

## Etude d'un propulseur de modèle réduit d'aéronef

Pierre VERPEAUX<sup>1,\*</sup>, Serge PASCAL<sup>2</sup>

1 CEA/DEN/DM2S/SEMT, Saclay France, Pierre.Verpeaux@cea.fr

2 CEA/DEN/DM2S/SEMT/LM2S, Saclay France, Serge.Pascal@cea.fr

\* Auteur correspondant

---

**Résumé** — Exemple de calcul d'un propulseur de modèle réduit d'aéronef emmagasinant l'énergie dans un élastique sollicité en torsion.

La sollicitation en torsion pure d'un élastique conduit à des brisures de symétrie multiples. Le mode de déformation observé expérimentalement est un enroulement de l'élastique autour de l'axe central.

Ce mode de déformation met en œuvre des auto-contacts. Il est extrêmement instable dans sa phase d'initiation.

Le but de ce travail est d'implémenter dans le code de calcul Cast3M les algorithmes de grands déplacements, de passage d'instabilités et de traitement de l'auto-contact nécessaires pour simuler de manière réaliste la mise en charge de l'élastique.

**Mots clés** — Grands déplacements, stabilité, auto-contacts.

---

### 1. Introduction

Le but de l'étude est de simuler la torsion d'un élastique jusqu'à la formation de spires jointives en auto-contact.

L'analyse est effectuée en quasi-statique dans le code de calcul Cast3M. Afin de garder un temps de calcul raisonnable, l'incrément de chargement est de 5/1000 de tour, ce qui conduit à un incrément de déformation de l'ordre de 1e-2. L'auto-contact se produit dans le cas considéré après 12 tours.

Pour arriver à effectuer le calcul, il a été nécessaire d'introduire dans Cast3M un accélérateur de convergence cubique utilisé tant que le système tangent reste positif. Les déformations sont calculées au troisième ordre.

Pour passer les phases instables où le système tangent admet des valeurs propres négatives, le problème est augmenté par la masse de façon à conserver une raideur tangente positive. Dès que la raideur tangente statique n'est plus négative, la masse est supprimée.

Les contacts sont traités par la méthode classique des multiplicateurs de Lagrange avec une formulation facette-nœud.

### 2 Accélération de convergence cubique

On suppose une variation linéaire de la raideur tangente  $K$  au cours d'un incrément de déplacement  $U$  :

$$U = \lambda U_1 + (1 - \lambda) U_2, \quad K = \lambda K_1 + (1 - \lambda) K_2.$$

Le résidu  $R$  observe alors une variation quadratique.

$$dR = K dU = [\lambda K_1 + (1 - \lambda) K_2] (U_1 - U_2) d\lambda, \text{ d'où } R(\lambda) \text{ quadratique avec } R(0) = 0.$$

La minimisation de la norme du résidu conduit à la résolution d'une équation du troisième degré.

Si  $\lambda_0$  tel que :  $\|R(\lambda_0)\|^2 < \|R(\lambda)\|^2$  pour tout  $\lambda$ , alors :  $R.dR(\lambda_0) = 0$  d'où  $\lambda_0$ .

La solution la plus proche de l'incrément initialement proposé est retenue.

### 3 Phases instables

La résolution du système  $dF = K dU$  conduit à une solution instable si  $K$  admet une valeur propre négative. Cette équation est non physique car une perturbation infinitésimale de  $F$  sur le vecteur propre associé donne un incrément de déplacement dans la direction opposée.

Il est donc nécessaire de vérifier la stabilité de la solution en examinant les valeurs propres de l'opérateur de raideur tangent.

Si cet opérateur admet des valeurs propres négatives, il est augmenté par l'opérateur de masse de façon à retrouver un opérateur positif. La résolution peut alors s'effectuer classiquement mais, à convergence, il reste des forces d'inertie équilibrant la structure. Le calcul est alors repris en supprimant ces forces d'inertie, et ce jusqu'à ce que la raideur statique tangente redevienne positive (ou nulle). A chaque étape s'effectue donc l'incrément de déplacement correspondant à une résolution dynamique, puis la vitesse est annulée pour l'étape suivante.

### 4 Contacts

Les contacts sont traités par une méthode cinématique. La condition de non traversée est écrite entre une facette de la surface de l'élastique et un nœud de cette même surface.

L'ensemble des relations de contact potentielles est préparé au préalable, puis les candidats sont sélectionnés en fonction des positions des nœuds par rapport aux facettes au début du pas.

Les relations unilatérales retenues sont ajoutées au système, qui est résolu par une méthode de statut. Il faut bien sûr s'assurer de la positivité du système hors contact pour que celle-ci fonctionne.

### 5 Conclusions

L'étude de la torsion d'un élastique conduit à des problèmes de flambage instable dont la résolution a nécessité des améliorations dans le code Cast3M. La raideur tangente du système admet en général des valeurs propres très faibles, ce qui rend difficile la convergence du schéma non linéaire.

Une difficulté imprévue est apparue lors de cette étude : le calcul par une méthode implicite tend à trouver une solution en équilibre instable. Il a donc fallu introduire dans Cast3M des méthodes pour franchir cette instabilité.

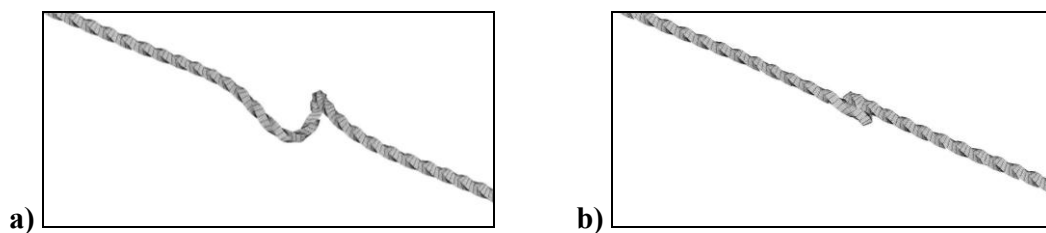


Fig. 1. Formation de spires (a) jointives (b) par flambage instable au cours de la torsion d'un élastique.

### Références

- [1] P. Verpeaux, Cours ENS Cachan, frottement : <http://www-cast3m.cea.fr/index.php?xml=supportcours>
- [2] Cast3M, code d'éléments finis, CEA: <http://www-cast3m.cea.fr/>