes-maçonneries

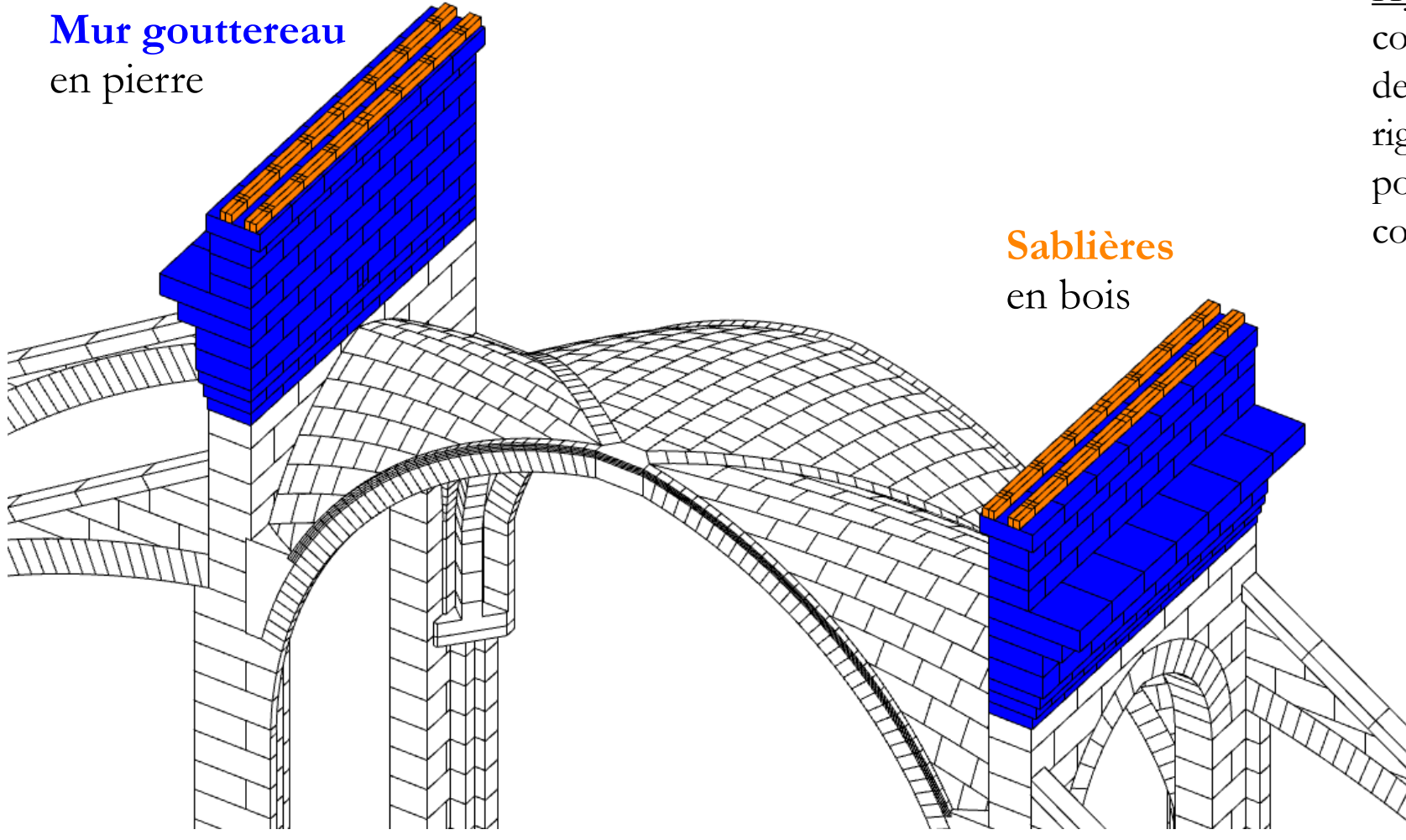
Hypothèses mécaniques



Modélisation des interactions charpentes-maçonneries

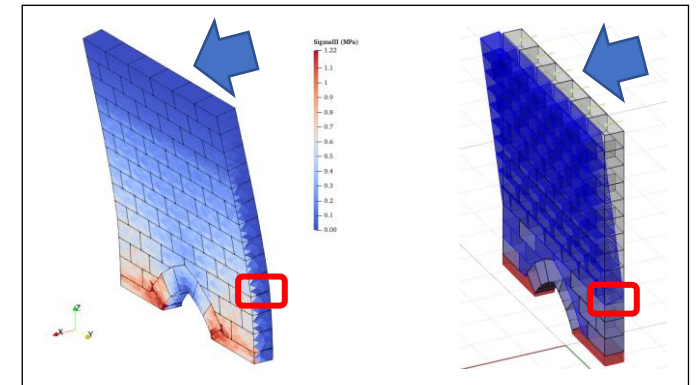
Hypothèses mécaniques

Mur gouttereau
en pierre



Sablières
en bois

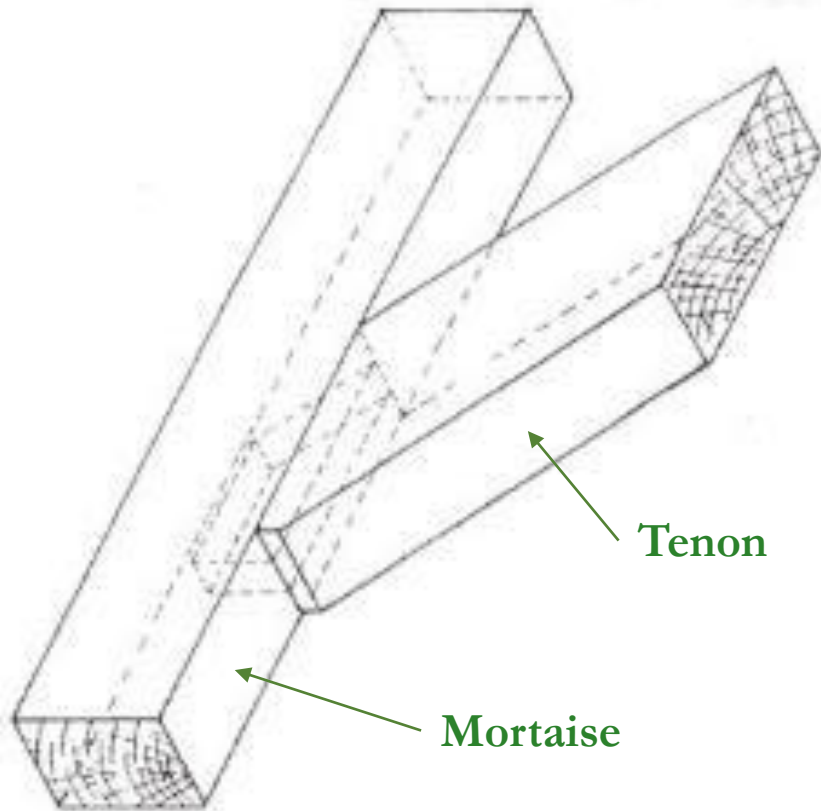
Hypothèse : rigidité horizontale du complexe AB+voûte+AB est d'un ordre de grandeur plus important que la rigidité flexionnelle du mur gouttereau, pour les cas de charge de vents considérés (à vérifier par la suite...)



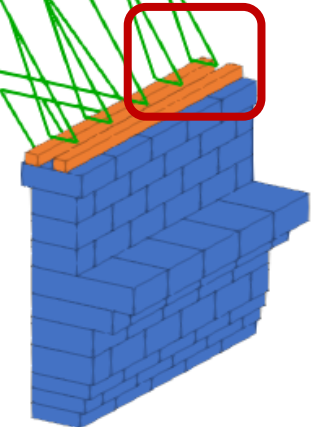
Modélisation des interactions charpentes-maçonneries

Hypothèses mécaniques

Assemblages :
Tenon articulé en rotation
par rapport à la mortaise
(poutre continue : poutre continue)



© <http://philippe.berger2.free.fr>

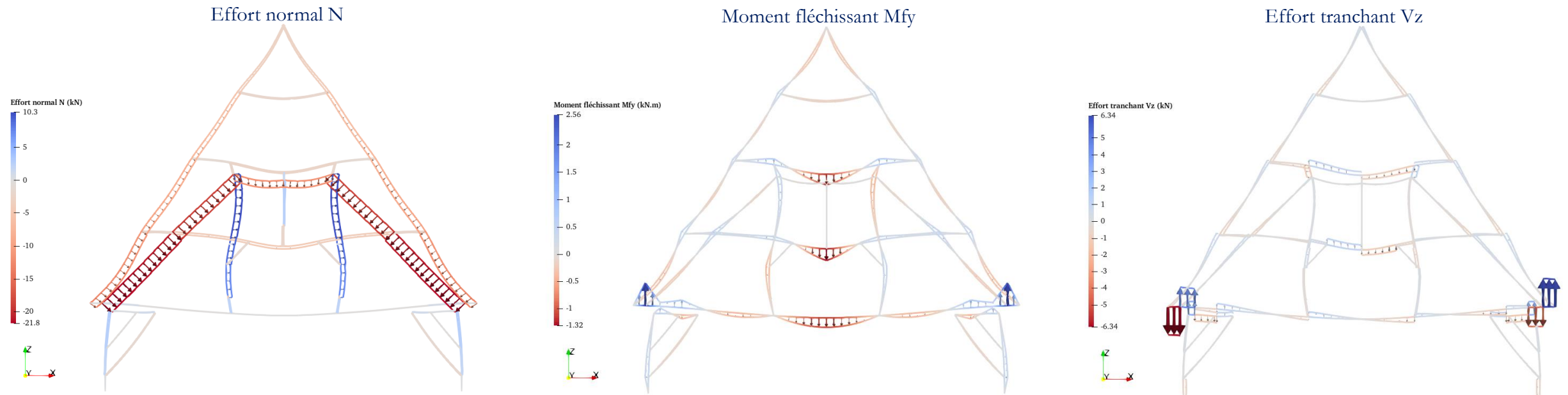


4. Comportement de la structure sous poids propre et sous charges de vents

Modélisation des interactions charpentes-maçonneries

Comportement sous poids propre

Diagrammes d'efforts intérieurs tracés sur la déformée x500



Simulation de la charpente filaire sans la maçonnerie, blocages latéraux des appuis

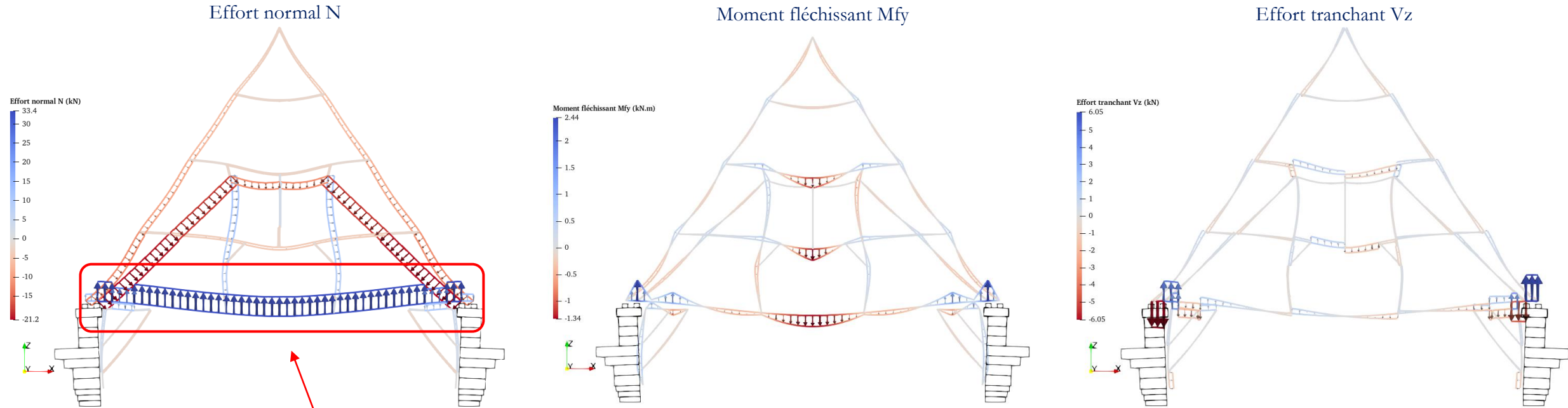
Charges permanentes (poids propre) :

- 1 - Poids propre des poutres constituant la charpente (ferme principale et chevrons formant fermes) = **78 kN**
- 2 - Poids propre de la couverture (voliges + tables en plomb) : $78 \text{ kg/m}^2 = \mathbf{73 \text{ kN}}$
- 3 - Crête de faitage (plomb + structure interne) : $400 \text{ kg/ml} = \mathbf{16 \text{ kN}}$

Modélisation des interactions charpentes-maçonneries

Comportement sous poids propre

Diagrammes d'efforts intérieurs tracés sur la déformée x500



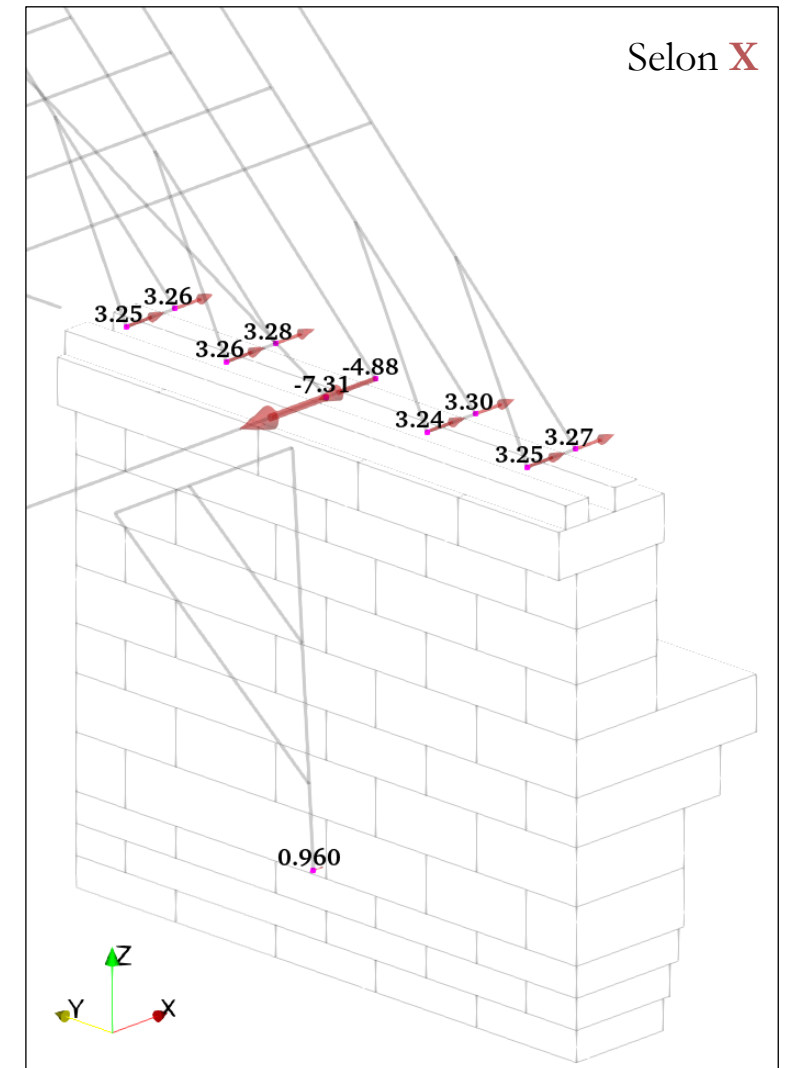
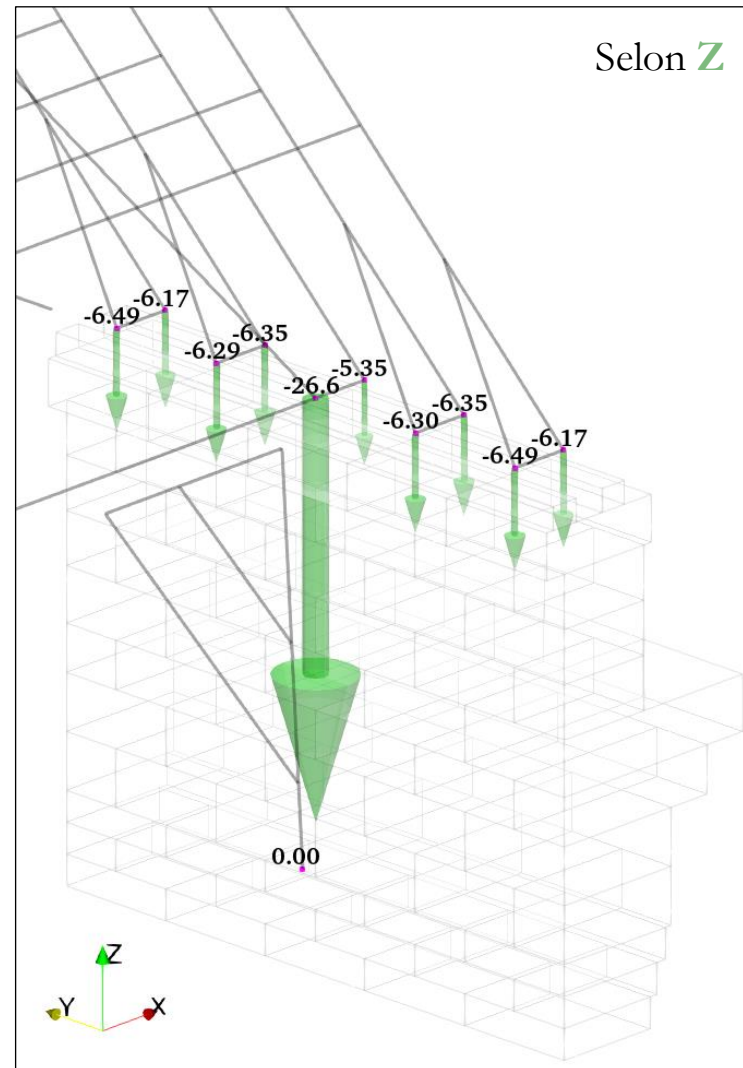
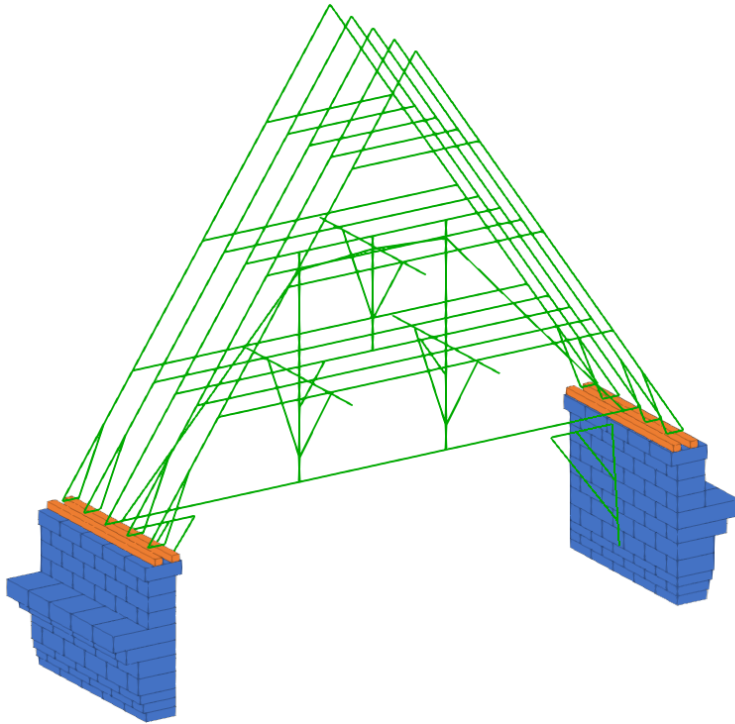
Simulation de la charpente filaire avec la maçonnerie

Principale conséquence de la prise en compte de l'interaction charpente-maçonnerie sous poids propre :
l'entrait se retrouve en traction

Modélisation des interactions charpentes-maçonneries

Comportement sous poids propre

Réactions (kN) de la **charpente filaire**
sur les **sablières** et
sur le **mur gouttereau**



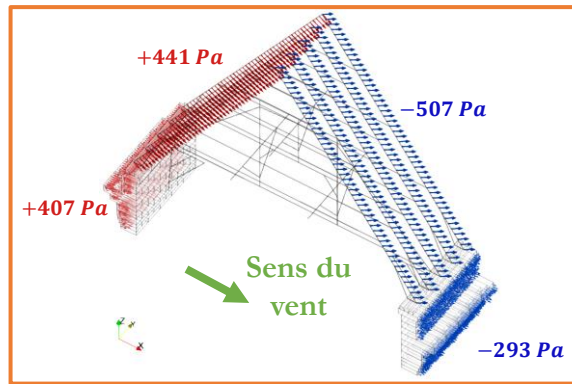
Modélisation des interactions charpentes-maçonneries

Comportement sous charges de vent

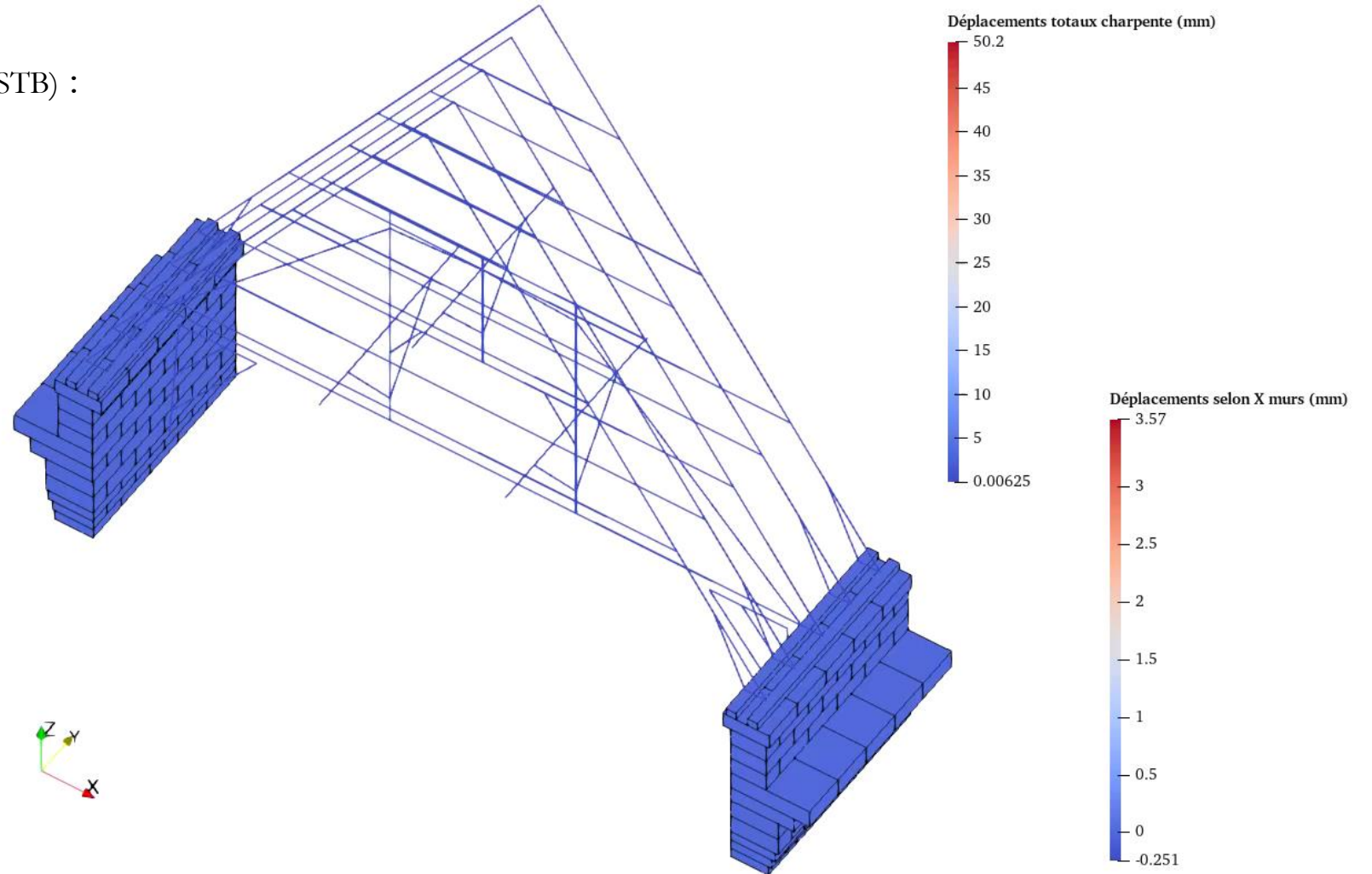
Déformée x50

Au faîtage (Eurocodes + essais en soufflerie CSTB) :

- Vitesse moyenne : 80 km/h
- Vitesse de pointe : 130 km/h



Selon \vec{X} : + 37 kN
Selon \vec{Z} : + 2 kN



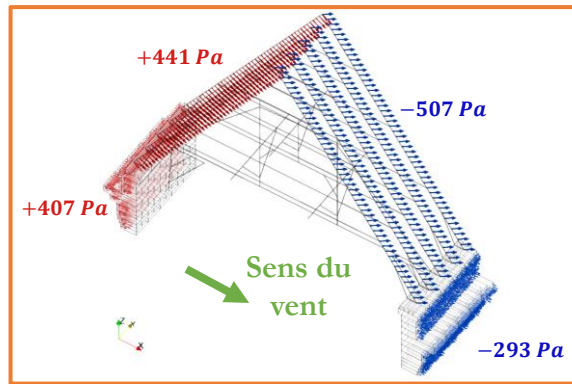
Modélisation des interactions charpentes-maçonneries

Comportement sous charges de vent

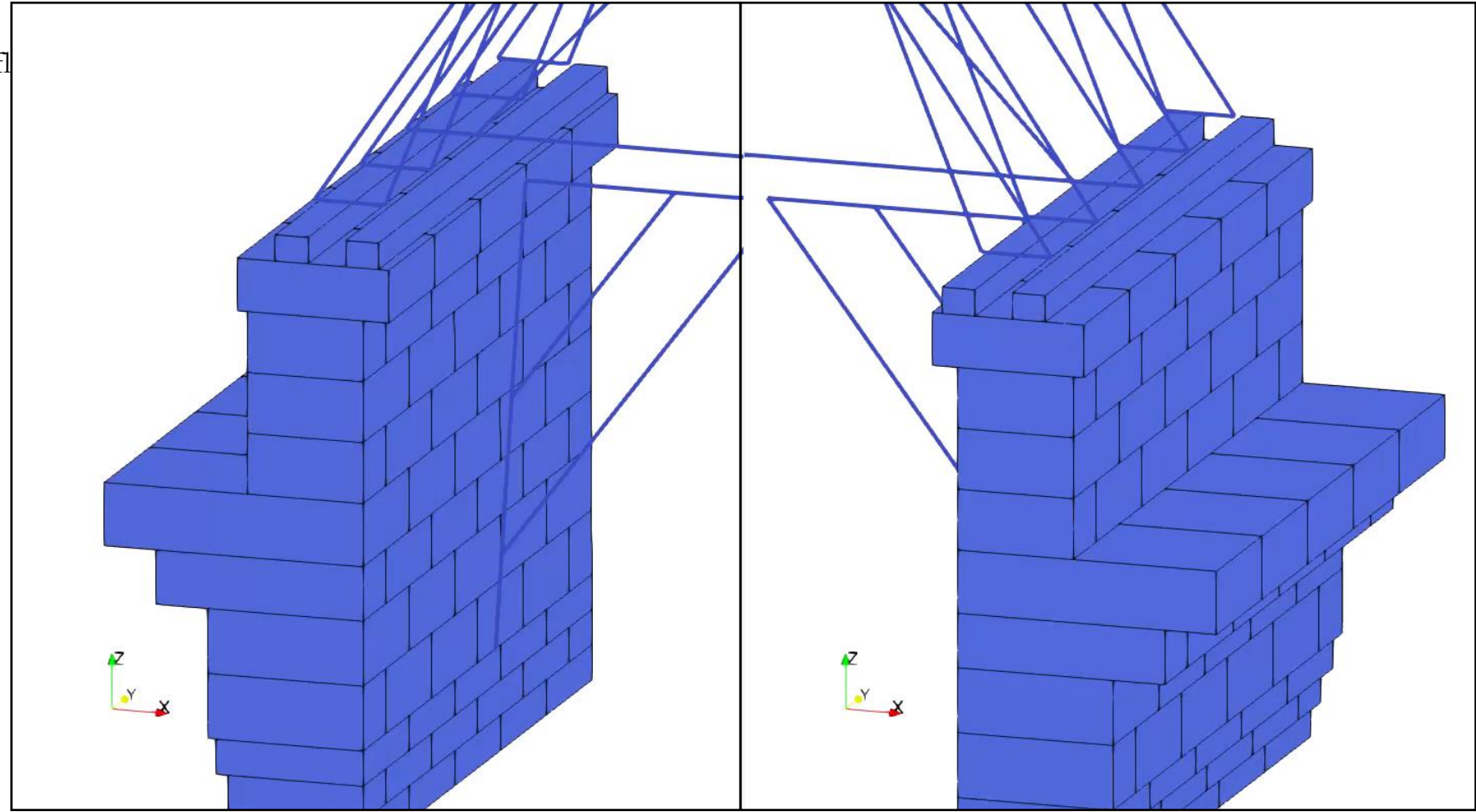
Déformée x50

Au faîtage (Eurocodes + essais en souffl)

- Vitesse moyenne : 80 km/h
- Vitesse de pointe : 130 km/h



Selon \vec{X} : + 37 kN
Selon \vec{Z} : + 2 kN

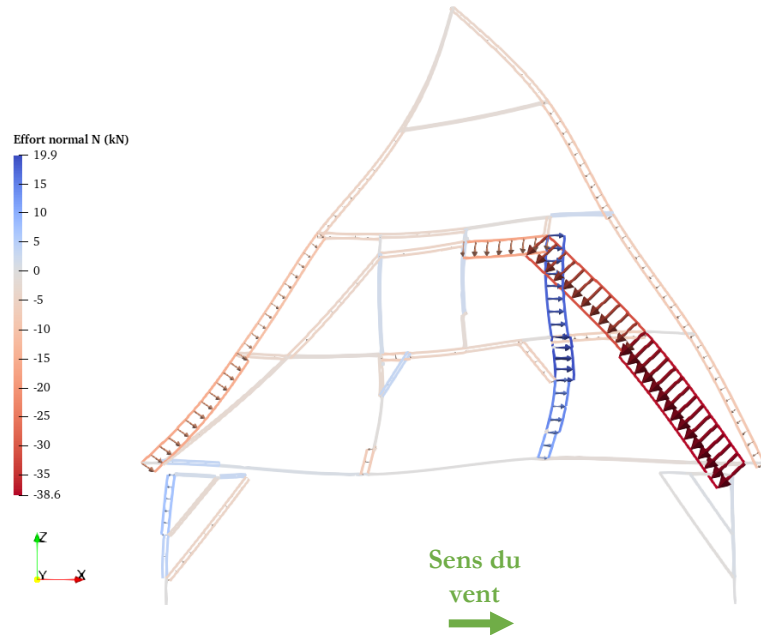


Modélisation des interactions charpentes-maçonneries

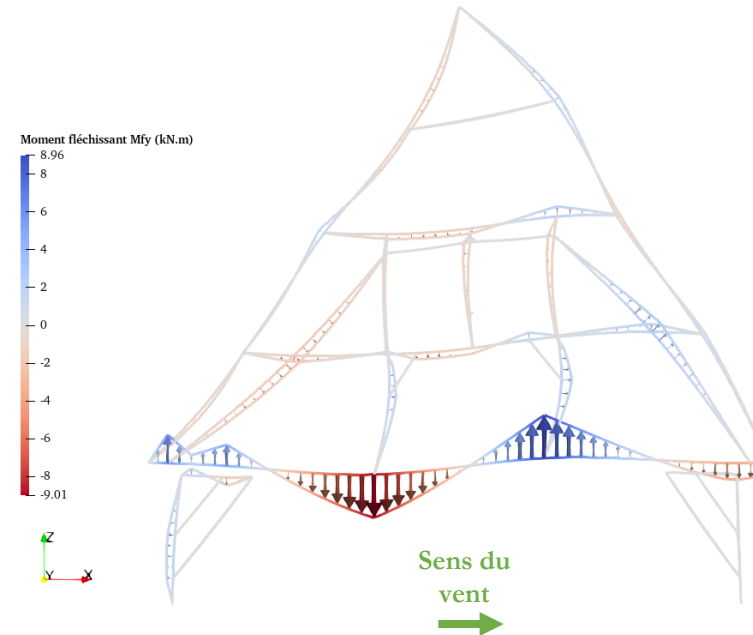
Comportement sous charges de vent

Diagrammes d'efforts intérieurs tracés sur la déformée x100

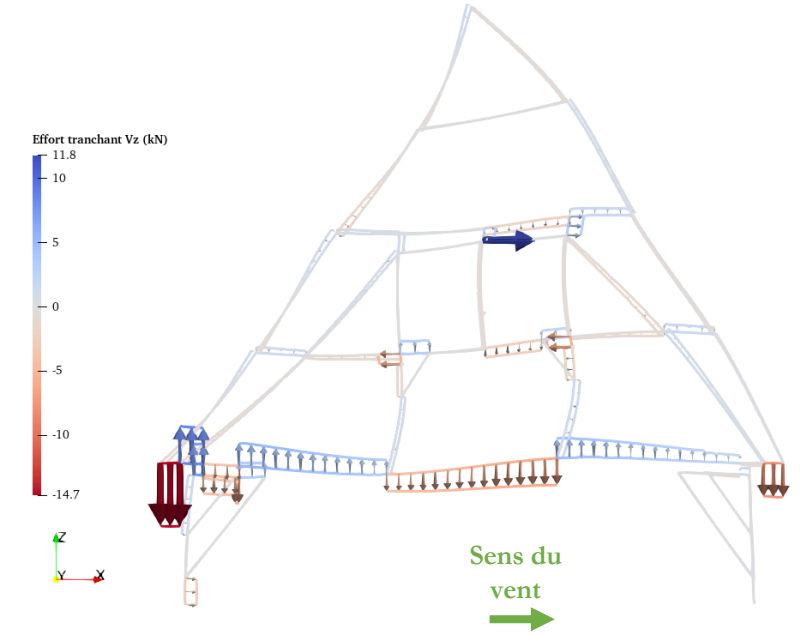
Effort normal N



Moment fléchissant M_{fy}



Effort tranchant V_z



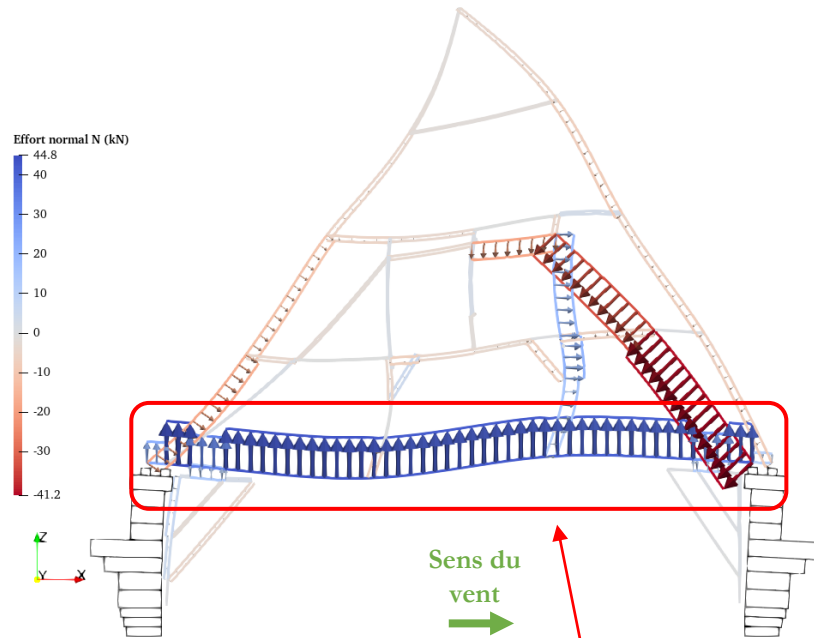
Simulation de la charpente filaire sans la maçonnerie

Modélisation des interactions charpentes-maçonneries

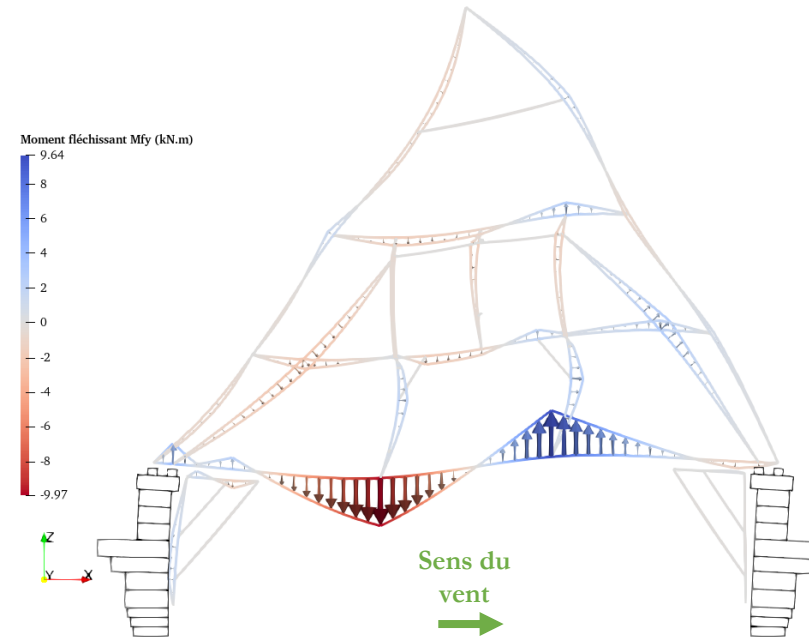
Comportement sous charges de vent

Diagrammes d'efforts intérieurs tracés sur la déformée x100

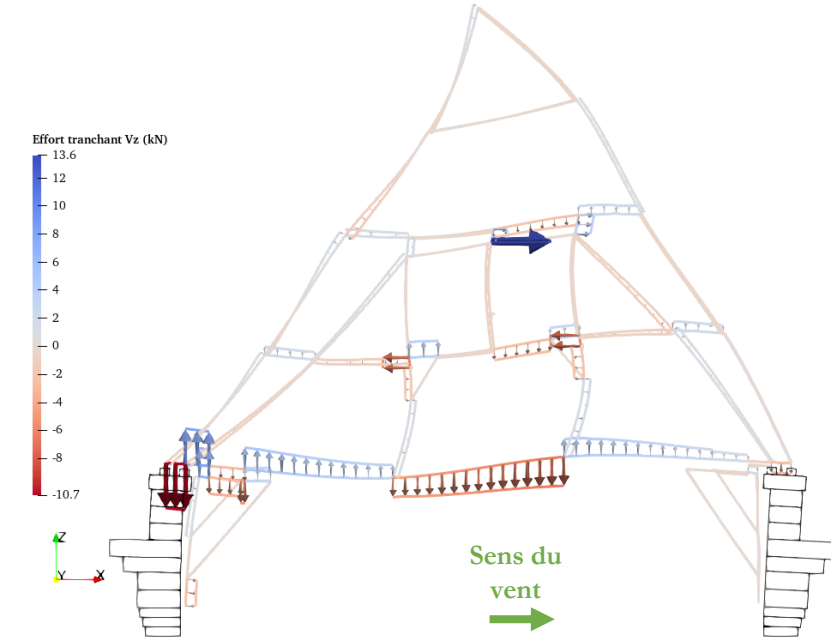
Effort normal N



Moment fléchissant M_{fy}



Effort tranchant V_z



Simulation de la charpente filaire avec la maçonnerie

De même que sous poids propre seul, contribution significative de l'entrait en traction dans l'interaction charpente-maçonnerie sous charges de vents

Modélisation des interactions charpentes-maçonneries

Comportement sous charges de vent

Suivi des réactions horizontales de la charpente filaire au cours de l'application du chargement de vent :

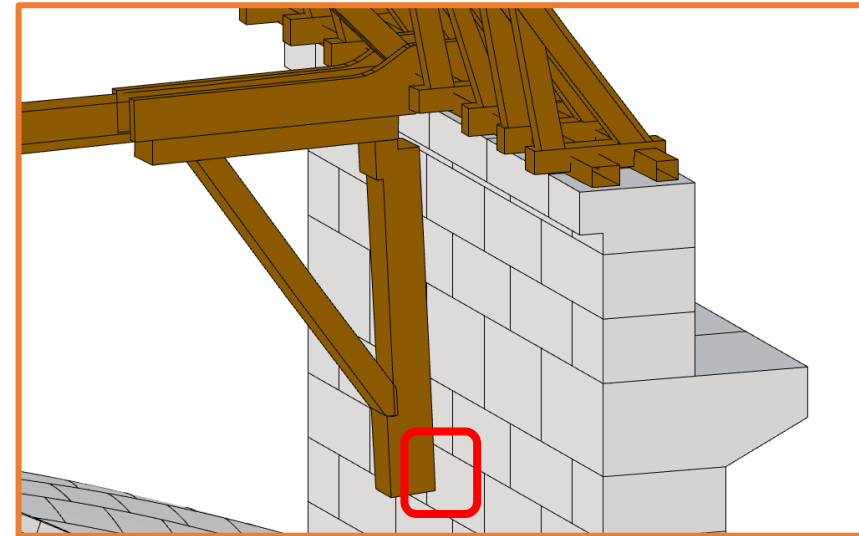
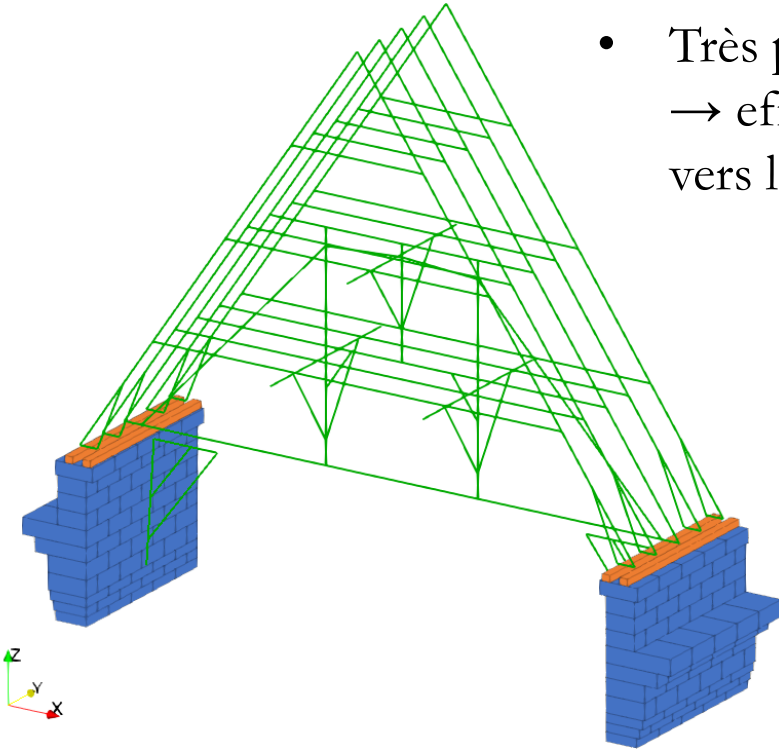


Niveau de vent nécessaire pour commencer à solliciter sérieusement l'appui de console sous le vent : après 190 % du chargement de vent max Eurocode

5. Conclusions et perspectives

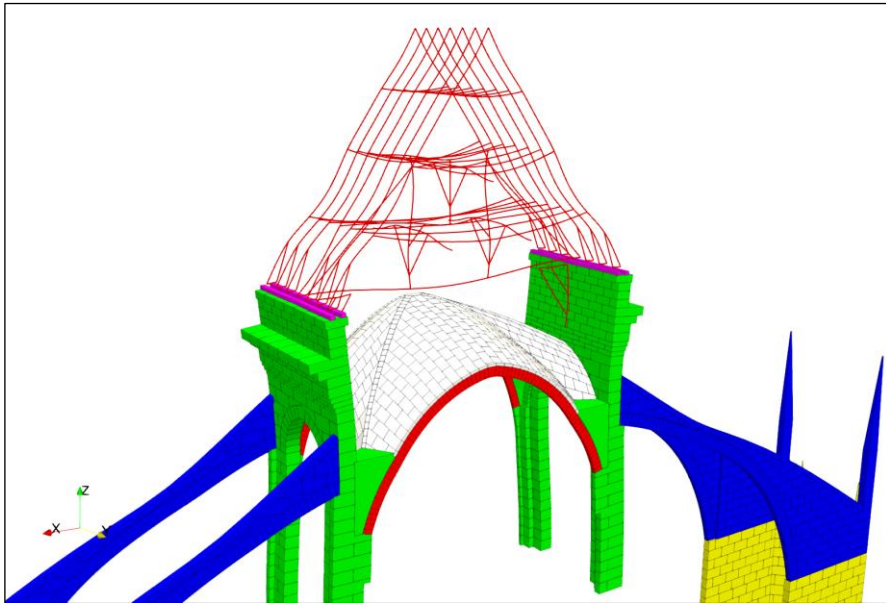
Principales conclusions

- Prise en compte des interactions entre **murs gouttereaux**, **sablières** et **charpente**
→ influence importante sur la redistribution des charges horizontales et verticales de la charpente, sur les efforts internes de l'entrait
- Très peu d'efforts horizontaux transmis par les **pieds de consoles**
→ efforts horizontaux transmis principalement par les **sablières** vers les **murs gouttereaux**



Perspectives

- Évaluation de l'influence de la prise en compte de l'**intégralité de la demi-travée** : murs gouttereaux + demi-voûte + arcs-boutants
- Évaluation de l'influence de la prise en compte de **raideurs d'assemblages**, des auto-contraintes dues au **séchage** (assemblages réalisés avec du bois vert)
- Recherche du chargement de vent de **rupture** : prise en compte de la rupture progressive des assemblages au fur et à mesure de l'augmentation du chargement à l'aide de seuils de rupture ? Plasticité dans le bois ?





S. Morel, T. Parent, J.-C. Mindeguia,
J.-L. Coureau, A. Cointe



P. Morenon, **P. Nougayrede**



P. Taforel, F. Dubois



P. Nougayrede, T. Ciblac,
M. Brocato (†2023)



D. Garnier



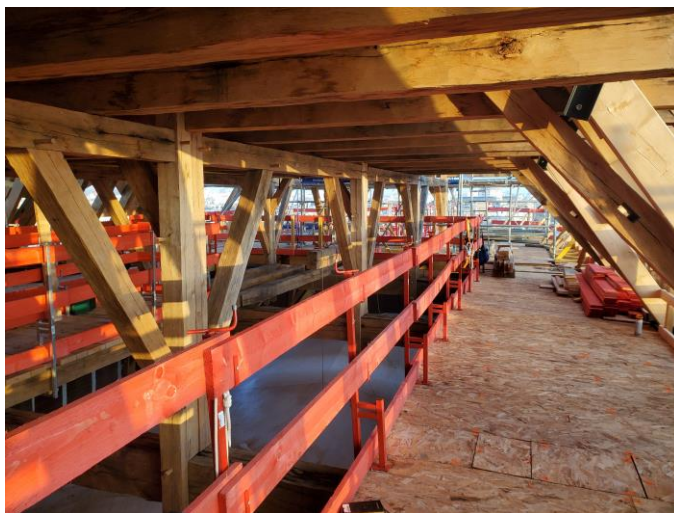
A.-S. Colas



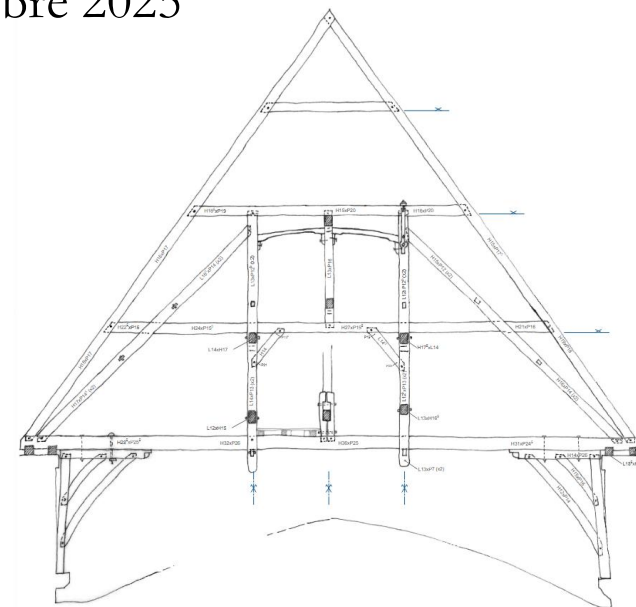
M. Bagneris, F. Cherblanc

Modélisation de l'interaction charpente-maçonnerie de la cathédrale Notre-Dame de Paris sous charges de vent

Club Cast3m - 28 novembre 2025



P. Nougayrede, 2023



R. Fromont, 2015