

CALCULS MECANIQUES - I

OPTIONS

MODELES

CONDITIONS AUX LIMITES

MATERIAUX

CHARGEMENT

RESOLUTION (STATIQUE LINEAIRE ET VIBRATOIRE)

EXEMPLES

Utilisation des super-éléments

Contact élastique sans frottement

Thermo-élasticité linéaire

Flambement linéaire

Modes de vibration

Modes de vibration sous précontrainte

Philippe PASQUET

16/09/1999

©php

TABLE DES MATIERES

AVERTISSEMENT	5
1. SYSTEMES D'UNITES EN MECANIQUE DES STRUCTURES	7
2. QUANTITES CARACTERISTIQUES EN MECANIQUE DES STRUCTURES	8
3. QUELQUES VALEURS CARACTERISTIQUES EN MECANIQUE DES STRUCTURES	10
4. OPTIONS DE CALCULS MECANIQUES DES STRUCTURES	11
5. MODELES MECANIQUES	14
5.1 DESCRIPTION DE LA SYNTAXE	14
5.2 CORRESPONDANCE GEOMETRIE-ELEMENTS FINIS	16
a) MODEle MECANIQUE ...	16
b) MODEle FROTTEMENT COULOMB	17
c) MODEle LIQUIDE	17
d) MODEle LIQUIDE MECANIQUE	18
e) MODEle POREUX ...	18
5.3 DESCRIPTION DES ELEMENTS FINIS SOLIDES	19
a) Eléments unidimensionnels	19
b) Eléments bidimensionnels plans	19
c) Eléments bidimensionnels axisymétriques	20
d) Eléments bidimensionnels axisymétriques série de Fourier (harmonique n)	20
e) Eléments tridimensionnels surfaciques	21
f) Eléments tridimensionnels massifs	21
5.4 DESCRIPTION DES ELEMENTS FINIS JOINTS	23
a) Eléments bidimensionnels plans	23
b) Eléments bidimensionnels axisymétriques	23
c) Eléments tridimensionnels massifs	23
5.5 DESCRIPTION DES ELEMENTS FINIS FLUIDES	24
a) Eléments unidimensionnels	24
b) Eléments bidimensionnels plans	24
c) Eléments bidimensionnels axisymétriques	24
d) Eléments tridimensionnels surfaciques	25
e) Eléments tridimensionnels massifs	25
5.6 DESCRIPTION DES ELEMENTS FINIS RACCORD FLUIDE-STRUCTURE	26
a) Eléments unidimensionnels	26
b) Eléments bidimensionnels plans	26
c) Eléments bidimensionnels axisymétriques	26
d) Eléments tridimensionnels surfaciques	26
e) Eléments tridimensionnels massifs	27

5.7 DESCRIPTION DES ELEMENTS FINIS POREUX	28
a) Eléments bidimensionnels plans	28
b) Eléments bidimensionnels axisymétriques	28
c) Eléments bidimensionnels série de Fourier	28
d) Eléments tridimensionnels massifs	28
e) Matrice de rigidité	29
f) Matrice de perméabilité	29
6. CONDITIONS AUX LIMITES MECANQUES	31
7. MATERIAUX EN MECANIQUE	35
7.1 MATERIAUX ISOTROPES	35
a) Description de la syntaxe	35
b) Expression de la matrice de Hooke isotrope	37
7.2 MATERIAUX ORTHOTROPES	39
a) Massifs bidimensionnels axisymétrique	39
b) Massifs bidimensionnels contrainte plane ou déformation plane	40
c) Massifs tridimensionnels ou série de Fourier	41
d) Coques minces sans cisaillement	41
e) Coques épaisses ou coques minces avec cisaillement transverse	42
f) Eléments joints	42
7.3 MATERIAUX ANISOTROPES	43
a) Massifs déformations planes ou axisymétriques	44
b) Massifs contraintes planes	44
c) Massifs bidimensionnels série de Fourier	44
d) Massifs tridimensionnels	44
e) Coques	44
7.4 MATERIAUX NON LINEAIRES	45
7.5 MATERIAUX FLUIDES	47
7.6 MATERIAUX FLUIDES-STRUCTURES	48
7.7 MATERIAUX POREUX	49
8. CHARGEMENTS MECANQUES	50
9. RESOLUTION EN MECANIQUE	57
10. EXEMPLES STATIQUES LINEAIRES MECANQUES	63
10.1 EXEMPLE DE BASE	63
10.2 RELATIONS ENTRE LES DIFFERENTS MODELES	64
a) Contraintes planes, déformations planes, tridimensionnel	64
b) Axisymétrie, déformations planes, tridimensionnel	66
10.3 CONTACT ELASTIQUE SANS FROTTEMENT	70
a) Première Méthode	70
b) Deuxième Méthode	72

10.4 THERMO-ELASTIQUE LINEAIRE	73
a) Coefficients constants par zone	73
b) Coefficients dépendants d'un champ de températures donné	74
10.5 PRISE EN COMPTE D'UNE DEFORMATION INITIALE	76
a) Exemple de la thermique	76
b) Liste du jeu de données	76
c) Cas général	76
10.6 PRISE EN COMPTE D'UNE CONTRAINTE INITIALE	77
a) Exemple du poids propre	77
b) Liste du jeu de données	77
c) Cas général	77
10.7 FLAMBEMENT LINEAIRE	78
10.8 REPOSE HARMONIQUE CONSERVATIVE	79
10.9 MODES DE VIBRATION D'UN SYSTEME CONSERVATIF	80
a) Cas général	80
b) Modes non axisymétriques	81
c) Modes fluides ou fluides-structures	81
10.10 MODES DE VIBRATION D'UN SYSTEME AMORTI	83
10.11 MODES DE VIBRATION SOUS PRECONTRAINT	85
10.12 UTILISATION DES SUPER-ELEMENTS EN STATIQUE	86
10.13 MODES DE VIBRATION ET SUPER ELEMENTS	88
11. TYPE D'OBJETS CREES	89
12. ESSAI DE RECENSEMENT DES VALEURS PAR DEFAUT	91
13. REFERENCES GENERALES	92
14. ANNEXE THEORIQUE	94
14.1 INTEGRATION NUMERIQUE	94
14.2 FACTORISATION D'UN SYSTEME LINEAIRE	95
14.3 METHODE DE LA PUISSANCE INVERSE	96
14.4 METHODE DE LANCZOS	97
14.5 METHODE QZ	98
15. REPERES BIOGRAPHIQUES	99
16. INDEX	101

AVERTISSEMENT

Le volume Mécanique des Structures (en deux tomes) fait partie d'un ensemble comprenant les titres suivants

- Présentation du Langage
- Maillage
- Vérification des données
- Thermique des Structures
- Mécanique des Structures - I**
- Mécanique des Structures - II
- Mécanique des Fluides
- Electromagnétisme
- Post-Traitements

Nous avons repris dans ce volume, l'ensemble des opérateurs, procédures, directives permettant les calculs mécaniques. Ils ne sont pas décrits dans leur intégralité mais dans leur acception la plus couramment utilisée. Le lecteur intéressé peut, pour obtenir l'intégralité des possibilités d'un opérateur, faire **INFO** nom ; dans CASTEM2000[®]. Dans la description qui suit, nous considérons que le maillage est construit et nous nous arrêtons à l'opérateur **RESO** (dans le tome 1) ou à la procédure **PASAPAS** (dans le tome 2). En particulier, on ne calcule pas de contraintes mises à part celles qui sont calculées dans PASAPAS dans le tome 2. Pour ces calculs et tous les dépouillements postérieurs, on se reportera au volume Post-Traitements.

Nous avons aussi essayé de faire un peu plus qu'un guide d'utilisation. Le lecteur s'en rendra, nous l'espérons, compte tout au long de ce volume et en particulier dans les premiers et derniers chapitres.

Ce volume, comme l'ensemble de ce manuel, est nécessairement incomplet et malheureusement, il n'est pas exempt d'erreurs. Nous serions particulièrement reconnaissants aux lecteurs qui nous signaleront toute imperfection.

Nous avons déterminé quatre classes de problèmes :

- le problème statique linéaire incluant vibration des systèmes conservatif ou non, flambement et contact unilatéral mais aussi les problèmes standards dont le couplage thermo-mécanique et le couplage magnéto-mécanique (1^e tome),
- le problème statique non linéaire où l'on retrouve traditionnellement les non linéarités de comportement (très développées dans CASTEM2000[®]), les non linéarités de contact (incluant le frottement) et les non linéarités géométriques (2^e tome),
- le problème dynamique linéaire avec ses trois variantes habituelles : intégration directe, superposition modale (permettant dans CASTEM2000[®] un certain nombre de non linéarités de contact) et analyse spectrale (2^e tome),
- le problème dynamique non linéaire traité de manière implicite pour toutes les géométries et explicite pour les géométries bidimensionnelles (2^e tome).

A ces quatre classes, il convient d'ajouter les problèmes de diffusion hydraulique dont on trouvera un autre traitement dans le volume Thermique des Structures et plus généralement de consolidation (couplage contraintes-diffusion dans les sols saturés).

Chacune des classes comportent plusieurs exemples par sous-type afin d'éviter tout mélange de difficultés. L'utilisateur prendra rapidement l'habitude de coupler les difficultés et se rendra compte de la relative facilité à le faire.

Nous n'avons pas repris de manière systématique la description des erreurs possibles dans CASTEM2000[®]. Les erreurs de syntaxe sont bien contrôlées et le diagnostic est relativement clair sauf dans le cas où le point virgule (;) a été omis, dans le cas où il peut y

avoir confusion entre deux objets de même type : l'exemple typique est celui de l'opérateur **FORCe**. ou dans le cas où il y a confusion entre un nom d'objet et un nom d'opérateur. Les erreurs les plus sournoises sont la conséquence de l'ouverture et de la permissivité de CASTEM2000[®] qui permet d'enchaîner toutes les opérations : dans ce domaine la plus courante consiste à ne pas retrancher les contraintes dues aux déformations initiales du résultat de l'opérateur **SIGMa** en particulier dans le cas thermo-mécanique où la contrainte réelle est **SIGMa - THETA** ou à ne pas ajouter les contraintes initiales.

Il y a très peu de valeurs par défaut dans CASTEM2000[®] : dans la suite, on trouvera un essai de recensement (Voir page 91) de ces valeurs. Pour attirer l'attention du lecteur-utilisateur signalons le **MODEle** (directive **OPTion**), le type d'élément fini (opérateur **MODEle**) et les conditions de blocages (opérateur **DEPImposé**), certains paramètres de la procédure **PASAPAS** (en particulier les valeurs initiales et le type de calcul désiré), l'épaisseur des éléments en contraintes planes.

Rappelons enfin que tout nom d'objets (choisi par l'utilisateur) doit être différent d'un nom d'opérateur (imposé par CASTEM2000[®] -sauf directive **MOT-**). Pour ne pas être handicapé par cette restriction, on peut mettre les noms d'opérateurs entre ‘’ et dans ce cas obligatoirement en majuscules.

La description des opérateurs est cohérente avec la version 98.

1. SYSTEMES D'UNITES EN MECANIQUE DES STRUCTURES

On définit les systèmes d'unités cohérents à partir de l'unité de longueur (ou déplacement) et de l'unité de module d'Young (ou contraintes)

unité	SI	SA	SB	SC	SD	SE	SU
Young	Pa (N.m ⁻²)	kgf.m ⁻²	tf.m ⁻²	kgf.mm ⁻² (hbar)	N.mm ⁻² (MPa)	kgf.cm ⁻² (bar)	psi
longueur	m	m	m	mm	mm	cm	in

Dans le tableau suivant, on a les facteurs (coef) entre SI et Sx tels que: SI = coef x Sx

	SI	SA	SB	SC	SD	SE	SU
accélération	m.s ⁻²	1	1	10 ³	10 ³	10 ²	39.370 in.s ⁻²
accélération angulaire	rad.s ⁻²	1	1	1	1	1	1 rad.s ⁻²
amortissement ponctuel	kg.s ⁻¹	10 ⁻¹	10 ⁻⁴	10 ⁻⁴	10 ⁻³	10 ⁻³	5.710 10 ⁻³ lbf.s.in ⁻¹
amortissement volumique	kg.m ⁻³ .s ⁻¹	10 ⁻¹	10 ⁻⁴	10 ⁻¹³	10 ⁻¹²	10 ⁻⁹	93.572 lbf.s.in ⁻⁴
angle	rad	1	1	1	1	1	1 rad
coefficient de dilatation	m.m ⁻¹ .K ⁻¹	1	1	1	1	1	1.8 in.in ⁻¹ .°F ⁻¹
contrainte	Pa	10 ⁻¹	10 ⁻⁴	10 ⁻⁷	10 ⁻⁶	10 ⁻⁵	1.450 10 ⁻⁴ psi
énergie	J	10 ⁻¹	10 ⁻⁴	10 ²	10 ³	10	8.850 lbf.in
épaisseur	m	1	1	10 ³	10 ³	10 ²	39.370 in
force	N	10 ⁻¹	10 ⁻⁴	10 ⁻¹	1	10 ⁻¹	0.2248 lbf
fréquence	Hz	1	1	1	1	1	1 Hz
inertie	m ⁴	1	1	10 ¹²	10 ¹²	10 ⁸	2.4025 10 ⁶ in ⁴
inertie rotatoire	kg.m ² .rad ⁻¹	10 ⁻¹	10 ⁻⁴	10 ²	10 ³	10	
longueur	m	1	1	10 ³	10 ³	10 ²	39.370 in
masse	kg	10 ⁻¹	10 ⁻⁴	10 ⁻⁴	10 ⁻³	10 ⁻³	5.710 10 ⁻³ lbf.s ² .in ⁻¹
masse volumique	kg.m ⁻³	10 ⁻¹	10 ⁻⁴	10 ⁻¹³	10 ⁻¹²	10 ⁻⁹	93.572 lbf.s ² .in ⁻⁴
module d'Young	Pa	10 ⁻¹	10 ⁻⁴	10 ⁻⁷	10 ⁻⁶	10 ⁻⁵	1.450 10 ⁻⁴ psi
moment	Nm	10 ⁻¹	10 ⁻⁴	10 ²	10 ³	10	8.850 lbf.in
perméabilité	m.s ⁻¹	1	1	10 ³	10 ³	10 ²	39.370 in. s ⁻¹
poids volumique	N.m ⁻³	10 ⁻¹	10 ⁻⁴	10 ⁻¹⁰	10 ⁻⁹	10 ⁻⁷	
raideur	N.m ⁻¹	10 ⁻¹	10 ⁻⁴	10 ⁻⁴	10 ⁻³	10 ⁻³	
raideur rotatoire	N.m.rad ⁻¹	10 ⁻¹	10 ⁻⁴	10 ²	10 ³	10	8.850 lbf.in.rad ⁻¹
section	m ²	1	1	10 ⁶	10 ⁶	10 ⁴	1550 in ²
température	K	1	1	1	1	1	0.5556 °F
temps	s	1	1	1	1	1	1 s
viscosité dynamique	Pl (Pa.s)	10 ⁻¹	10 ⁻⁴	10 ⁻⁷	10 ⁻⁶	10 ⁻⁵	1.450 10 ⁻⁴
vitesse	m.s ⁻¹	1	1	10 ³	10 ³	10 ²	39.370 in.s ⁻¹
vitesse rotatoire	rad.s ⁻¹	1	1	1	1	1	1 rad.s ⁻¹
volume	m ³	1	1	10 ⁹	10 ⁹	10 ⁶	61023.98 in ³

2. QUANTITES CARACTERISTIQUES EN MECANIQUE DES STRUCTURES

- La vitesse des ondes de compression est définie par la relation

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

dans laquelle

E module d'Young

ρ masse volumique

L'unité SI est le m.s⁻¹

- Le module de cisaillement est défini par la relation

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

dans laquelle

E module d'Young

ν coefficient de Poisson $-1 < \nu < 0.5$ ($\nu = 0.5$ incompressible)

L'unité SI est le Pa

- La vitesse des ondes de cisaillement est définie par la relation

$$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

dans laquelle

G module de cisaillement

ρ masse volumique

L'unité SI est le m.s⁻¹

- Les coefficients de Lamé sont définis par les relations

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} = G$$

dans lesquelles

E module d'Young L'unité SI est le Pa

G module de cisaillement L'unité SI est le Pa

ν coefficient de Poisson $-1 < \nu < 0.5$ ($\nu = 0.5$ incompressible)

L'unité SI est le Pa

- Et inversement

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}$$

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

- Le module de compressibilité est défini par la relation

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} = \lambda + \frac{2}{3}\mu$$

dans laquelle

E	module d'Young	L'unité SI est le Pa
K	module de compressibilité	L'unité SI est le Pa
ν	coefficient de Poisson	$-1 < \nu < 0.5$ ($\nu = 0.5$ incompressible)
L'unité SI est le Pa		

- Le coefficient de dilatation est défini par

$$\alpha_L = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta T}$$

dans laquelle

ΔT	variation de température	L'unité SI est le K
Δl	variation de longueur	L'unité SI est le m
l_0	longueur initiale	L'unité SI est le m

L'unité SI est le K^{-1}

C'est donc le coefficient de dilatation **linéaire**. Le coefficient de dilatation volumique, défini par $\alpha_V = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta T}$ est le triple du coefficient de dilatation linéaire dans le cas où le matériau serait isotrope. Dans le cas d'un matériau anisotrope, on a $\alpha_V = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$. Dans CASTEM2000[®], c'est α_L ou α_i qu'il faut fournir.

3. QUELQUES VALEURS CARACTERISTIQUES EN MECANIQUE DES STRUCTURES

On trouvera ici quelques ordres de grandeur (à 293 K) que l'utilisateur devra vérifier avant toute utilisation. On appelle

- ρ masse volumique
- E module d'Young
- ν coefficient de Poisson $-1 < \nu < 0.5$ ($\nu = 0.5$ incompressible)
- α coefficient de dilatation linéaire
- σ_y limite d'élasticité mesurée en général à 0.2 % de déformation

	ρ kg.m ⁻³	E 10 ¹⁰ Pa	ν	α 10 ⁻⁶ K ⁻¹	σ_y 10 ⁶ Pa
Acier	7 850	21	0.3	12	200 à 1 500
Aluminium	2 700	6 à 8	0.33	25	50 à 200
Béton	2 300	2.5 à 4	0.18	12	
Bois //	500 à 1 000	1.1	0.45	4	
Caoutchouc	1 200	5 10 ⁻⁴	0.5	80	4
Cuivre	9 000	12	0.35	17	
Fonte	7 200	1	0.25	10	
Plexiglas	1 200	0.3	0.3	90	
Plomb	11 500	1.7	0.45	30	10
Résine époxy	1 200	0.3	0.4	50	
Roche	2 500	5	0.2	8	
Titane	4 500	11	0.25	8	400 à 800
Verre	2 500	7	0.22	8	
Zinc	7 100	8.5	0.25	26	60

4. OPTIONS DE CALCULS MECANIQUES DES STRUCTURES

OPTIon

Directive permettant de définir le type de calcul. Dépendant du type de maillage.
Si le maillage est fait avec OPTIon DIMENSION 2

AXISymétrie

Les degrés de liberté dépendent du type d'éléments finis UR, UZ plus éventuellement RT. Dans ce cas géométrie, chargements et conditions aux limites respectent la même symétrie de révolution. Les axes sont R (radial) et Z (axial); tous les R doivent être positifs. Dans le cas de la formulation POREUX, il faut ajouter P dans les degrés de liberté.

FOURier n

Les degrés de liberté dépendent du type d'éléments finis UR, UZ, UT plus éventuellement RT. Dans ce cas la géométrie est de révolution et les chargements et conditions aux limites sont fournis sur l'harmonique n. Les axes sont R (radial) et Z (axial); tous les R doivent être positifs. Dans le cas de la formulation POREUX, il faut ajouter P dans les degrés de liberté.

PLAN DEFormation

Les degrés de liberté dépendent du type d'éléments finis UX, UY plus éventuellement RZ. C'est l'option par défaut. Les axes sont X (axe horizontal) et Y (axe vertical). Dans le cas de la formulation POREUX, il faut ajouter P dans les degrés de liberté.

Cette hypothèse représente bien une structure infiniment longue chargée uniformément sur sa longueur.

PLAN DEFormation GENEralisée P1

Les degrés de liberté dépendent du type d'éléments finis UX, UY plus éventuellement RZ. Les axes sont X (axe horizontal) et Y (axe vertical).

PLAN CONTrainte

Les degrés de liberté dépendent du type d'éléments finis UX, UY plus éventuellement RZ. Les axes sont X (axe horizontal) et Y (axe vertical). Dans le cas de la formulation POREUX, il faut ajouter P dans les degrés de liberté.

Cette hypothèse représente bien une structure plaque sollicitée dans son plan.

Si le maillage est fait avec OPTIon DIMENSION 3

TRIDimensionnel

Les degrés de liberté dépendent du type d'éléments finis UX, UY, UZ plus éventuellement RX, RY, RZ. Les axes sont X, Y (axes horizontaux) et Z (axe vertical). Dans le cas de la formulation POREUX, il faut ajouter P dans les

degrés de liberté.

UX (UY, UZ, UR) signifie translation dans la direction X (Y, Z, R)

RX (RY, RZ, RT) signifie rotation autour de la direction X(Y, Z, T)

Dans le cas d'utilisation d'éléments fluides, les degrés de liberté sont toujours P et PI.

P signifie la pression

PI est tel que $P = \frac{d^2 PI}{dt^2}$

Dans le cas d'utilisation d'éléments poreux, les degrés de liberté sont les degrés de liberté mécaniques interpolés quadratiquement et la pression interpolée linéairement.

Rappel:

- En déformations planes, on a par hypothèse (en l'absence de déformations initiales) $\epsilon_{zz} = 0$, $\epsilon_{xz} = 0$, $\epsilon_{yz} = 0$ donc $UZ = cste$ et UX , UY indépendants de z . C'est le cas d'une structure infiniment longue chargée perpendiculairement à la longueur; les chargements ponctuels possibles sont donc FX , FY et éventuellement MZ . Si le matériau est isotrope (ν coefficient de Poisson), cette hypothèse entraîne $\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$, $\sigma_{xz} = 0$, $\sigma_{yz} = 0$.

- En déformations planes généralisées, on a par hypothèse $\epsilon_{zz} = cste$, $\epsilon_{xz} = cste$, $\epsilon_{yz} = cste$. C'est le cas d'une structure infiniment longue chargée perpendiculairement à la longueur; les chargements ponctuels possibles sont donc FX , FY et éventuellement MZ

- En contraintes planes, on a par hypothèse (en l'absence de contraintes initiales) $\sigma_{zz} = 0$, $\sigma_{xz} = 0$, $\sigma_{yz} = 0$. C'est le cas d'une structure mince chargée dans son plan; les chargements ponctuels possibles sont donc FX , FY et éventuellement MZ . Si le matériau est isotrope (ν coefficient de Poisson), cette hypothèse entraîne $\epsilon_{zz} = \frac{-\nu}{1-\nu}(\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}) = -\frac{\nu}{E}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$, $\epsilon_{xz} = 0$, $\epsilon_{yz} = 0$.

- En axisymétrie (mode 0), on a par hypothèse (en l'absence de déformations initiales) $UT = 0$ et UR , UZ dépendent uniquement de r et de z . C'est le cas d'une structure de révolution soumise à un chargement de révolution; les chargements ponctuels possibles sont donc FR , FZ et éventuellement MT . Si le matériau est isotrope, cette hypothèse entraîne $\epsilon_{tz} = 0$, $\epsilon_{rt} = 0$, $\epsilon_{tt} = UR/r$, $\sigma_{tt} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \epsilon_{tt}$.

- En axisymétrie Fourier (mode n), on a par hypothèse (en l'absence de déformations initiales) $UR = AR \cos n\theta$, $UZ = AZ \cos n\theta$, $UT = AT \sin n\theta$, $RT = BT \cos n\theta$. C'est le cas d'une structure de révolution soumise à un chargement non de révolution; les chargements ponctuels possibles sont donc FR , FZ , FT et éventuellement MT . Le code CASTEM2000® fournit les valeurs AR , AZ , AT et éventuellement BT soient les coefficients de Fourier. On retrouve bien évidemment le cas $n=0$. Le cas des contraintes est similaire : on a $\sigma_{rr} = s_{rr} \cos n\theta$, $\sigma_{zz} = s_{zz} \cos n\theta$, $\sigma_{tt} = s_{tt} \cos n\theta$, $\sigma_{rz} = s_{rz} \cos n\theta$, $\sigma_{rt} = s_{rt} \sin n\theta$, $\sigma_{zt} = s_{zt} \sin n\theta$ et CASTEM2000® fournit s_{rr} , s_{zz} , s_{tt} , s_{rz} , s_{rt} , s_{zt} .

- Dans tous les cas une traction est positive et une compression est négative.

A ce sujet, on pourra consulter le chapitre 10.2 RELATIONS ENTRE LES DIFFERENTS MODELES page 64.

5. MODELES MECANIQUES

5.1 DESCRIPTION DE LA SYNTAXE

Le modèle est appliqué sur un MAILLAGE et sera relatif à un matériau. Il a pour but de spécifier une formulation éléments-finis ce qui va impliquer le nom des inconnues (qui sont toujours définies dans le repère général cartésien) et de toutes quantités déduites (contraintes, déformations .. qui sont définies dans le repère général pour les éléments massifs et dans un repère local pour les éléments de coques et de poutres). La forme la plus simple est (si TOTO est le MAILLAGE en question)

MO1 = **MODE TOTO MECANIQUE ELASTIQUE** (noms des éléments) ;

Les noms des éléments sont implicites en mécanique, sauf dans quelques cas particuliers (en 3D, l'élément géométrique TRI3 peut être soit COQ3 soit DKT, l'élément SEG2 peut être soit POUTRE soit TUYAU). Dans le cas décrit ci-dessus le modèle est isotrope. A chaque modèle non linéaire sont associées des variables internes. Les noms de ces variables sont données dans le chapitre 7.4 MATERIAUX NON LINEAIRES page 45 ainsi que dans le tome 2.

Premier pas non linéaire

On peut compliquer un petit peu en remplaçant MECANIQUE ELASTIQUE par MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE PARFAIT. Voir le Tome 2.

Quelques modèles "courants" (du plus au moins)

MECANIQUE ELASTIQUE (sous-entendu ISOTROPE) - Tome 1

MECANIQUE ELASTIQUE ORTHOTROPE - Tome 1

MECANIQUE ELASTIQUE ANISOTROPE - Tome 1

MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE (sous-entendu ISOTROPE)

MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE PARFAIT

MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE CINEMATIQUE

MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE DRUCKER_PARFAIT

MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE DRUCKER_PRAGER

MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE CHABOCHE1

MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE CHABOCHE2

MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE ENDOMMAGEABLE

MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE BETON

FROTTEMENT COULOMB

MECANIQUE ELASTIQUE FLUAGE RCCMR_304

MECANIQUE ELASTIQUE FLUAGE NORTON

MECANIQUE ELASTIQUE VISCOPLASTIQUE PARFAIT

MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE COULOMB

MECANIQUE ELASTIQUE ENDOMMAGEMENT UNILATERAL

MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE BETON_UNI

MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE OTTOSEN

MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE BETON_INSA

MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE BETOCYCL

LIQUIDE - Tome 1
LIQUIDE MECANIQUE (interface fluide-solide) - Tome 1

POREUX (sous entendu ELASTIQUE) - Tome 1
POREUX ELASTIQUE PLASTIQUE CINEMATIQUE
POREUX ELASTIQUE PLASTIQUE DRUCKER_PARFAIT
POREUX ELASTIQUE PLASTIQUE DRUCKER_PRAGER
POREUX ELASTIQUE PLASTIQUE ISOTROPE
POREUX ELASTIQUE PLASTIQUE PARFAIT

Le comportement élastique est isotrope dans tous les cas du matériau plastique. La plasticité « isotrope » fait référence au type d'écrouissage (homothétie de la surface de charge, modèle de Prandtl-Reuss); la plasticité cinématique (modèle de Prager) est une translation de la surface de charge.

5.2 CORRESPONDANCE GEOMETRIE-ELEMENTS FINIS

Les valeurs par défaut sont entre parenthèses. La géométrie contient le nom après opération de maillage, tandis que l'élément fini est à choisir dans l'opérateur MODEle. Les noms entre parenthèses, dans la colonne éléments finis, sont les noms choisis par défaut; une précaution utile consiste à toujours fournir le(s) nom(s) des éléments finis que l'on souhaite utiliser car même s'il n'y a qu'une seule possibilité, elle n'est pas toujours prise par défaut.

a) MODEle MECANIQUE ...

C'est le support géométrique qui permet de faire le lien avec les calculs thermiques.

Géométrie	Eléments finis	DDL	Mode
POI1	(POI1) CERC	UX,UY UR,UZ,(UT)	PLAN AXIS,(FOUR)
SEG2	BARR BARR COQ2 COQ2 POUT TIMO TUYA	UX,UY UX,UY,UZ UX,UY,RZ UR,UZ,RT,(UT) UX,UY,UZ,RX,RY,RZ UX,UY,UZ,RX,RY,RZ UX,UY,UZ,RX,RY,RZ	PLAN TRID PLAN AXIS,(FOUR) TRID TRID TRID
TRI3	(TRI3) (TRI3) COQ3 DKT DST ICT3 ICT3	UX,UY UR,UZ,(UT) UX,UY,UZ,RX,RY,RZ UX,UY,UZ,RX,RY,RZ UX,UY,UZ,RX,RY,RZ UX,UY UR,UZ,(UT)	PLAN AXIS,(FOUR) TRID TRID TRID PLAN AXIS
QUA4	(QUA4) (QUA4) COQ4 ICQ4 ICQ4	UX,UY UR,UZ,(UT) UX,UY,UZ,RX,RY,RZ UX,UY UR,UZ,(UT)	PLAN AXIS,(FOUR) TRID PLAN AXIS
TRI6	(TRI6) (TRI6) COQ6 ICT6 ICT6	UX,UY UR,UZ,(UT) UX,UY,UZ,RX,RY,RZ UX,UY UR,UZ,(UT)	PLAN AXIS,(FOUR) TRID PLAN AXIS
QUA8	(QUA8) (QUA8) COQ8 ICQ8 ICQ8	UX,UY UR,UZ,(UT) UX,UY,UZ,RX,RY,RZ UX,UY UR,UZ,(UT)	PLAN AXIS,(FOUR) TRID PLAN AXIS
TET4	(TET4)	UX,UY,UZ	TRID

PYR5	(PYR5)	UX,UY,UZ	TRID
PRI6	(PRI6)	UX,UY,UZ	TRID
CUB8	(CUB8)	UX,UY,UZ	TRID
TE10	(TE10)	UX,UY,UZ	TRID
PY13	(PY13)	UX,UY,UZ	TRID
PR15	(PR15)	UX,UY,UZ	TRID
CU20	(CU20)	UX,UY,UZ	TRID
RAC2	JOI2 JOI2	UX,UY UR,UZ	PLAN AXIS
RAC3	JOI3 JOI3	UX,UY UR,UZ	PLAN AXIS
LIA3	JOT3	UX,UY,UZ	TRID
LIA4	JOI4	UX,UY,UZ	TRID

Les éléments COQ2, COQ3, DKT sont des éléments de coques minces avec, par définition si z est la normale à l'élément, $\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$.

Les éléments DST, COQ4 sont des éléments de coques avec cisaillement transverse avec, par définition si z est la normale à l'élément, $\sigma_{zz} = 0$.

Les éléments COQ6, COQ8 sont des éléments de coques épaisses courbes avec, par définition si z est la normale à l'élément, $\sigma_{zz} = 0$.

b) MODEle FROTTEMENT COULOMB

Géométrie	Eléments finis	DDL	Mode
MULT	(FRO3) (FRO3)	UX,UY,LX UR,UZ,LX	PLAN AXIS

c) MODEle LIQUIDE

Géométrie	Eléments finis	DDL	Mode
SEG2	LSE2 LSU2 LSU2	P,PI P,PI,UY P,PI,UZ	TRID PLAN AXIS, (FOUR)
TRI3	LTR3 LTR3 LSU3	P,PI P,PI P,PI,UZ	PLAN AXIS, (FOUR) TRID
QUA4	LQU4 LQU4 LSU4	P,PI P,PI P,PI,UZ	PLAN AXIS, (FOUR) TRID
TET4	LTE4	P,PI	TRID
PYR5	LPY5	P,PI	TRID
PRI6	LPR6	P,PI	TRID
CUB8	LCU8	P,PI	TRID

d) MODEle LIQUIDE MECANIQUE

Géométrie	Eléments finis	DDL	Mode
SEG2	LITU	P,PI,UX,UY,UZ	TRID
RAC2	(RAC2)	P,PI,UX,UY	PLAN
	(RAC2)	P,PI,UR,UZ	AXIS, (FOUR)
	RACO	P,PI,UX,UY,RZ	PLAN
	RACO	P,PI,UR,UZ,RT	AXIS, (FOUR)
LIA3	(LIA3)	P,PI,UX,UY,UZ	TRID
	LICO	P,PI,UX,UY,UZ, RX,RY,RZ	TRID
LIA4	(LIA4)	P,PI,UX,UY,UZ	TRID
	LIC4	P,PI,UX,UY,UZ, RX,RY,RZ	TRID

e) MODEle POREUX ...

Géométrie	Eléments finis	DDL	Mode
TRI6	(TRI6)	UX,UY,P	PLAN
	(TRI6)	UR,UZ,(UT),P	AXIS, (FOUR)
QUA8	(QUA8)	UX,UY,P	PLAN
	(QUA8)	UR,UZ,(UT),P	AXIS, (FOUR)
TE10	(TE10)	UX,UY,UZ,P	TRID
PR15	(PR15)	UX,UY,UZ,P	TRID
CU20	(CU20)	UX,UY,UZ,P	TRID

5.3 DESCRIPTION DES ELEMENTS FINIS SOLIDES

a) Eléments unidimensionnels

L'élément **BARRE OPTI DIME 2 (ou 3) MODE PLAN (ou TRID) ELEM SEG2 ;**
segment à 2 nœuds
2 (ou 3) degrés de liberté par nœuds UX, UY, (UZ)
défini par sa section composante SECTION de MATERIAU
interpolation linéaire

L'élément **POUTRE OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM SEG2 ;**
segment à 2 nœuds
6 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ, RX, RY, RZ
défini par ses propriétés géométriques composante cara de MATERIAU
interpolation linéaire en membrane et cubique en flexion

L'élément **TUYAU OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM SEG2 ;**
segment à 2 nœuds
6 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ, RX, RY, RZ
défini par ses propriétés géométriques composante cara de MATERIAU
interpolation linéaire en membrane et cubique en flexion

L'élément **TIMOSHENKO OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM SEG2 ;**
segment à 2 nœuds
6 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ, RX, RY, RZ
défini par ses propriétés géométriques composante cara de MATERIAU
interpolation linéaire en membrane et en cisaillement et cubique en flexion

b) Eléments bidimensionnels plans

La composante DIM3 de MATERIAU permet de leur fournir une épaisseur en contraintes planes.

L'élément **COQ2 OPTI DIME 2 MODE PLAN CONT (ou DEFO) ELEM SEG2 ;**
segment à 2 nœuds
3 degrés de liberté par nœuds UR, UY, RZ
défini par son épaisseur composante EPAISSEUR de MATERIAU
interpolation linéaire en membrane et cubique en flexion

L'élément **TRI3 OPTI DIME 2 MODE PLAN CONT (ou DEFO) ELEM TRI3 ;**
triangle à 3 nœuds
2 degrés de liberté par nœuds UX, UY
interpolation linéaire

L'élément **QUA4 OPTI DIME 2 MODE PLAN CONT (ou DEFO) ELEM QUA4 ;**
quadrangle à 4 nœuds
2 degrés de liberté par nœuds UX, UY
interpolation linéaire

L'élément TRI6 **OPTI DIME 2 MODE PLAN CONT (ou DEFO) ELEM TRI6 ;**
triangle à 6 nœuds
2 degrés de liberté par nœuds UX, UY
interpolation quadratique

L'élément QUA8 **OPTI DIME 2 MODE PLAN CONT (ou DEFO) ELEM QUA8 ;**
quadrangle à 8 nœuds
2 degrés de liberté par nœuds UX, UY
interpolation quadratique

c) Eléments bidimensionnels axisymétriques

L'élément COQ2 **OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM SEG2 ;**
segment à 2 nœuds
3 degrés de liberté par nœuds UR, UZ, RT
défini par son épaisseur composante EPAIsseur de MATERiau
interpolation linéaire en membrane et cubique en flexion

L'élément TRI3 **OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM TRI3 ;**
triangle à 3 nœuds
2 degrés de liberté par nœuds UR, UZ
interpolation linéaire

L'élément QUA4 **OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM QUA4 ;**
quadrangle à 4 nœuds
2 degrés de liberté par nœuds UR, UZ
interpolation linéaire

L'élément TRI6 **OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM TRI6 ;**
triangle à 6 nœuds
2 degrés de liberté par nœuds UR, UZ
interpolation quadratique

L'élément QUA8 **OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM QUA8 ;**
quadrangle à 8 nœuds
2 degrés de liberté par nœuds UR, UZ
interpolation quadratique

d) Eléments bidimensionnels axisymétriques série de Fourier (harmonique n)

L'élément COQ2 **OPTI DIME 2 MODE FOUR n ELEM SEG2 ;**
segment à 2 nœuds
4 degrés de liberté par nœuds UR, UZ, UT, RT
défini par son épaisseur composante EPAIsseur de MATERiau
interpolation linéaire en membrane et cubique en flexion

L'élément TRI3 **OPTI DIME 2 MODE FOUR n ELEM TRI3 ;**
triangle à 3 nœuds
3 degrés de liberté par nœuds UR, UZ, UT
interpolation linéaire

L'élément QUA4 **OPTI DIME 2 MODE FOUR n ELEM QUA4 ;**
quadrangle à 4 nœuds
3 degrés de liberté par nœuds UR, UZ, UT

interpolation linéaire
 L'élément TRI6 **OPTI DIME 2 MODE FOUR n ELEM TRI6 ;**
 triangle à 6 nœuds
 3 degrés de liberté par nœuds UR, UZ, UT
 interpolation quadratique
 L'élément QUA8 **OPTI DIME 2 MODE FOUR n ELEM QUA8 ;**
 quadrangle à 8 nœuds
 3 degrés de liberté par nœuds UR, UZ, UT
 interpolation quadratique

e) Eléments tridimensionnels surfaciques

L'élément COQ3 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM TRI3 ;**
 triangle à 3 nœuds, coque mince hypothèse de Kirchhoff-Love
 6 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ, RX, RY, RZ
 défini par son épaisseur composante EPAIsseur de MATeriau
 interpolation linéaire en membrane et cubique en flexion
 L'élément COQ4 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM QUA4 ;**
 quadrangle à 4 nœuds, coque mince avec cisaillement
 non nécessairement plan mais cotés droits
 6 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ, RX, RY, RZ
 défini par son épaisseur composante EPAIsseur de MATeriau
 interpolation linéaire sur la surface de l'élément et parabolique dans l'épaisseur
 L'élément COQ6 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM TRI6 ;**
 triangle à 6 nœuds, coque épaisse hypothèse de Mindlin-Reissner
 cotés courbes
 6 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ, RX, RY, RZ
 défini par son épaisseur composante EPAIsseur de MATeriau
 interpolation parabolique en membrane et parabolique en flexion
 L'élément COQ8 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM QUA8 ;**
 quadrangle à 8 nœuds, coque épaisse hypothèse de Mindlin-Reissner
 cotés courbes
 6 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ, RX, RY, RZ
 défini par son épaisseur composante EPAIsseur de MATeriau
 interpolation parabolique en membrane et parabolique en flexion
 L'élément DKT (Discrete Kirchhoff Triangle) **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM TRI3 ;**
 triangle à 3 nœuds, coque mince
 6 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ, RX, RY, RZ
 défini par son épaisseur composante EPAIsseur de MATeriau
 interpolation linéaire en membrane et cubique en flexion
 L'élément DST (Discrete Shear Triangle) **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM TRI3 ;**
 triangle à 3 nœuds, coque mince avec cisaillement
 6 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ, RX, RY, RZ
 défini par son épaisseur composante EPAIsseur de MATeriau
 interpolation linéaire en membrane et en cisaillement et cubique en flexion

f) Eléments tridimensionnels massifs

- L'élément TET4 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM CUB8 ;**
 tétraèdre à 4 nœuds
 arêtes droites
 4 faces TRI3
 3 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ
 interpolation linéaire
- L'élément PYR5 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM CUB8 ;**
 pyramide à 5 nœuds
 arêtes droites
 3 faces TRI3 et 1 face QUA4
 3 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ
 interpolation linéaire
- L'élément PRI6 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM PRI6 ;**
 prisme à 6 nœuds
 arêtes droites
 2 faces TRI3 et 3 faces QUA4
 3 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ
 interpolation linéaire
- L'élément CUB8 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM CUB8 ;**
 hexaèdre à 8 nœuds
 arêtes droites
 6 faces QUA4
 3 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ
 interpolation linéaire
- L'élément TE10 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM CU20 ;**
 tétraèdre à 10 nœuds
 arêtes courbes
 4 faces TRI6
 3 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ
 interpolation parabolique
- L'élément PY13 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM CU20 ;**
 pyramide à 13 nœuds
 arêtes courbes
 3 faces TRI6 et 1 face QUA8
 3 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ
 interpolation parabolique
- L'élément PR15 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM PR15 ;**
 prisme à 15 nœuds
 arêtes courbes
 2 faces TRI6 et 3 faces QUA8
 3 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ
 interpolation parabolique
- L'élément CU20 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM CU20 ;**
 hexaèdre à 20 nœuds
 arêtes courbes
 6 faces QUA8
 3 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ
 interpolation parabolique

5.4 DESCRIPTION DES ELEMENTS FINIS JOINTS

a) Eléments bidimensionnels plans

La composante DIM3 de MATERiau permet de leur fournir une épaisseur en contraintes planes. Pour les modéliser il faut utiliser l'opérateur RACCord (voir volume MAILLAGE).

L'élément JOI2 **OPTI DIME 2 MODE PLAN CONT (ou DEFO) ELEM RAC2 ;**
2x2 nœuds, raccord entre TRI3 et QUA4.
2 degrés de liberté par nœuds UX, UY
interpolation linéaire

L'élément JOI3 **OPTI DIME 2 MODE PLAN CONT (ou DEFO) ELEM RAC3 ;**
2x3 nœuds, raccord entre TRI6 et QUA8.
2 degrés de liberté par nœuds UX, UY
interpolation quadratique

b) Eléments bidimensionnels axisymétriques

Pour les modéliser il faut utiliser l'opérateur RACCord (voir volume MAILLAGE).

L'élément JOI2 **OPTI DIME 2 MODE PLAN CONT (ou DEFO) ELEM RAC2 ;**
2x2 nœuds, raccord entre TRI3 et QUA4.
2 degrés de liberté par nœuds UR, UZ
interpolation linéaire

L'élément JOI3 **OPTI DIME 2 MODE PLAN CONT (ou DEFO) ELEM RAC3 ;**
2x3 nœuds, raccord entre TRI6 et QUA8.
2 degrés de liberté par nœuds UR, UZ
interpolation quadratique

c) Eléments tridimensionnels massifs

Pour les modéliser il faut utiliser l'opérateur LIAIson (voir volume MAILLAGE).

L'élément JOT3 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM LIA3 ;**
2x3 nœuds, raccord entre faces triangulaires de TET4, PYR5, PRI6.
arêtes droites
3 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ
interpolation linéaire

L'élément JOI4 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM LIA4 ;**
2x4 nœuds, raccord entre faces quadrangulaires de PYR5, PRI6, CUB8.
arêtes droites
2 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ
interpolation linéaire

5.5 DESCRIPTION DES ELEMENTS FINIS FLUIDES

a) Eléments unidimensionnels

L'élément LSE2 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM SEG2 ;**
segment à 2 nœuds
2 degrés de liberté par nœuds P, PI
défini par sa section composante SECTION de MATÉRIAU
interpolation linéaire

b) Eléments bidimensionnels plans

La composante DIM3 de MATÉRIAU permet de leur fournir une épaisseur en contraintes planes.

L'élément LSU2 **OPTI DIME 2 MODE PLAN CONT (ou DEFO) ELEM SEG2 ;**
segment à 2 nœuds, surface libre
3 degrés de liberté par nœuds P, PI, UY
interpolation linéaire

L'élément LTR3 **OPTI DIME 2 MODE PLAN CONT (ou DEFO) ELEM TRI3 ;**
triangle à 3 nœuds
2 degrés de liberté par nœuds P, PI
interpolation linéaire

L'élément LQU4 **OPTI DIME 2 MODE PLAN CONT (ou DEFO) ELEM QUA4 ;**
quadrangle à 4 nœuds
2 degrés de liberté par nœuds P, PI
interpolation linéaire

c) Eléments bidimensionnels axisymétriques

L'élément LSU2 **OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM SEG2 ;**
segment à 2 nœuds, surface libre
3 degrés de liberté par nœuds P, PI, UZ
interpolation linéaire

L'élément LTR3 **OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM TRI3 ;**
triangle à 3 nœuds
2 degrés de liberté par nœuds P, PI
interpolation linéaire

L'élément LQU4 **OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM QUA4 ;**
quadrangle à 4 nœuds
2 degrés de liberté par nœuds P, PI
interpolation linéaire

d) Eléments tridimensionnels surfaciques

L'élément LSU3 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM TRI3 ;**

triangle à 3 nœuds, surface libre
3 degrés de liberté par nœuds P, PI, UZ
interpolation linéaire

L'élément LSU4 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM QUA4 ;**

quadrangle à 4 nœuds, surface libre
non nécessairement plan mais cotés droits
3 degrés de liberté par nœuds P, PI, UZ
interpolation linéaire

e) Eléments tridimensionnels massifs

L'élément LTE4 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM CUB8 ;**

tétraèdre à 4 nœuds
arêtes droites
4 faces TRI3
2 degrés de liberté par nœuds P, PI
interpolation linéaire

L'élément LPY5 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM CUB8 ;**

pyramide à 5 nœuds
arêtes droites
3 faces TRI3 et 1 face QUA4
2 degrés de liberté par nœuds P, PI
interpolation linéaire

L'élément LPR6 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM PRI6 ;**

prisme à 6 nœuds
arêtes droites
2 faces TRI3 et 3 faces QUA4
2 degrés de liberté par nœuds P, PI
interpolation linéaire

L'élément LCU8 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM CUB8 ;**

hexaèdre à 8 nœuds
arêtes droites
6 faces QUA4
2 degrés de liberté par nœuds P, PI
interpolation linéaire

5.6 DESCRIPTION DES ELEMENTS FINIS RACCORD FLUIDE-STRUCTURE

a) Eléments unidimensionnels

L'élément LITU **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM SEG2 ;**
segment à 2 nœuds
5 degrés de liberté P, PI sur le nœud fluide puis UX, UY, UZ sur le nœud solide
interpolation linéaire

b) Eléments bidimensionnels plans

La composante DIM3 de MATERiau permet de leur fournir une épaisseur en contraintes planes. Pour les modéliser, il faut utiliser l'opérateur RACCord (voir volume MAILLAGE).

L'élément RAC2 raccord entre QUA4 ou TRI3 et LTR3 ou LQU4
2x2nœuds
8 degrés de liberté P, PI pour les nœuds fluide puis UX, UY pour les nœuds solide
interpolation linéaire

L'élément RACO raccord entre COQ2 et LTR3 ou LQU4
2x2 nœuds
10 degrés de liberté P, PI pour les nœuds fluide puis UX, UY, RZ pour les nœuds
solide
interpolation linéaire

c) Eléments bidimensionnels axisymétriques

Pour les modéliser, il faut utiliser l'opérateur RACCord (voir volume MAILLAGE).

L'élément RAC2 raccord entre QUA4 ou TRI3 et LTR3 ou LQU4
2x2nœuds
8 degrés de liberté P, PI pour les nœuds fluide puis UR, UZ pour les nœuds solide
interpolation linéaire

L'élément RACO raccord entre COQ2 et LTR3 ou LQU4
2x2 nœuds
10 degrés de liberté P, PI pour les nœuds fluide puis UR, UZ, RT pour les nœuds
solide
interpolation linéaire

d) Eléments tridimensionnels surfaciques

Pour les modéliser, il faut utiliser l'opérateur LIAIson (voir volume MAILLAGE).

L'élément LICO raccord entre COQ3 ou DKT ou DST et LTE4 ou LPY5 ou LPR6
2x3 nœuds
24 degrés de liberté P, PI pour les nœuds fluide puis UX, UY, UZ, RX, RY, RZ pour

les nœuds solide

interpolation linéaire

L'élément LIC4 raccord entre COQ4 et LPY5 ou LPR6 ou LCU8

2x4 nœuds

32 degrés de liberté P, PI pour les nœuds fluide puis UX, UY, UZ, RX, RY, RZ pour

les nœuds solide

interpolation linéaire

e) Eléments tridimensionnels massifs

Pour les modéliser, il faut utiliser l'opérateur LIAison (voir volume MAILLAGE).

L'élément LIA3 raccord entre TET4 ou PYR5 ou PRI6 et LTE4 ou LPY5 ou LPR6

2x3 nœuds

15 degrés de liberté P, PI pour les nœuds fluide puis UX, UY, UZ pour les nœuds

solide

interpolation linéaire

L'élément LIA4 raccord entre PY5 ou PRI6 ou CUB8 et LPY5 ou LPR6 ou LCU8

2x4 nœuds

20 degrés de liberté P, PI pour les nœuds fluide puis UX, UY, UZ pour les nœuds

solide

interpolation linéaire

5.7 DESCRIPTION DES ELEMENTS FINIS POREUX

a) Eléments bidimensionnels plans

La composante DIM3 de MATERiau permet de leur fournir une épaisseur en contraintes planes.

L'élément TRI6 **OPTI DIME 2 MODE PLAN CONT (ou DEFO) ELEM TRI6;**
triangle à 6 nœuds
3 degrés de liberté par nœuds UX, UY, P
interpolation quadratique en déplacements et linéaire en pression

L'élément QUA8 **OPTI DIME 2 MODE PLAN CONT (ou DEFO) ELEM QUA8 ;**
quadrangle à 8 nœuds
3 degrés de liberté par nœuds UX, UY, P
interpolation quadratique en déplacements et linéaire en pression

b) Eléments bidimensionnels axisymétriques

L'élément TRI6 **OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM TRI6;**
triangle à 6 nœuds
3 degrés de liberté par nœuds UR, UZ, P
interpolation quadratique en déplacements et linéaire en pression

L'élément QUA8 **OPTI DIME 2 MODE AXIS ELEM QUA8 ;**
quadrangle à 8 nœuds
3 degrés de liberté par nœuds UR, UZ, P
interpolation quadratique en déplacements et linéaire en pression

c) Eléments bidimensionnels série de Fourier

L'élément TRI6 **OPTI DIME 2 MODE FOUR n ELEM TRI6;**
triangle à 6 nœuds
4 degrés de liberté par nœuds UR, UZ, UT, P
interpolation quadratique en déplacements et linéaire en pression

L'élément QUA8 **OPTI DIME 2 MODE FOUR n ELEM QUA8 ;**
quadrangle à 8 nœuds
4 degrés de liberté par nœuds UR, UZ, UT, P
interpolation quadratique en déplacements et linéaire en pression

d) Eléments tridimensionnels massifs

L'élément TE10 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM CU20 ;**
tétraèdre à 10 nœuds
arêtes courbes
4 faces TRI6
4 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ, P
interpolation parabolique en déplacements et linéaire en pression

L'élément PR15 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM PR15 ;**

prisme à 15 nœuds

arêtes courbes

2 faces TRI6 et 3 faces QUA8

4 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ, P

interpolation parabolique en déplacements et linéaire en pression

L'élément CU20 **OPTI DIME 3 MODE TRID ELEM CU20 ;**

hexaèdre à 20 nœuds

arêtes courbes

6 faces QUA8

4 degrés de liberté par nœuds UX, UY, UZ, P

interpolation parabolique en déplacements et linéaire en pression

e) Matrice de rigidité

Il nous semble utile de décrire la nature de la matrice issue de l'opérateur RIGI. Soit N le nombre de nœuds (6, 8, 10, 13, 15, 20) dont M (3, 4, 4, 5, 6, 8) nœuds sommets et L (3 ou 4) le nombre de degrés de liberté par nœuds. On peut décomposer la matrice (qui a N*L lignes et N*L colonnes) en plusieurs parties. Entre parenthèses, on donne comme exemple les dimensions dans le cas du TRI6 plan numéroté points-sommets puis points-milieus.

$$\begin{bmatrix} K11 & K12 & 0 \\ K21 & K22 & K23 \\ 0 & K32 & K33 \end{bmatrix}$$

K11 N*(L-1) lignes et N*(L-1) colonnes: matrice carrée de raideur mécanique proportionnelle à YOUN (12,12).

K12 N*(L-1) lignes et M colonnes: matrice de couplage proportionnelle à COB (12,3).

K13 N*(L-1) lignes et (N-M) colonnes identiquement nulles (12,3)

K21 K12 (Transposée) (3,12)

K31 K13 (Transposée) (3,12)

K22 M lignes et M colonnes: matrice carrée proportionnelle à MOB (3,3).

K33 (N-M) lignes et (N-M) colonnes: matrice carrée proportionnelle à MOB (3,3).

K23 M lignes et (N-M) colonnes: matrice proportionnelle à MOB exprimant les relations entre un nœud milieu et deux nœuds sommets (3,3).

K32 K23 (Transposée) (3,3)

f) Matrice de perméabilité

Il nous semble utile de décrire la nature de la matrice issue de l'opérateur PERM. Soit N le nombre de nœuds (6, 8, 10, 13, 15, 20) dont M (3, 4, 4, 5, 6, 8) nœuds sommets. La matrice a N lignes et N colonnes. Elle s'écrit dans le cas du TRI6 plan numéroté points-sommets puis points-milieus.

$$\begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

L M lignes et M colonnes: matrice carrée de perméabilité proportionnelle à PERM/VISC (élément à interpolation linéaire correspondant).

Tout le reste est nul.

6. CONDITIONS AUX LIMITES MECANIQUES

Les conditions portent sur les degrés de liberté qui dépendent du type de calcul.

Pour la MECANIQUE, on a:

PLAN	UX UY (RZ)
AXISYMETRIQUE	UR UZ (RT)
FOURIER	UR UZ UT (RT) (<i>voir chapitre options de calculs mécaniques page 11</i>)
TRIDIMENSIONNEL	UX UY UZ (RX RY RZ)
Conditions aux limites	LX

Pour les LIQUIDE, on a:

Dans tous les cas	P PI (on mettra 'PI' pour éviter le conflit avec la variable π)
Conditions aux limites	LX

Pour les POREUX, on a:

PLAN	UX UY à tous les nœuds P aux sommets
AXISYMETRIQUE	UR UZ à tous les nœuds P aux sommets
FOURIER	UR UZ UT à tous les nœuds P aux sommets
TRIDIMENSIONNEL	UX UY UZ à tous les nœuds P aux sommets
Conditions aux limites	LX

Elles apparaissent dans la matrice de rigidité et en général dans le chargement.

Dans la suite le mot ddl peut être remplacé par un ou plusieurs de ces degrés de liberté ou par **DEPL** et/ou **ROTA** suivi éventuellement par **DIRE**ction vecteur.

Les conditions de blocages sont traités par multiplicateurs de Lagrange : la composante s'appelle LX quelque soit le degré de liberté.

ANTIsymétrie

Conditions d'antisymétrie sur une ligne (en 2D) ou une surface (en 3D). Crée un objet de type rigidité à assembler (ET) avec la rigidité globale. C'est le dual d'une condition de symétrie.

RCL1 = **ANTI (DEPL et/ou ROTA)** P1 P2 (P3) mail crit ;

La condition est imposée sur les déplacements ou/et les rotations, par rapport à la droite passant par P1 et P2 (si **OPTI DIME** 2) ou par rapport au plan passant par P1, P2 et P3 (si **OPTI DIME** 3) pour les points de mail situés à une distance inférieure à crit de la droite ou du plan.

(voir *SYMéTrie, BLOQuer, RELAtion*)

APPUi

Conditions d'appui sur un objet de type POINT ou MAILLAGE. Crée un objet de type rigidité à assembler (ET) avec la rigidité globale.

RCL2 = **APPU** ddl valeur mail ;

(voir *SYMéTrie, BLOQuer, RELAtion, RIGIdité, ANTIsymétrie*)

BLOQuer

Conditions de blocage unilatéral ou bilatéral sur un objet de type POINT ou MAILLAGE. Crée un objet de type rigidité à assembler (ET) avec la rigidité globale. L'opérateur **DEPImposé** est obligatoire si la valeur imposée est non nulle (sinon la valeur imposée sera nulle).

Cas bilatéral: On impose la valeur (fournie dans DEPImposé) des ddl de mail: $U = \text{valeur}$

RCL2 = **BLOQ** ddl mail ;

Cas unilatéral: On impose une borne (fournie dans DEPImposé) aux ddl de mail: $U < \text{valeur (MAXI)}$ ou $U > \text{valeur (MINI)}$

RCL2 = **BLOQ (MINI ou MAXI)** ddl mail ;

MINI (ou MAXI) doit être devant le nom du ddl

Cas de l'encastrement : Une condition d'encastrement sur l'objet mail s'écrit

RCL3 = **BLOQ DEPL (ROTA)** mail ;

Cas des LIQUIDE : une condition de pression imposée sur l'objet mail s'écrit

RCL4 = **BLOQ PI** mail ;

(voir *SYMéTrie, ANTIsymétrie, RELAtion, APPUi, DEPImposé*)

COLLER

Permet de définir une liaison coque-massif ou poutre-massif en 3D (relation entre rotations et translations)

RCLM = **COLLER MAI1 MAI2 (SOUP)** ;

MAI1 MAILLAGE (volume)

MAI2 MAILLAGE (ligne ou surface)

Attention, l'ordre des deux maillages est impératif.

COLLER1

Permet de définir une liaison poutre-coque en 3D.

RCLP = **COLLER1 MAC1 MAP1 (ang)** ;

MAC1 MAILLAGE (surface)

MAC2 MAILLAGE (ligne)

ang FLOTTANT (par défaut 5 °)

Attention, l'ordre des deux maillages est impératif.

IMPOser

Liaisons pour le contact entre deux maillages de SEG2. Il y a deux possibilités:

DCL1 RCL1 = **IMPO** mail1 mail2 ;

DCL1 CHPOINT

RCL1 RIGIDITE

mail1 MAILLAGE

mail2 MAILLAGE

ou

MAIL3 = **IMPO MAIL** mail1 mail2 ;

DCL1 RCL1 = **IMPO BLOC** mail3 ;

DCL1 CHPOINT

RCL1 RIGIDITE

mail1 MAILLAGE

mail2 MAILLAGE
mail3 MAILLAGE

Les deux lignes doivent se tourner le dos au sens des normales. Pour le vérifier on peut utiliser la procédure PATIN décrite dans le volume DESCRIPTION du LANGAGE et des OPERATEURS de MAILLAGE ou l'opérateur VSURface décrit dans le volume VERIFICATION des DONNEES.

RELAtion

Relations linéaires unilatérale ou bilatérale entre degrés de liberté. Crée un objet de type rigidité à assembler (ET) avec la rigidité globale. L'opérateur **DEPI**posé (ou **JEU**) est obligatoire si la valeur imposée est non nulle (sinon la valeur imposée sera nulle).

Cas bilatéral: On impose la valeur (fournie dans **DEPI**posé) de la relation: $\Sigma(\text{coef}_i U_i) = \text{valeur}$

RCL3 = **RELA** coef1 ddl1 mail1 +ou- coef2 ddl2 mail2 ... ;

Cas unilatéral: On impose une borne (fournie dans **DEPI**posé) à la relation: $\Sigma(\text{coef}_i U_i) < \text{valeur (MAXI)}$ ou $\Sigma(\text{coef}_i U_i) > \text{valeur (MINI)}$

RCL3 = **RELA (MINI ou MAXI)** coef1 ddl1 mail1 +ou- coef2 ddl2 mail2 ... ;
MINI (ou MAXI) doit être devant le nom du ddl

Il doit y avoir le même nombre de nœuds dans tout les mail_i. La relation est imposée nœud par nœud.

Permet aussi d'imposer un même déplacement sur un MAILLAGE.

RCL4 = **RELA ENSE** ddl mail ;

Tous les nœuds de mail auront le même déplacement dans la direction ddl.

*(voir ANTI*symétrie, *BLO*Que, *DEPI*posé, *JEU*, *SYM*éTrie)

RIGIdité

Conditions d'appui sur un objet de type POINT ou MAILLAGE. Crée un objet de type rigidité à assembler (ET) avec la rigidité globale.

RCL5 = **RIGI** dir valeur mail ;

*(voir SYM*éTrie, *BLO*Quer, *REL*Ation, *APP*Ui, *ANTI*symétrie)

SYMéTrie

Conditions de symétrie sur une ligne (en 2D) ou une surface (en 3D). Crée un objet de type rigidité à assembler (ET) avec la rigidité globale. A ne pas confondre avec l'opérateur de maillage **SYM**étrie.

RCL6 = **SYMT (DEPL et/ou ROTA)** P1 P2 (P3) mail crit ;

La condition est imposée sur les déplacements ou/et les rotations, par rapport à la droite passant par P1 et P2 (si **OPTI DIME** 2) ou par rapport au plan passant par P1, P2 et P3 (si **OPTI DIME** 3) pour les points de mail situés à une distance inférieure à crit de la droite ou du plan.

Dans le cas des liquides, la condition de symétrie est implicite.

*(voir ANTI*symétrie, *BLO*Quer, *REL*Ation)

Bien que non linéaire, le problème des appuis unilatéraux ou plus généralement du contact (sans frottement) peut se traiter en linéaire. Pour le frottement, voir les chapitres statique et dynamique non linéaires (en particulier voir le Tome 2).

7. MATERIAUX EN MECANIQUE

Dans tous les cas l'objet créé est de type MCHAML.

7.1 MATERIAUX ISOTROPES

a) Description de la syntaxe

Le matériau est appliqué sur un MMODEL. La forme la plus simple (c'est le cas des matériaux linéaires isotropes) est (si MO1 est le MMODEL en question)

MA1 = MATE MO1 YOUN E NU v (RHO ρ) (ALPH α) (CARA car) ;

E représente le module d'Young (composante YOUN),

v représente le coefficient de Poisson (composante NU), dans tous les cas, même incompressible v doit être inférieur à 0.5 .

ρ représente la masse volumique (optionnel) (composante RHO),

α représente le coefficient de dilatation linéaire (optionnel) (composante ALPH).

Les coefficients peuvent être de type FLOTTANT, EVOLUTIO (variable en fonction d'un paramètre de charge par exemple la température) ou MCHAML (variable en fonction de la géométrie).

CARA car représente les caractéristiques géométriques (composantes cara donc si c'est nécessaire):

DIM3 h	(épaisseurs pour les éléments en contraintes planes) par défaut 1. Dans ce cas, il faut faire attention aux chargements de type ponctuel (FORC, MOME, FREPART, RESU, REAC).
SECT sect	(sections pour les éléments de barres)
EPAI ep	(épaisseurs pour les éléments de "coques" ¹)
EXCE ex	(excentremets pour les éléments de "coques", 0 par défaut et compté positivement dans le sens de la normale à la coque)
ALFA α	(coefficient de flexion pour les éléments de "coques", 2/3 par défaut)
SECT sect INRY Iy INRZ Iz TORS .Jx VECT vect (SECY secy SECZ secz DX dx DY dy DZ dz)	(éléments de poutres) section, inertie dans la direction de V, inertie dans la direction perpendiculaire à V et à la poutre, inertie de torsion, cosinus directeurs de la direction locale y, (sections réduites au cisaillement - pour élément TIMO - puis distances à l'axe neutre)

¹ Sans que CASTEM2000® y fasse référence dans les calculs de mécanique des structures (sauf dans le cas suivant de l'excentrement et dans un cas de pression), il est bon de savoir que les coques sont aussi caractérisées par une normale qui est orientée de la face inférieure vers la face supérieure et qui est définie par construction. On peut visualiser cette normale par la procédure PATIN décrite dans le volume DESCRIPTION DU LANGAGE ou l'opérateur VSURface décrit dans le volume VERIFICATION des DONNEES

Erreur! Nom de fichier incorrect.

EPAI ep **RAYO** rext (**RACO** ray **VECT** vect **PRES** p **CISA** cisa)

(éléments de tuyau)

épaisseur, rayon extérieur, (rayon du congé,
cosinus directeurs, pression interne, coefficient
de cisaillement)

L'opérateur CARActéristique permet de fournir les caractéristiques géométriques de manière indépendante.

CA1 = **CARA** MO1 **CARA** car ;

Pour les éléments joints (JOI2, JOI3, JOI4) les caractéristiques sont les suivantes :

KS ks	raideur(s) de cisaillement
KN kn	raideur normale
RHO ρ	masse volumique
ALPN α	coefficient de dilatation

b) Expression de la matrice de Hooke isotrope

L'opérateur HOOKE permet d'obtenir la matrice (dans le cas contraintes planes, cet opérateur ne tient pas compte de l'épaisseur h fournie dans DIM3) :

CHHO = **HOO**K ma1 mo1 ;

ma1 MCHAML contenant les caractéristiques mécaniques et si nécessaire les caractéristiques géométriques.

mo1 MMODEL

Cas général tridimensionnel

En fonction des coefficients de Lamé

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & & & & & \\ & \lambda & & & & \\ & & \lambda + 2\mu & & & \\ & & & \lambda & & \\ & & & & \lambda + 2\mu & \\ & & & & & \mu \\ & & & & & & \mu \\ & & & & & & & \mu \end{bmatrix} \text{Sym} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} - \alpha\Delta T \\ \varepsilon_{yy} - \alpha\Delta T \\ \varepsilon_{zz} - \alpha\Delta T \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix}$$

ou en fonction du module d'Young et du coefficient de Poisson

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & & & & & \\ \nu & 1-\nu & & & & \\ \nu & \nu & 1-\nu & & & \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{Sym} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} - \alpha\Delta T \\ \varepsilon_{yy} - \alpha\Delta T \\ \varepsilon_{zz} - \alpha\Delta T \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix}$$

avec $\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$

En Fourier X devient R, Y devient Z et Z devient T

Cas contraintes planes ($\sigma_{zz} = 0$)

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu \\ \nu & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{Sym} \\ \\ \\ \end{matrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} - \frac{\alpha Eh \Delta T}{1-\nu} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

avec $\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy}$

et $\varepsilon_{zz} = -\frac{\nu}{Eh} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) + \alpha\Delta T$

Cas déformations planes ($\varepsilon_{zz} = \alpha\Delta T$)

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & & & & & \\ \nu & 1-\nu & & & & \\ \nu & \nu & 1-\nu & & & \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{Sym} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} - \frac{\alpha E \Delta T}{1-\nu} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

avec $\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy}$

et $\sigma_{zz} = \nu (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) - E\alpha\Delta T$

Cas axisymétrique

$$\begin{bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{tt} \\ \sigma_{rz} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & & & & & \\ \nu & 1-\nu & & & & \\ \nu & \nu & 1-\nu & & & \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{Sym} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{rr} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{tt} \\ \gamma_{rz} \\ \gamma_{\theta z} \\ \gamma_{\theta r} \end{bmatrix} - \frac{\alpha E \Delta T}{1-\nu} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

avec $\gamma_{rz} = 2\varepsilon_{rz}$

Cas des coques

Soit e_p l'épaisseur et e_x l'excentrement

Les termes de membrane (et de cisaillement) sont multipliés par e_p .

Les termes de flexion sont multipliés par $[e_p (e_x^2 + e_p^2/12)]$

Les termes de couplage sont multipliés par $(e_p \times e_x)$

Pour les termes de cisaillement transverse, on applique un coefficient multiplicateur de $5/6$. Ce coefficient dit de Reissner est évalué à partir de l'énergie de cisaillement transverse. On trouve dans la littérature d'autres valeurs : coefficient de Timoshenko ($2/3$), ou de Mindlin ($\pi^2/12$).

7.2 MATERIAUX ORTHOTROPES

Le repère d'orthotropie est fourni par l'option **DIREction** ou **RADial**. Il faut aussi bien entendu fournir les caractéristiques géométriques.

Avec ce type de matériaux, il est possible de traiter aussi les grands déplacements, les calculs non linéaires où l'une (ou plusieurs) caractéristique(s) dépend(ent) de la température ou d'un paramètre de charge.

L'opérateur **HOOKe** permet d'obtenir la matrice (dans le cas contraintes planes, cet opérateur ne tient pas compte de l'épaisseur h fournie dans **DIM3**) :

CHHO = **HOOK** ma1 mo1 ;

ma1 MCHAML contenant les caractéristiques mécaniques et si nécessaire les caractéristiques géométriques.

mo1 MMODEL

Les caractéristiques sont fournies dans le repère d'orthotropie. La rotation vers le repère général (ou local) de calcul est faite par le programme.

Soit a_1, a_2, a_3 les cosinus directeurs du premier axe du second repère dans le premier repère.

Soit b_1, b_2, b_3 les cosinus directeurs du deuxième axe du second repère dans le premier repère.

Soit c_1, c_2, c_3 les cosinus directeurs du troisième axe du second repère dans le premier repère.

La formule de transformation permettant de passer du second repère (') vers le premier est (pour les contraintes ou les déformations exprimées comme ci-dessus) est :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1^2 & b_1^2 & c_1^2 & 2a_1b_1 & 2a_1c_1 & 2b_1c_1 \\ a_2^2 & b_2^2 & c_2^2 & 2a_2b_2 & 2a_2c_2 & 2b_2c_2 \\ a_3^2 & b_3^2 & c_3^2 & 2a_3b_3 & 2a_3c_3 & 2b_3c_3 \\ a_1a_2 & b_1b_2 & c_1c_2 & a_1b_2 + a_2b_1 & a_1c_2 + a_2c_1 & b_1c_2 + b_2c_1 \\ a_1a_3 & b_1b_3 & c_1c_3 & a_1b_3 + a_3b_1 & a_1c_3 + a_3c_1 & b_1c_3 + b_3c_1 \\ a_2a_3 & b_2b_3 & c_2c_3 & a_2b_3 + a_3b_2 & a_2c_3 + a_3c_2 & b_2c_3 + b_3c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma'_{11} \\ \sigma'_{22} \\ \sigma'_{33} \\ \sigma'_{12} \\ \sigma'_{13} \\ \sigma'_{23} \end{bmatrix}$$

La formule inverse s'obtient facilement par inversion ou mieux si l'on observe que

$$[\sigma] = [R'] [\sigma']$$

$$\text{et } [R'] = \begin{bmatrix} [A] & [2C] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \text{ par } [R] = \begin{bmatrix} [A]^T & [2B]^T \\ [C]^T & [D]^T \end{bmatrix}$$

ce qui donne

$$[\sigma'] = [R] [\sigma] \text{ avec donc } R' = R^{-1}$$

(A ce propos on pourra voir l'opérateur **RTEN**seur dans le volume *Post-Traitements*)

a) Massifs bidimensionnels axisymétrique

Les caractéristiques mécaniques à fournir sont

YG1 YG2 YG3 modules d'élasticité E_1, E_2, E_3

NU12 NU23 NU13 coefficients de Poisson $\nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{13}$

G12 module de cisaillement G_{12}
ALP1 ALP2 ALP3 coefficients de dilatation linéaire $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$
RHO masse volumique

Expression de la matrice de Hooke

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{\Delta}(1 - \nu_{23}\nu_{32}) & & & \\ \frac{E_1}{\Delta}(\nu_{21} + \nu_{23}\nu_{31}) & \frac{E_2}{\Delta}(1 - \nu_{31}\nu_{13}) & & \\ \frac{E_1}{\Delta}(\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}) & \frac{E_2}{\Delta}(\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31}) & \frac{E_3}{\Delta}(1 - \nu_{21}\nu_{12}) & \\ 0 & 0 & & \end{bmatrix} \quad \text{Sym} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} - \alpha_1 \Delta T \\ \varepsilon_{22} - \alpha_2 \Delta T \\ \varepsilon_{33} - \alpha_3 \Delta T \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$

$$\Delta = 1 - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - \nu_{12}\nu_{21} - 2\nu_{32}\nu_{13}\nu_{21}$$

$$\frac{\nu_{21}}{E_1} = \frac{\nu_{12}}{E_2}; \frac{\nu_{31}}{E_1} = \frac{\nu_{13}}{E_3}; \frac{\nu_{32}}{E_2} = \frac{\nu_{23}}{E_3}$$

b) Massifs bidimensionnels contrainte plane ou déformation plane

Les caractéristiques mécaniques à fournir sont

YG1 YG2 YG3 modules d'élasticité E_1, E_2, E_3
NU12 NU23 NU13 coefficients de Poisson $\nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{13}$
G12 module de cisaillement G_{12}
ALP1 ALP2 coefficients de dilatation linéaire α_1, α_2
RHO masse volumique

Expression de la matrice de Hooke en contraintes planes

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1 h}{1 - \frac{E_2}{E_1} \nu_{12}^2} & & & \\ \frac{\nu_{12} E_1 h}{1 - \frac{E_2}{E_1} \nu_{12}^2} & \frac{E_2 h}{1 - \frac{E_2}{E_1} \nu_{12}^2} & & \\ 0 & 0 & G_{12} h & \end{bmatrix} \quad \text{Sym} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} - \alpha_1 \Delta T \\ \varepsilon_{22} - \alpha_2 \Delta T \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\nu_{21}}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{E_1}$$

avec $\gamma_{12} = 2\varepsilon_{12}$

et $\varepsilon_{33} = -\frac{1}{E_1 h}(\nu_{13}\sigma_{11} + \nu_{23}\sigma_{22}) + \Delta T(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)$

Expression de la matrice de Hooke en déformations planes

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{\Delta} (1 - \nu_{23}\nu_{32}) & & \\ \frac{E_1}{\Delta} (\nu_{21} + \nu_{23}\nu_{31}) & \frac{E_2}{\Delta} (1 - \nu_{31}\nu_{13}) & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix} \quad \text{Sym} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} - \alpha_1 \Delta T \\ \varepsilon_{22} - \alpha_2 \Delta T \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$

$$\Delta = 1 - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - \nu_{12}\nu_{21} - 2\nu_{32}\nu_{13}\nu_{21}$$

$$\frac{\nu_{21}}{E_1} = \frac{\nu_{12}}{E_2}, \frac{\nu_{31}}{E_1} = \frac{\nu_{13}}{E_3}, \frac{\nu_{32}}{E_2} = \frac{\nu_{23}}{E_3}$$

avec $\gamma_{12} = 2\varepsilon_{12}$

et $\sigma_{33} = E_3 \left(\frac{\nu_{13}\sigma_{11}}{E_1} + \frac{\nu_{23}\sigma_{22}}{E_2} \right) + \alpha_3 \Delta T$

et $\varepsilon_{33} = \alpha_3 \Delta T$

c) Massifs tridimensionnels ou série de Fourier

Les caractéristiques mécaniques à fournir sont

- YG1 YG2 YG3** modules d'élasticité E_1, E_2, E_3
- NU12 NU23 NU13** coefficients de Poisson $\nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{13}$
- G12 G23 G13** modules de cisaillement G_{12}, G_{23}, G_{13}
- ALP1 ALP2 ALP3** coefficients de dilatation linéaire $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$
- RHO** masse volumique

Expression de la matrice de Hooke

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \Delta \begin{bmatrix} \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{E_2 E_3} & & & & & \\ \frac{\nu_{21} + \nu_{23}\nu_{31}}{E_2 E_3} & \frac{1 - \nu_{31}\nu_{13}}{E_1 E_3} & & & & \\ \frac{\nu_{31} + \nu_{32}\nu_{21}}{E_2 E_3} & \frac{\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31}}{E_1 E_3} & \frac{1 - \nu_{21}\nu_{12}}{E_2 E_1} & & & \\ 0 & 0 & 0 & G_{12} & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{13} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{23} \end{bmatrix} \quad \text{Sym} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} - \alpha_1 \Delta T \\ \varepsilon_{22} - \alpha_2 \Delta T \\ \varepsilon_{33} - \alpha_3 \Delta T \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \frac{E_1 E_2 E_3}{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{13}\nu_{31} - 2\nu_{32}\nu_{13}\nu_{21}}$$

$$\frac{\nu_{21}}{E_1} = \frac{\nu_{12}}{E_2}, \frac{\nu_{31}}{E_1} = \frac{\nu_{13}}{E_3}, \frac{\nu_{32}}{E_2} = \frac{\nu_{23}}{E_3}$$

avec $\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$

d) Coques minces sans cisaillement

Les caractéristiques mécaniques à fournir sont

- YG1 YG2** modules d'élasticité
- NU12** coefficients de Poisson

G12	module de cisaillement
ALP1 ALP2	coefficients de dilatation linéaire
RHO	masse volumique

Soit e_p l'épaisseur et e_x l'excentrement

Les termes de membrane (et de cisaillement) sont multipliés par e_p .

Les termes de flexion sont multipliés par $[e_p (e_x^{**2} + e_p^{**2}/12)]$

Les termes de couplage sont multipliés par $(e_p \times e_x)$

e) Coques épaisses ou coques minces avec cisaillement transverse

Les caractéristiques mécaniques à fournir sont

YG1 YG2	modules d'élasticité
NU12	coefficient de Poisson
G12 G23 G13	modules de cisaillement
ALP1 ALP2	coefficients de dilatation linéaire
RHO	masse volumique

Soit e_p l'épaisseur et e_x l'excentrement

Les termes de membrane et de cisaillement sont multipliés par e_p .

Les termes de flexion sont multipliés par $[e_p (e_x^{**2} + e_p^{**2}/12)]$

Les termes de couplage sont multipliés par $(e_p \times e_x)$

Pour les termes de cisaillement transverse, on applique un coefficient multiplicateur de $5/6$. Ce coefficient dit de Reissner est évalué à partir de l'énergie de cisaillement transverse. On trouve dans la littérature d'autres valeurs : coefficient de Timoshenko ($2/3$), ou de Mindlin ($\pi^2/12$).

f) Eléments joints

Les caractéristiques mécaniques à fournir sont

KS1 KS2	raideurs de cisaillement
KN	raideur normale
ALPN	coefficient de dilatation linéaire
RHO	masse volumique

7.3 MATERIAUX ANISOTROPES

Le repère d'anisotropie est fourni par l'option **DIREction** ou **RADial**. Ce comportement n'est pas disponible pour les éléments coques.

Avec ce type de matériaux, il est possible de traiter aussi les grands déplacements, les calculs non linéaires où l'une (ou plusieurs) caractéristique(s) dépend(ent) de la température ou d'un paramètre de charge.

On fournit les termes de la matrice de Hooke définie comme suit

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & & & & & & \\ D_{21} & D_{22} & & & & & \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & & & & \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} & & & \\ D_{51} & D_{52} & D_{53} & D_{54} & D_{55} & & \\ D_{61} & D_{62} & D_{63} & D_{64} & D_{65} & D_{66} & \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \text{Sym} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} - \alpha_{11}\Delta T \\ \varepsilon_{22} - \alpha_{22}\Delta T \\ \varepsilon_{33} - \alpha_{33}\Delta T \\ \gamma_{12} - 2\alpha_{12}\Delta T \\ \gamma_{13} - 2\alpha_{13}\Delta T \\ \gamma_{23} - 2\alpha_{23}\Delta T \end{bmatrix}$$

$$\text{avec } \gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$$

L'opérateur HOOKE permet d'obtenir la matrice :

CHHO = **HOO**K ma1 mo1 ;

ma1 MCHAML contenant les caractéristiques mécaniques et si nécessaire les caractéristiques géométriques.

mo1 MMODEL

Les caractéristiques sont fournies dans le repère d'anisotropie. La rotation vers le repère général (ou local) de calcul est faite par le programme.

Soit a_1, a_2, a_3 les cosinus directeurs du premier axe du second repère dans le premier repère.

Soit b_1, b_2, b_3 les cosinus directeurs du deuxième axe du second repère dans le premier repère.

Soit c_1, c_2, c_3 les cosinus directeurs du troisième axe du second repère dans le premier repère.

La formule de transformation permettant de passer du second repère (') vers le premier est (pour les contraintes ou les déformations exprimées comme ci-dessus) est :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1^2 & b_1^2 & c_1^2 & 2a_1b_1 & 2a_1c_1 & 2b_1c_1 \\ a_2^2 & b_2^2 & c_2^2 & 2a_2b_2 & 2a_2c_2 & 2b_2c_2 \\ a_3^2 & b_3^2 & c_3^2 & 2a_3b_3 & 2a_3c_3 & 2b_3c_3 \\ a_1a_2 & b_1b_2 & c_1c_2 & a_1b_2 + a_2b_1 & a_1c_2 + a_2c_1 & b_1c_2 + b_2c_1 \\ a_1a_3 & b_1b_3 & c_1c_3 & a_1b_3 + a_3b_1 & a_1c_3 + a_3c_1 & b_1c_3 + b_3c_1 \\ a_2a_3 & b_2b_3 & c_2c_3 & a_2b_3 + a_3b_2 & a_2c_3 + a_3c_2 & b_2c_3 + b_3c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma'_{11} \\ \sigma'_{22} \\ \sigma'_{33} \\ \sigma'_{12} \\ \sigma'_{13} \\ \sigma'_{23} \end{bmatrix}$$

La formule inverse s'obtient facilement par inversion ou mieux si l'on observe que

$$[\sigma] = [T'] [\sigma']$$

$$\text{et } [T'] = \begin{bmatrix} [A] & [2C] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \text{ par } [T] = \begin{bmatrix} [A]^T & [2B]^T \\ [C]^T & [D]^T \end{bmatrix}$$

ce qui donne

$$[\sigma'] = [T] [\sigma] \text{ avec donc } R' = R^{-1}$$

(A ce propos on pourra voir l'opérateur RTENseur dans le volume Post-Traitements)

a) Massifs déformations planes ou axisymétriques

On fournit les termes des quatre premières lignes de la matrice introduits par **D11, D21, D22, D31, D32, D33, D41, D42, D43, D44**. Les autres termes n'interviennent pas. On rajoute les coefficients de dilatation linéaire introduits par **ALP1, ALP2, ALP3, AL12** ainsi que la masse volumique introduite par **RHO**.

b) Massifs contraintes planes

On fournit les termes des quatre premières lignes de la matrice introduits par **D11, D21, D22, D31, D32, D33, D41, D42, D43, D44**. Les autres termes n'interviennent pas. On rajoute les coefficients de dilatation linéaire introduits par **ALP1, ALP2, AL12** ainsi que la masse volumique introduite par **RHO**.

c) Massifs bidimensionnels série de Fourier

On fournit les termes suivants de la matrice introduits par **D11, D21, D22, D31, D32, D33, D41, D42, D43, D44, D55, D65, D66**. Les autres termes n'interviennent pas. On rajoute les coefficients de dilatation linéaire introduits par **ALP1, ALP2, ALP3, AL12** ainsi que la masse volumique introduite par **RHO**.

d) Massifs tridimensionnels

On fournit les termes de la demie matrice entière introduits par **D11, D21, D22, D31, D32, D33, D41, D42, D43, D44, D51, D52, D53, D54, D55, D61, D62, D63, D64, D65, D66**. On rajoute les coefficients de dilatation linéaire introduits par **ALP1, ALP2, ALP3, AL12, AL23, AL13** ainsi que la masse volumique introduite par **RHO**.

e) Coques

L'option ANISotrope n'est pas disponible.

7.4 MATERIAUX NON LINEAIRES

Premier pas non linéaire

Si l'on suit la première complication du chapitre modèle, on ajoutera **SIGY** σ_y où σ_y représente la limite élastique du matériau.

De nombreux autres cas de non-linéarités sont prévus. Ils ont tous un correspondant dans le nom du MODELE. On rappelle que le modèle élastique est toujours isotrope (voir le Tome 2).

Le nom des variables internes peut être obtenu par

```
LVA = EXTR mo VARI ;  
      mo   MMODEL  
      LVA  LISTMOTS
```

Le nom des composantes peut être obtenu par

```
LVA = EXTR mo MATE  
      mo   MMODEL  
      LVA  LISTMOTS
```

Le nom des caractéristiques géométriques peut être obtenu par

```
LVA = EXTR mo GEOM  
      mo   MMODEL  
      LVA  LISTMOTS
```

- Modèle élasto-plastique à écrouissage isotrope (Von Mises)
- Modèle élasto-plastique parfait (Von Mises)
- Modèle élasto-plastique à écrouissage cinématique (Von Mises)
- Modèle élasto-plastique Drucker parfait
- Modèle élasto-plastique Drucker Prager
- Modèle élasto-plastique Chaboche1 (Chaboche à un centre et écrouissage isotrope)
- Modèle élasto-plastique Chaboche2 (Chaboche à deux centres et écrouissage isotrope)
- Modèle élasto-plastique endommageable (Lemaitre-Chaboche)
- Modèle élasto-plastique béton (en contraintes planes)
- Modèle frottement Coulomb
- Modèle fluage RCCMR_304
- Modèle fluage Norton (strain hardening ou écrouissage par la déformation)

- Modèle viscoplastique parfait
- Modèle joint de Coulomb
- Modèle endommagement unilatéral
- Modèle BETON_UNI
- Modèle OTTOSEN
- Modèle BETON_INSA
- Modèle BETOCYCL
- Modèle plastique UBIQUITOUS
- Modèle plastique CAM_CLAY
- Modèle fluage BLACKBURN
- Modèle fluage BLACKBURN_2
- Modèle fluage LEMAITRE
- Modèle fluage RCCMR_316
- Modèle fluage POLYNOMIAL
- Modèle fluage CERAMIQUE

7.5 MATERIAUX FLUIDES

Dans le cas de fluides, on doit mettre

MAL = MATE MOL RHO ρ **RORF** ρ_{ref} **CSON** c **CREF** c_{ref} **LCAR** l_{car} **G** g ;

mol est le MMODEL qui doit contenir des éléments fluides,
c représente la vitesse du son (composante CSON),
c_{ref} représente une vitesse de référence (composante CREF),
 ρ représente la masse volumique (composante RHO),
 ρ_{ref} représente une masse volumique de référence (composante RORF),
g représente l'accélération de la pesanteur pour les surfaces libres (composante G)
selon y (OPTI MODE PLAN ... ;) ou selon z (OPTI MODE AXIS (ou FOUR n ou TRID) ;),
l_{car} représente une longueur de référence (composante LCAR).

7.6 MATERIAUX FLUIDES-STRUCTURES

Dans le cas des raccords fluides-structures, on doit mettre

MAR = MATE MOR RHO ρ RORF ρ_{ref} CSON c CREF cref LCAR lcar G g (LIQU mafl) ;

mor est le MMODEL qui doit contenir des éléments de raccord fluides-structures,
c représente la vitesse du son (composante CSON),
cref représente une vitesse de référence (composante CREF),
 ρ représente la masse volumique (composante RHO),
 ρ_{ref} représente une masse volumique de référence (composante RORF),
g représente l'accélération de la pesanteur pour les surfaces libres (composante G)
selon y (OPTI MODE PLAN ... ;) ou selon z (OPTI MODE AXIS (ou FOUR n ou TRID) ;),
lcar représente une longueur de référence (composante LCAR).
mafl est le MAILLAGE du fluide (sauf dans le cas des éléments LITU - voir page 18)
(peut être aussi fourni par l'opérateur **CARA** et doit être alors concaténé).

7.7 MATERIAUX POREUX

Le matériau est appliqué sur un MMODEL. La forme la plus simple (c'est le cas des matériaux linéaires isotropes) est (si MOP est le MMODEL en question)

MA1 = MATE MOP YOUN E NU ν MOB β COB χ PERM k VISC μ ALPM
 γ (RHO ρ) (ALPH α) ;

E représente le module d'Young (composante YOUN),
 ν représente le coefficient de Poisson (composante NU),
 β représente le module de Biot (composante MOB),
 χ représente le coefficient de Biot (composante COB) différent de 0,
k représente la perméabilité intrinsèque (composante PERM),
 μ représente la viscosité dynamique (composante VISC) différente de 0,
 γ représente le coefficient de couplage pression-température (optionnel) (composante ALPM),
 ρ représente la masse volumique (optionnel) (composante RHO),
 α représente le coefficient de dilatation linéaire (optionnel) (composante ALPH).

8. CHARGEMENTS MECANIQUES

La majorité des opérateurs créent un objet de type CHPOINT dont les composantes dépendent du type de calcul. En formulation MECANIQUE cela donne :

PLAN (COQUES)	FX FY (MZ)
AXISYMETRIE (COQUES)	FR FZ (MT)
FOURIER (COQUES)	FR FZ FT (MT)
TRIDIMENSIONNEL (COQUES)	FX FY FZ (MX MY MZ)
Conditions aux limites	FLX

Dans le cas d'une formulation POREUX, on a

PLAN	FX FY FP
AXISYMETRIE	FR FZ FP
FOURIER	FR FZ FT FP
TRIDIMENSIONNEL	FX FY FZ FP
Conditions aux limites	FLX

Dans le cas d'une formulation LIQUIDE, on a dans tous les cas

	FP FPI
Conditions aux limites	FLX

L'exception est l'opérateur MANU où l'on fournit le nom de la composante qui doit prendre l'une des valeurs ci dessus. On peut changer le nom de(s) la composante(s) avec l'opérateur NOMC.

Note sur la NATURE des CHPOINT (en mécanique) :

- Il y a trois NATURE possibles: INDEtermine, DIFFus, DISCret.
- Les CHPOINT INDEtermine sont créés par MANUel CHPOint, PSCAlaire, toutes les fonctions élémentaires (voir le volume MAILLAGE).
- Les CHPOINT DIFFus sont créés par CHANger CHPOint (voir le volume Post-Traitements), CHPOint, COORdonnée, (MANUel CHPOint), RESOLution.
- Les CHPOINT DISCret sont créés par BSIgma, CNEQuivalent, DEPImposé, FORCE, FREPART,, FSURface, IMPOser, (MANUel CHPOint), PRESSion, REACtion (voir le volume Post-Traitements), RESUltante (voir le volume Post-Traitements ou le volume Vérification des Données)
- On peut changer la NATURE d'un CHPOINT avec l'opérateur CHANger ATTRIBUT.
- On ne peut assembler par ET que des CHPOINT de même NATURE (DISCret ou DIFFus).
- L'assemblage de CHPOINT DISCret est additive. C'est un CHPOINT DISCret.
- L'assemblage de CHPOINT DIFFus n'est possible que si les valeurs aux nœuds communs sont les mêmes. C'est un CHPOint DIFFus.
- Exemple simple d'assemblage

Soit le maillage MT formé de M1 (QUA4) et M2 (COQ2) qui ont un point commun. L'étude est faite en contraintes planes par exemple. On veut imposer la même force ponctuelle sur tous les points ce qui ne résout pas le problème de la relation entre RZ, UX et UY. Sur les sept solutions proposées, trois permettent d'obtenir le résultat escompté pour FX, une fournit un résultat faux et trois se terminent par un message d'erreur. A MZ près, ces remarques sont valables si M2 est

formé aussi de QUA4.

- 1) $C1 = \text{MANU CHPO 1 M1 FX 10 ;}$
 $C2 = \text{MANU CHPO 2 M2 FX 10 MZ 10 ;}$
 $CT = C1 \text{ et } C2 ;$

Cette opération est illicite car les CHPOINT sont de nature INDETERMINE

- 2) $C1 = \text{MANU CHPO 1 M1 FX 10 NATU DISC ;}$
 $C2 = \text{MANU CHPO 2 M2 FX 10 MZ 10 ;}$
 $CT = C1 \text{ et } C2 ;$

Cette opération est illicite car les CHPOINT sont de nature différente

- 3) $C1 = \text{MANU CHPO 1 M1 FX 10 NATU DISC ;}$
 $C2 = \text{MANU CHPO 2 M2 FX 10 MZ 10 NATU DISC ;}$
 $CT = C1 \text{ et } C2 ;$

La valeur de FX au point commun est 20

- 4) $C1 = \text{MANU CHPO 1 M1 FX 10 NATU DIFF ;}$
 $C2 = \text{MANU CHPO 2 M2 FX 10 MZ 10 NATU DIFF ;}$
 $CT = C1 \text{ et } C2 ;$

La valeur de FX au point commun est 10

- 5) $C1 = \text{MANU CHPO 1 M1 FX 20 NATU DIFF ;}$
 $C2 = \text{MANU CHPO 2 M2 FX 10 MZ 10 NATU DIFF ;}$
 $CT = C1 \text{ et } C2 ;$

Cette opération est illicite car les CHPOINT prennent 2 valeurs différentes au point commun

- 6) $C1 = \text{MANU CHPO 1 MT FX 10 NATU DISC (ou DIFF) ;}$
 $C2 = \text{MANU CHPO 1 M2 MZ 10 NATU DISC (ou DIFF) ;}$
 $CT = C1 \text{ et } C2 ;$

La valeur de FX au point commun est 10

• Une opération (+ ou -) entre deux CHPOINT est toujours possible et obéit à des règles particulières indépendantes de leur NATURE. Toutefois, si leur NATURE est différente, le résultat est INDEterminé.

• S'ils ont le même support et les mêmes composantes, celles-ci sont additionnées ou soustraites.

• Dans le cas contraire, les deux CHPOINT sont assemblés au sens DIScret.

• Si l'on reprend l'exemple précédent en remplaçant « et » par « + », seul le cas 6 quelle que soit la NATURE fournit le résultat attendu, tous les autres fournissent un résultat erroné.

• Une multiplication (*) entre deux CHPOINT n'est possible que si l'un des deux a une seule composante de nom SCAL.

• Une division (/) entre deux CHPOINT n'est possible que si l'un des deux (qui devient de fait automatiquement le diviseur) a une seule composante de nom SCAL.

• L'addition, la soustraction (elle n'est pas commutative), la multiplication, la puissance ou la division (+, -, *, **, /) d'un CHPOINT avec ou par un FLOTTANT affecte toutes les composantes sans changer leur nom et ne change pas la NATURE.

• La combinaison linéaire de CHPOINT (COLI) obéit aux mêmes règles que l'addition (+).

BSIGma

Calcul des forces équivalentes à un champ de contraintes.

FS = **BSIG** ST MO (MA) ;

ST MCHAML de contraintes

MO MMODEL
 MA MCHAML de matériau (composantes cara)
 FS MCHAML

(voir THETA, SIGMA)

CNEquivalent

Calcul des forces équivalentes à un chargement volumique (gravité, accélération, force centrifuge)

FG = **CNEQ** TG MO (MA) ;
 TG CHPOINT de composantes forces
 MO MMODEL
 MA MCHAML de matériau (composantes cara)
 FG CHPOINT

Comme bien souvent dans CASTEM2000®, il existe une autre méthode pour appliquer un chargement volumique.

Soit par exemple le poids volumique dans la direction Z.

1^e méthode

MAS1 = **MASS** MA MO ;
 ACZ = **MANU** **CHPO** MAI1 **1 UZ** gamma ;
 FG = MAS1 * ACZ ;
 gamma FLOTTANT (accélération dans la direction Z ou Y)
 MAI1 MAILLAGE

FG = **CHAN** **ATTRIBUT** FG **NATU** **DISC** ;
 2^e méthode

cc = **MANU** **CHML** mo fz (rho * gamma) ;
 ff = **INTG** **ELEM** mo cc (cara) ;
 fg = **CHAN** **CHPO** mo ff **SOMM** **NATU** **DISC** ;

Pour la force centrifuge en bidimensionnel, on mettra:

GAC = om * om * (**COOR** 1 mai1) ;
 GAC = gac **NOMC** **UR** (ou **UX**) ;
 MAS1 = **MASS** MA MO ;
 FC = mas1 * gac ;
 om FLOTTANT (vitesse angulaire de rotation autour de l'axe vertical Z ou Y)
 mai1 MAILLAGE
 MO MMODEL
 MA MCHAML de matériau (composantes RHO)
 FC = **CHAN** **ATTRIBUT** FC **NATU** **DISC** ;

DEBI

Calcul des forces équivalentes (composante FP) à un débit surfacique sur des éléments poreux. A ne pas confondre avec l'opérateur suivant DEPI.

FD = **DEBI** deb MO mail ;
 MO MMODEL
 mail MAILLAGE de la ligne (en 2D) ou de la surface (en 3D)
 deb est positif si il entre dans MO.
 FD CHPOINT

Un flux nul est implicite : il est équivalent à fd = debi 0. mo mai1 ;

(voir *INVERse*, *ORIEnter*)

DEPIImposé

Valeurs imposées d'un degré de liberté. Est relatif à un objet RIGIDITE créé par BLOQUer ou RELAtion. A ne pas confondre avec la directive de maillage DEPLacer ou l'opérateur précédent DEBI.

FI = **DEPI** RIB valeur ;

RIB RIGIDITE (sous type BLOCAGE)

valeur FLOTTANT représentant la valeur imposée

CHPOINT - dans ce cas le nom des composantes doit coïncider avec celles de l'opérateur BLOQ ou RELA. Au besoin, on utilisera l'opérateur NOMC.

FI CHPOINT

Dans le cas d'un encastrement, il n'est pas nécessaire de spécifier une valeur nulle.

(voir *BLOQUer*, *RELAtion*)

FORBLOC

Calcul des forces s'exerçant sur un inducteur par une intégrale de surface en bidimensionnel (**OPTI DIME 2** ;).

CH2 CH3 = **FORBLOC** mai1 ch1 dens ;

mai1 MAILLAGE

ch1 CHPOINT (potentiel provenant de **POT_VECT** ou **MAG_NLIN**)

dens FLOTTANT (densité de courant)

CH2 CHPOINT (composantes FX et FY même en axisymétrique. Il faut donc utiliser **NOMC** ou modifier la procédure)

LL1 = **LISM** FX FY ;

LL2 = **LISM** FR FZ ;

CH2 = **NOMC** LL1 LL2 CH2 NATU DISC ;

CH3 CHPOINT

(voir le volume *Electromagnétisme*)

FOR_CONT

Calcul des forces s'exerçant sur un inducteur par une intégrale de contour en bidimensionnel (**OPTI DIME 2** ;).

CH2 CH3 = **FOR_CONT** mai1 ch1 dens ;

mai1 MAILLAGE

ch1 CHPOINT (potentiel provenant de **POT_VECT** ou **MAG_NLIN**)

dens FLOTTANT (densité de courant)

CH2 CHPOINT

CH3 CHPOINT

(voir le volume *Electromagnétisme*)

FORCe

Permet d'imposer des efforts ponctuels sur un objet. Si cet objet comporte plusieurs points, l'effort fourni est réparti également sur tous les points (i.e. on fournit la résultante de l'effort).

FF1 = **FORC** VF MAI1 ;
 VF POINT représentant le vecteur force avec 2 ou 3 coordonnées
 MAI1 MAILLAGE
 FF1 CHPOINT

Attention, l'ordre –POINT, MAILLAGE (ou POINT)- est impératif.

FREPART

Calcul d'une force répartie sur une ligne ouverte, on fournit la résultante de l'effort.

FF = **FREPART** FO1 LIG1 ;
 FO1 POINT (résultante de l'effort)
 LIG1 MAILLAGE
 FF CHPOINT

Attention, l'ordre –POINT, MAILLAGE- est impératif. Cette procédure ne marche qu'en tridimensionnel, pour OPTion DIMension 2 il faut l'adapter.

FSURface

Calcul des forces équivalentes à un chargement surfacique quelconque.

Cas des éléments massifs

FP = **FSUR MASS** vec1 MO mail (car1) ;
 MO MMODEL
 mail MAILLAGE de la ligne (en 2D) ou de la surface (en 3D)
 vec1 POINT - vecteur représentant la pression. (on peut fournir un CHPOINT à la place)
 FP CHPOINT
 car1 MCHAML - épaisseur (DIM3) en contraintes planes

Cas des éléments surfaciques

FP = **FSUR COQU** vec1 **DIRE** vecs (ou **POIN** p1) mo1 ;
 mo1 MMODEL de la ligne ou de surface (en 2D ou en 3D)
 vec1 POINT - vecteur représentant la pression. (on peut fournir un CHPOINT à la place)
 vecs POINT - les coques 3D sont réorientées dans le sens de vecs
 p1 POINT - les coques 3D sont réorientées vers p1
 FP CHPOINT

Dans les deux cas le vecteur doit faire un angle d'au moins 1° avec la ligne ou la surface.

HAUBAN

Procédure permettant le calcul de la précontrainte dans un câble mais aussi le maillage et le modèle.

IMPOser

Liaisons pour le contact entre deux maillages de SEG2. Il y a deux possibilités:

DCL1 RCL1 = **IMPO** mail1 mail2 ;
 DCL1 CHPOINT
 RCL1 RIGIDITE
 mail1 MAILLAGE de SEG2
 mail2 MAILLAGE de SEG2

ou

MAIL3 = **IMPO MAIL** mail1 mail2 ;
 DCL1 RCL1 = **IMPO BLOC** mail3 ;
 DCL1 CHPOINT
 RCL1 RIGIDITE
 mail1 MAILLAGE de SEG2
 mail2 MAILLAGE de SEG2
 mail3 MAILLAGE de MULT

Les deux lignes ne doivent pas se regarder au sens des normales. Pour le vérifier on peut utiliser la procédure PATIN décrite dans le volume DESCRIPTION du LANGAGE ou l'opérateur VSURface décrit dans le volume VERIFICATION des DONNEES.

JEU

Permet d'imposer le jeu réel entre deux points. La relation est liée aux coordonnées et plus simplement au déplacement. Dans ce cas JEU remplace avantageusement DEPImposé.

FJ = **JEU** rire ;
 rire RIGIDITE (créé par RELA MINI ou MAXI de préférence)

Voir *RELATION*

MANUel

- Valeurs d'une force ou d'un moment ponctuel.
 FP = **MANU CHPO MAIS n (comp vale) NATURE DISCRET ;**
 MAIS MAILLAGE ou POINT (représentant les points où les efforts sont imposés)
 n ENTIER (nombre de composantes concernées)
 comp MOT (à choisir parmi **FX, FY, FZ, FR, MX, MY, MZ, MT, FP, FPI**)
 vale LISTREEL ou FLOTTANT (valeurs de l'effort sur tous les points de MAIS)
 FP CHPOINT
- Valeurs d'un CHPOINT de valeurs initiales (déplacements ou vitesses).
 FP = **MANU CHPO MAIS n (comp vale) NATURE DIFFUS ;**
 MAIS MAILLAGE (représentant les points où les valeurs initiales sont imposées)
 n ENTIER (nombre de composantes concernées)
 comp MOT (à choisir parmi **UX, UY, UZ, UR, RX, RY, RZ, RT, P, PI**)
 vale LISTREEL ou FLOTTANT (valeurs initiales sur tous les points de MAIS)
 FP CHPOINT
- Valeurs d'un CHPOINT de températures pour un calcul thermomécanique simple.
 FP = **MANU CHPO MAIS 1 T T NATURE DISCRET ;**
 MAIS MAILLAGE (représentant les points où les températures sont imposées)
 T LISTREEL ou FLOTTANT (valeurs de la températuresur tous les points de MAIS)
 FP CHPOINT
- Valeurs d'un MCHAML s'appuyant sur un MAILLAGE ou un MMODEL.
 FP = **MANU CHML**
 FP MCHAML

MOMEnt

Permet d'imposer des moments ponctuels sur un objet. Si cet objet comporte plusieurs points, le moment fourni est réparti également sur tous les points (i.e. on fournit la résultante du moment).

FM1 = **MOME** VF MAI1 ;
VF POINT représentant le vecteur moment avec 2 ou 3 coordonnées
MAI1 MAILLAGE
FM1 CHPOINT

PRESSion

Calcul des forces équivalentes à un chargement surfacique. Deux cas principaux (pour les autres, faire INFO PRES):

Cas des éléments massifs

FP = **PRES MASS** pres MO mail ;
MO MMODEL
mail MAILLAGE de la ligne (en 2D) ou de la surface (en 3D)
pres est positif si elle entre dans MO ($\neq 0$).
FP CHPOINT

Cas des éléments surfaciques

FP = **PRES COQU** pres mo1 **NORM** ;
mo1 MMODEL de la ligne ou de surface (en 2D ou en 3D)
pres FLOTTANT dans le sens de la normale à mail ($\neq 0$).
FP CHPOINT

Pour imposer une pression sur un MMODEL LIQUIDE ou POREUX, il faut utiliser BLOQ et DEPI (ce sont les degrés de liberté qui sont concernés).

(voir *INVERse*, *ORIENTer*)

THETa

Calcul des contraintes induites par un champ de températures qui permettront ensuite de calculer les forces équivalentes (BSIGma) et devront être déduites des contraintes calculées par SIGMa.

ST = **THET** TT MA MO ;
TT CHPOINT de températures (composantes T, TINF, TSUP)
MA MCHAML de matériau (composantes YOUN, NU, ALPH)
MO MMODEL
ST MCHAML

(voir *BSIGma*, *SIGMa*)

9. RESOLUTION EN MECANIQUE

AMORTissement (dans les problèmes dynamiques par intégration directe, par superposition modale mais aussi de vibrations de systèmes non conservatifs, voir page 83)

Calcul de la matrice d'amortissement. Elle est de la forme $\alpha K + \beta M$ sans appel à l'opérateur AMOR. α et β sont calculés par

$$\alpha = \frac{2(\xi_1\omega_1 - \xi_2\omega_2)}{\omega_1^2 - \omega_2^2}$$

$$\beta = \frac{2\omega_1\omega_2(\xi_2\omega_1 - \xi_1\omega_2)}{\omega_1^2 - \omega_2^2}$$

ω_1 première pulsation propre de la structure non amortie

ω_2 deuxième pulsation propre de la structure non amortie

ξ_1 facteur d'amortissement sur le premier mode

ξ_2 facteur d'amortissement sur le deuxième mode

α négligeable et β prépondérant permet de filtrer les basses fréquences, β négligeable et α prépondérant permet de filtrer les hautes fréquences.

On peut aussi choisir α et β en fonction du contenu fréquentiel d'une sollicitation. Par exemple, si l'on veut amortir les fréquences supérieures à f_c , on choisira

$$\alpha = \frac{\xi}{2\pi f_c}$$

$$\beta = 0$$

AM1 = ($\alpha * K$) ET ($\beta * M$) ;

K RIGIDITE créé par RIGI.

M RIGIDITE créé par MASS.

On peut aussi utiliser l'opérateur MASSe ou l'opérateur RIGIdité (avec un matériau adapté) pour calculer l'objet AM1.

(voir MASSe, PASAPAS, RIGIdité)

AMORTissement (dans les problèmes dynamiques par superposition modale ou dans les problèmes de vibrations des structures non conservatives)

Calcul de la matrice d'amortissement sur une base modale réelle.

AM = AMOR TV1 LAM ;

TV1 TABLE de SOLUTION créée par VIBR (option TBAS)

LAM LISTREEL contenant les pourcentages d'amortissement (autant que de modes dans TV1)

AM AMORMODA

(voir DYNE, MASSe, PROGression, RIGIdité, VIBComplexe, VIBRation)

ET

Permet, d'une manière générale, de concaténer des objets de mêmes types.

Assemblage des RIGIDITE créées par ANTIsymétrie, APPUi, BLOQuer, COLLER, COLLER1, IMPOser, KP, KSiGma, MANUel, RELATIOn, RIGIdité, SYMÉTriE.

Assemblage des CHPOINT de même NATUre créés par BSiGma, CNEQuivalent,

DEPImposé, FORBLOC, FOR_CONT, FORCEe, FREPART, FSUrface, IMPOser, JEU, MANUel, MOMEnt, PRESSion.

Assemblage des MASSE créées par LUMPer, MANUel, MASSE.

FLAMBAGE

Procédure permettant le calcul des coefficients multiplicateurs de charge. Cette procédure utilise l'opérateur **VIBR INTE**.

Le résultat peut être obtenu aussi par l'opérateur **VIBR** après l'opérateur **KSIG**. Cela permet de choisir l'option de VIBRation.

RS = **KSIG** MO1 SIG (MA1) **FLAM** ;

US = **VIBR** ... RT (-1. * RS) ;

RT RIGIDITE

(voir *KSIGma*, *VIBRation*)

KPression

Calcul des matrices représentant les forces non conservatrices de type pression. A utiliser en flambement et à assembler avec les RIGIDITE. N'est pas développé pour tous les types d'éléments.

RP = **KP** MO1 FP (MA1) **FLAM** ;

MO1 MMODEL

FP CHPOINT de pression (composante PRES)

MA1 MCHAML de matériau (composantes cara)

RP RIGIDITE

FLAM indique que la matrice a le type d'une matrice de masse

(voir *PRESSion*)

KSIGma

Calcul des matrices de rigidités géométriques. A utiliser par exemple en flambement (où elle peut représenter un chargement mort ou le chargement actif) et à assembler avec les RIGIDITE.

RS = **KSIG** MO1 SIG (MA1) **FLAM** ;

MO1 MMODEL

SIG MCHAML de contraintes

MA1 MCHAML de matériau (composantes cara)

RS RIGIDITE

FLAM indique que la matrice à le type d'une matrice de masse

(voir *SIGMa*)

LUMPer

Sommation des termes de la matrice de masse sur la diagonale.

ML = **LUMP** MIT;

MIT RIGIDITE de sous type MASSE

ML RIGIDITE de sous type MASSE

ou

MIT = **LUMP** MA MO ;

MO MMODEL
 MA MCHAML de matériau (composantes cara, RHO)
 MIT RIGIDITE de sous type MASSE

Attention : La diagonalisation effectuée par CASTEM2000[®] correspond à sommer les termes d'une ligne sur la diagonale. Ce qui revient à l'opération suivante :

$$M_{ii} = \sum_j \int \rho N_i N_j dV \text{ et } M_{ij} = 0 \text{ pour } j \neq i$$

En conséquence pour les éléments à interpolation parabolique cela peut engendrer quelques problèmes :

TRI6 les termes correspondants aux sommets sont nuls
 QUA8 les termes correspondants aux sommets sont négatifs
 TE10 les termes correspondants aux sommets sont négatifs
 PY13 les termes correspondants aux sommets sont négatifs
 PR15 les termes correspondants aux sommets sont négatifs
 CU20 les termes correspondants aux sommets sont négatifs

Pour éviter ce problème, on peut envisager d'autres types de diagonalisation du genre

$$M_{ii} = \alpha \int \rho N_i^2 dV \text{ avec } \alpha = \frac{\int \rho dV}{\sum_j \int \rho N_j^2 dV} \text{ et } M_{ij} = 0 \text{ pour } j \neq i$$

que l'on peut effectuer de la façon suivante

Si toutes les caractéristiques sont constantes, cela revient à pondérer chaque terme diagonal de la matrice consistante par la somme des termes diagonaux et à annuler les termes extradiagonaux.

Voir MASSe, Attention aux éléments à interpolation quadratique.

MANUel

Création d'un objet de type RIGIDITE.

RP = **MANU RIGI** mot1 MAIS LL1 vale ;

mot1 MOT (sous type **RIGIDITE** ou **MASSE** ou **AMORTISSEMENT**)

MAIS MAILLAGE

LL1 LISTMOTS (noms des composantes à choisir parmi **UX, UY, UZ, UT, RX, RY, RZ, RT, P, PI**)

vale LISTREEL

RP RIGIDITE

MASSE

Calcul des matrices de masses. La forme la plus simple est (si MA représente l'ensemble des matériaux - on a besoin de ρ et éventuellement des caractéristiques géométriques - et MO l'ensemble des modèles).

MIT = **MASS** MA MO ;

MO MMODEL

MA MCHAML de matériau (composantes cara, RHO)

MIT RIGIDITE de sous type MASSE

Permet aussi de fournir des masses ponctuelles

MIP = **MASS** ddl m MAI1 ;
 m FLOTTANT - masse additionnelle
 MAI1 MAILLAGE
 ddl MOT - **DEPL** ou **ROTA** ou nom de la composante
 MIP RIGIDITE de sous type MASSE

(voir *MATERiau, MODEle*)

PERMéabilité

Calcul des matrices de perméabilités. La forme la plus simple est (si MA représente l'ensemble des matériaux et MO l'ensemble des modèles).

RIP = **PERM** MA MO ;
 MO MMODEL (POREUX)
 MA MCHAML de matériau (composantes PERM et VISC)
 RIP PERMEABI

(voir *MATERiau*)

PJBAsemodale

Projection d'une matrice sur une base modale

MRP = **PJBA** mr basm ;
 mm RIGIDITE de sous-type RIGIDITE ou MASSE
 basm TABLE de sous type BASE_MODAL
 MRP

(voir *VIBComplexe, VIBRation*)

RESolution

Résolution de l'équation $KU = F_{ext} + \int B^T D \varepsilon_0 - \int B^T \sigma_0$. La syntaxe est (si RT représente l'ensemble des rigidités et FT l'ensemble des chargements - externes, déformations initiales, contraintes initiales).

UU = **RESO** RT FT (**GRAD**) ;
 RT RIGIDITE ou PERMEABI
 FT CHPOINT de forces
 UU CHPOINT

La résolution peut se faire par une méthode itérative de gradient conjugué (méthode de Crout).

RIGIdité

Calcul des matrices de rigidités. La forme la plus simple est (si MA représente l'ensemble des matériaux - on a besoin de yg, nu et éventuellement des caractéristiques géométriques - et MO l'ensemble des modèles).

RIT = **RIGI** MA MO ;
 MO MMODEL (MECANIQUE ou POREUX)
 MA MCHAML de matériau (en MECANIQUE, composantes cara, YOUN, NU et en POREUX YOUNG, NU, MOB, COB)
 RIT RIGIDITE

(voir *MATERiau, RIGIdité dans les conditions aux limites*)

SUPER élément

Lors d'un calcul par super éléments en statique ou en vibration, il y a cinq étapes principales qui font appel à des opérateurs différents:

Construction des super éléments	SUPER RIGIdité
Construction des super charges	SUPER CHARge
Assemblage des éléments/super éléments	EXTRAire et ET
Résolution du système assemblé	RESOlution ou VIBRation
Retour dans les super éléments	SUPER DEPLacement

(voir les parties spécifiques - page 86 - dans les exemples)

VIBComplexe

Résolution de l'équation $(K + i\omega A - \omega^2 M) U = 0$. La syntaxe est (si RT représente l'ensemble des rigidités projetées sur une base modale, AT l'ensemble des matrices d'amortissement projetées sur une base modale et MT l'ensemble des matrices de masse projetées sur une base modale). La résolution est effectuée par l'algorithme QZ.

$TC = \mathbf{VIBC} \text{ MT RT (AT) (TV1) ;}$

RT RIGIDITE (sous type RIGIDITE) obtenue par PJBA

MT RIGIDITE (sous type MASSE) obtenue par PJBA

AT RIGIDITE (sous type AMORTISSEMENT) obtenue par PJBA ou concaténation linéaire de RT et MT. Dans ce cas, il faut respecter l'ordre des trois matrices :masse, rigidité, amortissement.

TV1 TABLE (sous type BASE_MODAL)

TC TABLE (sous type BASE_MODAL)

$TC . \mathbf{MODES} = TB1 ;$

TB1. **MAILLAGE** MAILLAGE support des modes

TB1. imod TABLE avec imod variant de 1 au nombre de modes calculés (2 fois plus que dans TV1)

TB1. imod . **NUMERO_MODE** ENTIER

TB1. imod . **FREQUENCE_REELLE** FLOTTANT partie réelle de la fréquence propre

TB1. imod . **FREQUENCE_IMAGINAIRE** FLOTTANT partie imaginaire de la fréquence propre

TB1. imod . **DEFORMEE_MODAL_REELLE** CHPOINT

TB1. imod . **DEFORMEE_MODAL_IMAGINAIRE** CHPOINT

(voir AMORTissement, PJBA, VIBRation et les parties spécifiques - page 83 - dans les exemples)

VIBRation

Résolution de l'équation $(K - \omega^2 M) U = 0$. La syntaxe est (si RT représente l'ensemble des rigidités et MT l'ensemble des matrices de masse).

première forme

Calcul de la fréquence la plus proche des valeurs fournies (méthode la puissance inverse)

$US = \mathbf{VIBR PROC}$ listr liste RT MT (**TBAS**) ;

RT RIGIDITE (sous type RIGIDITE)
 MT RIGIDITE (sous type MASSE)
 listr liste de FLOTTANT créée par PROGRession
 liste liste d'ENTIER créée par LECTure

deuxième forme

Calcul des fréquences comprises dans un intervalle donné (méthode de STURM + bisection + puissance inverse). N'est pas utilisable en cas de mode multiple.

US = **VIBR INTE** f₁ f₂ RT MT (**BAS** ou **HAUT** n) (**TBAS**) ;

RT RIGIDITE (sous type RIGIDITE)
 MT RIGIDITE (sous type MASSE)

troisième forme

Calcul des fréquences les plus proches de la valeur fournie (méthode de LANCZOS)

US = **VIBR SIMU** f₀ n RT MT (**TBAS**) ;

RT RIGIDITE (sous type RIGIDITE)
 MT RIGIDITE (sous type MASSE)

US est de type SOLUTION (ou TABLE si VIBR est suivi de TBAS)

L'opérateur TRADuire permet de transformer l'objet SOLUTION en objet TABLE.

TB1 = **TRAD** US ;

TB2 = **TABL BASE_MODAL** ;

TB2 . **MODES** = TB1 ;

et on se retrouve avec la même structure que si l'on avait mis TBAS

TB1.**MAILLAGE** MAILLAGE support des modes
 TB1.imod TABLE avec imod variant de 1 au nombre de modes

calculés

TB1.imod .**NUMERO_MODE** ENTIER
 TB1.imod .**FREQUENCE** FLOTTANT fréquence propre
 TB1.imod .**MASSE_GENERALISEE** FLOTTANT U^TMU
 TB1.imod .**DEFORMEE_MODAL** CHPOINT
 TB1.imod .**DEPLACEMENTS_GENERALISES** TABLE
 TB1.imod .**DEPLACEMENTS_GENERALISES.1** FLOTTANT
 TB1.imod .**DEPLACEMENTS_GENERALISES.2** FLOTTANT
 TB1.imod .**DEPLACEMENTS_GENERALISES.3** FLOTTANT

(voir *TIREr* pour extraire les informations de US de type SOLUTION, voir *DIMEn*sion, *INDE*x, *TABL*e pour extraire les informations de US de type TABLE et les parties spécifiques - page 80 - dans les exemples)

10. EXEMPLES STATIQUES LINEAIRES MECANIQUES

10.1 EXEMPLE DE BASE

Opérateurs utilisés : *ANTI*symétrie, *BLO*Quer, *DE*Imposé, *ET*, *FOR*Ce, *MATE*riau, *MODE*le, *MOM*Ent, *PRES*sion, *REL*ation, *RES*olution, *RIG*idité, *SYM*étrie.

1^{ère} étape

Définition du ou des modèle(s)

2^{ème} étape

Définition du ou des matériau(x). Un matériau peut s'appuyer sur plusieurs modèles assemblés par **ET**. Dans le matériau, on mettra aussi les caractéristiques géométriques (on peut aussi les affecter à l'aide de l'opérateur **CAR**actéristique).

3^{ème} étape

Calcul de la ou des rigidité(s) élémentaire(s) à l'aide de l'opérateur **RIG**idité par utilisation des étapes précédentes.

4^{ème} étape

Définition des chargements.

5^{ème} étape

Définition des conditions aux limites à l'aide des opérateurs **BLO**Quer (ou **REL**ation ou **SYM**étrie ou **ANTI**symétrie) et **DE**Imposé.

6^{ème} étape

Assemblage des chargements (étapes 4 et 5) et des rigidités (étapes 3 et 4) à l'aide de l'opérateur **ET**.

7^{ème} étape

Résolution du système linéaire à l'aide de l'opérateur **RES**olution.

10.2 RELATIONS ENTRE LES DIFFERENTS MODELES

Avant de choisir un type d'éléments finis, il faut souvent se déterminer sur un modèle bidimensionnel (lequel ?) ou tridimensionnel (lequel ?). Il est bien entendu que les deux cas présentés ici sont académiques. Dans la réalité, on n'aura pas toujours ces possibilités. Le travail de l'ingénieur consiste justement à choisir des hypothèses pertinentes qui vont lui permettre de simplifier le modèle tout en respectant son comportement. Dans tous les cas, il est théoriquement possible de faire du tridimensionnel.

a) Contraintes planes, déformations planes, tridimensionnel

On se propose de modéliser de plusieurs façons une plaque plane d'épaisseur e , de longueur L et de largeur l , chargée dans son plan le long d'une largeur par une force totale F , et encastée le long d'une largeur. On prend $L=1$, $l=1$ (car en déformations planes la troisième dimension est égale à une unité), $e=0.1$ et $F=10^6$.

Opérateurs utilisés : /, **BLOQuer**, **CERClE**, **COTE**, **ELEMent**, **ENVELOppe**, **ET**, **EXCOMposante**, **FORCe**, **FREPART**, **MATERiau**, **MAXImum**, **MODEle**, **OPTIon**, **POINT**, **PLUS**, **PRESsion**, **RESOLution**, **RIGIdité**, **SYMéTrie**, **TRANslation**, **VOLUme**.

• Cas de la contrainte plane massive : on modélise la surface de la plaque. L'épaisseur e est fournie après DIM3. Le chargement est de type pression (opérateur PRESsion).

OPTI DIME 2 ELEM TRI3 MODE PLAN CONT ;

lo = 1 ; la = 1 ; ep = .1 ;

p1 = 0 0 ; p2 = lo 0 ;

l12 = p1 **D** 10 p2 ;

s1 = l12 **TRAN** 20 (0 la) ;

mo = **MODE** s1 **MECANIQUE ELASTIQUE ;**

ma = **MATE** mo **YOUN** 2.e11 **NU** 0. **DIM3** ep ;

rr = **RIGI** ma mo ;

ff = **PRES MASS** mo (1.E6 / ep) (s1 **COTE** 2) ;

enc = **BLOQ DEPL** (s1 **COTE** 4) ;

uu = **RESO** (rr **ET** enc) ff ;

LIST (MAXI ABS (EXCO uu UX)) ; ou

LIST (MAXI ABS uu AVEC (MOTS UX)) ;

Résultat: $5 \cdot 10^{-5}$

On aurait pu choisir des QUA4 mais attention à la répartition des forces dans le cas des TRI6 ou des QUA8. Au delà, c'est un problème de précision des résultats.

• Cas de la contrainte plane coque : on modélise la surface moyenne de la plaque. L'épaisseur e est fournie après DIM3 et la largeur après EPAIsseur. Le chargement est de type ponctuel (opérateur FORCe).

OPTI DIME 2 ELEM SEG2 MODE PLAN CONT ;

lo = 1 ; la = 1 ; ep = .1 ;

p1 = 0 0 ; p2 = lo 0 ;

l12 = p1 **D** 10 p2 ;

mo = **MODE** l12 **MECANIQUE ELASTIQUE COQ2 ;**

ma = **MATE** mo **YOUN** 2.e11 **NU** 0. **DIM3** ep **EPAI** la ;

rr = **RIGI** ma mo ;

```

ff = FORC (1.E6 0.) p2 ;
enc = BLOQ DEPL ROTA p1 ;
uu = RESO (rr ET enc) ff ;
LIST (MAXI ABS (EXCO uu UX)) ;
    Résultat: 5. 10-5

```

- Cas de la déformation plane massive : on modélise l'épaisseur de la plaque. La largeur l est égale à 1. Le chargement est de type pression (opérateur **PRES**sion).

```

OPTI DIME 2 ELEM TRI3 MODE PLAN DEFO ;
lo = 1 ; la = 1 ; ep = .1 ;
p1 = 0 0 ; p2 = lo 0 ;
l12 = p1 D 10 p2 ;
s1 = l12 TRAN 3 (0 ep) ;
mo = MODE s1 MECANIQUE ELASTIQUE ;
ma = MATE mo YOUN 2.e11 NU 0. ;
rr = RIGI ma mo ;
ff = PRES MASS mo (1.E6 / ep.) (s1 COTE 2) ;
enc = BLOQ DEPL (s1 COTE 4) ;
uu = RESO (rr ET enc) ff ;
LIST (MAXI ABS (EXCO uu UX)) ;
    Résultat: 5. 10-5

```

On aurait pu choisir des QUA4, des TRI6 ou des QUA8, c'est un problème de précision des résultats.

- Cas de la déformation plane coque : l'épaisseur de la plaque est fournie derrière **EPAI**sseur. La largeur l est égale à 1. Le chargement est de type force ponctuelle (opérateur **FORC**e).

```

OPTI DIME 2 ELEM SEG2 MODE PLAN DEFO ;
lo = 1 ; la = 1 ; ep = .1 ;
p1 = 0 0 ; p2 = lo 0 ;
l12 = p1 D 10 p2 ;
mo = MODE l12 MECANIQUE ELASTIQUE COQ2 ;
ma = MATE mo YOUN 2.e11 NU 0. EPAI ep ;
rr = RIGI ma mo ;
ff = FORC (1.E6 0.) p2 ;
enc = BLOQ DEPL ROTA p1 ;
uu = RESO (rr ET enc) ff ;
LIST (MAXI ABS (EXCO uu UX)) ;
    Résultat: 5. 10-5

```

- Cas du tridimensionnel coque: on modélise la surface de la plaque. L'épaisseur e est fournie après **EPAI**sseur. Le chargement est de type ponctuel (opérateur **FORC**e).

```

OPTI DIME 2 ELEM TRI3 MODE TRID ;
lo = 1 ; la = 1 ; ep = .1 ;
p1 = 0 0 ; p2 = lo 0 ;
l12 = p1 D 10 p2 ;
s1 = l12 TRAN 20 (0 la) ;
OPTI DIME 3 ;
mo = MODE s1 MECANIQUE ELASTIQUE DKT ;
ma = MATE mo YOUN 2.e11 NU 0. EPAI ep ;
rr = RIGI ma mo ;
ff = FREPART (1.E6 0. 0.) (s1 COTE 2) ;

```

enc = **BLOQ DEPL ROTA** (s1 **COTE** 4) ;

uu = **RESO** (rr **ET** enc) ff ;

LIST (MAXI ABS (EXCO uu UX)) ;

Résultat: $5 \cdot 10^{-5}$

On aurait pu choisir des QUA4 mais attention à la répartition des forces (FORCe) dans le cas des TRI6 ou des QUA8 (toujours avec une formulation adéquate). De même, avec les TRI3, on aurait pu choisir une formulation COQ3. Au delà, c'est un problème de précision des résultats.

- Cas du tridimensionnel volumique: on modélise la plaque. Le chargement est de type pression (opérateur PRESSion).

OPTI DIME 2 ELEM TRI3 MODE TRID ;

lo = 1 ; la = 1 ; ep = .1 ;

p1 = 0 0 ; p2 = lo 0 ;

l12 = p1 **D** 10 p2 ;

s1 = l12 **TRAN** 20 (0 la) ;

OPTI DIME 3 ELEM PRI6 ;

vol = s1 **VOLU** 3 **TRAN** (0 0 ep) ;

mo = **MODE** vol **MECANIQUE ELASTIQUE** ;

ma = **MATE** mo **YOUN** 2.e11 **NU** 0. ;

rr = **RIGI** ma mo ;

ve = **ENVE** vol ;

pve = ve **POIN PLAN** p2 (p2 **PLUS** (0 la 0)) (p2 **PLUS** (0 0 ep) .0001) ;

vp = ve **ELEM APPU STRI** pve ;

ff = **PRES MASS** mo (1.E6 / ep / la.) vp ;

enc = **BLOQ DEPL** (vol **POIN PLAN** p1 (p1 **PLUS** (0 la 0)) (p1 **PLUS** (0 0 ep)) .0001) ;

uu = **RESO** (rr **ET** enc) ff ;

LIST (MAXI ABS (EXCO uu UX)) ;

Résultat: $5 \cdot 10^{-5}$

On aurait pu choisir n'importe quel type d'éléments tridimensionnels, c'est un problème de précision des résultats.

b) Axisymétrie, déformations planes, tridimensionnel

On se propose de modéliser de plusieurs façons un cylindre infini d'épaisseur e et de rayon intérieur r, chargé par une pression interne. On prend r= 1, une hauteur égale à 1 (car en déformations planes la troisième dimension est égale à une unité), e= 0.1 et P = 10^6 .

Opérateurs utilisés : +, /, **BLOQuer**, **CERCle**, **COTE**, **ET**, **EXCOmposante**, **MATERiau**, **MAXImum**, **MODEle**, **OPTIon**, **PRESsion**, **RESOLution**, **RIGIdité**, **ROTAtion**, **SYMéTrie**, **TRANslation**, **VOLUme**.

- Cas de l'axisymétrie coque: on modélise une hauteur unité de la section méridienne du cylindre. L'épaisseur e est fournie après EPAIsseur. Le chargement est de type pression (opérateur PRESSion). Pour simuler l'infini, le modèle est bloqué axialement à une extrémité.

OPTI DIME 2 ELEM SEG2 MODE AXIS ;

lo = 1 ; r = 1 ; ep = .1 ;

xr = r + (ep / 2.) ;

p1 = xr 0 ; p2 = xr lo;

```

l12 = p1 D 10 p2 ;
mo = MODE l12 MECANIQUE ELASTIQUE COQ2 ;
ma = MATE mo YOUN 2.e11 NU 0. EPAI ep ;
rr = RIGI ma mo ;
ff = PRES COQU -1.E6 mo NORM ;
enc = BLOQ UZ RT p1 ;
uu = RESO (rr ET enc) ff ;
LIST (MAXI ABS (EXCO uu UR)) ;      ou
LIST (MAXI ABS uu AVEC (MOTS UR)) ;
    Résultat: 5.5 10-5

```

- Cas de l'axisymétrie massive: on modélise une hauteur unité de la section méridienne du cylindre. L'épaisseur e est modélisée. Le chargement est de type pression (opérateur **PRESS**ion). Pour simuler l'infini, le modèle est bloqué axialement à une extrémité.

```

OPTI DIME 2 ELEM TRI3 MODE AXIS ;
lo = 1 ; r = 1 ; ep = .1 ;
p1 = r 0 ; p2 = r lo ;
l12 = p1 D 10 p2 ;
s1 = l12 TRAN 2 (ep 0.) ;
mo = MODE s1 MECANIQUE ELASTIQUE ;
ma = MATE mo YOUN 2.e11 NU 0.;
rr = RIGI ma mo ;
ff = PRES MAS 1.E6 l12 mo ;
enc = BLOQ UZ (s1 COTE 4) ;
uu = RESO (rr ET enc) ff ;
LIST (MAXI ABS (EXCO uu UR)) ;
    Résultat: 5.3 10-5

```

On aurait pu choisir des QUA4, des TRI6 ou des QUA8, c'est un problème de précision des résultats.

- Cas de la déformation plane coque: on modélise la section du cylindre. La hauteur est égale à 1. L'épaisseur e est fournie après **EPAI**isseur. Le chargement est de type pression (opérateur **PRESS**ion). Pour se débarrasser des problèmes liés au blocages, on ne modélise qu'un quart de cylindre.

```

OPTI DIME 2 ELEM SEG2 MODE PLAN DEFO ;
lo = 1 ; r = 1 ; ep = .1 ;
xr = r + (ep / 2.) ;
p1 = xr 0 ; p2 = 0. xr ;
l12 = p1 CERC (0. 0.) 10 p2 ;
mo = MODE l12 MECANIQUE ELASTIQUE COQ2 ;
ma = MATE mo YOUN 2.e11 NU 0. EPAI ep ;
rr = RIGI ma mo ;
ff = PRES COQU -1.E6 mo NORM ;
enc1 = BLOQ UY RZ p1 ;
enc2 = BLOQ UX RZ p2 ;
uu = RESO (rr ET enc1 ET enc2) ff ;
LIST (MAXI ABS (EXCO uu UX)) ;
    Résultat: 5.5 10-5

```

- Cas de la déformation plane massive: on modélise la section du cylindre. La hauteur est égale à 1. L'épaisseur e est modélisée. Le chargement est de type pression (opérateur

PRESSion). Pour se débarrasser des problèmes liés au blocages, on ne modélise qu'un quart de cylindre.

OPTI DIME 2 ELEM TRI3 MODE PLAN DEFO ;

lo = 1 ; r = 1 ; ep = .1 ;

p1 = r 0 ; p2 = (r + ep) 0. ;

l12 = p1 **DROI** 2 p2 ;

s1 = l12 **ROTA** 10 90. (0. 0.) ;

mo = **MODE** s1 **MECANIQUE ELASTIQUE** ;

ma = **MATE** mo **YOUN** 2.e11 **NU** 0. ;

rr = **RIGI** ma mo ;

ff = **PRES MASS** 1.E6 mo (s1 **COTE** 4) ;

enc1 = **BLOQ UY** l12 ;

enc2 = **BLOQ UX** (s1 **COTE** 3) ;

uu = **RESO** (rr **ET** enc1 **ET** enc2) ff ;

LIST (MAXI ABS (EXCO uu UX)) ;

Résultat: $5.2 \cdot 10^{-5}$

On aurait pu choisir des QUA4, des TRI6 ou des QUA8, c'est un problème de précision des résultats.

- Cas du tridimensionnel coque: on modélise une hauteur unité du cylindre. L'épaisseur e est fournie après EPAIsseur. Le chargement est de type pression (opérateur PRESSion). Pour simuler l'infini, le modèle est bloqué axialement à une extrémité. Pour se débarrasser des problèmes liés au blocages, on ne modélise qu'un quart de cylindre et on utilise les propriétés de symétrie.

OPTI DIME 2 ELEM TRI3 MODE TRID ;

lo = 1 ; r = 1 ; ep = .1 ;

xr = r + (ep / 2.) ;

p1 = xr 0 ; p2 = 0. xr;

l12 = p1 **CERC** (0. 0.) 10 p2 ;

OPTI DIME 3 ;

mo = **MODE** l12 **MECANIQUE ELASTIQUE DKT** ;

ma = **MATE** mo **YOUN** 2.e11 **NU** 0. **EPAI** ep ;

rr = **RIGI** ma mo ;

ff = **PRES COQU** -1.E6 mo **NORM** ;

enc = **BLOQ UZ RX RY** l12 ;

enc1 = **SYMT DEPL ROTA** s1 p1 (0. 0. 0.) (p1 **PLUS** (0. 0. lo)) .0001 ;

enc2 = **SYMT DEPL ROTA** s1 p2 (0. 0. 0.) (p2 **PLUS** (0. 0. lo)) .0001 ;

uu = **RESO** (rr **ET** enc **ET** enc1 **ET** enc2) ff ;

LIST (MAXI ABS (EXCO uu UX)) ;

Résultat: $5.5 \cdot 10^{-5}$

- Cas du tridimensionnel volumique: on modélise une hauteur unité du cylindre. Le chargement est de type pression (opérateur PRESSion). Pour simuler l'infini, le modèle est bloqué axialement à une extrémité. Pour se débarrasser des problèmes liés au blocages, on ne modélise qu'un quart de cylindre et on utilise les propriétés de symétrie.

OPTI DIME 2 ELEM TRI3 MODE TRID ;

lo = 1 ; r = 1 ; ep = .1 ;

p1 = r 0 ; p2 = (r + ep) 0. ;

l12 = p1 **DROI** 2 p2 ;

s1 = l12 **ROTA** 10 90. (0. 0.) ;

```

OPTI DIME 3 ELEM PRI6 ;
vol = s1 VOLU TRAN 10 (0. 0. lo) ;
mo = MODE vol MECANIQUE ELASTIQUE ;
ma = MATE mo YOUN 2.e11 NU 0. ;
rr = RIGI ma mo ;
ve = ENVE vol ;
pve = ve POIN CYLI (0. 0. 0.) (0. 0. lo) p1 .0001 ;
vp = ve ELEM APPU STRI pve ;
ff = PRES MASS 1.E6 mo vp ;
enc = BLOQ UZ s1 ;
enc1 = SYMT DEPL vol p1 p2 (p1 PLUS (0. 0. lo)) ;
enc2 = SYMT DEPL vol (0. r 0.) (0. 0. 0.) (0. 0. lo) ;
uu = RESO (rr ET enc ET enc1 ET enc2) ff ;
LIST (MAXI ABS (EXCO uu UX)) ;

```

Résultat: $5.2 \cdot 10^{-5}$

On aurait pu choisir n'importe quel type d'éléments tridimensionnels, c'est un problème de précision des résultats.

10.3 CONTACT ELASTIQUE SANS FROTTEMENT

a) Première Méthode

Les points susceptibles d'entrer en contact doivent être en vis à vis et la méthode permet **OPTIon DIMENSION 2** ou **3**.

Opérateurs utilisés: **BLOQuer**, **DEPIposé**, **ET**, **RELAtion**, **RESOLution**, **VISAvis**.

1^{ère} étape

Modélisation des zones éventuellement par utilisation de l'opérateur **VISAvis**.

Pas d'ELIM entre les deux MAILLAGES

2^{ème} étape

BLOQuer (si le contact est externe) les points de MAIL1

R1 = **BLOQ** (**MINI** ou **MAXI**) (Type de Déplacement) MAIL1 ;

MAXI on impose le signe < en fournissant la valeur maximale

MINI on impose le signe > en fournissant la valeur minimale

Type de Déplacement indique la (les) composante(s) concernée(s)

UX, UY, UZ, RX, RY, RZ, UR, UT, RT

RADIAL P1 (P2)

ORTHoradial P1 (P2)

DEPLacement ou (et) **ROTAtion** éventuellement dans la **DIREction**
V1

RELAtion (si le contact est interne) entre les points de MAILi (on peut utiliser **VISAvis** pour créer les MAIL1 et MAIL2)

R1 = **RELA** (**MINI** ou **MAXI**) val1 (Type de Déplacement) MAIL1

(+ ou -) val2 (Type de Déplacement) MAIL2 ;

MAXI on impose le signe < en fournissant la valeur maximale

MINI on impose le signe > en fournissant la valeur minimale

Type de Déplacement indique la (les) composante(s) concernée(s)

UX, UY, UZ, RX, RY, RZ, UR, UT, RT

DEPLacement ou (et) **ROTAtion** éventuellement dans la **DIREction**
V1 (V2)

3^{ème} étape

DEPIposé sur l'objet créé à la deuxième étape = création du CHPOINT de jeu avec la valeur qui est derrière l'inégalité.

D1 = **DEPI** R1 jeu ;

ou **JEU** dans le cas **RELA** **MINI** ou **MAXI**

D1 = **JEU** R1 ;

4^{ème} étape

Assemblage (par **ET**) des raideurs avec celle créée par **BLOQuer** ou **RELAtion** (R1).

5^{ème} étape

Assemblage (par **ET**) des seconds membres avec celui créé par **DEPI**posé ou **JEU** (D1).

6^{ème} étape

RESolution à partir des raideurs et des seconds membres assemblés.

b) Deuxième Méthode

On ne se soucie pas des discrétisations mais les lignes doivent se tourner le dos au sens des normales. La méthode ne permet que **OPTION DIMENSION 2** et des éléments de type SEG2 qui sont des COQ2 ou des cotés de TRI3 ou QUA4. Si l'on utilise un maillage de TRI6 ou (et) de QUA8, on peut, *de manière artificielle et en vérifiant attentivement les résultats*, tapisser les lignes de SEG3 avec des SEG2 (soit deux fois plus d'éléments sur la ligne) sans sauter les points « milieux ».

Opérateurs utilisés: *IMPOser, RESolution.*

1^{ère} étape

Modélisation des lignes décrites en sens inverse (sans se préoccuper de leurs discrétisations) deux à deux = création d'un MAILLAGE de SEG2. Le jeu initial peut être nul ou non.

Pas d'ELIM entre les deux MAILLAGEs

2^{ème} étape

Création des conditions de jeu.

IMPO entre les deux MAILLAGEs = création de la raideur de contact (RIGIDITE) et du jeu qui y est attaché (CHPOINT).

D1 R1 = **IMPO MAIL1 MAIL2** ;

ou mail3 = **IMPO MAIL mail1 mail2** ;

et D1 R1 = **IMPO BLOC mail3** ;

3^{ème} étape

BLOQuer le MAILLAGE de la frontière du corps rigide (s'il existe).

R2 = **BLOQ DEPL MAIL2** ;

4^{ème} étape

Assemblage (par **ET**) des raideurs avec celles créées par **IMPO** (R1) et par **BLOQuer** (R2).

5^{ème} étape

Création des seconds membres. Assemblage (par **ET**) des seconds membres avec celui créé par **IMPO** (D1).

6^{ème} étape

RESolution à partir des raideurs et des seconds membres assemblés.

10.4 THERMO-ELASTIQUE LINEAIRE

a) Coefficients constants par zone

Les coefficients élastiques sont constants (au moins par zone).

Opérateurs utilisés: **BSIGma**, **ET**, **EVOLution**, **MATERiau**, **RESOLution**, **SIGMa**, **THETa**, -.

1^{ère} étape

Définition du CHPOINT températures, s'il n'est pas calculé par ailleurs. Il y a deux possibilités, selon que les éléments de MAIL1 sont des « massifs » (un degré de liberté température par nœuds) ou des « coques » (trois degrés de liberté température par nœuds) .

TT = **MANU CHPO** MAIL1 1 T val ;

ou TT = **EVOL MANU** MAIL1 3 T val1 **TINF** val2 **TSUP** val3 ;

L'assemblage par ET étant additif, on choisira d'assembler les champs de températures (plutôt que les contraintes ou les forces) dans le cas de mélange d'éléments de type coque et de type massif (voir page 50).

2^{ème} étape

Définir le MCHAML matériau

MA1 = **MATE** MO1 **YOUN E NU** v **ALPH** α (cara) ;

3^{ème} étape

Calculer le MCHAML contraintes thermiques.

ST1 = **THET** TT MA1 MO1 ;

4^{ème} étape

Calculer le CHPOINT forces nodales

FT1 = **BSIG** ST1 MO1 (MA1) ;

5^{ème} étape

Assemblage (par **ET**) des seconds membres (voir la remarque de la première étape) avec celui créé par **BSIGma** (FT1).

6^{ème} étape

RESOLution à partir des raideurs et des seconds membres assemblés.

7^{ème} étape

Calcul du MCHAML contraintes vraies permettant par exemple de calculer des invariants.

SE1 = **SIGM** UU MA1 MO1 ;

SV1 = SE1 - ST1 ;

b) Coefficients dépendants d'un champ de températures donné

Les coefficients élastiques dépendent de la température (qui n'évolue pas). Il s'agit donc d'affecter les bonnes caractéristiques élastiques. Dans la suite, on appelle TT le CHPOINT de température (en général calculé).

Opérateurs utilisés: **BSIGma**, **CHANger**, **ET**, **EVOLution**, **NOMComposante**, **PROGression**, **RESOLution**, **THETA**, - .

1^{ère} étape

Définir les variations des coefficients élastiques (E, ν , α) et pour cela définir l'abscisse, puis l'ordonnée (objet de type LISTREEL), puis la fonction (objet de type EVOLUTIO).

COEABSC = **PROG** abscisses par ordre croissant ;

COEORDO = **PROG** ordonnées par ordre croissant ;

COEVOLU = **EVOL MANU** 'nomabscisse' COEABSC
'nomordonnée' COEORDO ;

la dimension des deux LISTREEL doit être la même

2^{ème} étape

Chercher le(s) bon(s) coefficient(s), c'est à dire chercher sa valeur, lui donner le bon nom et le transformer en MCHAML.

COEVALE = TT * COEVOLU ;

le résultat est un CHPOINT de composante **T**

COENOM = **NOMC** nomdelacomposante COEVALE ;

nomdelacomposante = **YOUNg** ou **NU** ou **ALPHa**

COEVRAI = **CHAN CHAM** COENOM MO1 ;

le résultat est un MCHAML de composante nomdelacomposante

3^{ème} étape

Définir le MCHAML matériau

MA1 = **MATE** MO1 **YOUN** coeyoun **NU** coenu **ALPH** coealph ;

4^{ème} étape

Calculer le MCHAML contraintes thermiques.

ST1 = **THET** TT MA1 MO1 ;

5^{ème} étape

Calculer le CHPOINT forces nodales

FT1 = **BSIG** ST1 MO1 (MA1) ;

6^{ème} étape

Assemblage (par **ET**) des seconds membres avec celui créé par **BSIGma** (FT1).

7^{ème} étape

RESOLution à partir des raideurs et des seconds membres assemblés.

8^{ème} étape

Calcul du MCHAML contraintes vraies permettant par exemple de calculer des invariants.

$$SE1 = \mathbf{SIGM} \text{ UU MA1 MO1 ;}$$

$$SV1 = SE1 - ST1 ;$$

10.5 PRISE EN COMPTE D'UNE DEFORMATION INITIALE

a) Exemple de la thermique

Soit le problème suivant d'une barre encastrée à son extrémité 1 soumise à un champ de température. Les caractéristiques sont E, S, l, α , ΔT .

L'opérateur RIGI donne la matrice de rigidité.

$$K = \frac{ES}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

L'opérateur THET donne la contrainte due au champ de température.

$$\sigma_{th} = E\alpha\Delta T \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

L'opérateur BSIG donne le second membre dû à cette contrainte.

$$F = ES\alpha\Delta T \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

L'opérateur BLOQ impose les conditions aux limites.

$$u_1 = 0$$

L'opérateur RESO donne les déplacements.

$$u_2 = \alpha\Delta T$$

L'opérateur REAC donne les réactions.

$$F_1 = 0$$

L'opérateur SIGM donne les contraintes dues à la déformation.

$$\sigma = E\alpha\Delta T \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

L'opérateur - donne le champ de contraintes vraies.

$$\sigma_v = \sigma - \sigma_{th} = 0$$

Si la barre était bi-encastrée, on trouverait évidemment $F_1 = ES\alpha\Delta T$, $F_2 = -F_1$, $\sigma = 0$, $\sigma_v = -\sigma_{th}$

b) Liste du jeu de données

c) Cas général

On ne sait pas imposer directement une déformation initiale par exemple initialisée avec MANU CHAM. Il faut se ramener à un problème de contraintes initiales en faisant intervenir l'opérateur ELASTicité pour calculer les contraintes à partir des déformations.

```
SINIT = ELAS EINIT MA MO ;  
      EINIT MCHAML (déformations initiales)  
      MA    MCHAML (matériau)  
      MO    MMODEL  
      SINIT MCHAML (contraintes initiales)
```

On est alors ramené au cas suivant si l'on n'oublie pas de changer de signe (voir page 77).

10.6 PRISE EN COMPTE D'UNE CONTRAINTE INITIALE

a) Exemple du poids propre

Soit le problème suivant d'une barre encadrée à son extrémité 1 soumise à son poids propre. Les caractéristiques sont E, S, l, ρ , g.

1^o étape: calcul de la contrainte

L'opérateur RIGI donne la matrice de rigidité.

$$K = \frac{ES}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Les opérateurs MASS, MANU, * donnent le second membre.

$$F = \frac{\rho S l g}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

L'opérateur BLOQ impose les conditions aux limites.

$$u_1 = 0$$

L'opérateur RESO donne les déplacements.

$$u_2 = \frac{\rho l^2 g}{2E}$$

L'opérateur REAC donne les réactions. Mais pour la réaction vraie, il faut enlever les chargements extérieurs F.

$$F_1 = -\rho g l$$

L'opérateur SIGM donne les contraintes dues à la déformation.

$$\sigma_{pp} = 0.5 \rho l g$$

2^o étape: prise en compte de la précontrainte (contrainte initiale)

Les opérateurs BSIG et - donnent le second membre dû à cette précontrainte.

$$F_\sigma = \frac{\rho l g S}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Le chargement total devient F+F $_\sigma$. L'opérateur RESO donne les déplacements.

$$u_2 = 0$$

L'opérateur SIGM donne les contraintes dues à la déformation.

$$\sigma = 0$$

L'opérateur + donne la contrainte vraie

$$\sigma = \sigma + \sigma_{pp}$$

Attention, la réaction vraie est REAC - F.

Dans le cas de PASAPAS, l'indice CHARGEMENT contient F et l'indice CONTRAINTES . 0 contient σ_{pp} .

b) Liste du jeu de données

c) Cas général

10.7 FLAMBEMENT LINEAIRE

On recherche n charges critiques (et modes associés) comprises entre λ_1 et λ_2 , éventuellement sur m harmoniques. Attention, dans le cas d'une précontrainte axisymétrique (seule que CASTEM2000[®] traite dans cette option), le chargement critique n'est pas nécessairement sur l'harmonique 0. On cherche à résoudre l'équation $[K + \lambda K_\sigma]U = 0$

Opérateurs utilisés : **FLAMBAGE**, **RESolution**.

1^{ère} étape

Calcul des contraintes vraies par appel aux opérateurs **MODEle**, **MATERiau**, **BLOQuer**, **DEPImposé**, chargements, **RIGIdité**, **RESolution**, **SIGMA**.

*Le calcul de contraintes ne doit pas être effectué avec **OPTI MODE FOUR** ;*

2^{ème} étape

Définition de la TABLE.

T1 = TABL ;	
T1 . OBJM	MMODEL
T1 . LAM1	FLOTTANT λ_1
T1 . LAM2	FLOTTANT λ_2
T1 . NMOD	ENTIER n
T1 . CLIM	RIGIDITE (blocages)
T1 . SIG1	MCHAML (contraintes variables)
T1 . MATE	MCHAML

puis éventuellement

T1 . MODE	LISTENTI (de m valeurs)
T1 . SIG0	MCHAML (contraintes inertes)

Puis appel à la procédure **FLAMBAGE**

T2 = **FLAMBAGE** T1 ;

T2 est une table indexée par le numéro du mode. Chaque indice (i) est une table qui contient

T2 . i . LAMB	FLOTTANT (valeur du i ^e coefficient)
T2 . i . DEPL	CHPOINT
T2 . i . MODN	ENTIER (numéro de l'harmonique)

10.8 REPONSE HARMONIQUE CONSERVATIVE

On cherche à résoudre l'équation $KX + M\ddot{X} = F_0 \cos(\omega t)$ que l'on peut mettre sous la forme plus commode $(K - \omega^2 M)U_0 = F_0$

On ne tient pas compte de l'amortissement.

Opérateurs utilisés : **BLO**Quer, **ET**, **LUM**Per, **MAS**Se, **MATE**riau, **MODE**le, **RES**olution, **RIG**idité

1^{ère} étape

Définition du modèle

MO1 = mail1 **MODE MECANIQUE ELASTIQUE** (nomef) ;

2^{ème} étape

Définition du matériau

MA1 = **MATE** mo1 **YOUN** yg **NU** nu **RHO** rho (cara) ;

3^{ème} étape

Calcul des rigidités

RI1 = **RIGI** ma1 mo1 ;

4^{ème} étape

Calcul des masses

MAS1 = **MASS** ma1 mo1 ;

MAS1 = **LUMP** mas1 ;

5^{ème} étape

Prise en compte des conditions aux limites BL1 (opérateurs ANTI, BLOQ, RELA, SYMT)

6^{ème} étape

Assemblage des conditions aux limites (BL1), des masses (MAS1) et des rigidités (RI1) par l'opérateur ET.

RIT = RI1 **ET** BL1 **ET** (-1. * om * om * MAS1) ;

7^{ème} étape

Calcul des chargements

8^{ème} étape

Résolution du système (RESO)

10.9 MODES DE VIBRATION D'UN SYSTEME CONSERVATIF

On rappelle que l'influence des modes propres sur une réponse s'évalue grâce au concept de masse modale. On définit M_{ix} , M_{iy} , M_{iz} les masses modales dans les trois directions pour chacun des modes. Si M est la masse totale de la structure, on a par définition

$$M = \sum_1^N M_{ix} = \sum_1^N M_{iy} = \sum_1^N M_{iz}$$

si N représente le nombre total de modes.

De plus on a

$$M_{ix} = \frac{U_{ix}^2}{Mg_i}$$

et de même avec y et z et avec

Mg_i composante **MGEN** de l'objet SOLUTION ou indice **MASSE_GENERALISEE** de la TABLE

U_{xi} composante **QX** de l'objet SOLUTION ou indice **DEPLACEMENTS_GENERALISES . 1** de la TABLE

U_{yi} composante **QY** de l'objet SOLUTION ou indice **DEPLACEMENTS_GENERALISES . 2** de la TABLE

U_{zi} composante **QZ** de l'objet SOLUTION ou indice **DEPLACEMENTS_GENERALISES . 3** de la TABLE

Les modes propres sont fournis à une constante près. Par défaut la valeur maximale des translations est égale à 1. On cherche à résoudre l'équation $[K - \omega^2 M]U = 0$

Sur l'utilisation des modes propres, on se reportera au Tome 2, chapitre DYNAMIQUE LINEAIRE.

a) Cas général

Opérateurs utilisés : **BLOQuer**, **LUMPer**, **MASSe**, **MATERiau**, **MODEle**, **RIGIdité**, **VIBRation**.

1^{ère} étape

Définition du modèle

MO1 = mail1 **MODE MECANIQUE ELASTIQUE** (nomef) ;

2^{ème} étape

Définition du matériau

MA1 = **MATE** mo1 **YOUN** yg **NU** nu **RHO** rho (cara) ;

3^{ème} étape

Calcul des rigidités

RI1 = **RIGI** ma1 mo1 ;

4^{ème} étape

Calcul des masses

MAS1 = **MASS** ma1 mo1 ;

MAS1 = **LUMP** mas1 ;

5^{ème} étape

Prise en compte des conditions aux limites BL1 (opérateurs ANTI, BLOQ, RELA, SYMT)

6^{ème} étape

Assemblage des conditions aux limites (BL1) et des rigidités (RI1) par l'opérateur ET.

7^{ème} étape

Calculs des modes et fréquences propres.

US = **VIBR** (choix) (ri1 **ET** bl1) mas1 (**TBAS**) ;

Les conditions aux limites ne sont pas nécessaires

b) Modes non axisymétriques

Opérateurs utilisés : **BLOQuer**, **LUMPer**, **MASSe**, **MATERiau**, **MODEle**, **RIGIdité**, **VIBRation**.

1^{ère} étape

Définition de l'option

OPTI MODE FOUR nh ;

2^{ème} étape

Calcul des masses et des rigidités

R1 = **RIGI** ma1 mo1 ;

M1 = **MASS** ma1 mo1 ;

3^{ème} étape

c) Modes fluides ou fluides-structures

Opérateurs utilisés : **BLOQuer**, **MASSe**, **MATERiau**, **MODEle**, **RIGIdité**, **VIBRation**.

1^{ère} étape

Définition du modèle sans oublier de donner explicitement le nom des éléments finis fluides et raccords (attention aux valeurs par défaut)

2^{ème} étape

Définition du matériau. Pour les solides (isotropes), il faut fournir les composantes YOUNg, NU, RHO ainsi que les éventuelles CARActéristiques géométriques. Pour les fluides et les raccords, il faut fournir CSON, CREF, RHO, RORF, LCAR, G. Pour les raccords, il faut ajouter la CARActéristique LIQUide.

3^{ème} étape

Calcul des rigidités (attention la matrice de rigidité des éléments fluides est singulière)

RI1 = **RIGI** ma1 mo1 ;

4^{ème} étape

Calcul des masses

$$MAS1 = \mathbf{MASS} \text{ ma1 mo1 ;}$$

Il faut éviter d'utiliser l'opérateur LUMPer

5^{ème} étape

Prise en compte des conditions aux limites BL1 (opérateurs ANTI, BLOQ, RELA, SYMT)

6^{ème} étape

Assemblage des conditions aux limites (BL1) et des rigidités (RI1) par l'opérateur ET.

7^{ème} étape

Calculs des modes et fréquences propres (la matrice de rigidité étant singulière, il ne faut pas faire la recherche à partir de 0. mais à partir d'un petit nombre).

$$US = \mathbf{VIBR} (\text{choix}) (\text{ri1 ET b11}) \text{ mas1 (TBAS) ;}$$

Les conditions aux limites ne sont pas nécessaires

10.10 MODES DE VIBRATION D'UN SYSTEME AMORTI

Le problème est sensiblement le même que celui du chapitre 10.9 MODES DE VIBRATION D'UN SYSTEME CONSERVATIF avec la difficulté de représenter correctement l'amortissement.

Opérateurs utilisés : **BLO**Quer, **LUM**per, **MASS**e, **MATE**riau, **MODE**le, **PJBA**, **RIGI**dité, **VIB**Complexe, **VIB**Ration.

1^{ère} étape

Définition du modèle

MO1 = mail1 **MODE MECANIQUE ELASTIQUE** (nomef) ;

2^{ème} étape

Définition du matériau

MA1 = **MATE** mo1 **YOUN** yg **NU** nu **RHO** rho (cara) ;

3^{ème} étape

Calcul des rigidités

RI1 = **RIGI** ma1 mo1 ;

4^{ème} étape

Calcul des masses

MAS1 = **MASS** ma1 mo1 ;

MAS1 = **LUMP** mas1 ;

5^{ème} étape

Prise en compte des conditions aux limites BL1 (opérateurs ANTI, BLOQ, RELA, SYMT)

6^{ème} étape

Assemblage des conditions aux limites (BL1) et des rigidités (RI1) par l'opérateur ET.

7^{ème} étape

Calculs des modes et fréquences propres.

US = **VIBR** (choix) (ri1 **ET** bl1) mas1 (**TBAS**) ;

Les conditions aux limites ne sont pas nécessaires

8^{ème} étape

Calcul des amortissements (dans le cas d'un amortissement proportionnel).

AMO1 = (a * ri1) **ET** (b * mas1) ;

9^{ème} étape

Projection des matrices sur la base modale.

AP1 = **PJBA** amo1 us ;

RP1 = **PJBA** ri1 us ;

MP1 = **PJBA** mas1 us ;

10^{ème} étape

Calcul des modes complexes.

$BASC = \mathbf{VIBC} \text{ mp1 rp1 ap1 ;}$

L'ordre des matrices est important : masse, raideur, amortissement.

10.11 MODES DE VIBRATION SOUS PRECONTRAINTE

Opérateurs utilisés : **BLOQuer**, **KSIGma**, **LUMper**, **MASSe**, **MATERiau**, **MODEle**, **RIGIdité**, **VIBRation**.

On retiendra que les fréquences propres augmentent quand la structure est en traction (cf les instruments de musique à cordes, plus la corde est tendue, plus le son est aiguë). On cherche à résoudre l'équation $[(K + K_\sigma) - \omega^2 M]U = 0$

1^{ère} étape

Calcul des contraintes vraies par appel aux opérateurs **MODEle**, **MATERiau**, **BLOQuer**, **DEPImposé**, chargements, **RIGIdité**, **RESOlution**, **SIGMa** (qui fournit SIG1 avec éventuellement le concours de -), **VIBRation**.

*Le calcul de contraintes ne doit pas être effectué avec **OPTI MODE FOUR** ;*

2^{ème} étape

Calcul de la matrice de précontrainte
 $KS = \mathbf{K} \mathbf{SIG} \mathbf{SIG1} \mathbf{MO1} (\mathbf{MA1}) ;$

3^{ème} étape

Assemblage par **ET** des raideurs (**RIGI**, **BLOQ**, **RELA**) et de la matrice de rigidité géométrique (**KSIG**)

4^{ème} étape

Calcul de la matrice de masse (éventuellement diagonalisée).
 $MAS1 = \mathbf{MASS} \mathbf{MA1} \mathbf{MO1} ;$
 $DAS1 = \mathbf{LUMP} \mathbf{MAS1} ;$

5^{ème} étape

Calcul des fréquences et modes propres avec l'opérateur **VIBR**.

10.12 UTILISATION DES SUPER-ELEMENTS EN STATIQUE

On suppose que tous les MAILLAGE sont construits (géométrie, chargement, conditions aux limites, nœuds maîtres).

Opérateurs utilisés : **BLO**Quer, **EXTR**aire, **MATER**iau, **MODE**le, **RESOL**ution, **RIGI**dité, **SUP**Er.

1^{ère} étape

Définition des modèles

MO1 = **MODE** mai1 **MECANIQUE ELASTIQUE** ;

2^{ème} étape

Définition des matériaux

MA1 = **MATE** mo1 **YOUN** yg **NU** v ;

3^{ème} étape

Calcul des rigidités élémentaires

RI1 = **RIGI** ma1 mo1 ;

4^{ème} étape

Définition des conditions aux limites élémentaires (éventuellement sinon aller à la 6^{ème} étape)

BL1 = **BLOQ** (**DEPL** ou/et **ROTA**) maib ;

5^{ème} étape

Assemblage des rigidités et des conditions aux limites élémentaires

R1 = ri1 **ET** bl1 ;

6^{ème} étape

Condensation des raideurs sur les points-maîtres

SU1 = **SUPE RIGI** r1 mama1 ;

SUR1 = **EXTR** su1 **RIGI** ;

7^{ème} étape

Définition des conditions aux limites sur les points-maîtres (éventuellement sinon aller à la 9^{ème} étape) par **BLOQ** ou **RELA** ou **SYMT** ou **ANTI**.

BM1 = **BLOQ** (**DEPL** ou/et **ROTA**) maib ;

8^{ème} étape

Assemblage par **ET** des raideurs condensées et des conditions aux limites sur les points maîtres (bm1)

9^{ème} étape

Calcul des charges élémentaires F1 (par **FORC** ou **PRES** ou ...)

10^{ème} étape

Condensation des charges sur les raideurs condensées

FU1 = **SUPE CHAR** f1 su1 ;

11^{ème} étape

Résolution du système condensé

DDU1 = **RESO** sur1 fu1 ;

12^{ème} étape

Retour dans les super-éléments.

D1 = **SUPE DEPL** su1 ddu1 ;

RT1 = **EXTR** su1 **RIGT** ;

DV1 = **RESO** rt1 (d1 **ET** f1) ;

*conditions aux limites
raideur totale*

10.13 MODES DE VIBRATION ET SUPER ELEMENTS

Opérateurs utilisés : *BLOQuer*, *EXTRaire*, *LUMper*, *MASSe*, *MATERiau*, *MODEle*, *RIGIdité*, *SUPER*, *VIBRation*.

1^{ère} étape

2^{ème} étape

3^{ème} étape

11. TYPE D'OBJETS CREES

Ils sont définis par des mots de huit lettres au maximum. Le type d'un objet peut être retrouvé par l'opérateur **TYPE**.

motype = **TYPE** objet ;

AMORMODA

Créé par: **AMOR**

Utilisé par:

BASE_MODAL

Créé par : **VIBC, VIBR**

Utilisé par: **PJBA, VIBC**

CHARGEME

Créé par: **CHAR**

Utilisé par: **PASAPAS**

CHPOINT (voir Note sur la nature des CHPOINT page 50)

Créé par: **BSIG, CHAN, CNEQ, DEBI, DEPI, FORC, FORBLOC, FOR_CONT, FREPART, IMPO BLOC, JEU, MANU, MOME, PRES, RESO**

Utilisé par: **CHAR, CNEQ, FORBLOC, FOR_CONT, PASAPAS, PRES, RESO**

ENTIER (voir volume Maillage et Présentation du Langage)

Créé par:

Utilisé par:

EVOLUTIO

Créé par: **EVOL,**

Utilisé par: **CHAR, NUAG**

FLOTTANT (voir volume Maillage et Présentation du Langage)

Créé par:

Utilisé par: **NUAG**

LISTENTI (voir volume Maillage et Présentation du Langage)

Créé par: **LECT**

Utilisé par:

LISTMOTS

Créé par: **MOTS**

Utilisé par:

LISTREEL (voir volume Maillage et Présentation du Langage)

Créé par: **PROG**

Utilisé par: **EVOL, PASAPAS**

LOGIQUE (voir volume Maillage et Présentation du Langage)

Créé par:

Utilisé par: **PASAPAS**

MAILLAGE (voir volume Maillage et Présentation du Langage)

Créé par: **IMPF, IMPO MAIL**

Utilisé par: **ANTI, APPU, BLOQ, COLLER, COLLER1, DEBI, FORC, FORBLOC, FOR_CONT, FREPART, IMPF, IMPO BLOC, MANU, MODE, MOME, PASAPAS, PRES, RELA, RIGI, SYME**

MCHAML

Créé par: **CHAN, HOOK, MANU, MATE, THET**

Utilisé par: **HOOK, KSIG, MASS, PASAPAS, PERM, RIGI, THET**

MMODEL

Créé par: **MODE**

Utilisé par: **BSIG, MASS, MATE, PASAPAS, PERM, RIGI, KP, KSIG, THET, MOT**

MOT

Créé par: **MOT, TYPE**

Utilisé par: **BLOQ, MATE, MODE, OPTI, PASAPAS, RELA, VIBR**

NUAGE

Créé par: **NUAG**

Utilisé par: **MATE**

PERMEABI

Créé par: **PERM**

Utilisé par: **RESO**

POINT (voir volume Maillage et Présentation du Langage)

Créé par:

Utilisé par: **ANTI, APPU, BLOQ, DEBI, FORC, FREPART, IMPO BLOC, JEU, MANU, MODE, MOME, PASAPAS, RELA, RIGI, SYME**

RIGIDITE

Créé par: **ANTI, APPU, BLOQ, COLLER, COLLER1, IMPO BLOC, MANU, MASS, RELA, RIGI, SYME**

Utilisé par: **JEU, LUMP, PASAPAS, PERM, RESO, VIBC, VIBR**

SOLUTION

Créé par: **VIBR**

Utilisé par: **TRAD**

STRUCTUR

Créé par:

Utilisé par: **TRAD**

TABLE (voir volume Maillage et Présentation du Langage)

Créé par: **TABL, TRAD, VIBC, VIBR**

Utilisé par: **CHAR, FRONABS, PASAPAS, VIBC**

TEXTE

Créé par:

Utilisé par:

12. ESSAI DE RECENSEMENT DES VALEURS PAR DEFAUT

Pour chacun des opérateurs, on fournit, quand elles existent, les valeurs par défaut choisies par CASTEM2000®.

DEPImposé

MANUel

MATERiau

MODEle

Un matériau ELASTIQUE est ISOTROPE

Un matériau DARCY est ISOTROPE

Un matériau PLASTIQUE a un écrouissage ISOTROPE

Un matériau FROTTEMENT est COULOMB

Un modèle a un CONSTITUANT

Le nom de l'élément fini est celui de l'élément géométrique même si c'est

incohérent

OPTIon

Le MODEle est PLAN DEFORMATION

RESOlution

La résolution s'effectue par une méthode directe

13. REFERENCES GENERALES

- | | | |
|---|---|--------------|
| Foundations of Solid Mechanics | Y.C. Fung
<i>Prentice-Hall</i> | 1965 |
| Theory of Matrix Structural Analysis | J. Przemieniecki
<i>McGraw-Hill</i> | 1968 |
| Finite Elements of Nonlinear Continua | J.T. Oden
<i>McGraw-Hill</i> | 1972 |
| Dynamics of Structures | R.W. Clough - J. Penzien
<i>McGraw-Hill</i> | 1975 |
| Une Présentation de la Méthode des Eléments Finis | G. Dhatt - G. Touzot
<i>Maloine</i> | 1981 |
| Analyse de Structures par Eléments Finis (1 ^e édition) | J.F. Imbert
<i>Cépadues</i> | 1984 |
| Numerical Methods for Non Linear Problems | C.A. Felippa
<i>Pineridge Press</i> | 1984 |
| Finite Elements and Solution Procedures for Structural Analysis | M.A. Crisfield
<i>Pineridge Press</i> | 1986 |
| Die Methode der Finiten Elemente (3 tomes) | J.H. Argyris - H.P. Mlejnek
<i>Vieweg</i> | 1986-87-88 |
| Finite Element Method | T.J.R. Hughes
<i>Prentice Hall</i> | 1987 |
| Mécanique des Matériaux Solides | J. Lemaitre - J.L. Chaboche
<i>Dunod</i> | 1988 |
| Concepts and Applications of Finite Element Analysis | R.D. Cook - D.S. Malkus & al
<i>J. Wiley & Sons</i> | 1989 |
| The Finite Element Method (2 tomes) | R.L. Taylor - O.C. Zienkiewicz
<i>McGraw-Hill</i> | 1989-91 |
| La Méthode des Eléments Finis | J.H. Saiaç & al (trad)
<i>AFNOR</i> | 1991 (vol.1) |
| Modélisation des Structures par Eléments Finis (3 tomes) | J.L. Batoz - G. Dhatt
<i>Hermès</i> | 1990-92 |
| Finite Element Analysis | B. Szabo - I. Babuska
<i>J. Wiley & Sons</i> | 1991 |

Comportement Mécanique des Matériaux (2 tomes)	<i>Hermès</i>	D. François - A. Pineau & al 1991-93
Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures (2 tomes)	<i>J. Wiley & Sons</i>	M.A. Crisfield 1991-97
Mécanique des Structures par Eléments Finis	<i>Masson</i>	P. Trompette 1992
Méthodes Numériques en Mécanique des Solides	<i>P.P.U.R.</i>	A. Curnier 1993
Finite Elements : Their Design and Performance	<i>Marcel Dekker Inc.</i>	R.H. Mc Neal 1994
Finite Element Modeling for Stress Analysis	<i>J. Wiley & Sons</i>	R.D. Cook 1995
Finite Element Procedures	<i>Prentice Hall</i>	K.J. Bathe 1995
Computational Inelasticity	<i>Springer</i>	J.C. Simo - T.J.R. Hughes 1998

14. ANNEXE THEORIQUE

14.1 INTEGRATION NUMERIQUE

Opérateurs concernés: BSIGma, CNEQuivalent, MASSe, PRESsion, RIGIdité

14.2 FACTORISATION D'UN SYSTEME LINEAIRE

Opérateurs concernés: RESOlution, VIBRation

14.3 METHODE DE LA PUISSANCE INVERSE

Opérateurs concernés: VIBRation

14.4 METHODE DE LANCZOS

Opérateurs concernés: VIBRation

14.5 METHODE QZ

Opérateurs concernés: VIBComplexe

15. REPERES BIOGRAPHIQUES

BIOT M.A.

COULOMB Charles

critère de frottement

CROUT

algorithme de renumérotation et méthode de gradient conjugué

DARCY

gradient hydraulique

DRUCKER

critère de plasticité

FOURIER Joseph Auxerre 21-03-1768; Paris 16-05-1830

équation de la chaleur, transformée

HERTZ Heinrich

unité S.I. de fréquence depuis

HOOKE Robert

loi de comportement

KELVIN (lord) William THOMSON Belfast 26-06-1824; Glasgow 17-12-1912

unité S.I. de température depuis

KIRCHHOFF Gustav Peter

hypothèse de coques minces

LAGRANGE Joseph Louis Turin 25-01-1736; Paris 10-04-1813

LAME Gustave

coefficient d'élasticité

LANCZOS

algorithme de calcul de valeurs propres

LOVE A.E.H.

LYSMER John

frontière absorbante

MINDLIN

hypothèse de coques épaisses

NEWMARK

algorithme de résolution d'une équation différentielle de deuxième ordre

NEWTON Isaac Grantham 04-01-1643; Kensington 31-03-1727

unité S.I. de force depuis

NORTON

loi de fluage

PASCAL Blaise Clermont-Ferrand 19-06-1623; Paris 19-08-1662

unité S.I. de pression depuis

POISSON Denis

coefficient d'élasticité

PRAGER

PRANDTL

critère d'écoulement plastique

REISSNER

REUSS

critère d'écoulement plastique

ROSENBLUETH

STURM

TERZAGHI

loi de la consolidation

TIMOSHENKO Stephen

VON MISES Richard Edler

critère de plasticité

WATT James Greenock (Ecosse) 19-01-1736; Handsworth 19-08-1819

unité S.I. de puissance depuis

WHITE

YOUNG Thomas

module d'élasticité

16. INDEX

-,6, 51, 73, 75, 76, 77

*

*,51, 52, 57, 58, 74, 77, 83

** ,51

/

/,51, 64, 66

+

+,51, 66, 77

A

A1 voir MATE

A2 voir MATE

AF1 voir MATE

AF2 voir MATE

AF3 voir MATE

AL12 voir MATE

AL13 voir MATE

AL23 voir MATE

ALFA voir CARA, MATE

ALP1 voir MATE

ALP2 voir MATE

ALP3 voir MATE

ALPH voir MATE

ALPM voir MATE

ALPN voir MATE

AMOR,57

ANTI,31, 57, 63, 79, 81, 82, 83

ANTI

DEPL,31

ROTA,31

APPU,31, 57

AXIS voir OPTI

B

B voir MATE

BLOQ,32, 53, 56, 57, 63, 64, 66, 70, 76, 77, 79, 81, 82, 83, 86

BLOQ

DEPL,32, 72

MAXI,32

MINI,32

ROTA,32

BSIG,50, 51, 57, 73, 74, 76, 77

C

C1 voir MATE

C2 voir MATE

CARA,36, 63

CARA

LIQU,48

CERC,64, 66

CHAM voir CHAN, MANU

CHAN

ATTRIBUT,50, 52

CHAM,74

CHPO,50, 52

NATU DISC,52

CHAR voir SUPE

CHPO,50

CISA voir CARA, MATE

CNEQ,50, 52, 57

COB voir MATE

COLI,51

COLLER,32, 57

COLLER1,32, 57

COOR,50, 52

COQU voir PRES voir FSUR

COTE,64, 66

CREF voir MATE

CSON voir MATE

D

D11 voir MATE

D21 voir MATE

D22 voir MATE

D31 voir MATE

D32 voir MATE

D33 voir MATE

D41 voir MATE

D42 voir MATE

D43 voir MATE

D44 voir MATE

D51 voir MATE

D52 voir MATE

D53 voir MATE

D54 voir MATE

D55 voir MATE

D61 voir MATE

D62 voir MATE

D63 voir MATE

D64 voir MATE

D65 voir MATE

D66 voir MATE

DEBI,52, 53

DEPI,6, 32, 50, 53, 56, 58, 63, 70, 91

DEPL,53 voir ANTI, BLOQ, FLAMBAGE, SUPE, SYMT

DEPLACEMENTS_GENERALISES,80

DIM3 voir CARA, MATE

DIME voir OPTI

DIRE voir FSUR voir BLOQ, MATE, RELA

DX voir CARA, MATE

DY voir CARA, MATE

DZ voir CARA, MATE

E

ELAS,76

ELEM,64

ELIM,70, 72

ENVE,64

EPAI voir CARA, MATE

ET,57, 63, 64, 66, 70, 71, 72, 73, 74, 79, 81, 82, 83, 85, 86

EVOL

MANU,74

EXCE voir CARA, MATE**EXCO**,64, 66**EXTR**

GEOM,45

MATE,45

RIGI,86

RIGT,87

VARI,45

F**FLAM** voir KP, KSIG**FLAMBAGE**,58, 78**FLAMBAGE**

CLIM,78

DEPL,78

LAM1,78

LAM2,78

LAMB,78

MATE,78

MODE,78

MODN,78

NMOD,78

OBJM,78

SIG0,78

SIG1,78

FOR_CONT,53, 58**FORBLOC**,53, 58**FORC**,6, 35, 50, 53, 58, 64, 86**FOUR** voir OPTI**FREPART**,35, 50, 54, 58, 64**FSUR**,50, 54, 58**FSUR**

COQU,54

MASS,54

G**G** voir MATE**G12** voir MATE**G13** voir MATE**G23** voir MATE**GRAD** voir RESO**H****H** voir MATE**HAUBAN**,54**HOOK**,36, 39, 43**I****IMPO**,32, 50, 54, 57, 58, 72**IMPO**

BLOC,32, 55, 72

MAIL,32, 55, 72

INFO,5

PRES,56

INRY voir CARA, MATE**INRZ** voir CARA, MATE**INTE** voir VIBR**INTG**

ELEM,52

J**JEU**,55, 58, 70**K****KN** voir MATE**KP**,57, 58**KP**

FLAM,58

KS voir MATE**KS1** voir MATE**KS2** voir MATE**KSIG**,57, 58, 85**KSIG**

FLAM,58

L**LCAR** voir MATE**LCS** voir MATE**LIQU**,81 voir MATE, CARA**LTR** voir MATE**LUMP**,58, 79, 81, 82, 83, 85**M****MAG_NLIN**,53**MANU**,55, 57, 58, 59, 77, 91**MANU**

CHAM,76

CHML,52

CHPO,50, 52, 73

T,73

TINF,73

TSUP,73

MASS,52, 57, 58, 59, 77, 79, 80, 82, 83, 85 voir PRES
voir FSUR**MASSE_GENERALISEE**,80**MATE**,35, 44, 49, 64, 66, 73, 74, 79, 80, 83, 86, 91 voir
EXTR, FLAMBAGE, INFO**MATE**

ALFA,35

ALij,44

ALP1,40, 41, 42

ALP2,40, 41, 42

ALP3,40, 41

ALPH,35, 49, 73, 74

ALPM,49

ALPN,36, 42

CISA,36

COB,49

CREF,47, 48

CSON,47, 48

Dij,44

DIM3,35

DIRE,39, 43

DX,35

DY,35

DZ,35

EPAI,35, 36

EXCE,35

G,47, 48

G12,40, 41, 42

G13,41, 42

G23,41, 42
 INRY,35
 INRZ,35
 KN,36, 42
 KS,36
 KS1,42
 KS2,42
 LCAR,47, 48
 LIQU,48
 MOB,49
 NU,35, 49, 73, 74, 79, 80, 83
 NU12,39, 40, 41, 42
 NU13,39, 40, 41
 NU23,39, 40, 41
 PERM,49
 PRES,36
 RACO,36
 RAD1,39, 43
 RAYO,36
 RHO,35, 40, 41, 42, 44, 47, 48, 49, 79, 80, 83
 RORF,47, 48
 SECT,35
 SECY,35
 SECZ,35
 TORS,35
 VECT,35
 VISC,49
 YG1,39, 40, 41, 42
 YG2,39, 40, 41, 42
 YG3,39, 40, 41
 YOUN,35, 49, 73, 74, 79, 80, 83
MAXI,64, 66 voir BLOQ, RELA
MGEN,80
MINI voir BLOQ, RELA
MOB voir MATE
MODE,6, 14, 64, 66, 86, 91
MODE
 ANISOTROPE,14
 FOUR,81
 FROTTEMENT COULOMB,14
 LIQUIDE,15
 LIQUIDE MECANIQUE,15
 MECANIQUE,14
 MECANIQUE ELASTIQUE,14, 79, 80, 83
 MECANIQUE ELASTIQUE ENDOMMAGEMENT
 UNILATERAL,14
 MECANIQUE ELASTIQUE FLUAGE NORTON,14
 MECANIQUE ELASTIQUE FLUAGE
 RCCMR_304,14
 MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE,14
 MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE
 BETOCYCL,14
 MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE
 BETON,14
 MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE
 BETON_INSA,14
 MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE
 BETON_UNI,14
 MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE
 CHABOCHE1,14
 MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE
 CHABOCHE2,14
 MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE
 CINEMATIQUE,14
 MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE
 COULOMB,14

MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE
 DRUCKER_PARFAIT,14
 MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE
 DRUCKER_PRAGER,14
 MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE
 ENDOMMAGEABLE,14
 MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE
 OTTOSEN,14
 MECANIQUE ELASTIQUE PLASTIQUE
 PARFAIT,14
 MECANIQUE ELASTIQUE VISCOPLASTIQUE
 PARFAIT,14
 ORTHOTROPE,14
 PLASTIQUE
 PARFAIT,14
 POREUX,15
 POREUX PLASTIQUE CINEMATIQUE,15
 POREUX PLASTIQUE DRUCKER_PARFAIT,15
 POREUX PLASTIQUE DRUCKER_PRAGER,15
 POREUX PLASTIQUE ISOTROPE,15
 POREUX PLASTIQUE PARFAIT,15
MOME,35, 56, 58
MOT,6
MU voir MATE

N

NATURE voir MANU
NOMC,50, 52, 53, 74
NORM voir PRES
NU voir MATE
NU12 voir MATE
NU13 voir MATE
NU23 voir MATE

O

OMEG voir MATE
OPTI,6, 11, 64, 66, 91
OPTI
 AXIS,11
 DIME,11, 31, 33, 53, 70, 72
 FOUR,11
 PLAN CONT,11
 PLAN DEFO,11
 PLAN DEFO GENE,11
 TRID,11

P

PASAPAS,5, 6, 77
PASAPAS
 CHARGEMENT,77
 CONTRAINTES,77
PATIN,33, 35, 55
PERM,29
PERM,60 voir MATE
PJBA,60, 83
PLAN voir OPTI
PLUS,64
POIN,64 voir FSUR
POT_VECT,53
PRES,50, 56, 58, 64, 66, 86 voir CARA, MATE
PRES
 COQU,56

MASS,56
NORM,56
PROC voir VIBR
PROG,74
PSCA,50
PSI voir MATE

Q

QX,80
QY,80
QZ,80

R

R0 voir MATE
RACO voir CARA, MATE
RADI voir BLOQ, MATE
RAYO voir CARA, MATE
REAC,35, 50, 76, 77
RELA,33, 53, 55, 57, 63, 70, 79, 81, 82, 83
RELA
 MAXI,33
 MINI,33
RESO,5, 50, 60, 63, 64, 66, 71, 72, 73, 74, 76, 77, 87,
91
RESO
 GRAD,60
RESU,35, 50
RHO voir MATE
RIGI,29
RIGI,33, 57, 60, 63, 64, 66, 76, 77, 79, 80, 81, 83, 86
 voir EXTR, SUPE
RIGT voir EXTR
RM voir MATE
RORF voir MATE
ROTA,66 voir ANTI, BLOQ, SYMT
RTENS,39, 44

S

SECT voir CARA, MATE
SECY voir CARA, MATE
SECZ voir CARA, MATE
SIGM,6, 73, 75, 76, 77
SIGY voir MATE

SIMU voir VIBR
SMAX voir MATE
SUPE,61
SUPE
 CHAR,86
 DEPL,87
 RIGI,86
SYME,33
SYMT,33, 57, 63, 64, 66, 79, 81, 82, 83
SYMT
 DEPL,33
 ROTA,33

T

TBAS voir VIBR
THET,6, 56, 73, 74, 76
TORS voir CARA, MATE
TRAC voir MATE
TRAD,62
TRAN,64, 66
TRID voir OPTI
TYPE,89

V

VECT voir CARA, MATE
VIBC,61, 84
VIBR,58, 61, 81, 82, 83, 85
VIBR
 INTE,62
 PROC,61
 SIMU,62
 TBAS,57, 61, 62
VISA,70
VISC voir MATE
VOLU,64, 66
VSUR,33, 35, 55

Y

YG1 voir MATE
YG2 voir MATE
YG3 voir MATE
YOUN voir MATE