CALCULS THERMIQUES

OPTIONS
MODELES
MATERIAUX
CONDITIONS AUX LIMITES
CHARGEMENT
RESOLUTION (PERMANENT)

EXEMPLES

Exemple de base

Utilisation des super-éléments

NON LINEAIRE PERMANENT

EXEMPLES

Exemple de base

Approche de la Convection

Le Rayonnement

TRANSITOIRE LINEAIRE

EXEMPLES

Pour faire une reprise avec PASAPAS

Problème de diffusion

TRANSITOIRE NON LINEAIRE

EXEMPLES

Pour faire une reprise avec PASAPAS

Approche de la Convection

Le Rayonnement

Le Changement de Phase

REFERENCES GENERALES

ANNEXE THEORIQUE

REPERES BIOGRAPHIQUES

Philippe PASQUET 16/09/1999 ©php

TABLE DES MATIERES

| AVERTISSEMENT | 5 |
|--|----------------------------------|
| 2. QUANTITES ET NOMBRES CARACTERISTIQUES EN THERMIQUE | 9 |
| 2.1 QUANTITES | 9 |
| 2.2 NOMBRES SANS DIMENSIONa) Conductionb) Convectionc) Rayonnement | 10 10 10 13 |
| 3. QUELQUES VALEURS CARACTERISTIQUES EN THERMIQUE | 14 |
| 4. SYSTEMES D'UNITES EN DIFFUSION | 15 |
| 5. QUANTITES CARACTERISTIQUES EN DIFFUSION | 16 |
| 6. QUELQUES VALEURS CARACTERISTIQUES EN DIFFUSION | 17 |
| 7. OPTIONS DE CALCULS THERMIQUES | 18 |
| 8. MODELES THERMIQUES | 19 |
| 8.1 DESCRIPTION DE LA SYNTAXE | 19 |
| 8.2 CORRESPONDANCE GEOMETRIE-ELEMENTS FINIS a) MODEle THERMIQUE b) MODEle CONVECTION ou RAYONNEMENT | 20 20 20 |
| 8.3 DESCRIPTION DES ELEMENTS FINIS SOLIDES a) Eléments unidimensionnels b) Eléments bidimensionnels plans c) Eléments bidimensionnels axisymétriques d) Eléments tridimensionnels surfaciques f) Eléments tridimensionnels massifs | 22 22 22 22 23 23 |
| 8.4 DESCRIPTION DES ELEMENTS FINIS CONVECTION a) Eléments bidimensionnels plans b) Eléments bidimensionnels axisymétriques c) Eléments tridimensionnels surfaciques d) Eléments tridimensionnels massifs | 25 25 25 25 26 |
| 9. MATERIAUX EN THERMIQUE | 28 |
| 9.1 MATERIAUX ISOTROPES | 28 |

| 9.2 MATERIAUX ORTHOTROPES | 29 |
|--|-----|
| a) Coques | 29 |
| b) Massifs bidimensionnels | 29 |
| c) Massifs tridimensionnels | 29 |
| 9.3 MATERIAUX ANISOTROPES | 30 |
| a) Massifs bidimensionnels | 30 |
| b) Massifs tridimensionnels | 30 |
| | |
| 9.4 MATERIAUX NON LINEAIRES | 31 |
| 9.5 MATERIAUX CONVECTION | 32 |
| a) Cas CONVECTION | 32 |
| b) Cas CONVECTION SUPERIEURE | 32 |
| c) Cas CONVECTION INFERIEURE | 32 |
| 9.6 MATERIAUX RAYONNEMENT | 33 |
| 40. CONDITIONS ALIVE IMITES THERMIOLIES | 0.4 |
| 10. CONDITIONS AUX LIMITES THERMIQUES | 34 |
| 11. CHARGEMENTS THERMIQUES | 36 |
| | |
| 12. RESOLUTION EN THERMIQUE (REGIME PERMANENT) | 40 |
| 13. EXEMPLES PERMANENTS LINEAIRES THERMIQUES | 42 |
| 13.1 EXEMPLE DE BASE | 42 |
| | |
| 13.2 UTILISATION DES SUPER-ELEMENTS | 44 |
| 14. CALCULS PERMANENTS NON LINEAIRES THERMIQUES | 47 |
| 15. EXEMPLES PERMANENTS NON LINEAIRES THERMIQUES | 50 |
| 15.1 EXEMPLE DE BASE | 50 |
| 15,2 APPROCHE DE LA CONVECTION | 53 |
| a) Rappel sur la Convection Forcée | 53 |
| b) La Convection Naturelle | 53 |
| c) Application: Prise en compte d'un coefficient h variable dans CASTEM2000® | 54 |
| d) Calcul des bilans | 55 |
| 15.3 LE RAYONNEMENT | 56 |
| a) Cas du milieu infini | 56 |
| b) Cas du face à face | 56 |
| c) Cas de la cavité | 58 |
| 16. CALCULS TRANSITOIRES LINEAIRES THERMIQUES | 59 |
| 17. EXEMPLES TRANSITOIRES LINEAIRES THERMIQUES | 62 |
| 17.1 POUR FAIRE UNE REPRISE AVEC PASAPAS | 62 |

| 17.2 PROBLEME DE DIFFUSION | 63 |
|---|-----------------------------------|
| 18. CALCULS TRANSITOIRES NON LINEAIRES THERMIQUES | 65 |
| 19. EXEMPLES TRANSITOIRES NON LINEAIRES THERMIQUES | 69 |
| 19.1 POUR FAIRE UNE REPRISE AVEC PASAPAS | 69 |
| 19.2 APPROCHE DE LA CONVECTION a) Rappel sur la Convection Forcée b) La Convection Naturelle c) Application: Prise en compte d'un coefficient h variable dans CASTEM2000 [®] d) Calcul des bilans | 7(70 70 71 71 |
| 19.3 LE RAYONNEMENT a) Cas du milieu infini b) Cas du face à face c) Cas de la cavité | 73 73 73 75 |
| 19.4 LE CHANGEMENT DE PHASE | 70 |
| 20. TYPE D'OBJETS CREES | 77 |
| 21. ESSAI DE RECENSEMENT DES VALEURS PAR DEFAUT | 79 |
| 22. REFERENCES GENERALES | 80 |
| 23. ANNEXE THEORIQUE | 82 |
| 23.1 SCHEMA TRANSITOIRE LINEAIRE | 82 |
| 23.2 SCHEMA TRANSITOIRE NON LINEAIRE a) Schéma transitoire b) Schéma itératif | 83 83 83 |
| 23.3 SCHEMA TRANSITOIRE DUPONT2 a) Premier pas b) Pas suivants | 8 4 84 84 |
| a) Un premier exemple éloquent : choc thermique b) Un deuxième exemple éloquent : températures imposées c) Un troisième exemple éloquent : température et flux imposés d) Conclusion | 86 86 88 90 92 |
| 24. REPERES BIOGRAPHIQUES | 93 |
| 25. INDEX | 94 |

AVERTISSEMENT

Le volume Thermique des structures fait partie d'un ensemble comprenant les titres suivants

Maillage et Présentation du Langage

Vérification des données

Thermique des Structures

Mécanique des Structures

Mécanique des Fluides

Electromagnétisme

Post-Traitements

Nous avons repris dans ce volume, l'ensemble des opérateurs, procédures, directives permettant les calculs thermiques. Ils ne sont pas décrits dans leur intégralité mais dans leur acception la plus couramment utilisée. Le lecteur intéressé peut, pour obtenir l'intégralité des possibilités d'un opérateur, faire **INFO** nom ; dans CASTEM2000[®]. Dans la description qui suit, nous considérons que le maillage est construit et nous nous arrêtons à l'opérateur **RESO** ou à la procédure **PASAPAS**. En particulier, on ne calcule pas de gradients. Pour ces calculs et tous les dépouillements postérieurs, on se reportera au volume Post-Traitements.

Nous avons aussi essayé de faire un peu plus qu'un guide d'utilisation. Le lecteur s'en rendra, nous l'espérons, compte tout au long de ce volume et en particulier dans les premiers et derniers chapitres.

Ce volume, comme l'ensemble de ce manuel, est nécessairement incomplet et malheureusement, il n'est pas exempt d'erreurs. Nous serions particulièrement reconnaissants aux lecteurs qui nous signaleront toute imperfection.

Nous avons déterminé quatre classes de problèmes :

- le problème permanent linéaire,
- le problème permanent non linéaire incluant tous les phénomènes indépendants du temps en particulier le rayonnement ou la convection naturelle sous forme simplifiée,
- le problème transitoire linéaire comprenant les problèmes de diffusion gazeuse,
- le problème transitoire non linéaire incluant les phénomènes dépendant du temps et de la température et en particulier le changement de phase.

Chacune des classes comportent plusieurs exemples par sous-type afin d'éviter tout mélange de difficultés. L'utilisateur prendra rapidement l'habitude de coupler les difficultés et se rendra compte de la relative facilité à le faire.

Nous n'avons pas repris de manière systématique la description des erreurs possibles dans CASTEM2000[®]. Les erreurs de syntaxe sont bien contrôlées et le diagnostic est relativement clair sauf dans le cas où le point virgule (;) a été omis. Les erreurs les plus sournoises sont la conséquence de l'ouverture et de la permissivité de CASTEM2000[®] qui permet d'enchaîner toutes les opérations.

Il y a très peu de valeurs par défaut dans CASTEM2000[®]: dans la suite, on trouvera un essai de recensement de ces valeurs (voir page 79). Pour attirer l'attention du lecteur-utilisateur signalons le **MODEle**, le type d'élément fini (opérateur **MODEle**), les conditions de blocages (opérateur **DEPImposé**) ou de chargement (opérateur **CONVection**), certains paramètres de la procédure **PASAPAS** (en particulier les valeurs initiales et le type de schéma transitoire).

Rappelons enfin que tout nom d'objets (choisi par l'utilisateur) doit être différent d'un nom d'opérateur (imposé par CASTEM2000[®] -sauf directive **MOT**-). Pour ne pas être

handicaper par cette restriction, on peut mettre les noms d'opérateurs entre " et dans ce cas là en majuscules.

Les calculs thermiques sont aussi possibles avec les opérateurs de mécanique des fluides. On trouvera des exemples dans le volume MECANIQUE DES FLUIDES, ainsi que de nombreuses extensions.

1. SYSTEMES D'UNITES EN THERMIQUE

On définit les systèmes d'unités cohérents à partir des unités suivantes.

| unité | SI | SB | SC | SD | SU |
|-------------|----|----|---------------------|----------------------|-----|
| masse | kg | kg | cal.m ⁻¹ | cal.mm ⁻¹ | lbm |
| longueur | m | mm | m | mm | ft |
| température | K | K | K | K | °F |
| temps | s | S | S | S | hr |

Dans le tableau suivant, on a les facteurs (coef) entre SI et Sx tels que : SI = coef x Sx

| | SI | SB | SC | SD | SU |
|---------------------------|---|------------------|-------|------------------|--|
| accélération | m.s ⁻² | 103 | 1 | 103 | 4.252 10 ⁷ ft. hr ⁻² |
| angle | rad | 1 | 1 | 1 | 1 |
| chaleur latente | J.kg ⁻¹ | 10 ⁶ | 0.239 | 0.239 | 0.430 10-3 |
| chaleur massique | J.kg ⁻¹ .K ⁻¹ | 10 ⁶ | 0.239 | 0.239 | 2.388 10-4 |
| chaleur volumique | J.m ⁻³ .K ⁻¹ | 10 ⁻⁶ | 0.239 | 0.239 10-9 | |
| coefficient d'absorption | m-1 | 10-3 | | | 0.3048 |
| coefficient d'échange | W.m ⁻² .K ⁻¹ | 10-3 | 0.239 | 0.239 10-6 | 0.1760 |
| conductance | W.m ⁻² .K ⁻¹ | 10-3 | 4.187 | 4.187 106 | 0.1760 |
| conductibilité | W.m ⁻¹ .K ⁻¹ | 1 | 0.239 | 0.239 10-3 | 0.5778 |
| constante de Stefan | 5.67 10 ⁻⁸ W. m ⁻² .K ⁻⁴ | 103 | 0.239 | 0.239 | 0.171 10 ⁻⁸ Btu.hr ⁻¹ .ft ⁻² .F ⁻⁴ |
| diffusivité | m ² .s ⁻¹ | 10 ⁶ | | | 38750.08 |
| émissivité | sans unité | | | | |
| enthalpie | J | | | | 9.478 10 ⁻⁴ btu |
| entropie | J.K ⁻¹ | | | | btu.°F-1 |
| épaisseur | m | 103 | 1 | 103 | 3.2808 ft |
| flux | W.m ⁻² | 10-3 | 0.239 | 0.239.10-6 | 0.3170 btu.ft ⁻² .hr ⁻¹ |
| gradient | K.m ⁻¹ | 10-3 | 1 | 10-3 | |
| longueur | m | 103 | 1 | 103 | 3.2808 ft |
| masse | kg | 10-3 | 1 | 1 | 2.2046 lbm |
| masse volumique | kg.m ⁻³ | 10-12 | 1 | 10 ⁻⁹ | 0.0624 |
| résistance thermique | K.m ² .W ⁻¹ | 103 | 4.187 | 4.187 106 | 5.6783 |
| section | m^2 | 10 ⁶ | 1 | 106 | 10.7639 ft ² |
| source ponctuelle | W | 103 | 0.239 | 0.239 | 3.4122 btu.hr ⁻¹ |
| source volumique | W.m ⁻³ | 10-6 | 0.239 | 0.239 10-9 | 0.0966 btu.ft ⁻³ .hr ⁻¹ |
| surface | m^2 | 10 ⁶ | 1 | 106 | 10.7639 ft ² |
| température | K | 1 | 1 | 1 | (0.556 °F + 255.37) |
| différence de température | K | 1 | 1 | 1 | 0.556 °F |
| temps | S | 1 | 1 | 1 | 2.778 10 ⁻⁴ hr |
| viscosité cinématique | $m^2.s^{-1}$ | 106 | | | 38750.08 ft ² .hr ⁻¹ |

| viscosité dynamique | Pl (Pa.s) | | | | 0.580 10-5 |
|---------------------|-------------------|-----------------|---|-----------------|------------|
| vitesse | m.s ⁻¹ | 103 | 1 | 103 | 11811.02 |
| vitesse rotatoire | rad.s-1 | 1 | 1 | 1 | 3600 |
| volume | m^3 | 10 ⁹ | 1 | 10 ⁹ | 35.3147 |

2. QUANTITES ET NOMBRES CARACTERISTIQUES EN THERMIQUE

2.1 QUANTITES

• Relation entre la température en Kelvin et la température en °Celsius :

$$T(K) = T(^{\circ}C) + 273.15^{\circ}C$$

• Relation entre la viscosité cinématique et la viscosité dynamique :

$$\mu = \nu \rho$$

dans laquelle

viscosité dynamique

masse volumique ρ

viscosité cinématique ν

• La constante de Stefan-Boltzmann σ est donnée par la formule :

$$\sigma = \frac{\pi^2}{60} \cdot \frac{k^4}{\hbar^3 c^2}$$

dans laquelle

constante de Boltzmann k

1.38 10⁻²³ J.K⁻¹

ħ constante de Planck rationalisée $1.05\ 10^{-34}\ J.s$

vitesse de la lumière dans le vide (ou dans l'air) $3 10^8 \,\mathrm{m.s^{-1}}$

La valeur SI est 5.67 10-8 W. m-2.K-4

• La diffusivité est définie par la relation

$$D = \frac{\lambda}{\rho C}$$

dans laquelle

λ conductivité

 \mathbf{C} chaleur massique

masse volumique

L'unité SI est le m².s⁻¹

• L'effusivité est définie par la relation

$$B = \sqrt{\lambda \rho C}$$

dans laquelle

conductivité λ

C chaleur massique

masse volumique

L'unité SI est le J.m⁻².K⁻¹.s^{-0.5}

2.2 NOMBRES SANS DIMENSION

a) Conduction

• Le nombre de **Biot** est défini par la relation. (Il caractérise le rapport entre résistance interne et résistance surfacique)

$$Bi = \frac{hL}{\lambda}$$

dans laquelle

h conductance

L longueur caractéristique (=3V/S)

λ conductibilité du solide

sans dimension

• Le nombre de **Fourier** est défini par la relation. (Il caractérise la pénétration de la chaleur en régime transitoire)

$$Fo = \frac{D\tau}{L^2}$$

dans laquelle

D diffusivité

τ temps caractéristique

L longueur caractéristique

sans dimension

b) Convection

• Le nombre de **Euler** est défini par la relation. (Il caractérise le rapport de l'inertie sur la gravité)

$$Eu = \frac{P}{\rho U^2}$$

dans laquelle

U vitesse

ρ masse volumique

P pression

sans dimension

• Le nombre de **Froude** est défini par la relation. (Il caractérise le rapport de l'inertie sur la gravité dans un écoulement à surface libre)

$$Fr = \frac{U^2}{gL}$$

dans laquelle

U vitesse

g accélération de la pesanteur

L longueur caractéristique

sans dimension

• Le nombre de **Grashof** est défini par la relation. (Il caractérise le régime d'écoulement du fluide en convection naturelle en exprimant le rapport entre forces dues à la viscosité et forces d'inertie dues à la densité.)

$$Gr = \frac{L^3 \rho^2 g \beta \Delta T}{\mu^2}$$

dans laquelle

μ viscosité dynamique

g accélération de la pesanteur

L longueur caractéristique

ρ masse volumique

 β coefficient de dilatation du fluide (pour les gaz parfaits $\beta = T^{-1}$)

ΔT différence de température entre fluide et paroi

sans dimension

• Le nombre de **Griffith** est défini par la relation (il caractérise la part d'échauffement due à la viscosité)

$$Gf = \frac{\mu U^2}{\lambda A}$$

dans laquelle

U vitesse

μ viscosité dynamique

λ conductibilité

sans dimension

• Le nombre de **Mach** est défini par la relation. (Il caractérise le caractère de l'écoulement en aérodynamique - M > 1 supersonique ; M < 1 subsonique)

$$Ma = \frac{U}{a}$$

dans laquelle

U vitesse

a vitesse du son

sans dimension

• Le nombre de Margoulis (ou de Stanton) est défini par la relation.

$$Ma(ouSt) = \frac{h}{\rho CU} = \frac{Nu}{\text{Re* Pr}}$$

dans laquelle

H coefficient d'échange

ρ masse volumique

C chaleur spécifique

U vitesse

Nu nombre de Nusselt

Pr nombre de Prandtl

Re nombre de Reynolds

sans dimension

• Le nombre de **Nusselt** est défini par la relation. (Il caractérise l'échange thermique entre le fluide et la paroi - convection et conduction-.)

$$Nu = \frac{hL}{\lambda}$$

dans laquelle

h coefficient d'échange

L longueur caractéristique

λ conductibilité du fluide

sans dimension

• Le nombre de **Peclet** est défini par la relation

$$Pe = \frac{UL}{D} = Re*Pr$$

dans laquelle

U vitesse

L longueur caractéristique

D diffusivité

sans dimension

• Le nombre de **Prandtl** est défini par la relation. (Il caractérise les propriétés thermiques du fluide, rapport entre quantité de mouvement et chaleur.)

$$Pr = \frac{\mu C}{\lambda} = \frac{\nu}{D}$$

dans laquelle

μ viscosité dynamique

C chaleur spécifique

λ conductibilité

sans dimension

• Le nombre de **Rayleigh** est défini par la relation. (Il caractérise le seuil d'apparition de la convection)

$$Ra = Gr * Pr$$

dans laquelle

Gr nombre de Grashof

Pr nombre de Prandtl

sans dimension

• Le nombre de **Reynolds** est défini par la relation. (Il caractérise le régime d'écoulement du fluide en convection forcée.)

$$Re = \frac{UL\rho}{\mu}$$

dans laquelle

μ viscosité dynamique

U vitesse

L longueur caractéristique

ρ masse volumique

sans dimension L'écoulement est laminaire si Re<5.10⁵

c) Rayonnement

• Le nombre de **Weber** est défini par la relation.

$$We = \frac{\rho U^2 L}{\epsilon}$$

dans laquelle

ε émissivité

U vitesse

L longueur caractéristique

ρ masse volumique

unité de masse

3. QUELQUES VALEURS CARACTERISTIQUES EN THERMIQUE

On trouvera ici quelques ordres de grandeur (à 293 K) que l'utilisateur devra vérifier avant toute utilisation. On appelle

ρ masse volumique

λ conductibilité

Cp chaleur massique

L chaleur latente

 θ_f température de changement de phase

 ϵ émissivité ou absorption $0 \le \epsilon \le 1$

| | ρ kg.m ⁻³ | λ W.m ⁻¹ .K ⁻¹ | C _{p} J.kg ⁻¹ .K ⁻¹ | L 10 ³ J.kg ⁻¹ | θ _f K | ϵ^1 |
|--------------|----------------------|--------------------------------------|--|--------------------------------------|------------------|--------------|
| Acier | 7 850 | 10 à 50 | 450 | | 1 625 | 0.25 à 0.90 |
| Aluminium | 2 700 | 230 | 890 | 390 | 930 | 0.05 |
| Béton | 2 300 | 2 | 900 | | | 0.6 à 0.7 |
| Bois // | 500 à 1 000 | 0.2 | 2 000 | | | 0.9 |
| Caoutchouc | 1 200 | 0.1 | 700 à 1500 | | 400 | 0.85 à 0.95 |
| Cuivre | 9 000 | 395 | 385 | 205 | 1 355 | 0.05 à 0.75 |
| Fonte | 7 200 | 40 | 500 | | 1 470 | 0.45 à 0.95 |
| Plexiglas | 1 200 | 0.2 | | | | |
| Plomb | 11 500 | 35 | 125 | 25 | 600 | 0.3 à 0.4 |
| Résine époxy | 1 200 | | | | | |
| Roche | 2 500 | 2 | 800 | | | 0.4 à 0.6 |
| Titane | 4 500 | 10 à 50 | 460 | | 2 000 | |
| Verre | 2 500 | 1 | 800 | | 1 500 | 0.9 |
| Zinc | 7 100 | 115 | 390 | 110 | 695 | 0.25 |

-

 $^{^{1}}$ selon l'état de surface - 0=poli, vif, glacé ; 1=noir, oxydé, rugueux

4. SYSTEMES D'UNITES EN DIFFUSION

On définit les systèmes d'unités cohérents à partir de l'unité de longueur et de l'unité de force.

| unité | SI | SA | SB | SC | SD | SE |
|----------|----|----|----|---------------------|----------------------|----------------------|
| force | N | N | N | cal.m ⁻¹ | cal.mm ⁻¹ | cal.cm ⁻¹ |
| longueur | m | cm | mm | m | mm | cm |

| | SI | SA | SB | SC | SD | SE |
|----------------------------|--|-----------------|-----------------|----------|-----------------|----------|
| angle | rad | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| concentration massique | kg.m ⁻³ | 10-8 | 10-12 | 10^{3} | 103 | 10^{2} |
| concentration volumique | $m^3.m^{-3}$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| constante des gaz parfaits | 8.3144 J.K ⁻¹ .mole ⁻¹ | 102 | 10^{3} | | | |
| diffusion | m ² .s ⁻¹ | 104 | 106 | | | |
| énergie | J | 102 | 10^{3} | | | |
| épaisseur | m | 104 | 106 | | | |
| longueur | m | 102 | 10^{3} | | | |
| perméation | m ³ .m ⁻¹ .s ⁻¹ .Pa ^{-0.5} | 10 ⁶ | 10 ⁹ | | | |
| pression | Pa | 10-4 | 10-6 | | | |
| surface | m^2 | 104 | 106 | 1 | 106 | 104 |
| température | K | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| temps | S | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| vitesse | m.s ⁻¹ | 10^{2} | 10^{3} | 1 | 103 | 10^{2} |
| volume | m^3 | 106 | 10 ⁹ | 1 | 10 ⁹ | 106 |

5. QUANTITES CARACTERISTIQUES EN DIFFUSION

• Le coefficient de diffusion est donné par la formule :

$$D = D_0 e^{-\frac{W}{RT}}$$

dans laquelle

 D_0

W énergie d'activation en diffusion

R constante des gaz parfaits 8.3144 J.K⁻¹.mole⁻¹

T température absolue

L'unité SI est le m².s⁻¹

• La concentration sur une surface est donnée par :

$$C = \frac{Pe}{D} \sqrt{\Delta P}$$

dans laquelle

Pe coefficient de perméation D coefficient de diffusion

ΔP différence de pression

6. QUELQUES VALEURS CARACTERISTIQUES EN DIFFUSION

On trouvera ici quelques ordres de grandeur (à 293 K) que l'utilisateur devra vérifier avant toute utilisation. On appelle

- ρ masse volumique
- **D** coefficient de diffusion

| | p kg.m ⁻³ | D m ² .s ⁻¹ |
|--------------|-----------------------------|--|
| Acier | 7 850 | |
| Aluminium | 2 700 | |
| Béton | 2 300 | |
| Bois // | 500 à 1 000 | |
| Caoutchouc | 1 200 | |
| Cuivre | 9 000 | |
| Fonte | 7 200 | |
| Plexiglas | 1 200 | |
| Plomb | 11 500 | |
| Résine époxy | 1 200 | |
| Roche | 2 500 | |
| Titane | 4 500 | |
| Verre | 2 500 | |
| Zinc | 7 100 | |

7. OPTIONS DE CALCULS THERMIQUES

OPTIon

Directive permettant de définir le type de calcul. Dépendant du type de maillage. Si le maillage est fait avec OPTIon DIMEnsion 2

AXISymétrie Les degrés de liberté dépendent du type d'éléments finis

T plus éventuellement TINF et TSUP. Dans ce cas géométrie, chargements et conditions aux limites

respectent la même symétrie de révolution. Les axes sont R (radial) et Z (axial); tous les R doivent être positifs.

PLAN Les degrés de liberté dépendent du type d'éléments finis

T plus éventuellement TINF et TSUP. C'est l'option par

défaut. Les axes sont X et Y.

Il n'y a pas d'OPTIon FOURier en thermique.

Si le maillage est fait avec OPTIon DIMEnsion 3

TRIDimensionnel Les degrés de liberté dépendent du type d'éléments finis

T plus éventuellement TINF et TSUP. Les axes sont X,

Y (axes horizontaux) et Z (axe vertical).

8. MODELES THERMIQUES

8.1 DESCRIPTION DE LA SYNTAXE

Le modèle est appliqué sur un MAILLAGE et sera relatif à un matériau. Il a pour but de spécifier une formulation éléments-finis ce qui va impliquer le nom des inconnues et de toutes quantités déduites (gradients ..) et le type de matériau. La forme la plus simple est (si TOTO est le MAILLAGE en question)

MO1 = **MODE** TOTO **THERMIQUE ISOTROPE** (noms des éléments); à laquelle il faut souvent ajouter (si TITI est le MAILLAGE en question)
MO2 = **MODE** TITI **CONVECTION** (**SUPERIEURE** ou **INFERIEURE** (noms des éléments)):

Les noms des éléments sont implicites en thermique, sauf dans quelques cas particuliers (en 2D conduction, l'élément géométrique SEG2 peut être soit COQ2 soit BARRe). Voir le tableau suivant à ce sujet.

Premier pas non linéaire

Si l'on impose une condition de type rayonnement sur (noms des éléments) : MO3 = **MODE** TITI **RAYONNEMENT** (noms des éléments) ;

Si, sur la même géométrie, on veut imposer plusieurs modèles (par exemple convection et rayonnement ou convection sur les deux faces d'une coque), il faut ajouter **CONS**tituant nomcons

Les modèles disponibles

THERMIQUE ISOTROPE THERMIQUE ORTHOTROPE THERMIQUE ANISOTROPE

CONVECTION CONVECTIONSUPERIEURE CONVECTION INFERIEURE

RAYONNEMENT

8.2 CORRESPONDANCE GEOMETRIE-ELEMENTS FINIS

Les valeurs par défaut sont entre parenthèses. La géométrie contient le nom après opération de maillage, tandis que l'élément fini est à choisir dans l'opérateur MODEle.

a) MODEle THERMIQUE

C'est le support géométrique qui permet de faire le lien avec les calculs mécaniques (voir le volume Mécanique des Structures).

| Géométrie | Eléments finis | DDL | Mode |
|-----------|----------------|-------------|-----------|
| SEG2 | BARR | T | PLAN,TRID |
| | COQ2 | T,TINF,TSUP | AXIS |
| TRI3 | (TRI3) | T | PLAN,AXIS |
| | COQ3 | T,TINF,TSUP | TRID |
| QUA4 | (QUA4) | T | PLAN,AXIS |
| | COQ4 | T,TINF,TSUP | TRID |
| TRI6 | (TRI6) | T | PLAN,AXIS |
| | COQ6 | T,TINF,TSUP | TRID |
| QUA8 | (QUA8) | T | PLAN,AXIS |
| | COQ8 | T,TINF,TSUP | TRID |
| TET4 | (TET4) | T | TRID |
| PYR5 | (PYR5) | T | TRID |
| PRI6 | (PRI6) | T | TRID |
| CUB8 | (CUB8) | T | TRID |
| TE10 | (TE10) | T | TRID |
| PY13 | (PY13) | T | TRID |
| PR15 | (PR15) | T | TRID |
| CU20 | (CU20) | T | TRID |

b) MODEle CONVECTION ou RAYONNEMENT

| Géométrie | Eléments finis | DDL | Mode | Face de |
|-----------|----------------|--------------|-----------|----------------|
| SEG2 | (SEG2) | T | PLAN,AXIS | TRI3,QUA4 |
| | COQ2 | TINF ou TSUP | AXIS | COQ2 |
| SEG3 | (SEG3) | T | PLAN,AXIS | TRI6,QUA8 |
| TRI3 | (TRI3) | T | TRID | TET4,PYR5,PRI6 |
| | COQ3 | TINF ou TSUP | TRID | COQ3 |
| QUA4 | (QUA4) | T | TRID | PYR5,PRI6,CUB8 |
| | COQ4 | TINF ou TSUP | TRID | COQ4 |
| TRI6 | (TRI6) | T | TRID | TE10,PY13,PR15 |
| | COQ6 | TINF ou TSUP | TRID | COQ6 |

| QUA8 | (QUA8) | T | TRID | PY13,PR15,CU20 |
|------|--------|--------------|-----------|----------------|
| | COQ8 | TINF ou TSUP | TRID | COQ8 |
| RAC2 | (RAC2) | T | PLAN,AXIS | TRI3,QUA4 |
| RAC3 | (RAC3) | T | PLAN,AXIS | TRI6,QUA8 |
| LIA3 | (LIA3) | T | TRID | TET4,PYR5,PRI6 |
| LIA4 | (LIA4) | T | TRID | PYR5,PRI6,CUB8 |
| LIA6 | (LIA6) | T | TRID | TE10,PY13,PR15 |
| LIA8 | (LIA8) | T | TRID | PY13,PR15,CU20 |

Les éléments :

| 2 SEG2 superposés |
|-------------------|
| 2 SEG3 superposés |
| 2 TRI3 superposés |
| 2 QUA4 superposés |
| 2 TRI6 superposés |
| 2 QUA8 superposés |
| |

sont utilisés pour modéliser le rayonnement face à face (h variable) ou les résistances thermiques. Dans ce cas le coefficient de convection fourni dans **MATE**riau est la conductance ou l'inverse de la résistance thermique. En effet $\Phi = \Delta T / r$.

8.3 DESCRIPTION DES ELEMENTS FINIS SOLIDES

a) Eléments unidimensionnels

L'élément BARRE OPTI DIME 2 (ou 3) MODE PLAN (ou TRID) ELEM SEG2 ;

segment à 2 nœuds

1 degré de liberté par nœuds T

défini par sa section composante SECTion de MATEriau

interpolation linéaire

b) Eléments bidimensionnels plans

L'élément TRI3 OPTI DIME 2 MODE PLAN ELEM TRI3 ;

triangle à 3 nœuds

1 degré de liberté par nœuds T

interpolation linéaire

L'élément QUA4 **OPTI DIME 2 MODE PLAN ELEM QUA4**;

quadrangle à 4 nœuds

1degré de liberté par nœuds T

interpolation linéaire

L'élément TRI6 **OPTI DIME 2 MODE PLAN ELEM TRI6**;

triangle à 6 nœuds

1 degré de liberté par nœuds T

interpolation quadratique

L'élément QUA8 OPTI DIME 2 MODE PLAN ELEM QUA8 ;

quadrangle à 8 nœuds

1 degré de liberté par nœuds

interpolation quadratique

c) Eléments bidimensionnels axisymétriques

L'élément COQ2 OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM SEG2 ;

segment à 2 nœuds

3 degrés de liberté par nœuds T, TINF, TSUP

défini par son épaisseur composante EPAIsseur de MATEriau

T

interpolation linéaire

L'élément TRI3 OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM TRI3 ;

triangle à 3 nœuds

1 degré de liberté par nœuds T

interpolation linéaire

L'élément QUA4 **OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM QUA4** ;

quadrangle à 4 nœuds

1 degré de liberté par nœuds T

interpolation linéaire

L'élément TRI6 **OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM TRI6**;

triangle à 6 nœuds

1 degré de liberté par nœuds T

interpolation quadratique

L'élément QUA8 **OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM QUA8;**

quadrangle à 8 nœuds

1 degré de liberté par nœuds

interpolation quadratique

d) Eléments tridimensionnels surfaciques

L'élément COQ3 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM TRI3;**

triangle à 3 nœuds

3 degrés de liberté par nœuds T, TINF, TSUP

défini par son épaisseur composante EPAIsseur de MATEriau

T

interpolation linéaire

L'élément COQ4 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM QUA4;**

quadrangle à 4 nœuds

non nécessairement plan mais cotés droits

3 degrés de liberté par nœuds T, TINF, TSUP

défini par son épaisseur composante EPAIsseur de MATEriau

interpolation linéaire

L'élément COQ6 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM TRI6 ;**

triangle à 6 nœuds cotés courbes

3 degrés de liberté par nœuds T, TINF, TSUP

défini par son épaisseur composante EPAIsseur de MATEriau

interpolation parabolique

L'élément COO8 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM QUA8;**

quadrangle à 8 nœuds

cotés courbes

3 degrés de liberté par nœuds T, TINF, TSUP

défini par son épaisseur composante EPAIsseur de MATEriau

interpolation parabolique

f) Eléments tridimensionnels massifs

L'élément TET4 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM CUB8;**

tétraèdre à 4 nœuds

arêtes droites

4 faces TRI3

1 degré de liberté par nœuds T

interpolation linéaire

L'élément PYR5 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM CUB8**;

23

pyramide à 5 nœuds

arêtes droites

3 faces TRI3 et 1 face QUA4

1 degré de liberté par nœuds T interpolation linéaire

L'élément PRI6

OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM PRI6;

prisme à 6 nœuds

arêtes droites

2 faces TRI3 et 3 faces QUA4

1 degré de liberté par nœuds

interpolation linéaire

L'élément CUB8

OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM CUB8;

T

T

T

T

hexaèdre à 8 nœuds

arêtes droites 6 faces QUA4

1 degré de liberté par nœuds

interpolation linéaire

L'élément TE10

OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM CU20 ;

tétraèdre à 10 nœuds

arêtes courbes

4 faces TRI6

1 degré de liberté par nœuds

interpolation parabolique

L'élément PY13

OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM CU20;

pyramide à 13 nœuds

arêtes courbes

3 faces TRI6 et 1 face QUA8

1 degré de liberté par nœuds

interpolation parabolique

L'élément PR15

OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM PR15;

prisme à 15 nœuds

arêtes courbes

2 faces TRI6 et 3 faces QUA8

1 degré de liberté par nœuds T

interpolation parabolique

L'élément CU20

OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM CU20;

hexaèdre à 20 nœuds

arêtes courbes

6 faces QUA8

1 degré de liberté par nœuds

T

interpolation parabolique

8.4 DESCRIPTION DES ELEMENTS FINIS CONVECTION

Ces éléments sont aussi valides pour les MODEle RAYONNEMENT.

a) Eléments bidimensionnels plans

L'élément SEG2 **OPTI DIME 2 MODE PLAN ELEM SEG2** :

segment à 2 nœuds, coté de TRI3 ou QUA4

1 degré de liberté par nœuds

interpolation linéaire

L'élément SEG3 **OPTI DIME 2 MODE PLAN ELEM SEG3**;

segment à 2 nœuds, coté de TRI6 ou QUA8

1 degré de liberté par nœuds T

interpolation linéaire

L'élément RAC2 **OPTI DIME 2 MODE PLAN ELEM RAC2**;

raccord à 2x2 nœuds, connexion entre TRI3 et QUA4

1 degré de liberté par nœuds

interpolation linéaire

L'élément RAC3 **OPTI DIME 2 MODE PLAN ELEM RAC3**;

raccord à 2x3 nœuds, connexion entre TRI6 et QUA8

1 degré de liberté par nœuds

interpolation linéaire

b) Eléments bidimensionnels axisymétriques

L'élément SEG2 **OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM SEG2**;

segment à 2 nœuds, coté de TRI3 ou QUA4

1 degré de liberté par nœuds 7

interpolation linéaire

L'élément SEG3 OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM SEG3 ;

segment à 2 nœuds, coté de TRI6 ou QUA8

1 degré de liberté par nœuds T

interpolation linéaire

L'élément RAC2 **OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM RAC2** ;

raccord à 2x2 nœuds, connexion entre TRI3 et QUA4

1 degré de liberté par nœuds

interpolation linéaire

L'élément RAC3 **OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM RAC3**;

raccord à 2x3 nœuds, connexion entre TRI6 et QUA8

1 degré de liberté par nœuds

interpolation linéaire

c) Eléments tridimensionnels surfaciques

L'élément COQ3 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM TRI3**;

triangle à 3 nœuds, face de COQ3

1 degré de liberté par nœuds TINF ou TSUP

interpolation linéaire

L'élément COQ4 OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM QUA4;

quadrangle à 4 nœuds, face de COQ4

non nécessairement plan mais cotés droits

1 degré de liberté par nœuds TINF ou TSUP

interpolation linéaire

L'élément COO6 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM TRI6** :

triangle à 6 nœuds, face de COQ6

cotés courbes

1 degré de liberté par nœuds

TINF ou TSUP

interpolation parabolique

L'élément COQ8 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM QUA8**;

quadrangle à 8 nœuds, face de COQ8

cotés courbes

1 degré de liberté par nœuds

TINF ou TSUP

interpolation parabolique

d) Eléments tridimensionnels massifs

L'élément TRI3 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM TRI3** ;

triangle à 3 nœuds, face de TET4, PYR5 ou PRI6

1 degré de liberté par nœuds

interpolation linéaire

L'élément QUA4 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM QUA4**;

T

quadrangle à 4 nœuds, face de PYR5, PRI6 ou CUB8

non nécessairement plan mais cotés droits

1 degré de liberté par nœuds T

interpolation linéaire

L'élément TRI6 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM TRI6**;

triangle à 6 nœuds, face de TE10, PY13 ou PR15

cotés courbes

1 degré de liberté par nœuds T

interpolation parabolique

L'élément QUA8 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM QUA8**;

quadrangle à 8 nœuds, face de PY13, PR15 ou CU20

cotés courbes

1 degré de liberté par nœuds

T

interpolation parabolique

L'élément LIA3 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM LIA3**;

raccord à 2x3 nœuds, connexion entre faces TRI3 de TET4, PYR5, PRI6

1 degré de liberté par nœuds T

interpolation linéaire

L'élément LIA4 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM LIA4** :

raccord à 2x4 nœuds, connexion entre faces QUA4 de PYR5, PRI6, CUB8

1 degré de liberté par nœuds

interpolation linéaire

L'élément LIA6 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM LIA6** ;

raccord à 2x6 nœuds, connexion entre faces TRI6 de TE10, PY13, PR15 1 degré de liberté par nœuds T interpolation linéaire

L'élément LIA8 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM LIA8**;

raccord à 2x8 nœuds, connexion entre faces QUA8 de PY13, PR15, CU20 1 degré de liberté par nœuds T interpolation linéaire

9. MATERIAUX EN THERMIQUE

9.1 MATERIAUX ISOTROPES

Le matériau est appliqué sur un MMODEL. La forme la plus simple est (si MO1 est le MMODEL en question)

MA1 = **MATE** MO1 **K** λ ('C' cp) (**RHO** ρ) (CARA car);

L'écriture C au lieu de 'C' créé un conflit avec l'alias C de l'opérateur CERCle.

λ représente le coefficient de conductibilité (composante K),

ρ représente la masse volumique (optionnel) (composante RHO),

cp représente la chaleur spécifique (optionnel) (composante C).

Les coefficients peuvent être de type FLOTTANT, EVOLUTION (variable en fonction d'un paramètre par exemple la température) ou MCHAML (variable en fonction de la géométrie).

CARA car représente les caractéristiques géométriques (si nécessaire) (composantes cara):

SECT sect (sections pour les éléments de barre)

EPAI ep (épaisseurs pour les éléments de "coques")

Ces données concernant les caractéristiques géométriques peuvent aussi être fournies à l'aide de l'opérateur **CARActéristique**.

CA1 = CARA MO1 CARA car;

à laquelle il faut souvent ajouter (si MO2 est le MMODEL en question)

MA2 = MATE MO2 H h;

h représente le coefficient d'échange par convection ou l'inverse de la résistance thermique (composante H).

La loi de Fourier s'écrit dans le cas isotrope (\dot{T}_i signifie $\frac{\partial T}{\partial x_i}$) en tridimensionnel

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K & Sym \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{T}_x \\ \dot{T}_y \\ 0 & 0 & K \end{bmatrix} = q$$

9.2 MATERIAUX ORTHOTROPES

Le repère d'orthotropie est fourni par l'option **DIREction** ou **RADIal**. Le principe est de se fixer une direction donnée puis de décrire le repère par rapport à cette direction.

La loi de Fourier s'écrit dans le cas orthotrope (\dot{T}_i signifie $\frac{\partial T}{\partial x_i}$) en tridimensionnel

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial x_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ . & K_2 & 0 \\ sym & . & K_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{T_1} \\ \dot{T_2} \\ \dot{T_3} \end{bmatrix} = q$$

Les caractéristiques sont fournies dans le repère d'orthotropie. La rotation vers le repère général (ou local) de calcul est faite par le programme.

Soit a_1 , a_2 , a_3 les cosinus directeurs du premier axe du second repère dans le premier repère. Soit b_1 , b_2 , b_3 les cosinus directeurs du deuxième axe du second repère dans le premier repère. Soit c_1 , c_2 , c_3 les cosinus directeurs du troisième axe du second repère dans le premier repère. La formule de transformation permettant de passer du second repère (') vers le premier est :

a) Coques

Les caractéristiques thermiques à fournir sont

K1, K2, K3 coefficients de conductibilité

RHO masse volumique C chaleur massique

La direction est fournie par

DIRE P1 (ou **RADI** P1) **PARA** (ou **PERP** ou (**INCL** ang (P3)))

On rappelle qu'il faut aussi fournir l'épaisseur **EPAI** épaisseur

b) Massifs bidimensionnels

Les caractéristiques thermiques à fournir sont

K1, K2 coefficients de conductibilité

RHO masse volumique C chaleur massique

c) Massifs tridimensionnels

Les caractéristiques thermiques à fournir sont

K1, K2, K3 coefficients de conductibilité

RHO masse volumique C chaleur massique

9.3 MATERIAUX ANISOTROPES

Le repère d'anisotropie est fourni par l'option **DIREction**, ou **RADIal**. Le principe est de se fixer une direction donnée puis de décrire le repère par rapport à cette direction.

La loi de Fourier s'écrit dans le cas anisotrope (\dot{T}_i signifie $\frac{\partial T}{\partial x_i}$) en tridimensionnel

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial x_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{11} & K_{21} & K_{31} \\ . & K_{22} & K_{32} \\ sym & . & K_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{T_1} \\ \dot{T_2} \\ \dot{T_3} \end{bmatrix} = q$$

Les caractéristiques sont fournies dans le repère d'anisotropie. La rotation vers le repère général (ou local) de calcul est faite par le programme.

Soit a_1 , a_2 , a_3 les cosinus directeurs du premier axe du second repère dans le premier repère. Soit b_1 , b_2 , b_3 les cosinus directeurs du deuxième axe du second repère dans le premier repère. Soit c_1 , c_2 , c_3 les cosinus directeurs du troisième axe du second repère dans le premier repère. La formule de transformation permettant de passer du second repère (') vers le premier est :

a) Massifs bidimensionnels

Les caractéristiques thermiques à fournir sont

K11, K21, K22 coefficients de conductibilité
RHO masse volumique
C chaleur massique

b) Massifs tridimensionnels

Les caractéristiques thermiques à fournir sont

K11, K21, K22, K31, K32, K33 coefficients de conductibilité
RHO masse volumique
C chaleur massique

9.4 MATERIAUX NON LINEAIRES

Par matériau non linéaire, on entend toute caractéristique thermique dépendant de la température y compris les coefficients de convection. Pour plus d'informations, voir les chapitres non linéaires (pages 50 à 55).

Dans le cas où la conductivité (par exemple mais ce serait pareil pour C et H) dépend de la température, il suffit de faire

evk = EVOL MANU T prt K prk;

prt LISTREEL - liste des températures construite par PROGression

prk LISTREEL - liste des conductivités construite par PROGression

MAC = MOC MATE K evk;

9.5 MATERIAUX CONVECTION

On distingue comme on l'a vu dans le chapitre MODELE, les éléments massifs et les éléments coques. Ces derniers sont caractérisés par leur épaisseur et un sens de parcours qui oriente la normale à l'élément (à ce sujet, on se reportera au volume Maillage et Description du Langage). Conventionnellement la normale est orientée de la face inférieure vers la face supérieure. Il peut y avoir plusieurs échanges sur une face, dans ce cas on mettra le mot CONStituant, sur le MMODEL.

a) Cas CONVECTION

Il faut fournir H,

b) Cas CONVECTION SUPERIEURE

Il faut fournir **H**

c) Cas CONVECTION INFERIEURE

Il faut fournir **H**

9.6 MATERIAUX RAYONNEMENT

On distingue comme on l'a vu dans le chapitre MODELE, les éléments massifs et les éléments coques. Ces derniers sont caractérisés par leur épaisseur et un sens de parcours qui oriente la normale à l'élément (à ce sujet, on se reportera au volume Maillage et Description du Langage). Conventionnellement la normale est orientée de la face inférieure vers la face supérieure.

Premier pas non linéaire

La seconde syntaxe du modèle permet d'imposer une émissivité.

MA3 = MATE MO3 EMIS ϵ ; (ou EINF ϵ_{inf} ou/et ESUP ϵ_{sup} dans le cas des coques)

 ϵ représente l'émissivité dans la relation $\Phi=\sigma\epsilon$ $(T_e{}^4$ - $T^4)$ (composante EMIS, EINF ou ESUP).

Il faut fournir **EMIS** dans le cas des massifs et **ESUP** ou/et **EINF** dans le cas des coques, mais c'est déjà un matériau non linéaire.

10. CONDITIONS AUX LIMITES THERMIQUES

Tous les opérateurs créent un objet de type RIGIDITE de sous-type CONDUCTIVITE ou BLOCAGE.

BLOQuer

Conditions de blocage unilatéral ou bilatéral sur un objet de type POINT ou MAILLAGE. Crée un objet de type RIGIDITE à assembler (**ET**) avec la conductivité globale. L'opérateur **DEPI**mposé est obligatoire si la température imposée est non nulle.

 $\underline{\text{Cas bilatéral}}$: On impose la valeur (fournie dans DEPImposé) des températures de mail: T = valeur

TI = BLOQ mot MAIB;

mot MOT valant **T** (ou **TSUP** ou **TINF**)

MAIB MAILLAGE

<u>Cas unilatéral</u>: On impose une borne (fournie dans DEPImposé) aux températures de mail: T < valeur (MAXI) ou T > valeur (MINI)

RCL2 = **BLOQ** (**MINI** ou **MAXI**) mot maib;

mot MOT valant **T** (ou **TSUP** ou **TINF**)

MAIB MAILLAGE

(voir RELAtion, DEPImposé)

CONDuctivité

Conditions aux limites de convection (partie hT). L'opérateur **CONVection** est obligatoire même si la température extérieure est nulle.

```
RCL1 = COND MA1 MO1;
```

MA1 MCHAML (composante H)

MO1 MMODEL

(voir CONVection, MATEriau, MODEle)

RELAtion

Relations linéaires unilatérale ou bilatérale entre températures. Crée un objet de type RIGIDITE à assembler (**ET**) avec la conductivité globale. L'opérateur **DEPI**mposé est obligatoire si la température imposée est non nulle. On impose la valeur (fournie dans **DEPI**mposé) de la relation : $\Sigma(\text{coef}_i \ T_i)$ = valeur

<u>Cas bilatéral</u>: On impose la valeur (fournie dans **DEPI**mposé) de la relation: $\Sigma(\text{coef}_i T_i) = \text{valeur}$

```
RCL2 = RELA coef1 ddl1 mail1 +ou- coef2 ddl2 mail2 ....;
```

 $\underline{\text{Cas unilat\'eral}}\text{: On impose une borne (fournie dans } \textbf{DEPI}\text{mpos\'e}) \text{ à la relation: } \Sigma(\text{coef}_i \\ T_i) < \text{valeur (MAXI) ou } \Sigma(\text{coef}_i \\ T_i) > \text{valeur (MINI)}$

```
RCL3 = RELA (MINI ou MAXI) coef1 ddl1 mail1 +ou- coef2 ddl2 mail2 ...;
```

ddli MOT valant **T** (ou **TSUP** ou **TINF**)

coefi FLOTTANT

maili MAILLAGE ou POINT

Il doit y avoir le même nombre de nœuds dans tous les mail_i. La relation est imposée nœud par nœud. ddli représente T ou TINF ou TSUP. Cet opérateur permet aussi d'assurer la liaison coque-massif par relation entre TSUP et TINF d'un coté et T de l'autre.

(voir BLOQuer, DEPImposé)

Pour un problème de thermique, <u>la relation de symétrie qui s'écrit $\Phi = 0$ est implicite</u> (dans une formulation déplacement). Elle est équivalente à

FF = FLUX MO1 0. MAIL1;

(voir chargement page 36)

11. CHARGEMENTS THERMIQUES

Tous les opérateurs créent un objet de type CHPOINT dont les composantes sont Q et éventuellement QSUP et QINF, sauf MANU où l'on fournit le nom de la composante qui doit prendre l'une de ces trois valeurs. On peut changer le nom de(s) la composante(s) avec l'opérateur NOMC.

Note sur la NATURE des CHPOINT (en thermique):

- Il y a trois NATURE possibles: INDETERMINE, DIFFUS, DISCRET.
- Les CHPOINT INDETERMINE sont créés par MANU CHPO, PSCA, toutes les fonctions élémentaires (voir le volume Langage et Maillage).
- Les CHPOINT DIFFUS sont créés par CHAN CHPO (voir le volume Post-Traitements), CHPO, COOR, (MANU CHPO), RESO.
- Les CHPOINT DISCRET sont créés par CONV, DEPI, FLUX, (MANU CHPO), REAC (voir le volume Post-Traitements), RESU (voir le volume Post-Traitements ou le volume Vérification des Données), SOUR.
- On peut changer la NATURE d'un CHPOINT avec l'opérateur CHAN ATTR.
- On ne peut assembler par ET que des CHPOINT de même NATURE (DISCRET ou DIFFUS).
- L'assemblage de CHPOINT DISCRET est additive. C'est un CHPOINT DISCRET.
- L'assemblage de CHPOINT DIFFUS n'est possible que si les valeurs aux nœuds communs sont les mêmes. C'est un CHPOINT DIFFUS.
- Exemple simple d'assemblage

Soit le maillage MT formé de M1 (QUA4) et M2 (COQ2) qui ont un point commun. On veut imposer la même source ponctuelle sur tous les points ce qui ne résout pas le problème de la relation entre TSUP, TINF et T. Sur les sept solutions proposées, trois permettent d'obtenir le résultat escompté, une fournit un résultat inattendu et trois se terminent par un message d'erreur. Aux QSUP et QINF près, ces remarques sont valables si M2 est formé aussi de QUA4.

```
1) C1 = MANU CHPO 1 M1 Q 10;

C2 = MANU CHPO 3 M2 Q 10 QSUP 10 QINF 10;

CT = C1 et C2;
```

Cette opération est illicite car les CHPOINT sont de nature INDETERMINE

2) C1 = MANU CHPO 1 M1 Q 10 NATURE DISCRET; C2 = MANU CHPO 3 M2 Q 10 QSUP 10 QINF 10; CT = C1 et C2;

Cette opération est illicite car les CHPOINT sont de nature différente

3) C1 = MANU CHPO 1 M1 Q 10 NATURE DISCRET; C2 = MANU CHPO 3 M2 Q 10 QSUP 10 QINF 10 NATURE DISCRET;

CT = C1 et C2;

La valeur de Q au point commun est 20

4) C1 = MANU CHPO 1 M1 Q 10 NATURE DIFFUS; C2 = MANU CHPO 3 M2 Q 10 QSUP 10 QINF 10 NATURE DIFFUS; CT = C1 et C2; La valeur de Q au point commun est 10

5) C1 = MANU CHPO 1 M1 Q 20 NATURE DIFFUS; C2 = MANU CHPO 3 M2 Q 10 QSUP 10 QINF 10 NATURE DIFFUS;

CT = C1 et C2;

Cette opération est illicite car les CHPOINT prennent 2 valeurs différentes au point commun

6) C1 = MANU CHPO 1 MT Q 10 NATURE DISCRET (ou DIFFUS); C2 = MANU CHPO 2 M2 QSUP 10 QINF 10 NATURE DISCRET (ou DIFFUS); CT = C1 et C2;

La valeur de Q au point commun est 10

- Une opération (+ ou -) entre deux CHPOINT est toujours possible et obéit à des règles particulières indépendantes de leur NATURE. Toutefois, si leur NATURE est différente, le résultat est INDETERMINE.
- S'ils ont le même support et les mêmes composantes, celles-ci sont additionnées ou soustraites.
 - Dans le cas contraire, les deux CHPOINT sont assemblés au sens DISCRET.
- Si l'on reprend l'exemple précédent en remplaçant « **et** » par « + », seul le cas 6 quelle que soit la NATURE fournit le résultat attendu, <u>tous les autres fournissent</u> un résultat inattendu.
- Une multiplication (*) entre deux CHPOINT n'est possible que si l'un des deux a une seule composante de nom SCAL.
- Une division (/) entre deux CHPOINT n'est possible que si l'un des deux (qui devient de fait automatiquement le diviseur) a une seule composante de nom SCAL.
- L'addition, la soustraction (elle n'est pas commutative), la multiplication, la puissance ou la division (+, -, *, **, /) d'un CHPOINT avec ou par un FLOTTANT affecte toutes les composantes sans changer leur nom et ne change pas la NATURE.
- La combinaison linéaire de CHPOINT (COLI) obéit aux mêmes règles que l'addition (+).

CONVection

Calcul d'échanges convectifs de type $\Phi = h$ (T_e - T). Ici on calcule la partie h T_e . Si l'on omet cet opérateur, la température extérieure est nulle dans l'unité choisie.

FCO = **CONV** MA MO **T** valeur;

MA MCHAML de matériau (composante H)

MO MMODEL de convection

valeur FLOTTANT représentant la valeur imposée (à la place de T valeur, on peut mettre un CHPOINT de composante T)

FCO CHPOINT de nature DISCRET

Permet aussi de fournir T_e pour les modèles de rayonnement mais on peut aussi utiliser MANUel.

(voir CONDuctivité pour la partie hT, MATEriau, MODEle)

DEPImposé

Valeurs imposées d'une température. Est relatif à un objet RIGIDITE créé par

BLOQuer ou RELAtion. A ne pas confondre avec la directive de maillage DEPLacer.

FI = DEPI RIB valeur;

RIB RIGIDITE (sous type BLOCAGE)

valeur FLOTTANT représentant la valeur imposée

CHPOINT - dans ce cas les composantes du CHPOINT doivent coïncider avec celles fournies dans BLOQ ou RELA. Au besoin, on utilisera l'opérateur NOMC.

FI CHPOINT de nature DISCRET

(voir BLOQUer, MANUel, RELAtion)

FLUX

Valeurs nodales équivalentes à un flux surfacique

FF = **FLUX** MO1 flux MAI1 (**DIRE**ction V1) (MOT);

MO1 MMODEL

flux valeur du flux (positif s'il entre dans MO1)

MAI1 MAILLAGE (représentant la surface soumise au flux)

DIRE Direction du flux (par défaut normale à MAI1)

MOT SUPErieur ou INFErieur pour les éléments coques

FF CHPOINT de nature DISCRET

MANUel

Crée par défaut un CHPOINT de nature INDETERMINE

• Valeurs nodales d'une source ponctuelle.

FP = MANU CHPO MAIS 1 Q q NATURE DISCRET;

MAIS MAILLAGE (représentant les points du solide où la source q est imposée)

FP = MANU CHPO MAIC 3 Q q QSUP qs QINF qi NATURE DISCRET;

MAIC MAILLAGE (représentant les points des coques où la source q est imposée)

• Température extérieure pour la convection (dans le cas PASAPAS)

$FP = MANU CHPO MAIS 1 T T_{ext} NATURE DISCRET;$

MAIS MAILLAGE (représentant les points où la condition est imposée) On peut aussi mettre TSUP et/ou TINF dans le cas des éléments coques.

• Températures pour un CHPOINT initial

FP = MANU CHPO MAIS 1 T T NATURE DIFFUS;

MAIS MAILLAGE (représentant les points du solide où la température T est imposée)

FP = MANU CHPO MAIC 3 T T TSUP Ts TINF Ti NATURE DIFFUS:

MAIC MAILLAGE (représentant les points de coques où la température T est imposée)

• Températures pour un CHPOINT imposé

FP = MANU CHPO MAIS i compi v NATURE DISCRET;

MAIT MAILLAGE (représentant les points où la(les) composante(s) compi est(sont) imposée(s))

i ENTIER nombre de composantes concernées

compi MOT nom des composantes à choisir entre T, TINF, TSUP

v FLOTTANT valeur de la composante

(voir CHARgement, DEPImposé, PASAPAS)

SOURce

Valeurs nodales équivalentes à une source volumique

FS = SOUR MO1 source MAI1 (MA);

MO1 MMODEL

source valeur de la source (elle peut être positive -apport- ou négative -puits-)

FLOTTANT ou CHPOINT à une ou trois composantes

MAI1 MAILLAGE (représentant la partie soumise à la source)

MA MCHAML (composante cara)

FS CHPOINT de nature DISCRET

12. RESOLUTION EN THERMIQUE (REGIME PERMANENT)

CAPAcité

Calcul des matrices de capacité. La forme la plus simple est (si MA représente l'ensemble des matériaux - on a besoin de ρ , de cp et éventuellement des caractéristiques géométriques - et MO l'ensemble des modèles)

CAIT = CAPA MA MO ;

MA MCHAML de matériau (composantes C, RHO et cara)

MO MMODEL

CONDuctivité

Calcul des matrices de conductibilité. Ceci est valable pour les éléments de conduction (on a besoin de λ et éventuellement des caractéristiques géométriques), les résistances thermiques (on a besoin de h) et les éléments de convection (on a besoin de h). La forme la plus simple est (si MA représente l'ensemble des matériaux et MO l'ensemble des modèles)

COIT = COND MA MO;

MA MCHAML de matériau (composantes K et cara ou H)

MO MMODEL

(voir CONVection)

ET

Assemblage des RIGIDITE créées par BLOQuer, MANUel, RELAtion, CONDuctivité.

Assemblage des CHPOINT de même nature créés par CONVection, DEPImposé, FLUX, MANUel, SOURce

Assemblage des MASSE créées par LUMPer, MANUel, CAPAcité.

LUMPer

Sommation des lignes de la matrice CRHO sur la diagonale. Souvent nécessaire en transitoire mais attention aux éléments à interpolation quadratique (voir page 86).

ML = LUMP MIT;

Attention : La diagonalisation effectuée par CASTEM2000 $^{\$}$ correspond à sommer les termes d'une ligne sur la diagonale. Ce qui revient à l'opération suivante :

$$C_{ii} = \sum_{j} \int \rho C_p N_i N_j dV \text{ et } C_{ij} = 0 \text{ pour } j \neq i$$

En conséquence pour les éléments à interpolation parabolique cela peut engendrer quelques problèmes :

TRI6 les termes correspondants aux sommets sont nuls

QUA8 les termes correspondants aux sommets sont négatifs

TE10 les termes correspondants aux sommets sont négatifs

PY13 les termes correspondants aux sommets sont négatifs

PR15 les termes correspondants aux sommets sont négatifs

CU20 les termes correspondants aux sommets sont négatifs

Pour éviter ce problème, on peut envisager d'autres types de diagonalisation du genre

$$C_{ii} = \alpha \int \rho C_P N_i^2 dV \text{ avec } \alpha = \frac{\int \rho C_P dV}{\sum_j \int \rho C_P N_j^2 dV}$$

que l'on peut effectuer de la façon suivante

Si toutes les caractéristiques sont constantes, cela revient à pondérer chaque terme diagonal de la matrice consistante par la somme des termes diagonaux et à annuler les termes extradiagonaux.

(voir CAPAcité)

RESOlution

Résolution de l'équation K T = Q. La syntaxe est (si COT représente l'ensemble des conductibilités/convections et QT l'ensemble des chargements).

TT = RESO COT QT (GRAD);

COT RIGIDITE (sous type CONDUCTIVITE)

QT CHPOINT de sources (composantes Q, QSUP, QINF). Sa nature est indifférente.

TT CHPOINT de nature DIFFUS (composantes T, TSUP, TINF).

La résolution peut être faite avec une méthode itérative de type gradient conjugué (méthode de Crout)

SUPEr élément

Lors d'un calcul par super-éléments, il y a cinq étapes principales qui font appel à des opérateurs différents :

Construction des super éléments

Construction des super charges

Assemblage des éléments/super éléments

Résolution du système assemblé

SUPER RIGIdité

RESOlution

Retour dans les super-éléments SUPEr DEPLacement

(voir la partie spécifique page 44)

13. EXEMPLES PERMANENTS LINEAIRES THERMIQUES

13.1 EXEMPLE DE BASE

Opérateurs utilisés : BLOQué, CONDuction, CONVection, DEPImposé, ET, FLUX, MANUel, MATEriau, MODE, RELAtion, RESOlution, SOURce.

On suppose que le maillage est construit tant pour la conduction que pour les conditions aux limites de convection et que pour toute sorte de chargements.

1^{ère} étape

Définir le (les) modèle(s)

• pour la conduction

MOC = MAIC **MODE THERMIQUE ISOTROPE**;

• pour la convection ou les résistances thermiques

MOE = MAIE MODE CONVECTION (INFERIEUR ou SUPERIEUR);

2^{ème} étape

Définir le (les) matériau(x)

• pour la conduction (le FLOTTANT k, conductibilité, peut être variable en fonction de la géométrie, dans ce cas c'est un MCHAML).

$$MAC = MOC MATE K k$$
:

• pour la convection ou les résistances thermiques (le FLOTTANT h, coefficient d'échange ou conductance, peut être variable en fonction de la géométrie, dans ce cas c'est un MCHAML).

```
MAE = MOE MATE H h:
```

Si un coefficient (H ou K) varie avec la géométrie, il faut

construire un CHPOINT

vérifier que le nom de la composante (H ou K) est le bon

sinon utiliser **NOMC**omposante

transformer en MCHAML avec CHAN CHAM

 $3^{\text{\`e}me}$ étape

Calculer les matrices de conduction pour la conduction et les résistances thermiques

CAC = COND MA MO ;

4^{ème} étape

Définir les conditions aux limites

convection

LAC = COND MAE MOE;

• températures imposées

LAT = **BLOQ T** MAIM (**TSUP** MASU ou **TINF** MAIN);

• relations entre températures

LAR = RELA ...

5^{ème} étape

Définir les chargements

• convection

CAC = CONV MAE MOE T TEXT;

le FLOTTANT TEXT, température extérieure, peut dépendre de la géométrie, dans ce cas c'est un CHPOINT. On ne fait pas cette opération pour les résistances thermiques.

• flux imposés

 $CAF = FLUX MOF \Phi (MAF);$

le FLOTTANT Φ , flux surfacique, peut dépendre de la géométrie, dans ce cas c'est un CHPOINT(dans ce cas, on ne met pas le MAILLAGE).

Rappel: la condition de flux nul (ou de symétrie) est implicite.

• sources volumiques imposées

CAS = SOUR MOS q (MAS);

le FLOTTANT q, source volumique, peut dépendre de la géométrie, dans ce cas c'est un CHPOINT (dans ce cas, on ne met pas le MAILLAGE).

• températures imposées

CAT = **DEPI** LAT θ ;

le FLOTTANT θ , température imposée, peut dépendre de la géométrie, dans ce cas c'est un CHPOINT.

• sources ponctuelles imposées

CAP = MANU CHPO MAP 1 Q q NATURE DISCRET;

le FLOTTANT q, source ponctuelle imposée.

6^{ème} étape

Assemblage par ET

des conductions et conditions aux limites des chargements CTOT QTOT

7^{ème} étape

Résolution du système linéaire

TT = RESO CTOT QTOT;

13.2 UTILISATION DES SUPER-ELEMENTS

Opérateurs utilisés : BLOQué, CONDuction, CONVection, DEPImposé, ET, FLUX, MANUel, MATEriau, MODE, RELAtion, RESOlution, SOURce, SUPEr.

On suppose que le maillage est construit tant pour la conduction que pour les conditions aux limites de convection et que pour toute sorte de chargements ainsi que pour les nœuds maîtres.

1^{ère} étape

Définir le (les) modèle(s)

• pour la conduction

MOC = MAIC **MODE THERMIQUE ISOTROPE**;

• pour la convection ou les résistances thermiques

MOE = MAIE **MODE CONVECTION** (**INFERIEUR** ou **SUPERIEUR**);

2^{ème} étape

Définir le (les) matériau(x)

• pour la conduction (le FLOTTANT k, conductibilité, peut être variable en fonction de la géométrie, dans ce cas c'est un MCHAML).

MAC = MOC MATE K k;

• pour la convection ou les résistances thermiques (le FLOTTANT h, coefficient d'échange ou conductance, peut être variable en fonction de la géométrie, dans ce cas c'est un MCHAML).

MAE = MOE MATE H h;

Si un coefficient (H ou K) varie avec la géométrie, il faut

construire un CHPOINT

vérifier que le nom de la composante (H ou K) est le bon

sinon utiliser **NOMC**omposante

transformer en MCHAML avec CHAN CHAM

3^{ème} étape

Calculer les matrices de conduction pour la conduction et les résistances thermiques

CAC = COND MA MO ;

4^{ème} étape

Définir les conditions aux limites

• convection

LAC = COND MAE MOE;

• températures imposées

LAT = **BLOQ T** MAIM (**TSUP** MASU ou **TINF** MAIN);

• relations entre températures

LAR = RELA ...;

5^{ème} étape

Définir les chargements

• convection

CAC = CONV MAE MOE T TEXT;

le FLOTTANT TEXT, température extérieure, peut dépendre de la géométrie, dans ce cas c'est un CHPOINT

• flux imposés

 $CAF = FLUX MOF \Phi (MAF)$;

le FLOTTANT Φ, flux surfacique, peut dépendre de la géométrie, dans ce cas c'est un CHPOINT (dans ce cas, on ne met pas le MAILLAGE).

Rappel: la condition de flux nul (ou de symétrie) est implicite.

• sources volumiques imposées

CAS = SOUR MOS q (MAS);

le FLOTTANT q, source volumique, peut dépendre de la géométrie, dans ce cas c'est un CHPOINT(dans ce cas, on ne met pas le MAILLAGE).

• températures imposées

CAT = **DEPI** LAT θ ;

le FLOTTANT θ , température imposée, peut dépendre de la géométrie, dans ce cas c'est un CHPOINT.

• sources ponctuelles imposées

CAP = MANU CHPO MAP 1 Q q NATURE DISC;

le FLOTTANT q, source ponctuelle imposée.

6^{ème} étape

Assemblage par ET

des conductions et conditions aux limites CTOT1

(sauf celles sur les points maîtres BTM)

des chargements QTOT1

7^{ème} étape

Condensation des conductivités sur les points maîtres

CS = **SUPE RIGI** CTOT1 MACAC;

8^{ème} étape

Condensation des chargements

QS = SUPE CHAR CS QTOT1;

9^{ème} étape

Extraction des conductivités

CSEQ = EXTR RIGI CS;

10^{ème} étape

Assemblage par ET

des conductions et conditions aux limites CTOT, CSEQ des chargements QTOT, QS

11^{ème} étape

Résolution du système linéaire

TEQ = RESO (CSEQ ET BTM) QS;

 $12^{\grave{e}me}$ étape

Retour dans le super-élément

TT = **SUPE DEPL** CS TEQ; conditions aux limites KT1 = **EXTR** CS **RIGT**; conductivité totale

TV1 = RESO kt1 (tt ET qtot1);

14. CALCULS PERMANENTS NON LINEAIRES THERMIQUES

lire d'abord le chapitre CALCULS THERMIQUES LINEAIRES

Le temps n'intervient pas explicitement mais tous les paramètres peuvent dépendre de T (conductibilité $\lambda(T)$, convection h(T), rayonnement, chargements $(Q(T), \Phi(T))$

CHARgement

Crée un objet de type CHARGEME.

CH1 = CHAR mot QT EV;

ou CH2 = CHAR mot tal ta2;

mot MOT Q, TE ou TIMP

Q pour FLUX ou SOUR (ou par MANU), TE pour convection ou rayonnement (par MANU), TIMP pour DEPI.

QT CHPOINT de sources ou de températures.

EV EVOLUTIO

tal TABLE indicée par des entiers (à partir de 0) contenant les « temps » (FLOTTANT)

ta2 TABLE indicée par les mêmes entiers contenant les chargements (CHPOINT)

(voir EVOLution, CONVection, DEPImposé, FLUX, MANUel, SOURce)

DIMEnsion

Permet d'obtenir la dimension d'une table. Utile pour post-traiter les calculs issus de PASAPAS.

NN = DIME TAB1.TEMPS;

TAB1.TEMPS TABLE contenant les temps conservés par PASAPAS En permanent non linéaire, NN peut valoir 2.

(voir opérateurs de post-traitement)

EVOLution

Définition des chargements Définition des variations de coefficients

(voir CHARgement, MATEriau, PROGression)

FFORme

Calcul des facteurs de forme dans une cavité rayonnante. Il est appelé par PASAPAS. Plusieurs options sont a priori permises mêmes si dans PASAPAS standard, trois seulement sont utilisées. La cavité doit être décrite par une ligne (ou une surface) dont la normale est dirigée vers l'intérieur.

CF = **FFOR** mo; forme utilisée par PASAPAS

CF = **FFOR** mo **CVXE**; forme utilisée par PASAPAS (indice CONVEXE=VRAI)

CF = FFOR mo SYME p1 p2 (p3) ;

CF = **FFOR** mo **NNOR**; forme utilisée par PASAPAS (indice FERME=FAUX)

CF = FFOR mo ABSO fa:

mo MMODEL s'appuyant sur le MAILLAGE de la cavité

CF MCHAML à deux composantes (SURF et MIDL)

CVXE la cavité est convexe (par défaut elle est concave)

SYME la cavité est symétrique (droite passant par p1, p2 en 2D, plan passant par p1, p2, p3 en 3D). Ne marche pas en axisymétrique. La droite (ou le plan) de symétrie ne doit pas être maillé.

NNOR pour une cavité ouverte, on ne normalise pas CF.

ABSO l'intérieur de la cavité a un coefficient d'absorption de fa (fournir un FLOTTANT négatif). Incompatible avec CVXE et SYME

(voir PASAPAS)

HRAYO

Permet de calculer le coefficient d'échange lors du rayonnement face à face

INDEx

(voir TABLe dans le volume langage et maillage)

MATEriau

Le matériau de la procédure contient

• les termes issus de la convection (CONVECTION), du rayonnement (RAYONNEMENT) et de la conduction (THERMIQUE) avec 'C'=0. et RHO=0. dans l'indice CARACTERISTIQUES de la table.

MODEle

Le modèle de la procédure contient

- les termes issus de la convection (CONVECTION) et de la conduction (THERMIQUE) dans l'indice MODELE de la table.
- les termes issus du rayonnement (RAYONNEMENT) dans l'indice RAYONNEMENT . i . MODELE de la table.

PASAPAS

Procédure de calculs non linéaires. Résolution de K(T) T = Q(T).

PASAPAS TAB1:

TAB1 TABLE contenant les données et les résultats. Elle doit être déclarée comme telle avant utilisation.

TAB1 = TABL:

<u>Données</u>

TAB1.**BLOCAGES_THERMIQUES** conditions aux limites (RIGIDITE) TAB1.**CARACTERISTIQUES** matériaux (MCHAML) -

composantes \mathbf{K} , $\mathbf{C}(=0.)$,

RHO(=0.), **H**,**EMIS**, **ESUP**,

EINF, SECT, EPAI.

TAB1.**CHARGEMENT** chargement (CHARGEME)
TAB1.**MODELE** modèles (MMODEL)

TAB1.PROCEDURE_THERMIQUE NONLINEAIRE

TAB1.TEMPERATURES TABLE

TAB1.TEMPERATURES.0 CHPOINT (températures initiales),

> pour initialiser les itérations (par défaut elles sont nulles ce qui est

suffisant)

TAB1.TEMPS_CALCULES pas calculés (LISTREEL)- par

incrément entre 0 et 1 -

TAB1.TEMPS SAUVES pas sauvés en plus des pas initial et

final -(facultatif, par défaut tous les

pas calculés)

TAB1.CELSIUS VRAI - calcul en °C

> **FAUX** - calcul en K (par défaut) seulement s'il y a du rayonnement

TAB1.RAYONNEMENT **TABLE**

TABLE (i représente le numéro de TAB1.RAYONNEMENT. i

la frontière. Chaque frontière ne

peut supporter qu'un

CONStituant)

TAB1.RAYONNEMENT. i .TYPEMOT (INFINI ou CAVITE) TAB1.RAYONNEMENT. i .MODELE MMODEL de la zone

TAB1.RAYONNEMENT. i .CONVEXE LOGIQUE (dans le cas CAVITE) TAB1.RAYONNEMENT. i .FERME LOGIQUE (dans le cas **CAVITE**)

TAB1.RELAXATION_THETA FLOTTANT (1.) TAB1.SOUS_RELAXATION FLOTTANT (1.)

Résultats

TAB1.TEMPERATURES températures (TABLE de

CHPOINT)

TAB1.TEMPS temps sauvés (TABLE de

LISTREEL)

(voir TABLe dans le chapitre langage et maillage)

15. EXEMPLES PERMANENTS NON LINEAIRES THERMIQUES

15.1 EXEMPLE DE BASE

Opérateurs utilisés : BLOQué, CHARgement, DEPImposé, ET, EVOLution, FLUX, MANUel, MATEriau, MODEle, PASAPAS, PROGression, RELAtion, SOURce.

On suppose que le maillage est construit tant pour la conduction que pour les conditions aux limites de convection et que pour toute sorte de chargements.

1^{ère} étape

Définir le (les) modèle(s)

• pour la conduction

MOC = MAIC **MODE THERMIQUE ISOTROPE**;

• pour la convection ou les résistances thermiques

MOE = MAIE MODE CONVECTION (INFERIEUR ou SUPERIEUR)

CONS MOCO;

pour le rayonnement

MOR = MAIR **MODE RAYONNEMENT CONS** MORA;

 $2^{\grave{e}me}$ étape

Définir le (les) matériau(x)

• pour la conduction (le FLOTTANT k, conductibilité, peut être variable en fonction de la géométrie, dans ce cas c'est un MCHAML - voir page 42).

```
MAC = MOC MATE K k 'C' 0. RHO 0. :
```

Dans le cas où la conductivité dépend de la température, il suffit de faire

```
evk = EVOL MANU T prt K prk;
```

prt LISTREEL - liste des températures construite par PROGression

prk LISTREEL - liste des conductivités construite par PROGression

MAC = MOC MATE K evk 'C' 0. RHO 0.;

• pour la convection ou les résistances thermiques (le FLOTTANT h, coefficient d'échange ou conductance, peut être variable en fonction de la géométrie, dans ce cas c'est un MCHAML).

```
MAE = MOE MATE H h;
```

Dans le cas où le coefficient d'échange dépend de la température, il suffit de faire

```
evh = EVOL MANU T prt H prh;
```

prt LISTREEL - liste des températures

prh LISTREEL - liste des coefficients d'échange

MAE = MOE MATE H evh;

• pour le rayonnement

MAR = MOR MATE EMIS ε (ESUP ε_{sup}) (EINF ε_{inf});

Si un coefficient (H ou K) varie avec la géométrie, il faut

construire un CHPOINT

vérifier que le nom de la composante (H ou K ou EMIS ou ESUP ou EINF) est le bon sinon utiliser **NOMC**omposante

transformer en MCHAML avec CHAN CHAM

3^{ème} étape

Définir les conditions aux limites

• températures imposées

LAT = **BLOQ T** MAIM (**TSUP** MASU ou **TINF** MAIN);

• relations entre températures

```
LAR = RELA ...
```

 $4^{\text{\`e}me}$ étape

Définir les chargements

• convection (y compris résistances thermiques : dans ce cas mettre TEXT=0)

CAC = MANU CHPO MAE 1 T TEXT NATURE DISCRET;

• rayonnement

CAC = MANU CHPO MAE 1 T TEXT NATURE DISCRET:

• flux imposés

 $CAF = FLUX MOF \Phi (MAF)$;

le FLOTTANT Φ , flux surfacique, peut dépendre de la géométrie, dans ce cas c'est un CHPOINT(dans ce cas, on ne met pas le MAILLAGE).

Rappel: la condition de flux nul (ou de symétrie) est implicite.

• sources volumiques imposées

CAS = SOUR MOS q (MAS);

le FLOTTANT q, source volumique, peut dépendre de la géométrie, dans ce cas c'est un CHPOINT (dans ce cas, on ne met pas le MAILLAGE).

• températures imposées

CAT = **DEPI** LAT θ ;

le FLOTTANT θ , température imposée, peut dépendre de la géométrie, dans ce cas c'est un CHPOINT.

• sources ponctuelles imposées

CAP = MANU CHPO MAP 1 Q q NATURE DISCRET;

le FLOTTANT q, source ponctuelle imposée.

5^{ème} étape

Définir les chargements. Pour chacun, définir abscisse, ordonnée, fonction puis chargement. Les chargements peuvent être découpés en incrément si, par exemple il y a des problèmes de convergence.

XX = PROG ...;

YY = PROG ...;

EVI = EVOL MANU abs XX ord YY ;

 $CHS = CHAR \ Q \ EVI \ CAS \ ;$ (source ou flux)

CHC = **CHAR TE** EVI CAC; (convection ou rayonnement)

CHT = **CHAR TIMP** EVI CAT; (température imposée)

6^{ème} étape

Remplir les indices de la table.

TA1 = TABL;

TA1 . **MODELE**= MOC **ET** MOE ; (MODE)

TA1 . **CELSIUS**= **VRAI** (ou **FAUX**);

```
TA1 . BLOCAGES_THERMIQUES= lat ET lar; (BLOQ,RELA)
```

TA1 . **CHARGEMENT**= chr **ET** chc **ET** chf **ET** cht **ET** chs ; (CHAR)

TA1 . TEMPERATURES= TABL;

TA1 . **TEMPERATURES . 0** = **MANU CHPO** MAIC **1 T** tinit ;

TA1 . CARACTERISTIQUES= MAC ET MAE ET MAR; (MATE)

TA1 . TEMPS_CALCULES= PROG 0. PAS p 1.;

TA1 . $RELAXATION_THETA = 1.$;

TA1 . **SOUS_RELAXATION= 1.**;

TA1 . RAYONNEMENT = TABL ;

puis autant que nécessaire,

 $TA1 \cdot RAYONNEMENT \cdot i = TABL$;

(Chaque frontière ne supporte qu'un CONStituant)

TA1 . **RAYONNEMENT .** i . **TYPE = INFINI** (ou **CAVITE**);

TA1 . RAYONNEMENT . i . MODELE = MORi ; (MODE)

TA1 . PROCEDURE_THERMIQUE = NONLINEAIRE;

 $7^{\text{\`e}me}$ étape

Appel de la procédure PASAPAS.

PASAPAS TA1;

15.2 APPROCHE DE LA CONVECTION

a) Rappel sur la Convection Forcée

Le flux convectif s'écrit $\Phi = \int_{S} h(T)(T_{EXT} - T)dS$ avec h(T) fourni par la formule :

$$Nu = \frac{h(T)L}{\lambda} = ARe^{m}Pr^{n}$$

Nu Nombre de Nusselt avec

Pr Nombre de Prandtl $Pr = \frac{\mu C_P}{\lambda}$ Re Nombre de Reynolds $Re = \frac{\rho UL}{\mu}$

A,m,n Constantes dépendant de la géométrie et du fluide

Dans CASTEM2000[®], le terme « h(T)T » est pris en compte dans l'opérateur CONDuction, et le terme «h(T)T_{EXT} » par l'opérateur CONVection ou CHARgement. Dans la suite on verra un exemple particulier pour prendre en compte h(T). Si h est constant, on est ramené à un problème linéaire (voir le chapitre correspondant page 36).

b) La Convection Naturelle

On parle de convection naturelle si Gr*Pr>1000. Le flux convectif s'écrit de la même manière, avec h(T) fourni par la formule :

$$Nu = \frac{h(T)L}{\lambda} = C(Gr \operatorname{Pr})^n$$

Nu Nombre de Nusselt avec

Pr Nombre de Prandtl $Pr = \frac{\mu C_P}{\lambda}$

Gr Nombre de Grashof $Gr = \frac{L^3 \rho^2 g\beta \Delta T}{u^2}$

C,n Constantes dépendant de la géométrie et du fluide

On peut donc écrire $h(T) = h_0(T)(T_{EXT} - T)^n$

avec
$$h_0(T) = \frac{C\lambda}{L} \left(\frac{C_P L^3 \rho^2 g\beta}{\lambda \mu} \right)^n$$

On peut donc écrire le flux sous la forme

$$\Phi = \int_{S} h_0(T) (T_{EXT} - T)^{1+n} dS$$

c) Application : Prise en compte d'un coefficient h variable dans CASTEM2000®

Opérateurs utilisés : -, +, *, /, **, ABSolu, CONDuction, CONVection, EVOLution, INSEre, MATEriau, MODEle, PASAPAS, PROGression, REPEter.

Le coefficient h(T) varie dans la plage T_{inf} , T_{sup} , suivant la formule $h_1 = h_0 * (T_{ext} - T)^n$. La plage est découpée en M intervalles. (Attention **H** est un mot réservé)

```
définition de M, H0, N ≠0, TEXT
      DT = TSUP - TINF;
      DT = DT / M;
puis
            PT = PROG tinf PAS dt tsup;
            PC = PROG(M + 1) * TEXT;
            PH = ABS (PC - PT) ** N;
            PH = H0 * PH;
ou
            T0 = TINF;
            i = 1;
            PT = PROG:
            PH = PROG:
            REPE B1 (M + 1);
                  H1 = ABS ((TEXT - T0)) ** N;
                  h1 = h0 * h1;
                  PT = INSE PT i T0;
                  PH = INSE PH i h1;
                  T0 = T0 + DT;
                  i = i + 1;
            FIN B1;
puis
      hev = EVOL MANU T PT H PH ;
      MO1 = MODE MAIL1 CONVECTION;
      MA1 = MATE MO1 'H' hev ;
      FC = MANU CHPO MAIF 1 T text NATURE DISCRET:
            définition de la variation de text en fonction du temps
      ev = EVOL MANU ...;
      ch1 = CHAR TE FC EV ;
puis
      T1 = TABL;
      T1 . PROCEDURE_THERMIQUE = NONLINEAIRE;
      T1 \cdot RELAXATION_THETA = 1.;
      T1 . SOUS RELAXATION = 1.:
      T1 . TEMPS CALCULES = PROG 1.;
      T1 \cdot TEMPERATURES = TABL;
      T1 . TEMPERATURES 0. = MANU CHPO mail 1 T tin; tin > text
      PASAPAS T1:
```

d) Calcul des bilans

Cette partie est développée dans le volume Post-Traitements. Néanmoins on remarquera que la seule formule du flux convectif permet d'obtenir le bilan.

Il suffit d'appliquer la formule qui se transforme dans le langage CASTEM2000[®] par :

Bilan = Cond * Temp - Conv

avec Cond opérateur COND avec composante H

Temp opérateur RESO Conv opérateur CONV

et ceci sur n'importe quelle partie de la frontière.

15.3 LE RAYONNEMENT

Les températures sont écrites en K dans les formules. Dans les données CASTEM2000®, cela dépend de l'indice CELSIUS.

a) Cas du milieu infini

Le flux radiatif s'écrit
$$\Phi = \int_{S} \frac{\sigma \epsilon \epsilon_{inf}}{1 - (1 - \epsilon_{inf})(1 - \epsilon)} (T_{EXT}^{4} - T^{4}) dS$$

Avec ϵ émissivité de la surface et ϵ_{inf} émissivité du milieu ambiant. Dans CASTEM2000[®], en particulier dans PASAPAS, on prend $\epsilon_{inf} = 1$. Dans le cas contraire, il faut modifier la valeur de ϵ .

Convection et rayonnement infini

On suppose que sur la frontière MAIF on a échange par convection et échange par rayonnement en milieu infini.

Opérateurs utilisés : CHARgement, MANuel, MATEriau, MODEle, PASAPAS.

```
mor = MODE MAIF RAYONNEMENT CONS moray ;
moc = MODE MAIF CONVECTION CONS mocon;
mar = MATE mor EMIS \epsilon;
mac = MATE moc H h;
définition de la conduction
FC = MANU CHPO MAIF 1 T text NATURE DISCRET;
définition de la variation de text en fonction du temps
ch1 = CHAR TE FC EV ;
TAB1 = TABL:
TAB1 . CELSIUS = VRAI;
TAB1 . MODELE = moc;
                                        (et modèle de conduction)
TAB1 . CARACTERISTIQUES = mar et mac ; (et matériau de conduction)
TAB1 . CHARGEMENT = ch1;
                                        (et autres chargements)
TAB1 . RAYONNEMENT = TABL ;
TAB1 . RAYONNEMENT . 1 = TABL ;
                 (Chaque frontière ne peut supporter qu'un CONStituant)
TAB1 . RAYONNEMENT . 1 . TYPE = INFINI ;
TAB1 . RAYONNEMENT . 1 . MODELE = mor;
TAB1 . RELAXATION THETA = 1.;
TAB1 . SOUS_RELAXATION = 1.;
TAB1 . TEMPS_CALCULES = PROG 1.;
TAB1 . PROCEDURE_THERMIQUE = NONLINEAIRE;
PASAPAS TAB1;
```

b) Cas du face à face

```
Le flux radiatif s'écrit \Phi = \int_S \frac{\sigma \epsilon_1 \epsilon_2}{1 - (1 - \epsilon_1)(1 - \epsilon_2)} (T_1^4 - T_2^4) dS que l'on peut écrire \Phi = \int_S h(T)(T_1 - T_2) dS avec h(T) = \frac{\sigma \epsilon_1 \epsilon_2}{1 - (1 - \epsilon_1)(1 - \epsilon_2)} (T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)
```

Prise en compte d'un coefficient h variable dans CASTEM2000[®]

```
Après la modification suivante à faire dans PASAPAS,
```

```
SI (EGA 'FACE' (ETAB.RAYONNEMENT.(&BOU_RA1).TYPE));
            tb = EXTR (ETAB.RAYONNEMENT.(&BOU_RA1).MODELE) ZONE;
            mr1 = tb . 1;
            emi1 = REDU (ETAB.CARACTERISTIQUES) mr1;
            mr2 = tb . 3;
            emi2 = REDU (ETAB.CARACTERISTIQUES) mr2;
            s1 = EXTR emi1 MAIL;
            s2 = EXTR emi2 MAIL;
            c12 = RACC s1 s2 .0001; On peut jouer sur la valeur du critére
            mc12 = MODE c12 CONVECTION;
            s1p = CHAN s1 POI1 ;
            s2p = CHAN s2 POI1;
            n1 = NBEL s1p;
            OPTI ELEM SEG2;
            i = 1;
            REPE bo1 n1;
                  SI (EGA i 1);
                        rel12 = (s1 \ POIN \ i) D 1 (s2 \ POIN \ i);
                  SINO:
                        rel12 = rel12 ET ((s1 POIN i) D 1 (s2 POIN i));
                  FINS;
                  i = i + 1;
            FIN bo1;
            t1 = REDU (EXCO T u_boul T) s1;
            t2 = REDU (EXCO T u_boul T) s2;
            h12 = HRAYO mc12 mr1 emi1 t1 mr2 emi2 t2 rel12 CTE_SB;
            mr12 = MATE mc12 H h12;
            MAT_RIGI = MAT_RIGI ET RIG_RAD;
      FINS:
il faut mettre les indices suivants pour PASAPAS :
Soit LI et LS les MAILLAGE entre lesquels se fait le rayonnement. LI et LS doivent être
identiques nœuds à nœuds.
            mri = MODE li RAYONNEMENT;
            mari = MATE mri EMIS \varepsilon 1;
            mrs = MODE ls RAYONNEMENT;
            mars = MATE mrs EMIS \varepsilon 2;
            TAB1 . MODELE = ;
                                           tous les modèles sauf le rayonnement
```

- TAB1 . **CARACTERISTIQUES** = ; tous les matériaux
- TAB1 . CHARGEMENT = ;
- TAB1 . RAYONNEMENT = TABL;
- TAB1 . **RAYONNEMENT** . 1 = TABL ;
- TAB1 . RAYONNEMENT . 1 . TYPE = MOT 'FACE';
- TAB1 . **RAYONNEMENT** . 1 .**MODELE** = mri et mrs ;

c) Cas de la cavité

- TAB1 . RAYONNEMENT = TABL;
- TAB1 . **RAYONNEMENT** . 1 = TABL ;
- TAB1 . RAYONNEMENT . 1 . TYPE = CAVITE ;
- TAB1 . **RAYONNEMENT** . 1 .**MODELE**= mor;
- TAB1 . RAYONNEMENT . 1 . CONVEXE= VRAI (ou FAUX);
- TAB1 . RAYONNEMENT . 1 .FERME= VRAI (ou FAUX);
- TAB1 . $RELAXATION_THETA = 1.$;
- TAB1 . SOUS RELAXATION = 1.;
- TAB1 . $TEMPS_CALCULES = PROG 1.$;

16. CALCULS TRANSITOIRES LINEAIRES THERMIQUES

lire d'abord le chapitre CALCULS THERMIQUES LINEAIRES

Le temps intervient explicitement et tous les paramètres sont indépendants de T.

CAPAcité

Calcul des matrices de capacités. La forme la plus simple est (si MA représente l'ensemble des matériaux - on a besoin de ρ , de cp et éventuellement des caractéristiques géométriques - et MO l'ensemble des modèles).

CAIT = CAPA MA MO ;

MA MCHAML de matériau (composantes C, RHO et cara)

MO MMODEL

Elle est calculée automatiquement dans PASAPAS sauf si elle est "lumpée"

(voir LUMPer, PASAPAS)

CHARgement

Crée un objet de type CHARGEME.

CH1 = CHAR mot QT EV;

ou CH2 = CHAR mot ta 1 ta 2;

mot MOT de valeur **Q** ou **TIMP** ou **TE**

Q pour FLUX ou SOUR (ou par MANU), TE pour convection (par MANU), TIMP pour DEPI.

QT CHPOINT de sources ou de températures

EV EVOLUTIO

tal TABLE indicée par des entiers (à partir de 0) contenant les « temps » (FLOTTANT)

ta2 TABLE indicée par les mêmes entiers contenant les chargements (CHPOINT)

(voir EVOLution, CONVection, DEPImposé, FLUX, MANUel, SOURce)

DIMEnsion

Permet d'obtenir la dimension d'une TABLE ou d'un LISTREEL. Utile pour post-traiter les calculs issus de PASAPAS.

NN = DIME TAB1.TEMPS;

TAB1.TEMPS TABLE contenant les temps conservés par PASAPAS

(voir opérateurs de post-traitement)

EVOLution

Permet de définir une fonction

(voir CHARgement, PROGression)

INDEx

Permet d'obtenir la liste des indices d'une TABLE

(voir TABLe dans le chapitre langage et maillage)

LUMPer

Permet de diagonaliser la matrice de capacité. Dans PASAPAS, il faut utiliser l'indice MASSE_CONSTANTE sinon la matrice de capacité est calculée dans PASAPAS à partir des données de l'indice CARACTERISTIQUES (pour une prise en compte correcte, il faut modifier la procédure TRANSLIN) (voir page 86).

LAIT = **LUMP** CAIT ; CAIT RIGIDITE

Voir page 40 pour quelques restrictions importantes.

(voir CAPAcité)

MATEriau

Le matériau de la procédure contient

• les termes issus de la convection (CONVECTION) et de la conduction (THERMIQUE) dans l'indice CARACTERISTIQUES de la table.

MODEle

Le modèle de la procédure contient

• les termes issus de la convection (CONVECTION) et de la conduction (THERMIQUE) dans l'indice MODELE de la table.

PASAPAS

Procédure de calculs transitoires. Résolution de K T(t) + C T'(t) = Q(t)

PASAPAS TAB1;

TAB1 TABLE contenant les données et les résultats. Elle doit être déclarée comme telle avant utilisation

TAB1 = TABL;

De même que (éventuellement pour les températures initiales)

TAB1.**TEMPERATURES** = TABL;

<u>Données</u> (les indices suivants sont à renseigner avant l'utilisation de PASAPAS)

TAB1.**BLOCAGES_THERMIQUES** conditions aux limites (RIGIDITE)

TAB1.CARACTERISTIQUES matériaux (MCHAML) -

composantes K, C, RHO, H,

SECT, EPAI

TAB1.**CHARGEMENT** chargement (CHARGEME) modèles (MMODEL) -

THERMIQUE, CONVECTION.

TAB1.MASSE_CONSTANTE Matrice de masse constante issue

de LUMPer par exemple

(RIGIDITE)

modifier la procédure TRANSLIN

TAB1.PROCEDURE_THERMIQUE LINEAIRE

TAB1.**RELAXATION_THETA** FLOTTANT (0.5 par défaut)

TAB1.'SOUS-RELAXATION' FLOTTANT (0.5 par défaut)
TAB1.TEMPERATURES . 0 Température initiale (CHPOINT

de NATURE DIFFUS). Par défaut,

elle est nulle.

TAB1.**TEMPS_CALCULES** temps calculés (LISTREEL)
TAB1.**TEMPS_SAUVES** temps sauvés en plus des tem

temps sauvés en plus des temps initial et final -(facultatif, par défaut tous les temps calculés)

<u>Résultats</u> (les indices suivants sont renseignés par PASAPAS)

TAB1.**TEMPERATURES** températures (TABLE de

CHPOINT)

TAB1.**TEMPS** temps sauvés (TABLE de

LISTREEL)

(voir TABLe dans le chapitre langage et maillage)

17. EXEMPLES TRANSITOIRES LINEAIRES THERMIQUES

17.1 POUR FAIRE UNE REPRISE AVEC PASAPAS

Opérateurs utilisés : PASAPAS, REPRise, SAUVer.

Soit TAB1 la TABLE qui est passée dans PASAPAS.

PREMIERE METHODE

Sans sortir de CASTEM2000®

DEUXIEME METHODE

Après sortie de CASTEM2000 $^{\text{\tiny (B)}}$ où l'on a fait une étape de sauvetage des résultats :

SAUV TAB1;

On fait donc une reprise:

REPR;

Puis, dans les deux cas, il suffit de choisir l'instant de reprise (par défaut, c'est le dernier sauvé) et d'étendre certaines valeurs de la table.

TAB1 . **TEMPERATURES** . npar = ;

TAB1 . **TEMPS_CALCULES** = **PROG** tini **PAS** Δt tfin;

TAB1 . **TEMPS_SAUVES** = **PROG** tempssauvés ;

Et de relancer

PASAPAS TAB1;

17.2 PROBLEME DE DIFFUSION

On résout l'équation de Fick D C(t) + C'(t) = 0. Pour quelques définitions, on se reportera au chapitre « QUANTITES CARACTERISTIQUES EN DIFFUSION ».

Opérateurs utilisés : BLOQuer, CAPAcité, CHANger, CHARgement, DEPImposé, ET, EVOLution, LUMPer, MATEriau, MODEle, PASAPAS, PROGression.

On suppose que le maillage est construit tant pour la diffusion que pour les conditions aux limites de concentration imposée.

```
1<sup>ère</sup> étape
```

Définir le (les) modèle(s) pour la diffusion

MOC = MAIC **MODE THERMIQUE ISOTROPE**;

2^{ème} étape

Définir le (les) matériau(x)

pour la diffusion (le FLOTTANT k, coefficient de diffusion, peut être variable en fonction de la géométrie, dans ce cas c'est un MCHAML).

MAC = MOC MATE K k 'C' 1. RHO 1.;

Si le coefficient K varie avec la géométrie, il faut

construire un CHPOINT

vérifier que le nom de la composante K est le bon

sinon utiliser NOMComposante

transformer en MCHAML avec CHAN CHAM

3^{ème} étape

Calculer la matrice d'inertie

MAINE = CAPA MAC MOC;

MAINE = **LUMP** MAINE ; modifier la procédure TRANSLIN

4^{ème} étape

Définir les conditions aux limites

concentrations imposées

LAF = **BLOQ T** MAIF; frontière froide LAC = **BLOQ T** MAIH; frontière chaude

relations entre concentrations

LAR = RELA ...;

5^{ème} étape

Définir les chargements

concentrations imposées

CAC = **DEPI** LAC chau; frontière chaude

le FLOTTANT c, concentration imposée, peut dépendre de la géométrie, dans ce cas c'est un CHPOINT.

6ème étape

Définir l'évolution du chargement

```
XX = PROG \dots;
           YY = PROG ...;
           EVCO = EVOL MANU abs XX ord YY;
           CHCO = CHAR TIMP EVCO CAC;
7<sup>ème</sup> étape
     Remplir les indices de la table.
           TA1 = TABL;
            * modifier la procédure TRANSLIN
           TA1. MASSE_CONSTANTE = MAINE;
           TA1 \cdot MODELE = MOC;
           TA1.BLOCAGES THERMIQUES = LAF ET LAC;
           TA1 \cdot CHARGEMENT = CHCO;
           TA1 . TEMPERATURES = TABL ;
           MC = CHAN POI1 MAIC;
           MH = CHAN POI1 MAIH;
           MCH = MC DIFF MH;
           TOC = MANU CHPO MCH 1 T CO NATURE DIFFUS;
           TOH = MANU CHPO MH 1 T CHAU NATURE DIFFUS:
           TA1 \cdot TEMPERATURES \cdot 0 = TOC ET TOH;
           TA1 . CARACTERISTIQUES= MAC;
           TA1 . TEMPS CALCULES = PROG ...;
           TA1 . PROCEDURE_THERMIQUE = LINEAIRE;
8<sup>ème</sup> étape
      Appel de la procédure PASAPAS.
```

PASAPAS TA1;

On trouvera dans le volume POST-TRAITEMENT un exemple permettant de visualiser le débit ou la quantité sur une frontière en fonction du temps.

18. CALCULS TRANSITOIRES NON LINEAIRES THERMIQUES

lire d'abord le chapitre CALCULS THERMIQUES LINEAIRES

Le temps intervient explicitement et tous les paramètres peuvent dépendre de T ou de t (conductibilité $\lambda(T,t)$, convection h(T,t), rayonnement, chargements $(Q(T,t),\Phi(T,t))$

CAPAcité

Calcul des matrices de capacités. La forme la plus simple est (si MA représente l'ensemble des matériaux - on a besoin de ρ , de cp et éventuellement des caractéristiques géométriques - et MO l'ensemble des modèles).

CAIT = CAPA MA MO ;

MA MCHAML de matériau (composantes C, RHO et cara)

MO MMODEL

Elle est calculée automatiquement dans PASAPAS sauf si elle est "lumpée" (dans ce cas elle est constante)

Dans le cas du changement de phase, la syntaxe devient (si on utilise PASAPAS il faut initialiser l'indice PHASE)

TAB1 = TABL;

TAB1.SOUSTYPE = THERMIQUE;

TAB1.'CHALEUR LATENTE' = 1;

TAB1.'**TPHASE** $\mathbf{1}' = \mathbf{\theta}_1$;

TAB1.'**TPHASE 2**' = θ_2 ;

CAIT = CAPA MA MO TAB1;

MA MCHAML de matériau (composantes C, RHO et cara)

MO MMODEL

TAB1 TABLE qui contient les indices suivants

- l Chaleur latente (FLOTTANT)
- θ_1 Borne inférieure de la plage (FLOTTANT)
- θ_2 Borne supérieure de la plage (FLOTTANT)

(voir LUMPer, PASAPAS)

CHARgement

Crée un objet de type CHARGEME.

CH1 = CHAR mot QT EV;

ou CH2 = CHAR mot ta 1 ta 2;

mot MOT de valeur Q ou TE ou TIMP

Q pour FLUX ou SOUR (ou par MANU), TE pour convection ou rayonnement (par MANU), TIMP pour DEPI.

QT CHPOINT de sources ou de températures

EV EVOLUTIO

- tal TABLE indicée par des entiers (à partir de 0) contenant les « temps » (FLOTTANT)
- ta2 TABLE indicée par les mêmes entiers contenant les chargements (CHPOINT)

(voir EVOLution, CONVection, DEPImposé, FLUX, MANUel, SOURce)

DIMEnsion

Permet d'obtenir la dimension d'une TABLE ou d'un LISTREEL. Utile pour post-traiter les calculs issus de PASAPAS.

```
NN = DIME TAB1.TEMPS;
```

TAB1.TEMPS TABLE contenant les temps conservés par PASAPAS

(voir opérateurs de post-traitement)

EVOLution

Définition des chargements Définition des variations de coefficients

(voir CHARgemen, MATEriau, PROGression)

FFORme

Calcul des facteurs de forme dans une cavité rayonnante. Il est appelé par PASAPAS. Plusieurs options sont a priori permises mêmes si dans PASAPAS standard, trois seulement sont utilisées. La cavité doit être décrite par une ligne (ou une surface) dont la normale est dirigée vers l'intérieur.

CF = **FFOR** mo; forme utilisée par PASAPAS

CF = **FFOR** mo **CVXE**; forme utilisée par PASAPAS (indice CONVEXE)

CF = FFOR mo SYME p1 p2 (p3);

CF = **FFOR** mo **NNOR**; forme utilisée par PASAPAS (indice FERME)

CF = FFOR mo ABSO fa:

mo MMODEL s'appuyant sur le MAILLAGE de la cavité

CF MCHAML à deux composantes (SURF et MIDL)

CVXE la cavité est convexe (par défaut elle est concave)

SYME la cavité est symétrique (droite passant par p1, p2 en 2D, plan passant par p1, p2, p3 en 3D). Ne marche pas en axisymétrique. La droite (ou le plan) de symétrie ne doit pas être maillé.

NNOR pour une cavité ouverte, on ne normalise pas CF.

ABSO l'intérieur de la cavité a un coefficient d'absorption de fa (fournir un <u>FLOTTANT</u> négatif). Incompatible avec CVXE et SYME

(voir PASAPAS)

HRAYO

Permet de calculer le coefficient d'échange lors du rayonnement face à face

INDEx

Permet d'obtenir la liste des indices d'une TABLE.

(voir TABLe dans le chapitre langage)

LUMPer

Permet de diagonaliser la matrice de capacité. Dans PASAPAS, il faut utiliser l'indice MASSE_CONSTANTE sinon la matrice de capacité est calculée dans PASAPAS à partir des

données de l'indice CARACTERISTIQUES (pour une prise en compte correcte, il faut modifier la procédure TRANSNON ou DUPONT2). Il faut éviter d'utiliser cette option dans le cas du changement de phase (voir page 86).

LAIT = **LUMP** CAIT ;
CAIT RIGIDITE

Voir page 40 pour quelques restrictions importantes.

(voir CAPAcité)

MATEriau

Le matériau de la procédure contient

• les termes issus de la convection (CONVECTION), du rayonnement (RAYONNEMENT) et de la conduction (THERMIQUE) dans l'indice CARACTERISTIQUES de la table.

MODEle

Le modèle de la procédure contient

- les termes issus de la convection (CONVECTION) et de la conduction (THERMIQUE) dans l'indice MODELE de la table.
- les termes issus du rayonnement (RAYONNEMENT) dans l'indice RAYONNEMENT . i . MODELE de la table.

PASAPAS

Procédure de calculs non linéaires. Résolution de K(T) T(t) + C(T) T'(t) = Q(T,t) **PASAPAS** TAB1 :

TAB1 TABLE contenant les données et les résultats. Elle doit être déclarée comme telle avant utilisation

TAB1 = TABL:

De même que si la température initiale est non nulle dans les unités utilisées

TAB1.**TEMPERATURES** = **TABL**;

De même que si il y a du rayonnement

TAB1.RAYONNEMENT = TABL;

De même que si il y a du changement de phase

TAB1.PHASE = TABL;

TAB1.CHARGEMENT

TAB1.MODELE

Données (les indices suivants sont à renseigner avant l'utilisation de

PASAPAS)

TAB1.BLOCAGES_THERMIQUES
TAB1.CARACTERISTIQUES

conditions aux limites (RIGIDITE) matériaux (MCHAML) -

composantes K, C, RHO, H,

EMIS, ESUP, EINF, SECT, EPAI

TAB1.CELSIUS VRAI - calcul en °C

FAUX - calcul en K (par défaut) seulement s'il y a du rayonnement chargement (CHARGEME)

modèles (MMODEL) -

TAB1.MASSE CONSTANTE

THERMIQUE, CONVECTION
Matrice de masse constante issue

CASTEM2000[®] PhP[©]

de LUMPer par exemple (RIGIDITE). Attention au cas C(T) ou $\rho(T)$ ou changement de phase. Sinon elle est calculée dans

la procédure à partir des

caractéristiques.

modifier la procédure TRANSNON ou DUPONT2

TAB1.**PHASE** Changement de phase (TABLE)
TAB1.**PHASE** .**SOUSTYPE** THERMIQUE

TAB1.**PHASE** .'**CHALEUR LATENTE**' (FLOTTANT)
TAB1.**PHASE** .'**TPHASE** 1' (FLOTTANT) θ 1
TAB1.**PHASE** .'**TPHASE** 2' (FLOTTANT) θ 2 \neq θ 1

TAB1.PROCEDURE_THERMIQUE NONLINEAIRE

DUPONT

TAB1.RAYONNEMENT TABLE indicée par le numéro de

la zone

TAB1.RAYONNEMENT. i TABLE (i représente le numéro de

la frontière. Chaque frontière ne

peut supporter qu'un

CONStituant)

TAB1.RAYONNEMENT. i .TYPE MOT (INFINI ou CAVITE)

TAB1.**RAYONNEMENT**. i .**MODELE** MMODEL de la zone

TAB1.RAYONNEMENT. i .CONVEXE
TAB1.RAYONNEMENT. i .FERME
TAB1.RELAXATION_THETA
TAB1.SOUS_RELAXATION
TAB1.TEMPERATURES . 0

LOGIQUE (dans le cas CAVITE)
LOGIQUE (dans le cas CAVITE)
FLOTTANT (0.5 par défaut)
température initiale (CHPOINT de

NATURE DIFFIGURE 1/C

NATURE DIFFUS). Par défaut,

elle est nulle.

TAB1.**TEMPS_CALCULES** temps calculés (LISTREEL)
TAB1.**TEMPS_SAUVES** temps sauvés en plus des tem

EMPS_SAUVES temps sauvés en plus des temps initial et final -(facultatif, par défaut tous les temps calculés)

Résultats (les indices suivants sont renseignés par PASAPAS)

TAB1.**TEMPERATURES** températures (TABLE de

CHPOINT)

TAB1.**TEMPS** temps sauvés (TABLE de

LISTREEL)

(voir TABLe dans le chapitre langage)

19. EXEMPLES TRANSITOIRES NON LINEAIRES THERMIQUES

19.1 POUR FAIRE UNE REPRISE AVEC PASAPAS

Opérateurs utilisés : PASAPAS, REPRise, SAUVer.

Soit TAB1 la TABLE qui est passée dans PASAPAS.

PREMIERE METHODE

Sans sortir de CASTEM2000®

DEUXIEME METHODE

Après sortie de ${\rm CASTEM2000}^{\rm @}$ où l'on a fait une étape de sauvetage des résultats :

SAUV TAB1;

On fait donc une reprise :

REPR;

Puis, dans les deux cas, il suffit de choisir l'instant de reprise (par défaut, c'est le dernier sauvé) et d'étendre certaines valeurs de la table.

TAB1 . **TEMPERATURES** . npar =;

TAB1 . **TEMPS_CALCULES** = **PROG** tini **PAS** Δt tfin ;

TAB1 . **TEMPS_SAUVES** = **PROG** tempssauvés ;

Et de relancer

PASAPAS TAB1;

19.2 APPROCHE DE LA CONVECTION

a) Rappel sur la Convection Forcée

Le flux convectif s'écrit $\Phi = \int_{S} h(T)(T_{EXT} - T)dS$ avec h(T) fourni par la formule :

$$Nu = \frac{h(T)L}{\lambda} = ARe^{m}Pr^{n}$$

Nu Nombre de Nusselt avec

Pr Nombre de Prandtl $Pr = \frac{\mu C_P}{\lambda}$ Re Nombre de Reynolds $Re = \frac{\rho UL}{\mu}$

A,n,m Constantes dépendant de la géométrie et du fluide

Dans CASTEM2000[®], le terme « h(T)T » est pris en compte dans l'opérateur **CONDuction**, et le terme « h(T)T_{EXT} » par l'opérateur **CONVection** ou l'opérateur **CHARgement**. Dans la suite on verra un exemple particulier pour prendre en compte h(T). Si h est constant, on est ramené à un problème linéaire (voir le chapitre correspondant page 36).

b) La Convection Naturelle

On parle de convection naturelle si Gr*Pr>1000. Le flux convectif s'écrit de la même manière, avec h(T) fourni par la formule :

$$Nu = \frac{h(T)\hat{L}}{\lambda} = C(Gr Pr)^n$$

Nu Nombre de Nusselt avec

Pr Nombre de Prandtl $Pr = \frac{\mu C_P}{\lambda}$

Gr Nombre de Grashof $Gr = \frac{L^3 \rho^2 g\beta \Delta T}{u^2}$

C,n Constantes dépendant de la géométrie et du fluide

On peut donc écrire $h(T) = h_0(T)(T_{EXT} - T)^n$

avec
$$h_0(T) = \frac{C\lambda}{L} \left(\frac{C_P L^3 \rho^2 g\beta}{\lambda \mu} \right)^n$$

On peut donc écrire le flux sous la forme

$$\Phi = \int_{S} h_0(T) (T_{EXT} - T)^{1+n} dS$$

c) Application: Prise en compte d'un coefficient h variable dans CASTEM2000®

Opérateurs utilisés : -, +, *, /, **, ABSolu, CONDuction, CONVection, EVOLution, INSEre, MATEriau, MODEle, PASAPAS, PROGression, REPEter.

Le coefficient h(T) varie dans la plage T_{inf} , T_{sup} , suivant la formule $h_1 = h_0 * (T_{ext} - T)^n$. La plage est découpée en M intervalles. (Attention **H** est un mot réservé)

```
définition de M, H0, N ≠0, TEXT
      DT = TSUP - TINF;
      DT = DT / M;
puis
            PT = PROG tinf PAS dt tsup;
            PC = PROG(M + 1) * TEXT;
            PH = ABS (PC - PT) ** N;
            PH = H0 * PH;
ou
            T0 = TINF;
            i = 1;
            PT = PROG:
            PH = PROG:
            REPE B1 (M + 1);
                  H1 = ABS ((TEXT - T0)) ** N;
                  h1 = h0 * h1;
                  PT = INSE PT i T0;
                  PH = INSE PH i h1;
                  T0 = T0 + DT;
                  i = i + 1;
            FIN B1;
puis
      hev = EVOL MANU T PT H PH;
      MO1 = MODE MAIL1 CONVECTION;
      MA1 = MATE MO1 H hev;
      FC = MANU CHPO MAIF 1 T text NATURE DISCRET;
            définition de la variation de text en fonction du temps
      ev = EVOL MANU ... ;
      ch1 = CHAR TE FC EV ;
puis (voir page 54)
      T1 = TABL;
      T1 \cdot TEMPERATURES = TABL;
      T1 . TEMPERATURES 0. = MANU CHPO mail 1 T tin; tin > text
      000
      PASAPAS T1;
```

d) Calcul des bilans

Cette partie est développée dans le volume Post-Traitements. Néanmoins on remarquera que

la seule formule du flux convectif permet d'obtenir le bilan.

Il suffit d'appliquer la formule qui se transforme dans le langage CASTEM2000[®] par :

Bilan = Cond * Temp - Conv

avec Cond opérateur COND avec composante H

Temp opérateur RESO Conv opérateur CONV

et ceci sur n'importe quelle partie de la frontière.

19.3 LE RAYONNEMENT

Les températures sont écrites en K dans les formules. Dans les données CASTEM2000[®], cela dépend de l'indice CELSIUS.

a) Cas du milieu infini

Le flux radiatif s'écrit
$$\Phi = \int_{S} \frac{\sigma \epsilon \epsilon_{inf}}{1 - (1 - \epsilon_{inf})(1 - \epsilon)} (T_{EXT}^{4} - T^{4}) dS$$

Avec ϵ émissivité de la surface et ϵ_{inf} émissivité du milieu ambiant. Dans CASTEM2000[®], en particulier dans PASAPAS, on prend $\epsilon_{inf} = 1$. Dans le cas contraire, il faut modifier la valeur de ϵ .

Convection et rayonnement infini

On suppose que sur la frontière MAIF on a échange par convection et échange par rayonnement en milieu infini.

Opérateurs utilisés : CHARgement, MANuel, MATEriau, MODEle, PASAPAS.

mor = **MODE** MAIF **RAYONNEMENT CONS** moray;

moc = **MODE** MAIF **CONVECTION CONS** mocon;

mar = **MATE** mor **EMIS** ϵ :

mac = MATE moc H h;

définition de la conduction

FC = MANU CHPO MAIF 1 T text NATURE DISCRET;

définition de la variation de text en fonction du temps

ch1 = CHAR TE FC EV ;

TAB1 = TABL;

TAB1 . CELSIUS = VRAI;

TAB1 . **MODELE** = moc ; (et modèle de conduction)

TAB1 . **CARACTERISTIQUES** = mar et mac ; (et matériau de conduction)

TAB1 . **CHARGEMENT** = ch1 ; (et autres chargements)

TAB1 . RAYONNEMENT = TABL ;

TAB1 . **RAYONNEMENT** . 1 = TABL ;

(Chaque frontière ne peut supporter qu'un CONStituant)

TAB1 . RAYONNEMENT . 1 . TYPE = INFINI;

TAB1 . **RAYONNEMENT** . 1 .**MODELE**= mor;

PASAPAS TAB1;

b) Cas du face à face

Le flux radiatif s'écrit
$$\Phi = \int_{S} \frac{\sigma \varepsilon_1 \varepsilon_2}{1 - (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)} (T_1^4 - T_2^4) dS$$
 que l'on peut écrire
$$\Phi = \int_{S} h(T)(T_1 - T_2) dS$$

```
avec h(T) = \frac{\sigma \varepsilon_1 \varepsilon_2}{1 - (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)} (T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)
```

Prise en compte d'un coefficient h variable dans CASTEM2000[®]

```
Après la modification suivante à faire dans PASAPAS,
      SI (EGA 'FACE' (ETAB.RAYONNEMENT.(&BOU_RA1).TYPE));
            tb = EXTR (ETAB.RAYONNEMENT.(&BOU RA1).MODELE) ZONE;
            mr1 = tb . 1;
            emi1 = REDU (ETAB.CARACTERISTIQUES) mr1;
            mr2 = tb . 3:
            emi2 = REDU (ETAB.CARACTERISTIQUES) mr2;
            s1 = EXTR emi1 MAIL;
            s2 = EXTR \text{ emi } 2 \text{ MAIL};
            c12 = RACC s1 s2 .0001; On peut jouer sur la valeur du critére
            mc12 = MODE c12 CONVECTION;
            s1p = CHAN s1 POI1;
            s2p = CHAN s2 POI1;
            n1 = NBEL s1p;
            OPTI ELEM SEG2;
            i = 1;
            REPE bol n1;
                  SI (EGA i 1);
                        rel12 = (s1 \ POIN \ i) D 1 (s2 \ POIN \ i);
                  SINO:
                        rel12 = rel12 ET ((s1 POIN i) D 1 (s2 POIN i));
                  FINS:
                  i = i + 1;
            FIN bo1;
            t1 = REDU (EXCO T u_boul T) s1;
            t2 = REDU (EXCO T u_boul T) s2;
            h12 = HRAYO mc12 mr1 emi1 t1 mr2 emi2 t2 rel12 CTE_SB;
            mr12 = MATE mc12 H h12;
            MAT_RIGI = MAT_RIGI ET RIG_RAD;
      FINS:
il faut mettre les indices suivants pour PASAPAS:
Soit LI et LS les MAILLAGE entre lesquels se fait le rayonnement. LI et LS doivent être
identiques nœuds à nœuds.
            mri = MODE li RAYONNEMENT;
            mari = MATE mri EMIS \varepsilon 1;
            mrs = MODE ls RAYONNEMENT;
            mars = MATE mrs EMIS \varepsilon 2;
            TAB1 . MODELE = ;
                                           tous les modèles sauf le rayonnement
            TAB1 . CARACTERISTIQUES = ;
                                                      tous les matériaux
            TAB1 . CHARGEMENT = ;
            TAB1 . RAYONNEMENT = TABL ;
            TAB1 . RAYONNEMENT . 1 = TABL ;
```

TAB1 . RAYONNEMENT . 1 . TYPE = MOT 'FACE';

TAB1 . **RAYONNEMENT** . 1 .**MODELE** = mri et mrs ;

c) Cas de la cavité

```
TAB1 . RAYONNEMENT = TABL;
TAB1 . RAYONNEMENT . 1 = TABL;
TAB1 . RAYONNEMENT . 1 .TYPE = CAVITE;
TAB1 . RAYONNEMENT . 1 .MODELE= mor;
TAB1 . RAYONNEMENT . 1 .CONVEXE=;
TAB1 . RAYONNEMENT . 1 .FERME=;
```

19.4 LE CHANGEMENT DE PHASE

Dans le cas général, la solidification correspond à une diminution de la chaleur massique et donc à un puits de chaleur, tandis que la fusion correspond à une augmentation de la chaleur massique et donc à une source de chaleur.

On étudie le réchauffement d'un barreau.

Opérateurs utilisés : CHARgement, DROIt, MANuel, MATEriau, MODEle, PASAPAS, PROGression.

```
opti dime 2 elem seg2 mode plan;
* maillage en élément SEG2
p1 = 0.0.;
p2 = 0.1 0.;
p3 = 0.20.;
p4 = 0.5 0.;
p5 = 1.0.;
115 = p1 droi 10 p2 droi 5 p3 droi 6 p4 droi 5 p5 ;
* définition du modèle et de l'élément fini
mo1 = 115 mode thermique isotrope barr;
* caractéristiques du matériau
ma1 = mate mo1 k 1.08 'C'1. rho 1. sect 1.;
* définition du chargement, flux au point P1
ff1 = manu chpo p1 1 q 1. nature discret;
* évolution du chargement
xx = prog 0. 1. 2.;
yy = prog 0.281.562.;
ev = evol manu abs xx ord yy;
ch1 = char q ff1 ev;
* définition de la table pour PASAPAS
ta1 = tabl:
ta1 . caracteristiques= ma1;
ta1 . chargement = ch1;
ta1 . modele = mo1 ;
* caractéristiques du changement de phase
ta1 . phase= tabl;
ta1 . phase . 'CHALEUR LATENTE'= 70.26;
ta1 . phase . soustype = thermique;
ta1 . phase . 'TPHASE 1'= 1.;
ta1 . phase . 'TPHASE 2' = 1.00001 ;
ta1 . procedure thermique= dupont ;
ta1 . temperatures = tabl;
* températures initiales
ta1. temperatures . 0 = manu chpo 115 1 t 0. nature diffus;
* temps calculés (pas de temps du schéma)
ta1 . temps_calcules = prog 0. pas 1.e-2 1. ;
pasapas ta1;
* pour la suite voir le volume POST-TRAITEMENTS
```

20. TYPE D'OBJETS CREES

Ils sont définis par des mots de huit lettres au maximum. Le type d'un objet peut être retrouver par l'opérateur **TYPE**.

motype = TYPE objet;

CHARGEME

Créé par : CHAR
Utilisé par : PASAPAS

CHPOINT (voir note sur la nature des CHPOINT dans le chapitre CHARGEMENTS THERMIQUES page 36)

Créé par : CHAN, CONV, DEPI, FLUX, MANU, RESO, SOUR

Utilisé par : CHAR, (CONV), (DEPI), PASAPAS, RESO

ENTIER (voir volume Maillage et Présentation du Langage)

Créé par : Utilisé par :

EVOLUTIO

Créé par : **EVOL**, Utilisé par : **CHAR**

FLOTTANT (voir volume Maillage et Présentation du Langage)

Créé par : Utilisé par :

LISTENTI (voir volume Maillage et Présentation du Langage)

Créé par : LECT

Utilisé par :

LISTMOTS

Créé par : MOTS

Utilisé par :

LISTREEL (voir volume Maillage et Présentation du Langage)

Créé par : **PROG** Utilisé par : **EVOL**

LOGIQUE (voir volume Maillage et Présentation du Langage)

Créé par:

Utilisé par : PASAPAS

MAILLAGE (voir volume Maillage et Présentation du Langage)

Créé par : MANU

Utilisé par : BLOQ, FLUX, MANU, MODE, RELA, RIGI, SOUR

MCHAML

Créé par : CHAN, MANU, MATE

Utilisé par : CAPA, COND

MMODEL

Créé par : MODE

Utilisé par : CAPA, COND, MATE

MOT

Créé par : MOT, TYPE

Utilisé par : BLOQ, MATE, MODE, OPTI, PASAPAS, RELA

POINT (voir volume Maillage et Présentation du Langage)

Créé par :

Utilisé par : BLOQ, MANU, MODE, PASAPAS

RIGIDITE

Créé par : BLOQ, CAPA, COND, MANU, RELA

Utilisé par : LUMP, RESO

TABLE (voir volume Maillage et Présentation du Langage)

Créé par : TABL

Utilisé par : CHAR, PASAPAS

TEXTE

Créé par : Utilisé par :

21. ESSAI DE RECENSEMENT DES VALEURS PAR DEFAUT

Pour chacun des opérateurs, on fournit, quand elles existent , les valeurs par défaut prises par ${\rm CASTEM2000}^{\rm @}$.

CONVection

DEPImposé

FFORme

MANUel

MATEriau

MODEle

OPTIon

PASAPAS

RESOlution

22. REFERENCES GENERALES

Heat Transmission W.H. Mc Adams

McGraw-Hill 1954 (3^e édition)

Transmission de la Chaleur A. Beaufils (trad.)

Dunod 1961 (2^e édition)

Conduction of Heat in Solids (2 tomes) **H.S. Carslaw - J.C. Jaeger**

Oxford Clarendon Press 1959 (2^e édition)

F. Kreith

19

Transmission de la Chaleur et Thermodynamique (trad.)

Masson 1967

Heat Transfer Jakob

J. Wiley & Sons

Transmission de la Chaleur par Rayonnement A. Gouffé

Eyrolles 1968

Analysis of Heat and Mass Transfer E.R.G. Eckert - R.M. Drake

McGraw-Hill 1972

Radiative Heat Transfer H.C. Hottel - A.F. Sarofim

McGraw-Hill 1972

Transmission de la Chaleur par Convection Naturelle R. Giblin

Eyrolles 1974

Heat Transfer Calculations Using Finite Difference D.R. Croft - D.G. Lilley

Equations Applied Science Publishers 1977

Initiation aux Transferts Thermiques J.F. Sacadura

Tec&Doc 1978

Heat Conduction M.N. Ozisik

J. Wiley & Sons 1980

Transferts de Chaleur A. Bouvenot

Masson 1981

Guide Technique de Thermique J. Gosse

Bordas 1981

Convective Heat Transfer L.C. Burmeister

J. Wiley & Sons 1983

La Transmission de la Chaleur A.B. De Vriendt

Gaetan Morin 1984

Heat and Mass Transfer F.M. White

Addison-Wesley 1988

Transferts Thermiques J. Taine - J.P. Petit

Dunod 1989

Heat Transfer J.P. Holman

McGraw-Hill 1990

Transfert de Chaleur (3 tomes)

J. Crabol

Masson 1989-90-92

Finite Element Analysis for Heat Transfer H.C. Huang - A.S. Usmani

Springer Verlag 1994

The Finite Element Method in Heat Transfer Analysis R.W. Lewis - K. Morgan

J. Wiley & Sons 1996

Thermal Contact Conductance C.V. Madhasudana

Springer Verlag 1996

Manuel de Thermique B. Eyglunent

Hermès 1997 (2^e édition)

23. ANNEXE THEORIQUE

23.1 SCHEMA TRANSITOIRE LINEAIRE

$$\left(\theta K + \frac{C}{\Delta t}\right) \! T(t + \Delta t) = \! \left((\theta - 1)K + \frac{C}{\Delta t}\right) \! T(t) + Q(\tau)$$

 $Q(\tau)$ est évalué de la manière suivante

composante TIMP
$$\tau = t + \Delta t$$

composante Q et TE $\tau = \lambda(t + \Delta t) + (1-\lambda)t$

avec

 θ paramètre RELAXATION_THETA (=0.5 par défaut, schéma implicite) $0 \leq \theta \leq 1$

quand
$$0 \le \theta < 0.5$$
, le pas de stabilité est $\frac{\Delta x^2}{(2-4\theta)D}$

quand $0.5 \le \theta \le 1$, le schéma (Crank-Nicolson pour $\theta = 0.5$) est stable

- λ paramètre 'SOUS-RELAXATION' (=0.5 par défaut) $0 \le \lambda \le 1$
- K matrice de conductivité (CONDuction)
- C matrice de capacité (CAPAcité)
- T(0) Température initiale

Note: Attention à SOUS-RELAXATION, différent de SOUS_RELAXATION

23.2 SCHEMA TRANSITOIRE NON LINEAIRE

a) Schéma transitoire

$$\left(\theta K + \frac{C}{\Delta t}\right) T(t + \Delta t) = \left((\theta - 1)K + \frac{C}{\Delta t}\right) T(t) + Q(\tau)$$

 $Q(\tau)$ est évalué de la manière suivante

 $composante\ TIMP \qquad \tau = t + \Delta t$

composante Q et TE $\tau = \lambda(t + \Delta t) + (1 - \lambda)t$

avec

θ paramètre RELAXATION_THETA (=0.5 par défaut, schéma implicite) 0 ≤ θ ≤ 1

quand
$$0 \le \theta < 0.5$$
, le pas de stabilité est $\frac{\Delta x^2}{(2-4\theta)D}$

quand $0.5 \le \theta \le 1$, le schéma (Crank-Nicolson pour $\theta = 0.5$) est stable

- λ paramètre SOUS_RELAXATION (=0.5 par défaut) $0 \le \lambda \le 1$
- K matrice de conductivité (CONDuction)
- C matrice de capacité (CAPAcité)
- T(0) Température initiale

Note: Attention à SOUS RELAXATION, différent de SOUS-RELAXATION

b) Schéma itératif

Les matrices K, C et le vecteur Q sont évalués à la température

$$T = \lambda T_n + (1 - \lambda) T_{n-1}$$

La convergence est atteinte quand

$$\text{Max} |T_{n+1} - T_n| < \varepsilon$$

ε indice PRECISION (= 10^{-5} par défaut)

23.3 SCHEMA TRANSITOIRE DUPONT2

C'est un schéma à deux pas de temps, le premier doit donc être calculé d'une autre façon. On reprend donc l'algorithme précédent.

a) Premier pas

$$\left(\theta K + \frac{C}{\Delta t}\right) T(\Delta t) = \left((\theta - 1)K + \frac{C}{\Delta t}\right) T(0) + Q(\tau)$$

 $Q(\tau)$ est évalué de la manière suivante

composante TIMP $\tau = \Delta t$ composante Q et TE $\tau = \lambda \Delta t$

avec

θ paramètre RELAXATION_THETA (=0.5 par défaut, schéma implicite) $0 \le θ \le 1$

quand
$$0 \le \theta < 0.5$$
, le pas de stabilité est $\frac{\Delta x^2}{(2-4\theta)D}$

quand $0.5 \le \theta \le 1$, le schéma (Crank-Nicolson pour $\theta = 0.5$) est stable

- λ paramètre SOUS_RELAXATION (=0.5 par défaut) $0 \le \lambda \le 1$
- K matrice de conductivité (CONDuction)
- C matrice de capacité (CAPAcité)
- T(0) Température initiale

Les matrices K, C et le vecteur Q sont évalués à la température

$$T = \lambda T_n + (1 - \lambda) T_{n-1}$$

Note: Attention à SOUS_RELAXATION, différent de SOUS-RELAXATION

b) Pas suivants

$$\left((0.5+a)K + \frac{C}{\Delta t}\right)T(t+\Delta t) = \left((2a-0.5)K + \frac{C}{\Delta t}\right)T(t) - aKT(t-\Delta t) + Q(\tau)$$

Q(τ) est évalué de la manière suivante

composante TIMP $\tau = t + \Delta t$ composante Q et TE $\tau = \lambda(t + \Delta t) + (1-\lambda)t$

avec

a paramètre RELAXATION_DUPONT (=0.25 par défaut) $0 \le a \le 1$

pour a = 0, on retrouve le schéma de Crank-Nicolson

- λ paramètre SOUS_RELAXATION (=0.5 par défaut) $0 \le \lambda \le 1$
- K matrice de conductivité (CONDuction)
- C matrice de capacité (CAPAcité)
- $T(\Delta t)$ Température calculée au premier pas

Les matrices K, C et le vecteur Q sont évalués à la température $T=(1+\lambda)T_n \mbox{ -}\lambda T_{n\text{-}1}$

Note: Attention à SOUS_RELAXATION, différent de SOUS-RELAXATION

23.4 POURQUOI DIAGONALISER LA MATRICE DE CAPACITE

a) Un premier exemple éloquent : choc thermique

Soit une barre de longueur 2L = 1, de section 10^{-3} , de conductivité 20, de chaleur spécifique 500, de masse volumique 7800. Aux extrémités, on impose une température $T_P = 0$ et la température initiale est $T_0 = 100$ (on a volontairement omis les unités dont on sait qu'elles sont homogènes).

On la modélise avec 2 éléments de BARRe.

La solution analytique générale est

$$T(x,t) = T_{P} + \frac{4(T_{0} - T_{P})}{\pi} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \sin\left(\frac{k\pi x}{2L}\right) \exp\left[-\left(\frac{k\pi}{2L}\right)^{2} Dt\right] \right\}$$

(la somme est effectuée sur les k impairs)

avec D = $\lambda / \rho C = 5.13 \cdot 10^{-6} = diffusivité$

Pour un élément, la matrice de conductivité est (COND)

$$\begin{bmatrix} .04 & -.04 \\ -.04 & .04 \end{bmatrix}$$
 les termes sont inversement proportionnels à la longueur de

l'élément. Le terme diagonal est égal à λ S / 1 .

Pour un élément, la matrice de capacité est (CAPA)

terme diagonal est égal à p C S 1/3.

Pour un élément, la matrice de capacité diagonalisée est (LUMP)

$$\begin{bmatrix} 975 & 0 \\ 0 & 975 \end{bmatrix}$$
 les termes sont proportionnels à la longueur de l'élément. Le

terme diagonal est égal à ρ C S 1 / 2 .

Le système reporté dans l'équation 22.1 donne pour le premier pas de temps avec $\theta=1$ par exemple :

$$\left\{ \begin{bmatrix} .04 & -.04 & 0 \\ -.04 & .08 & -.04 \\ 0 & -.04 & .04 \end{bmatrix} + \frac{1}{\Delta t} \begin{bmatrix} 650 & 325 & 0 \\ 325 & 1300 & 325 \\ 0 & 325 & 650 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 0 \\ T_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta t} \begin{bmatrix} 650 & 325 & 0 \\ 325 & 1300 & 325 \\ 0 & 325 & 650 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ 100 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_1 \\ 0 \\ Q_3 \end{bmatrix}$$

On voit que, \forall Δt petit, le terme de conductivité est négligeable devant le terme de capacité (il l'est même d'autant plus que Δt est petit), ce qui donne le système suivant. On peut noter que l'on est, pour ce premier pas, dans un schéma explicite ($\theta = 0$) avec une matrice de capacité consistante.

$$325 T_2 = 325 . 300 + Q_1 \Delta t \tag{1}$$

$$325 \ 4T_2 = 325 \ . \ 600$$
 (2)

$$325 T_2 = 325 . 300 + Q_3 \Delta t$$
 (3)

L'équation (2) nous indique que T_2 (=150) est supérieur à T_3 ce qui est, par hypothèse, impossible.

Si la matrice de capacité est diagonale (LUMP), on ne peut plus, *a priori*, négliger la partie conductivité. Le système devient (après avoir quand même négligé ce qui est possible)

$$-0.04 T2 = Q1 (1)$$

$$1950 T2 = 1950 . 100 (2)$$

$$-0.04 T2 = Q3 (3)$$

On voit sur l'équation (2) que l'on a bien $0 \le T_2 \le 100$ ce qui est au moins cohérent, mais est-ce juste ?

Si $\Delta t = 1$ ce système donne $T_2 = 100$..

On voit que ce phénomène est indépendant de Δt , tant qu'il est petit, ainsi que de la valeur du second membre. En particulier la diminution de Δt ne permet pas de résoudre le problème (au contraire). Bien évidemment, la résolution numérique est différente mais le problème de précision est néanmoins patent avec un système aussi mal conditionné.

 $\underline{1^e}$ solution: Augmenter le pas de temps (mais on ne peut s'intéresser à ce qui se passe avant le premier pas de temps)

| Δt | t | 1 | 10 | 100 | 1000 | 10000 |
|------------|---|-----|-----|-----|------|-------|
| 1 | | 150 | 150 | 150 | | |
| 10 | | | 150 | 149 | 141 | |
| 100 | | | | 149 | 141 | 81 |
| 1000 | | | | | 141 | 83 |
| 10000 | | | | | | 93 |

Valeurs de T₂ pour 2 éléments et matrice consistante

| Δt | t | 1 | 10 | 100 | 1000 | 10000 |
|------------|---|-----|-----|-----|------|-------|
| 1 | | 100 | 100 | 100 | | |
| 10 | | | 100 | 100 | 96 | |
| 100 | | | | 100 | 96 | 66 |
| 1000 | | | | | 96 | 67 |
| 10000 | | | | | | 71 |

Valeurs de T₂ pour 2 éléments et matrice diagonale

 2^{e} solution: Augmenter le nombre d'éléments puisque leur taille diminuant, la partie conductivité va augmenter tandis que la partie capacité va diminuer.

| N | t | 1 | 10 | 100 | 1000 |
|------|---|-----|-----|-----|------|
| 2 | | 150 | 150 | 150 | |
| 20 | | 100 | 100 | 100 | |
| 200 | | 100 | 100 | 100 | |
| 2000 | | 100 | 100 | 100 | |

Valeurs de T_2 avec $\Delta t = 1$ et matrice consistante

| N | t | 1 | 10 | 100 | 1000 |
|-------|---|-----|-----|-----|------|
| 2 | | 100 | 100 | 100 | |
| 20 | | 100 | 100 | 100 | |
| 200 | | 100 | 100 | 100 | |
| 2000 | | 100 | 100 | 100 | |
| 20000 | | | | | |

Valeurs de T_2 avec $\Delta t = 1$ et matrice diagonale

3^e solution : Changer le matériau pour que la diffusivité soit plus grande

b) Un deuxième exemple éloquent : températures imposées

Reprenons notre barre. A une extrémité, on impose une température $T_1 = 0$ et à l'autre une température T₃ = 100 (on a volontairement omis les unités dont on sait qu'elles sont homogènes). La température initiale est nulle.

La solution analytique générale est

$$T(x,t) = T_3 - (T_3 - T_1) \frac{erf\left(\frac{2L - x}{2\sqrt{Dt}}\right)}{erf\left(\frac{2L}{2\sqrt{Dt}}\right)}$$

avec D =
$$\lambda / \rho C = 5.13 \cdot 10^{-6} = diffusivité$$

Le système reporté dans l'équation 22.1 donne pour le premier pas de temps avec $\theta = 1$ par exemple:

$$\left\{ \begin{bmatrix} .04 & -.04 & 0 \\ -.04 & .08 & -.04 \\ 0 & -.04 & .04 \end{bmatrix} + \frac{1}{\Delta t} \begin{bmatrix} 650 & 325 & 0 \\ 325 & 1300 & 325 \\ 0 & 325 & 650 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 0 \\ T_2 \\ 100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ 0 \\ Q_3 \end{bmatrix}$$

On voit que, $\forall \Delta t$ petit, le terme de conductivité est négligeable devant le terme de capacité (il l'est même d'autant plus que Δt est petit), ce qui donne le système suivant. On peut noter que l'on est, pour ce premier pas, dans un schéma explicite ($\theta = 0$) avec une matrice de capacité consistante.

$$325 T_2 = Q_1 \Delta t \tag{1}$$

$$325 (4T_2 + 100) = 0$$
 (2)
 $325 (T_2 + 200) = Q_3 \Delta t$ (3)

$$325 (T_2 + 200) = Q_3 \Delta t$$
 (3)

L'équation (2) nous indique que T_2 (= -25) est négatif ce qui est, par hypothèse, impossible.

Si la matrice de capacité est diagonale (LUMP), on ne peut plus, a priori, négliger la partie conductivité. Le système devient (après avoir quand même négligé ce qui est possible)

$$-0.04 T_2 = Q_1 \tag{1}$$

$$1950 T_2 - 4 \Delta t = 0 (2)$$

$$-0.04 T_2 \Delta t + 97500 = Q_3 \Delta t$$
 (3)

On voit sur l'équation (2) que l'on a bien $0 \le T_2 \le 100$ ce qui est au moins cohérent, mais est-ce juste ?

Si $\Delta t = 1$ ce système donne $T_2 \cong 2 \cdot 10^{-3}$.

On voit que ce phénomène est indépendant de Δt , tant qu'il est petit, ainsi que de la valeur du second membre. En particulier la diminution de Δt ne permet pas de résoudre le problème (au contraire). Bien évidemment, la résolution numérique est différente mais le problème de précision est néanmoins patent avec un système aussi mal conditionné.

 $\underline{1^e}$ solution: Augmenter le pas de temps (mais on ne peut s'intéresser à ce qui se passe avant le premier pas de temps)

| Δt | t | 1 | 10 | 100 | 1000 | 10000 |
|------------|---|-----|-----|-----|------|-------|
| 1 | | -25 | -25 | -25 | | |
| 10 | | | -25 | -25 | -20 | |
| 100 | | | | -25 | -21 | 9 |
| 1000 | | | | | -21 | 9 |
| 10000 | | | | | | 4 |

Valeurs de T₂ pour 2 éléments et matrice consistante

| Δt | t | 1 | 10 | 100 | 1000 | 10000 |
|------------|---|-------------------|--------------------|-----|------|-------|
| 1 | | $2 \cdot 10^{-3}$ | 2 10 ⁻² | 0.2 | | |
| 10 | | | 2 10 ⁻² | 0.2 | 2 | |
| 100 | | | | 0.2 | 2 | 17 |
| 1000 | | | | | 2 | 17 |
| 10000 | | | | | | 15 |

Valeurs de T₂ pour 2 éléments et matrice diagonale

 2^{e} solution: Augmenter le nombre d'éléments puisque leur taille diminuant, la partie conductivité va augmenter tandis que la partie capacité va diminuer.

| N | t | 1 | 10 | 100 | 1000 |
|------|---|--------------------|---------------------|---------------------|------|
| 2 | | -25 | -25 | -25 | |
| 20 | | 2 10 ⁻⁴ | -4 10 ⁻⁵ | -3 10 ⁻⁵ | |
| 200 | | 0 | 0 | 0 | |
| 2000 | | 0 | 0 | 0 | |

Valeurs de T_2 avec $\Delta t = 1$ et matrice consistante

| N | t | 1 | 10 | 100 | 1000 |
|------|---|--------------------|--------------------|-----|------|
| 2 | | 2 10 ⁻³ | 2 10 ⁻² | 0.2 | |
| 20 | | 0 | 0 | 0 | |
| 200 | | 0 | 0 | 0 | |
| 2000 | | 0 | 0 | 0 | |

| N | t | 1 | 10 | 100 | 1000 |
|-------|---|--------------------|--------------------|-----|------|
| 2 | | 2 10 ⁻³ | 2 10 ⁻² | 0.2 | |
| 20 | | 0 | 0 | 0 | |
| 200 | | 0 | 0 | 0 | |
| 20000 | | | | | |

Valeurs de T_2 avec $\Delta t = 1$ et matrice diagonale

<u>3^e solution</u>: Changer le matériau pour que la diffusivité soit plus grande

c) Un troisième exemple éloquent : température et flux imposés

Reprenons notre barre. A une extrémité, on impose une température de 0 et à l'autre une source de 1000 (on a volontairement omis les unités dont on sait qu'elles sont homogènes). La température initiale est nulle.

La solution analytique générale est

avec D =
$$\lambda / \rho C = 5.13 \cdot 10^{-6} = diffusivité$$

Le système reporté dans l'équation 22.1 donne pour le premier pas de temps avec $\theta=1$ par exemple :

$$\left\{ \begin{bmatrix} .04 & -.04 & 0 \\ -.04 & .08 & -.04 \\ 0 & -.04 & .04 \end{bmatrix} + \frac{1}{\Delta t} \begin{bmatrix} 650 & 325 & 0 \\ 325 & 1300 & 325 \\ 0 & 325 & 650 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 0 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ 0 \\ 1000 \end{bmatrix}$$

On voit que, \forall Δt petit, le terme de conductivité est négligeable devant le terme de capacité (il l'est même d'autant plus que Δt est petit), ce qui donne le système suivant. On peut noter que l'on est, pour ce premier pas, dans un schéma explicite ($\theta = 0$) avec une matrice de capacité consistante.

$$325 T_2 = Q1 \Delta t \tag{1}$$

$$325 (4T_2 + T_3) = 0 (2)$$

$$325 (T_2 + 2T_3) = 1000 \Delta t$$
 (3)

L'équation (2) nous indique que T_2 et T_3 sont de signes contraires ce qui est, par hypothèse, impossible.

Si la matrice de capacité est diagonale (LUMP), on ne peut plus, *a priori*, négliger la partie conductivité. Le système devient (après avoir négligé ce qui est possible)

$$-0.04 T_2 = Q1$$
 (1)

$$1950 T_2 - 0.04 T_3 \Delta t = 0$$
 (2)

$$-0.04 T_2 \Delta t + 975 T_3 = 1000 \Delta t$$
 (3)

On voit sur l'équation (2) que l'on a bien $0 \le T_2 \le T_3$ ce qui est au moins cohérent mais est-ce juste ?

Si $\Delta t = 1$ ce système donne $T_2 \cong 2 \cdot 10^{-5}$ et $T_3 \cong 1$.

On voit que ce phénomène est indépendant de Δt , tant qu'il est petit, ainsi que de la valeur du second membre. En particulier la diminution de Δt ne permet pas de résoudre le problème (au contraire). Bien évidemment, la résolution numérique est différente mais le problème de précision est néanmoins patent avec un système aussi mal conditionné.

Dans les tableaux qui suivent l'* signale que T₂ est négatif.

 1^{e} solution : Augmenter le pas de temps (mais on ne peut s'intéresser à ce qui se passe avant le premier pas de temps)

| Δt | t | 1 | 10 | 100 | 1000 | 10000 |
|------------|---|----|-----|------|--------|---------|
| 1 | | 2* | 18* | 175* | | |
| 10 | | | 18* | 175* | 1 662* | 11 199* |
| 100 | | | | 174* | 1 654* | 11 179* |
| 1000 | | | | | 1 584* | 10 986* |
| 10000 | | | | | | 9 548 |

Valeurs de T₃ pour 2 éléments et matrice consistante

| Δt | t | 1 | 10 | 100 | 1000 | 10000 |
|------------|---|---|----|-----|-------|-------|
| 1 | | 1 | 10 | 102 | | |
| 10 | | | 10 | 102 | 1 005 | 8 518 |
| 100 | | | | 102 | 1 003 | 8 508 |
| 1000 | | | | | 986 | 8 406 |
| 10000 | | | | | | 7 594 |

Valeurs de T₃ pour 2 éléments et matrice diagonale

 2^{e} solution: Augmenter le nombre d'éléments puisque leur taille diminuant, la partie conductivité va augmenter tandis que la partie capacité va diminuer.

| N | t | 1 | 10 | 100 | 1000 |
|------|---|-----|------|--------|------|
| 2 | | 2* | 18* | 175* | |
| 20 | | 18* | 166* | 1 116* | |
| 200 | | 95 | 395 | 1 275 | |
| 2000 | | 113 | 399 | 1 276 | |

Valeurs de T_3 avec $\Delta t = 1$ et matrice consistante

| N | t | 1 | 10 | 100 | 1000 |
|-------|---|-----|-----|-------|-------|
| 2 | | 1 | 10 | 102 | |
| 20 | | 10 | 100 | 851 | |
| 200 | | 76 | 385 | 1 272 | |
| 2000 | | 113 | 399 | 1 276 | 4 040 |
| 20000 |) | 113 | | | |

Valeurs de T_3 avec $\Delta t = 1$ et matrice diagonale

<u>3^e solution</u>: Changer le matériau pour que la diffusivité soit plus grande

d) Conclusion

Dans les trois cas précédents, il apparaît que la diagonalisation de la capacité permet d'obtenir, à moindre effort de maillage, une solution physiquement admissible. Et les valeurs non physiques des premiers pas de temps sont quelques fois difficilement rattrapables. Mais, on voit aussi que la précision ne peut être garantie que si le maillage est suffisant. Dans les cas très simples étudiés, le pas de temps en deçà duquel il ne faut pas espérer obtenir des résultats

si la matrice est consistante est $\frac{l^2}{6\theta D}$ avec l = longueur de l'élément, <math>D = diffusivité.

Sur ces trois exemples, que l'on peut facilement répéter, on voit que les problèmes de stabilité, de précision et d'oscillation sont très déconnectés.

L'algorithme explicite est conditionnellement stable. Il faut $\Delta t < \Delta t_{stab}$

L'algorithme implicite est inconditionnellement stable. Il faut $\Delta t > \Delta t_{seuil}$

24. REPERES BIOGRAPHIQUES

 BIOT Jean-Baptiste
 Paris 21-04-1774; Paris 03-02-1862

 BOLTZMANN Ludwig
 Vienne 20-02-1844; Trieste 05-09-1906

 CELSIUS Anders
 Uppsala 27-11-1701; Uppsala 25-04-1744

unité de température

CRANK J

EULER Leonhardt Bâle 14-04-1707; Saint Petersbourg 18-09-1783

FICK Adolf Kassel 03-09-1829; Blankenberghe (Belgique) 21-08-1901

FOURIER Jean-Baptiste Auxerre 21-03-1768; Paris 16-05-1830

FROUDE William Dartington 28-11-1810; Simonstown (Af. du Sud) 04-05-1879

GRASHOF Franz Düsseldorf 11-07-1826; Karlsruhe 26-10-1893

GRIFFITH

KELVIN (lord) William THOMSON Belfast 26-06-1824; Glasgow 17-12-1912

unité S.I. de température depuis

JOULE James Salford 24-12-1818; Chesshire 11-10-1889

unité S.I. d'énergie depuis

MACH Ernst Turas (Moravie) 13-02-1838; Vaterstetten (All.) 19-02-1916

unité de vitesse

MARGOULIS Max Brody (Ukraine) 23-04-1856; Vienne 04-10-1920 NEWTON Isaac Grantham 04-01-1643; Kensington 31-03-1727

unité S.I. de force depuis

NICOLSON

NUSSELT Ernst Nuremberg 25-11-1882; Munich 01-09-1957 PASCAL Blaise Clermont-Ferrand 19-06-1623; Paris 19-08-1662

unité S.I. de pression depuis

 PECLET Jean Claude
 Besançon 10-02-1793; Paris 06-12-1857

 PLANCK Max
 Kiel 23-04-1858; Gottingen 04-10-1947

 POISEUILLE Jean-Louis
 Paris 22-04-1799; Paris 26-12-1869

unité S.I. de viscosité dynamique depuis

PRANDTL Ludwig Freising (All.) 04-02-1875; Gottingen 15-08-1953 **RAYLEIGH** (lord) John STRUTT Terling Place 12-11-1842; Whitam 30-06-1919 **REYNOLDS** Osborne Belfast 23-08-1842; Somerset (G.B.) 21-02-1912

STANTON Thomas Atherstone (G.B.) 12-12-1865; Pevensay Bay 30-08-1931

STEFAN Josef St Peter (Aut.) 24-03-1835; Vienne 07-01-1893

WATT James Greenock (Ecosse) 19-01-1736; Handsworth 19-08-1819

unité S.I. de puissance depuis

WEBER Wilhelm Wittenberg 24-10-1804; Gottingen 23-06-1891

unité S.I. de champ depuis

25. INDEX

| -,37, 54, 71 | CONV |
|---|---|
| 77- | T,37, 43 |
| * | CONVECTION voir MODE |
| * | COOR,36 |
| *,37,54,71 | 0 0 0 1 1,0 0 |
| **,37, 54, 71 | ъ |
| ***,37, 34, 71 | D |
| | DEDI 5 24 26 27 40 42 45 47 51 50 62 65 70 |
| / | DEPI , 5, 34, 36, 37, 40, 43, 45, 47, 51, 59, 63, 65, 79 |
| 10- 51-51 | DEPL,38 |
| 1,37, 54, 71 | DIFF,64 |
| | DIME ,47, 59, 66 voir OPTI |
| + | DIRE ,30 voir FLUX voir MATE |
| • | DROI,76 |
| +,37, 54, 71 | DUPONT ,68, 76 |
| | |
| ${f A}$ | ${f E}$ |
| A | L |
| ABS ,54, 71 | EGA ,57, 74 |
| ANISOTROPE voir MODE | EINF voir MATE |
| AXIS voir OPTI | EMIS voir MATE |
| AMB VOII OI II | EPAI voir MATE, CARA |
| _ | ESUP voir MATE |
| В | ET,34, 40, 43, 45, 64 |
| DI OCA CEG THEDIATONEG ' DAGADAG | EVOL,47, 59, 66 |
| BLOCAGES_THERMIQUES voir PASAPAS | EVOL |
| BLOQ ,34, 38, 40 | MANU,31, 50, 51, 54, 64, 71, 76 |
| BLOQ | EXTR |
| MAXI,34 | MAIL,57, 74 |
| MINI,34 | RIGI,45 |
| T,34, 42, 44, 51, 63 | RIGT,46 |
| TINF,34, 42, 44, 51 | KIO1,40 |
| TSUP,34, 42, 44, 51 | _ |
| | ${f F}$ |
| C | PACE 50 74 |
| • | FACE,58, 74 |
| C voir MATE | FFOR,47, 66, 79 |
| CAPA ,40, 59, 63, 65, 66, 82, 83, 84, 86 | FFOR |
| CARA,28 | ABSO,47, 66 |
| CARACTERISTIQUES voir PASAPAS | CVXE,47, 66 |
| CAVITE ,58, 68, 75 | NNOR,47, 66 |
| CELSIUS voir PASAPAS | SYME,47, 66 |
| CERC,28 | FIN,54, 71 |
| CHAN | FLUX ,35, 36, 38, 40, 43, 45, 47, 51, 59, 65 |
| CHAM,51 | FLUX |
| CHAN | DIRE,38 |
| ATTR,36 | INFE,38 |
| CHAM,42, 44, 63 | SUPE,38 |
| CHPO,36 | |
| POI1,57, 64, 74 | G |
| CHAR , 47, 53, 59, 65, 70 | · · |
| CHAR | GRAD voir RESO |
| Q,47, 51, 59, 65, 76 | |
| TE,47, 51, 54, 56, 59, 65, 71, 73 | Н |
| TIMP,47, 51, 59, 64, 65 | 11 |
| CHARGEMENT voir PASAPAS | H voir MATE |
| CALLET CHILD YOU I I IN II I IN | |
| CHPO 36 | |
| CHPO,36 COLL 37 | HRAYO,48, 57, 66, 74 |
| COLI,37 | HRAYO,48, 57, 66, 74 |
| COLI ,37 COND ,34, 40, 42, 44, 53, 70, 82, 83, 84, 86 | |
| COLI ,37 COND ,34, 40, 42, 44, 53, 70, 82, 83, 84, 86 CONS voir MODE | HRAYO,48, 57, 66, 74 |
| COLI ,37 COND ,34, 40, 42, 44, 53, 70, 82, 83, 84, 86 | HRAYO,48, 57, 66, 74 |

| INFE voir FLUX | THERMIQUE,48, 60, 67 |
|--|---|
| INFERIEURE voir MODE | MODE |
| INFINI ,56, 68, 73 | CONS,50 |
| INFO,5 | MODE , 5, 48, 49, 50, 52, 56, 60, 67, 79 |
| INSE,54, 71 | MODE |
| ISOTROPE voir MODE | CONS,19, 32, 56, 68, 73 |
| | CONVECTION, 42, 44, 50, 54, 56, 57, 60, 67, 71, 73 |
| T 7 | 74 |
| K | CONVECTION,19 |
| TZ ' MATERI | CONVECTION INFERIEUR, 42, 44, 50 |
| K voir MATE | CONVECTION INFERIEURE, 19 |
| K1 voir MATE | CONVECTION SUPERIEUR,42, 44, 50 |
| K11 voir MATE | CONVECTION SUPERIEURE, 19 |
| K2 voir MATE | |
| K21 voir MATE | RAYONNEMENT, 19, 50, 56, 57, 73, 74 |
| K22 voir MATE | THERMIQUE,60, 67 |
| K3 voir MATE | THERMIQUE ISOTROPE,42 |
| K31 voir MATE | THERMIQUE ISOTROPE, 19, 44, 50, 63, 76 |
| K32 voir MATE | MODELE voir PASAPAS |
| K33 voir MATE | MOT,5 |
| NOO YOU WITTE | |
| - | N |
| ${f L}$ | 11 |
| I DIE I DE CO. CA | NATURE,36 voir MANU |
| LINEAIRE,60, 64 | NOMC , 36, 38, 42, 44, 50, 63 |
| LUMP ,40, 60, 63, 66, 68, 86, 87, 88, 90 | NONLINEAIRE,52, 54, 56, 68 |
| | 11011EAIRE,52, 54, 50, 00 |
| ${f M}$ | |
| | 0 |
| MANU ,38, 40, 47, 59, 65 | OPTI ,18, 79 |
| MANU | |
| CHPO,36, 76 | OPTI |
| CHPO,54, 71 | AXIS,18 |
| CHPO NATURE DIFFUS,38, 76 | DIME,18 |
| CHPO NATURE DISC,45 | ELEM,57, 74 |
| CHPO NATURE DISCRET, 38, 43, 51, 54, 56, 64, | PLAN,18 |
| 71, 73 | TRID,18 |
| CHPO Q,38 | ORTHOTROPE voir MODE |
| CHPO QINF,38 | |
| CHPO QSUP,38 | P |
| CHPO T,38 | 1 |
| CHPO TINF,38 | PAS ,54, 71 |
| CHPO TSUP,38 | PASAPAS ,5, 38, 48, 52, 54, 56, 60, 62, 64, 67, 69, 71, |
| | 73, 76, 79, 82, 83, 84 |
| MATE ,21, 28, 33, 48, 60, 67, 79 | PASAPAS |
| MATE | BLOCAGES_THERMIQUES,48, 52, 60, 64, 67 |
| C,28, 29, 30, 48, 60, 63, 67, 76 | CARACTERISTIQUES,48, 52, 56, 60, 64, 67, 73, 76 |
| CONVECTION,48, 60, 67 | CARACTERISTIQUES,48, 52, 50, 60, 64, 67, 73, 76 CELSIUS,49, 51, 56, 67, 73 |
| DIRE,29, 30 | |
| EINF,33, 48, 50, 67 | CHARGEMENT, 48, 52, 56, 60, 64, 67, 73, 76 |
| EMIS,33, 48, 50, 56, 67, 73 | MASSE_CONSTANTE,60, 64, 67 |
| EPAI,28, 29, 48, 60, 67 | MODELE,48, 51, 56, 60, 64, 67, 73, 76 |
| ESUP,33, 48, 50, 67 | NONLINEAIRE,48 |
| H,28, 32, 42, 44, 48, 50, 54, 56, 60, 67, 71, 73 | PHASE,67, 68, 76 |
| K,28, 31, 42, 44, 48, 50, 60, 63, 67, 76 | PHASE CHALEUR LATENTE,68, 76 |
| K1,29 | PHASE SOUSTYPE,68, 76 |
| K11,30 | PHASE TPHASE1,68, 76 |
| K2,29 | PHASE TPHASE2,68, 76 |
| K21,30 | PROCEDURE_THERMIQUE,48, 52, 54, 56, 60, 64, |
| K22,30 | 68, 76 |
| K3,29 | RAYONNEMENT, 49, 52, 56, 58, 67, 68, 73, 74, 75 |
| K31,30 | MODELE,75 |
| K31,30 K32,30 | RAYONNEMENT CAVITE,49 |
| | RAYONNEMENT CONVEXE,49, 58, 68, 75 |
| K33,30 | RAYONNEMENT FERME,49, 58, 68, 75 |
| RADI,29, 30 | RAYONNEMENT INFINI,49 |
| RAYONNEMENT, 48, 67 | RAYONNEMENT MODELE,49, 52, 56, 58, 68, 73, |
| RHO,28, 29, 30, 48, 60, 63, 67, 76 | 75 |
| SECT,28, 48, 60, 67, 76 | 13 |

| RAYONNEMENT TYPE,49, 52, 56, 58, 68, 73, 74, | REPE ,54, 71 |
|--|---|
| 75 | REPR,62, 69 |
| RELAXATION THETA,49, 52, 54, 56, 58, 60, 68 | RESO ,5, 36, 41, 43, 45, 79 |
| SOUS_RELAXATION,49, 52, 54, 56, 58, 68 | RESO |
| SOUS-RELAXATION,61 | GRAD,41 |
| TABL,56, 64, 67, 73 | RESU,36 |
| TEMPERATURES, 48, 49, 52, 60, 61, 64, 67, 68, 69 | RHO voir MATE |
| TEMPERATURES,54, 71 | RIGI voir EXTR, SUPE |
| TEMPS,49, 61, 68 | |
| TEMPS_CALCULES,49, 52, 54, 56, 58, 61, 62, 64, | S |
| 68, 69, 76 | В |
| TEMPS_SAUVES,49, 61, 62, 68, 69 | SAUV ,62, 69 |
| PHASE voir PASAPAS | SECT voir MATE, CARA |
| PLAN voir OPTI | SI ,57, 74 |
| PROG , 31, 50, 52, 54, 62, 64, 69, 71, 76 | SOUR , 36, 39, 40, 43, 45, 47, 51, 59, 6 |
| PSCA,36 | SUPE,41 voir FLUX |
| | SUPE |
| Q | CHAR,45 |
| Q voir CHAR, MANU | DEPL,46 |
| OINF voir MANU | RIGI,45 |
| QSUP voir MANU | SUPERIEURE voir MODE |
| QBC1 VOII WINTE | |
| n | T |
| R | T voir BLOQ, CONV, MANU, RELA |
| RADI,30 voir MATE | TE voir CHAR |
| RAYONNEMENT voir PASAPAS voir MODE | TEMPERATURES voir PASAPAS |
| REAC,36 | TEMPS,47, 59 voir PASAPAS |
| RELA ,34, 38, 40, 42, 44, 51, 63 | THERMIQUE voir MODE |
| RELA | TIMP voir CHAR |
| MAXI,34 | TINF voir BLOQ, MANU, RELA |
| MINI,34 | TRID voir OPTI |
| T,34 | TSUP voir BLOQ, MANU, RELA |
| TINF,34 | TYPE ,77 |
| TSUP,34 | |

 $\pmb{RELAXATION} \text{ voir PASAPAS}$