



COMMISSARIAT À L'ÉNERGIE ATOMIQUE  
ET AUX ÉNERGIES ALTERNATIVES

DIRECTION DE L'ÉNERGIE NUCLÉAIRE

**PRISE EN COMPTE DE LA LIAISON ACIER-BÉTON  
POUR LE CALCUL DE STRUCTURES INDUSTRIELLES**

**Anaëlle TORRE-CASANOVA**

CEA SACLAY  
DIRECTION DE L'ÉNERGIE NUCLÉAIRE  
DIRECTION DÉLÉGUÉE AUX ACTIVITÉS NUCLÉAIRES  
DE SACLAY  
DÉPARTEMENT DE MODÉLISATION DES SYSTÈMES ET  
STRUCTURES  
SERVICE D'ÉTUDES MÉCANIQUES ET THERMIQUES  
LABORATOIRE DE MÉCANIQUE SYSTÈME ET  
SIMULATION

**2013**

DIRECTION DES SYSTÈMES  
D'INFORMATION

CEA / SACLAY 91191 GIF-SUR-YVETTE CEDEX FRANCE



**RAPPORT  
CEA-R-6323**

- Rapport CEA-R-6323 -

CEA Saclay  
Direction de L'Énergie Nucléaire  
Direction Déléguée aux Activités Nucléaires de Saclay  
Département de Modélisation des Systèmes et Structures  
Service d'Études Mécaniques et Thermiques  
Laboratoire de Mécanique Système et simulation

PRISE EN COMPTE DE LA LIAISON ACIER-BÉTON  
POUR LE CALCUL DE STRUCTURES INDUSTRIELLES

par

Anaëlle TORRE-CASANOVA

- Mars 2013 –

## **RAPPORT CEA-R-6323 – Anaëlle TORRE-CASANOVA**

### **«Prise en compte de la liaison acier-béton pour le calcul de structures industrielles»**

**Résumé** – Les structures en béton armé sont amenées à répondre à différentes exigences pouvant dépasser la simple résistance mécanique. Pendant le processus de fissuration, les contraintes dans le béton armé sont progressivement redistribuées entre l'acier et le béton via l'interface entre ces deux matériaux. Cette redistribution de contraintes a un impact direct sur l'état de fissuration final et doit donc être prise en compte dans la modélisation. Il existe différents modèles numériques capables de représenter les effets de la liaison acier-béton. Cependant, leur usage est, pour l'instant, incompatible avec les applications concernant les structures de grandes dimensions (difficultés de maillage, coût de calcul...). Dans ce cadre d'application, l'hypothèse de liaison parfaite entre l'acier et le béton (déplacement identique) est donc toujours utilisée. On se propose ici de développer un nouveau modèle éléments finis de liaison acier-béton qui soit à la fois représentatif des phénomènes physiques se produisant à l'interface entre les deux matériaux et compatible avec les contraintes de modélisation des structures de grandes dimensions. Ce travail de thèse se découpe en trois grandes parties : - le développement d'un modèle élément fini de liaison acier-béton adapté aux contraintes de modélisation des structures de grandes dimensions. Ce modèle numérique permet ainsi de tenir compte des interactions mécaniques entre le béton et les armatures d'acier représentées à l'aide d'éléments barres. - la caractérisation du comportement de la liaison acier-béton. Un modèle de loi d'adhérence (évolution de la contrainte d'adhérence en fonction du glissement) basé sur des observations expérimentales (campagne expérimentale de pull-out menée au cours de la thèse et données bibliographiques) est proposé. Il permet en particulier de différencier le cas d'une rupture par arrachement, d'une rupture par éclatement en tenant compte des caractéristiques matériaux et géométriques de la structure. - l'application du modèle proposé à un élément structurel (poutre). Un essai de poutre en flexion quatre points visant à caractériser l'évolution de la fissuration (évolution de l'ouverture de fissure mesurée à l'aide de la technique de corrélation d'images notamment) a ainsi été proposé. Ces résultats ont ensuite été comparés à ceux de simulations numériques tenant compte de la liaison acier-béton d'une part ou de l'hypothèse de liaison parfaite d'autre part. Les deux modélisations donnent une bonne approximation du comportement extérieur de la structure (comportement global et ouvertures de fissure des surfaces extérieures de la poutre). Le modèle de liaison acier-béton apporte cependant une meilleure caractérisation de la phase de fissuration active (apparition des fissures) et modifie plus particulièrement le comportement local de la structure à proximité directe des armatures (limitant le développement de l'endommagement du béton le long des renforts).

Mots-clés: Liaison acier-béton, éléments finis, fissuration, tirant, poutre

*2013 – Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives – France*

## **RAPPORT CEA-R-6323 – Anaëlle TORRE-CASANOVA**

### **« Steel-concrete bond for the simulation of industrial reinforced concrete structures »**

**Abstract** – Reinforced concrete structures may have to fulfill functions that go beyond their simple mechanical resistance. During the cracking process, stresses are progressively transferred from steel to concrete through the steel-concrete interface. This stress transfer has a direct impact on the crack properties. Taking into account these effects seems thus essential to predict correctly the cracking of reinforced concrete structures. Different models exist to represent the steel-concrete bond behavior. However, these models are rarely compatible with large scale simulations (meshing difficulties, heavy computational cost...). To overcome these difficulties, a perfect relation between steel and concrete (same displacements) is generally considered for structural applications. In this contribution, a new finite element approach is proposed to represent the steel-concrete bond effects in a context adapted for large scale simulations. This thesis is divided in three parts: - the development of a finite element steel-concrete bond model adapted for large scale structural applications. This model takes into account mechanical interactions between concrete and steel reinforcement represented by truss elements. - the characterization of the steel-concrete bond behavior. A model for the bond stress-slip law based on experimental observations (experimental campaign on pull-out test carried out during the thesis and data of literature) is proposed. This model differentiates the case of a pull-out failure and of splitting failure and takes into account the material properties and the geometric characteristics of the structure. - an application of the proposed model on a structural element (beam). A four point bending beam is experimentally tested. This test aims to characterize the crack evolution (in particular the crack opening using the image correlation technique). Experimental results are then compared with numerical simulations taking into account the bond-slip effect between steel and concrete or considering the perfect relation hypothesis. The two simulations give a good approximation of the external behavior of the structure (global behavior and crack opening on the external face of the beam). Nevertheless, the bond model improves the cracking description during the active cracking phase (beginning of crack apparition) and influences the local behavior of the structure especially near the steel bars (avoiding the propagation of the damage of concrete along the steel reinforcement).

Keywords: steel-concrete bond, finite element, cracking, tie, beam

*2013 – Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives – France*

**THESE DE DOCTORAT  
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

Présentée par

Anaëlle TORRE-CASANOVA

**pour obtenir le grade de**

**DOCTEUR DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

Domaine :

**MECANIQUE – GENIE MECANIQUE – GENIE CIVIL**

**Sujet de la thèse :**

**Prise en compte de la liaison acier-béton pour  
le calcul de structures industrielles**

Thèse présentée et soutenue à Cachan le 02 Octobre 2012 devant le jury composé de :

Jacky Mazars	Professeur, INP de Grenoble	Président
Frédéric Dufour	Professeur, INP de Grenoble	Rapporteur
Marco Di Prisco	Professeur, Politecnico di Milano	Rapporteur
Christian La Borderie	Professeur, Université de Pau et des Pays de l'Adour	Examineur
Shahrokh Ghavamian	Directeur NECS	Examineur
Luc Davenne	Maître de conférences (HDR), Université Paris Ouest	Directeur de thèse
Ludovic Jason	Ingénieur Chercheur, CEA	Co-encadrant

Nom du Laboratoire : LMT- Cachan  
ENS CACHAN/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris  
61, avenue du Président Wilson, 94235 CACHAN CEDEX (France)



# Remerciements

Il est finalement assez rare d'avoir la possibilité de prendre le temps de dire « **Merci** » mais quelle lourde tâche lorsqu'il s'agit de le faire à la fin d'une telle expérience... Avant tout, je tiens à remercier tous ceux qui ont participé de près ou de loin à l'écriture de cette page de mon « histoire » et qui ne se reconnaîtraient pas dans les quelques lignes qui suivent.

J'exprime mes plus sincères remerciements aux différents membres de mon jury pour avoir alimenté un débat rempli d'intérêt le jour de ma soutenance :

*Jacky Mazars* qui a accepté de le présider.

*Frédéric Dufour* et *Marco Di Prisco* qui ont accepté la lourde tâche de rapporter ce travail en troquant leur best-seller de l'été contre un mémoire de presque 200 pages sur la liaison acier-béton... Merci pour leurs remarques constructives qui ont permis d'améliorer ce manuscrit.

*Christian La Borderie* qui a su partager son expérience sur le sujet et pour ses remarques pertinentes.

*Shahrokh Ghavamian* qui a apporté son éclairage industriel tout au long de ces trois années en acceptant de participer à chacune de mes réunions d'avancement et au jury de ma thèse.

*Luc Davenne*, mon directeur de thèse, pour ses éclairages théoriques et sa participation active au dimensionnement des montages expérimentaux.

Ce document est le témoin d'une aventure extraordinaire autant professionnelle que personnelle. Je ne pourrais m'empêcher d'avoir une pensée toute particulière pour celui pour qui ma thèse n'a pas de secret : merci à *Ludovic Jason* pour avoir encadré « quotidiennement » mes travaux, pour son sourire, son exigence, sa rigueur, ses relectures consciencieuses, pour avoir su me faire réagir, pour m'avoir rassuré, pour avoir découvert à mes côtés le monde des « essais », pour avoir cru en moi lorsque je n'y croyais pas...

Ma thèse est le fruit d'une collaboration entre le CEA de Saclay et le LMT de Cachan, j'y ai mêlé simulations numériques et campagnes expérimentales : autant de rencontres que je ne peux oublier.

Je tiens à remercier tous les membres du laboratoire du *LM2S* mais aussi plus généralement du service *SEMT* du CEA qui ont partagé mon quotidien pendant ces trois années avec une attention particulière à :

*Jean-Luc Fayard* pour son intérêt pour mes travaux, sa curiosité mais aussi pour sa patience et sa disponibilité.

*Olivier Fandeur* et *Thierry Charras* pour avoir su m'apprendre à apprivoiser Cast3M...

*Alain Millard* et *Sabine Durand* pour avoir accepté de participer à certaines réunions d'avancement.

*Martine Morice* pour avoir joué le rôle de la secrétaire souriante et toujours attentionnée : il est parfois bon de pouvoir parler d'autres sujets que de la mécanique et du béton armé...

*Sébastien Cabessut* pour avoir su rappeler quelques règles de sécurité avec le sourire et surtout pour avoir rédigé un PDP (« Plan De Prévention » pour les non-initiés...) en une journée.

Je remercie également tous les membres du LMT sans qui je n'aurais pu faire mes essais.

Merci à :

*Xavier Pinelli* pour sa patience, sa réactivité, ses « problèmes » qui ont toujours une solution, pour sa bonne humeur (ingrédient indispensable pour venir à bout d'un stock de « cubes » de béton...). Merci pour ces magnifiques montages expérimentaux !

*Xavier Jourdain* et *Olivier Rateau* pour la création des moules de pull-out, le coulage des éprouvettes et les essais de caractérisation.

*François Hild* pour sa formation accélérée sur la technique de corrélation d'images et sa précieuse aide pour le post-traitement (accélééré lui aussi...) des essais.

J'adresse mes remerciements au *CSTB* et à l'entreprise *SITES* qui ont respectivement accepté de fabriquer les poutres et permis leur instrumentation.

Je tiens également à remercier les doctorants du LMT : *Xavier, Medhi, Romain, Armand, Anita, Yann* et les autres ; et ceux du CEA : *François, Fang, Anita, Léa...*

Enfin, je ne pourrais terminer ces remerciements sans me tourner vers ma famille : ceux qui m'ont soutenue depuis longtemps déjà et un peu plus pendant ces derniers mois : les citer serait beaucoup trop long mais je crois que je peux résumer les choses par deux expressions « *Mersi bras* » et « *grazia* »...

Un merci de plus pour *mes parents* et mon frère *Jérôme* : pour ces personnes, les mots sont superflus...

Je finirai simplement par un petit clin d'œil : voilà ce qui arrive lorsqu'on est bercé un peu trop près d'un manuscrit de thèse ... Merci pour ça aussi !



# Résumé

Les structures en béton armé sont amenées à répondre à différentes exigences pouvant dépasser la simple résistance mécanique. Pendant le processus de fissuration, les contraintes dans le béton armé sont progressivement redistribuées entre l'acier et le béton via l'interface entre ces deux matériaux. Cette redistribution de contraintes a un impact direct sur l'état de fissuration final et doit donc être prise en compte dans la modélisation. Il existe différents modèles numériques capables de représenter les effets de la liaison acier-béton. Cependant, leur usage est, pour l'instant, incompatible avec les applications concernant les structures de grandes dimensions (difficultés de maillage, coût de calcul...). Dans ce cadre d'application, l'hypothèse de liaison parfaite entre l'acier et le béton (déplacement identique) est donc toujours utilisée. On se propose ici de développer un nouveau modèle éléments finis de liaison acier-béton qui soit à la fois représentatif des phénomènes physiques se produisant à l'interface entre les deux matériaux et compatible avec les contraintes de modélisation des structures de grandes dimensions.

Ce travail de thèse se découpe en trois grandes parties :

- le **développement d'un modèle élément fini de liaison acier-béton** adapté aux contraintes de modélisation des structures de grandes dimensions. Ce modèle numérique permet ainsi de tenir compte des interactions mécaniques entre le béton et les armatures d'acier représentées à l'aide d'éléments barres.
- la **caractérisation du comportement de la liaison acier-béton**. Un modèle de loi d'adhérence (évolution de la contrainte d'adhérence en fonction du glissement) basé sur des observations expérimentales (campagne expérimentale de pull-out menée au cours de la thèse et données bibliographiques) est proposé. Il permet en particulier de différencier le cas d'une rupture par arrachement, d'une rupture par éclatement en tenant compte des caractéristiques matériaux et géométriques de la structure.
- l'**application** du modèle proposé à un élément structurel (poutre). Un essai de poutre en flexion quatre points visant à caractériser l'évolution de la fissuration (évolution de l'ouverture de fissure mesurée à l'aide de la technique de corrélation d'images notamment) a ainsi été proposé. Ces résultats ont ensuite été comparés à ceux de simulations numériques tenant compte de la liaison acier-béton d'une part ou de l'hypothèse de liaison parfaite d'autre part. Les deux modélisations donnent une bonne approximation du comportement extérieur de la structure (comportement global et ouvertures de fissure des surfaces extérieures de la poutre). Le modèle de liaison acier-béton apporte cependant une meilleure caractérisation de la phase de fissuration active (apparition des fissures) et modifie plus particulièrement le comportement local de la structure à proximité directe des armatures (limitant le développement de l'endommagement du béton le long des renforts).

Mots clé : Liaison acier-béton, éléments finis, fissuration, tirant, poutre

# Abstract

## **A steel-concrete bond model for the simulation of industrial structures.**

Reinforced concrete structures may have to fulfill functions that go beyond their simple mechanical resistance. During the cracking process, stresses are progressively transferred from steel to concrete through the steel-concrete interface. This stress transfer has a direct impact on the crack properties. Taking into account these effects seems thus essential to predict correctly the cracking of reinforced concrete structures. Different models exist to represent the steel-concrete bond behavior. However, these models are rarely compatible with large scale simulations (meshing difficulties, heavy computational cost...). To overcome these difficulties, a perfect relation between steel and concrete (same displacements) is generally considered for structural applications. In this contribution, a new finite element approach is proposed to represent the steel-concrete bond effects in a context adapted for large scale simulations.

This thesis is divided in three parts:

- the **development of a finite element steel-concrete bond model** adapted for large scale structural applications . This model takes into account mechanical interactions between concrete and steel reinforcement represented by truss elements.
- the **characterization of the steel-concrete bond behavior**. A model for the bond stress-slip law based on experimental observations (experimental campaign on pull-out test carried out during the thesis and data of literature) is proposed. This model differentiates the case of a pull-out failure and of splitting failure and takes into account the material properties and the geometric characteristics of the structure.
- an **application** of the proposed model on a structural element (beam). A four point bending beam is experimentally tested. This test aims to characterize the crack evolution (in particular the crack opening using the image correlation technique). Experimental results are then compared with numerical simulations taking into account the bond-slip effect between steel and concrete or considering the perfect relation hypothesis. The two simulations give a good approximation of the external behavior of the structure (global behavior and crack opening on the external face of the beam). Nevertheless, the bond model improves the cracking description during the active cracking phase (beginning of crack apparition) and influences the local behavior of the structure especially near the steel bars (avoiding the propagation of the damage of concrete along the steel reinforcement).

Key words: steel-concrete bond, finite element, cracking, tie, beam

# Sommaire

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b><u>CHAPITRE 1 :</u></b>	
<b>Comportement mécanique de la liaison acier-béton – Etat de l’art</b>	<b>5</b>
<b>1. Introduction</b>	<b>5</b>
<b>2. Influence de la liaison acier-béton sur la fissuration d’une structure</b>	<b>5</b>
2-1. Le rôle de la liaison acier-béton dans la répartition de la fissuration	6
2-2. Influence de la liaison sur l’ouverture de fissure	9
<b>3. Description du comportement de la liaison acier-béton</b>	<b>10</b>
3-1. Phase initiale	11
3-2. Phase de fissuration du béton	12
3-3. Rupture de l’interface	12
<b>4. Modélisation de la liaison acier-béton (état de l’art)</b>	<b>13</b>
4-1. Eléments finis d’interface	14
4-2. Modélisation de la liaison acier-béton sans éléments d’interface	17
<b>5. La liaison acier-béton dans le cadre des applications sur des structures de grandes dimensions</b>	<b>19</b>
5-1. Limites des modèles existants	19
5-2. L’hypothèse de liaison parfaite	21
<b>6. Conclusions</b>	<b>23</b>
<b><u>CHAPITRE 2 :</u></b>	
<b>Développement d’un nouveau modèle de liaison acier-béton</b>	<b>25</b>
<b>1. Introduction</b>	<b>25</b>
<b>2. Proposition d’un nouveau modèle de liaison acier-béton</b>	<b>25</b>

2-1. Principe du modèle	25
2-2. Formulation du modèle	27
2-3. Implémentation numérique du modèle	30
<b>3. Validation et application du modèle à une étude de tirant modélisé à l'aide d'éléments unidirectionnels</b>	<b>35</b>
3-1. Présentation du problème	35
3-2. Comportement du tirant modélisé à l'aide de l'hypothèse de liaison parfaite	37
3-3. Prise en compte du comportement de la liaison acier-béton	40
3-4. Influence des caractéristiques matériaux et de la loi d'adhérence sur la fissuration du tirant	47
<b>4. Validation et application du modèle à une étude de tirant modélisé à l'aide d'éléments volumiques</b>	<b>51</b>
4-1. Présentation du problème	51
4-2. Comportement du tirant modélisé à l'aide de l'hypothèse de liaison parfaite	55
4-3. Prise en compte du comportement de la liaison acier-béton	57
<b>5. Conclusions</b>	<b>60</b>

### **CHAPITRE 3 :**

#### **Caractérisation du comportement de la liaison acier-béton**

#### **Campagne expérimentale de pull-out 63**

<b>1. Introduction</b>	<b>63</b>
<b>2. Essais de caractérisation de la loi d'adhérence</b>	<b>64</b>
2-1. Essai de pull-out normalisé	64
2-2. Variante du pull-out normalisé	65
2-3. Conclusions	68
<b>3. Paramètres influents sur la loi d'adhérence</b>	<b>68</b>
3-1. Caractéristiques de la barre d'acier	68
3-2. Caractéristiques du béton	70
3-3. Etat de contrainte du béton	72
3-4. Conclusions	72
<b>4. Lois d'adhérence proposées dans la littérature</b>	<b>73</b>

4-1. Comportement pré-pic	73
4-2. Dégradation complète de la liaison	75
4-3. Conclusions	76
<b>5. Mise en place d'une campagne d'essais de pull-out</b>	<b>77</b>
5-1. Objectifs	77
5-2. Principe de l'essai	78
5-3. Résultats des essais non-confinés	83
5-4. Essais confinés	92
5-5. Conclusions	93
<b>6. Effet du confinement du béton – simulations</b>	<b>94</b>
6-1. Hypothèses de simulation	95
6-2. Résultats de simulation	100
6-3. Effet d'un confinement actif	106
6-4. Bilan des simulations	107
<b>7. Proposition d'un modèle de loi d'adhérence</b>	<b>108</b>
7-1. Simulation de l'essai de pull-out à l'aide du modèle de liaison proposé	108
7-2. Choix d'une loi d'entrée du modèle	112
<b>8. Conclusions</b>	<b>117</b>

## **CHAPITRE 4 :**

<b>Caractérisation de la fissuration d'un élément structurel</b>	
<b>Confrontation expérimental/numérique</b>	<b>119</b>
<b>1. Introduction</b>	<b>119</b>
<b>2. Campagne expérimentale sur des poutres en flexion</b>	<b>119</b>
2-1. Choix de l'essai	119
2-1. Caractéristiques de l'essai	123
2-2. Validation de la mesure par corrélation d'images	129
2-3. Résultats expérimentaux	133
2-4. Conclusions	140
<b>3. Simulation de l'essai</b>	<b>141</b>
3-1. Hypothèses de simulation	141

3-2. Résultats des simulations	149
3-3. Influence de la loi d'adhérence	160
3-4. Conclusions	164
<b>4. Conclusions</b>	<b>166</b>
<b>Conclusions générales et Perspectives</b>	<b>167</b>
<b>Références</b>	<b>173</b>

# Introduction générale

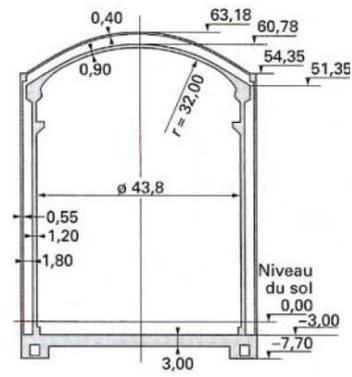
## Problématique

Le béton est un matériau possédant une forte propension à se fissurer. Dans une structure en béton armé, cette fissuration se développe tout particulièrement dans les zones soumises à des sollicitations de traction. En effet, si le béton résiste bien à la compression, en traction, il possède un comportement quasi-fragile et une faible résistance (dix fois plus faible que celle mesurée en compression). Dans les structures en béton armé, il est donc associé à l'acier. Si les armatures d'acier assurent la bonne résistance mécanique, elles n'empêchent pas totalement l'apparition de fissures dans le béton.

La fissuration du béton est caractérisée par l'apparition de microfissures qui peuvent exister dans le matériau dès sa mise en place (conséquence du phénomène de retrait au jeune âge par exemple). Ces microfissures se propagent ensuite dans la structure à mesure qu'elle est sollicitée. Sous l'effet de sollicitations plus importantes, des macrofissures se développent et peuvent aller jusqu'à causer la ruine de la structure. La résistance mécanique n'est cependant pas le seul enjeu. En effet, les structures en béton armé sont amenées à remplir plusieurs fonctions directement liées à la fissuration. Le maintien de l'esthétique de certains ouvrages de prestige doit par exemple être préservé tout au long de leur durée de vie. D'autres bâtiments doivent assurer une fonction d'étanchéité. C'est le cas par exemple des enceintes de confinement des centrales nucléaires (Figure 0-1) qui représentent la troisième barrière protectrice (après la gaine combustible et le circuit primaire) entre le milieu interne (radioactif) et l'environnement extérieur. Dans le cas d'enceinte à double parois (réacteurs 1300 MWe), c'est l'enceinte interne, en béton armé et précontraint, qui assure l'étanchéité directement liée à la fissuration de la structure. On voit ici que la maîtrise de l'étanchéité suppose une maîtrise de la fissuration. Les règlements (Eurocode 2, 2007 pour les ouvrages courants par exemple) peuvent préconiser des valeurs maximales d'ouvertures admissibles.



a)



b)

**Figure 0-1 : L'enceinte de confinement**  
a) vue extérieure, b) ordre de grandeur des dimensions (dimensions en m)

Il devient alors nécessaire de disposer de modèles numériques décrivant à la fois le comportement global des structures mais également les différents mécanismes de leur dégradation (position, ouverture, nature traversante ou superficielle,... des fissures) sous différentes sollicitations (état de service, séisme, accidents graves...). Ce travail de thèse s'inscrit dans cette thématique en proposant d'explorer plus précisément le rôle des différentes interactions entre l'acier et le béton (liaison acier-béton) sur le développement de la fissuration. Un outil de modélisation adapté aux simulations de structures de grandes dimensions y est développé.

## Méthodologie

Les différentes questions soulevées au cours de cette étude sont les suivantes :

- Quel lien existe-t-il entre les interactions localisées à l'interface entre l'acier et le béton et le développement de la macrofissuration d'une structure en béton armé ?
- Quelles sont les différentes étapes de dégradation de cette interface et comment cette évolution peut-elle être caractérisée ?
- Comment tenir compte de l'effet de la liaison acier-béton dans le cadre d'une simulation numérique sur une structure de grandes dimensions ?

La démarche adoptée peut alors se décomposer en quatre grandes étapes.

Le premier chapitre vise à mieux comprendre la nécessité de proposer un modèle de liaison acier-béton adapté au cadre d'applications industrielles. Pour cela, on établira en quoi la liaison acier-béton joue un rôle important sur le processus de fissuration du béton armé. Il s'agira

ensuite de décrire les différents phénomènes de dégradation ayant lieu à l'interface de manière à caractériser plus globalement son comportement. Enfin, différents modèles numériques de liaison acier-béton existant dans la littérature seront présentés. La mise en évidence de leurs limites dans le cadre d'applications sur des structures de grandes dimensions permettra de mieux déterminer les objectifs et les contraintes de simulation associés à un nouveau modèle de liaison.

Le développement de ce nouveau modèle sera présenté dans le second chapitre. Son implémentation dans le logiciel de calcul Cast3M (2012) y sera également détaillée. Ce développement s'accompagnera de deux simulations numériques menées sur des tirants. L'objectif de ces premières applications sera notamment de valider l'implémentation numérique du modèle, de vérifier son bon fonctionnement dans le cadre fixé par la modélisation des structures de grandes dimensions mais aussi de valider le comportement qualitatif de la liaison (fissuration de la structure).

Une caractérisation du comportement de la liaison acier-béton et plus particulièrement de la loi d'adhérence utilisée en entrée du modèle proposé fera l'objet du troisième chapitre. Cette phase de caractérisation s'appuiera sur la mise en place d'une campagne expérimentale d'essais de *pull-out*. Les résultats de cette campagne seront complétés par une série de simulations et une analyse bibliographique afin de proposer un modèle de loi d'adhérence.

Enfin, le dernier chapitre proposera une application du modèle de liaison sur un élément structurel (poutre). Cette étape se déroulera en deux phases. Dans un premier temps, la mise en place d'une campagne expérimentale visant à caractériser à la fois le comportement global de la structure mais également son comportement local (fissuration) sera présentée. L'essai sera ensuite simulé à l'aide du modèle de liaison proposé. Les résultats de cette simulation seront ainsi confrontés aux mesures expérimentales mais également aux résultats d'une seconde modélisation effectuée à partir de l'hypothèse de liaison parfaite (hypothèse actuellement utilisée pour les applications sur des structures de grandes dimensions).



# Chapitre 1 :

## **Comportement mécanique de la liaison acier-béton – Etat de l’art**

### **1. Introduction**

Ce travail vise à améliorer la prise en compte de la liaison acier-béton pour la modélisation des structures en béton armé. Dans le cadre d’applications sur des structures de grandes dimensions, la question suivante peut sembler légitime : pourquoi s’intéresser au comportement de l’interface acier-béton dont les dimensions sont négligeables devant celles de la structure ? Pour répondre à cette question, le rôle de la liaison acier-béton sur le développement de la fissuration mais également sur ses caractéristiques (espacement, ouverture,...) est décrit dans une première section. Une seconde section permet de caractériser le comportement de la liaison acier-béton (loi d’adhérence). Les différentes étapes de dégradation y sont détaillées. Dans le troisième paragraphe, les approches numériques permettant de représenter la liaison sont abordées. Elles sont en particulier confrontées aux contraintes de simulation imposées par la modélisation de structures de grandes dimensions.

### **2. Influence de la liaison acier-béton sur la fissuration d’une structure**

On appelle « adhérence » l’action des contraintes de liaison qui viennent s’opposer au déplacement relatif entre les deux matériaux. Ces actions de liaison sont également responsables de la transmission d’efforts entre l’acier et le béton. Ce transfert a un impact direct sur la fissuration de la structure qui peut être mis en évidence par l’étude d’un tirant en béton armé. Pour l’illustrer, on considère ici un élément structurel constitué d’une barre de renfort coulée dans un bloc de béton. Le chargement de la structure consiste en un déplacement imposé aux extrémités du renfort (Figure 1-1). Les seules forces reprises par le béton et donc responsables de sa fissuration sont transmises par la liaison. Son mécanisme de fissuration, décrit par Lutz et Gergely (1967), est détaillé dans les paragraphes suivants.



Figure 1-1 : Principe de l'essai de tirant

## 2-1. Le rôle de la liaison acier-béton dans la répartition de la fissuration

### 2-1-a. Comportement expérimental du tirant

Les essais de tirant ont fait l'objet de nombreuses campagnes expérimentales (Clément, 1987 ; Jaccoud et Charif, 1985 ; Farra et Jaccoud, 1993 ; Daoud, 2003). De manière schématique, la Figure 1-2 illustre l'évolution de l'effort  $F$  mesuré à l'extrémité du renfort en fonction du déplacement imposé  $u_x$ . Le comportement du tirant peut être décomposé en trois grandes phases :

- une phase élastique linéaire (pour un déplacement imposé inférieur à  $u_{x1}$ )
- une phase de développement de la fissuration caractérisée par une augmentation progressive des fissures le long du tirant (la première macrofissure apparaît lorsque  $u_x = u_{x1}$ ) et une baisse de la rigidité structurale
- une phase de fissuration stabilisée pour laquelle le comportement du tirant est gouverné par celui de l'acier (comportement elasto-plastique) à partir de  $u_x = u_{x2}$ .

La Figure 1-3 présente le développement de la fissuration d'un tirant testé par Farra et Jaccoud (1993). Ces photos ont été prises à différents instants du chargement et pour un déplacement imposé croissant. On retrouve bien les deux phases de fissuration avec une augmentation du nombre de fissures (sur les trois premières photos) puis une stabilisation. A l'état final, la structure comporte ainsi un nombre fini de fissures régulièrement réparties le long du tirant.

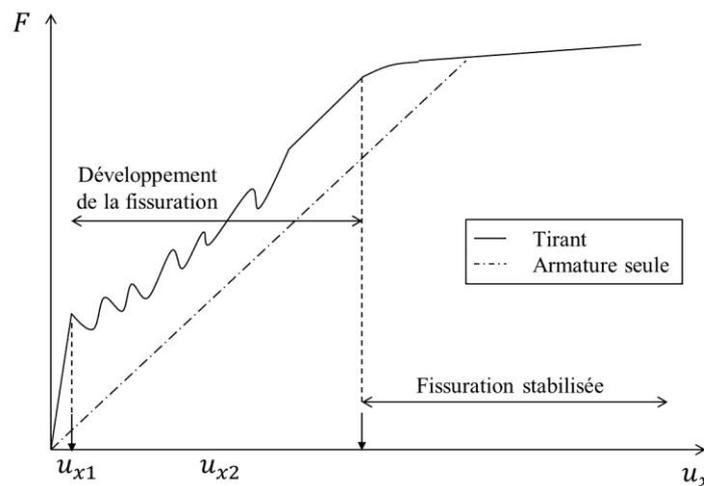
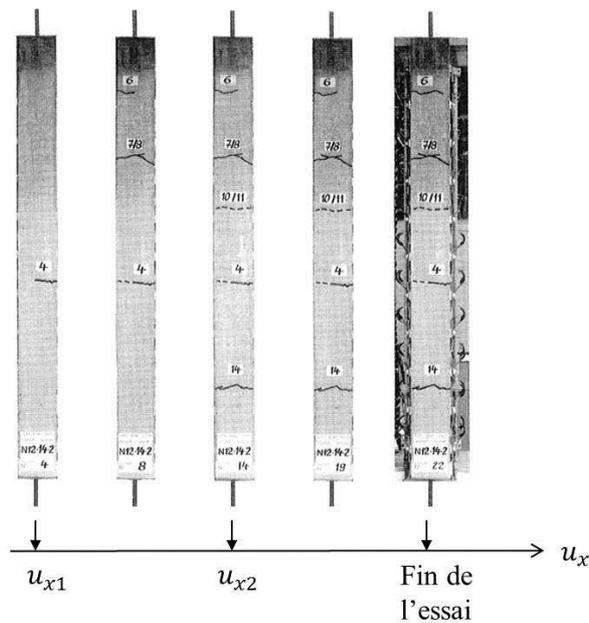


Figure 1-2 : Les différentes étapes de dégradation du tirant



**Figure 1-3 : Apparition progressive des fissures puis stabilisation de la fissuration (Farra et Jaccoud, 1993)**

### **2-1-b. Description du comportement du tirant à partir des normes de calcul – rôle de la liaison acier-béton**

Le comportement du tirant observé expérimentalement est en réalité gouverné par les interactions entre l'acier et le béton le long de l'interface. Les différents phénomènes mis en jeu au cours de sa dégradation sont décrits dans les normes de calcul (Eurocode 2, 2007) et sont rappelés dans ce paragraphe.

Au cours de la phase élastique, l'allongement du tirant s'accompagne d'une augmentation progressive de l'effort appliqué à la structure. Aux extrémités du tirant, le chargement est intégralement repris par l'acier. En effet, les sections extrémales de béton constituent des bords libres de la structure. Les efforts sont ensuite transférés entre les deux matériaux sur une zone transitoire jusqu'à ce que le chargement soit « parfaitement réparti ». Cette condition est remplie lorsque la déformation axiale (dans la direction  $\vec{x}$ ) du béton est identique à celle de l'acier (Figure 1-4).

Les contraintes observées dans le béton augmentent avec le chargement imposé jusqu'à atteindre sa limite de résistance en traction  $f_t$ . Cette limite élastique est d'abord atteinte sur la partie centrale du tirant (entre les points A et B de la Figure 1-4), dans la zone de plus faible résistance en traction (hétérogénéité liée à la nature du matériau).

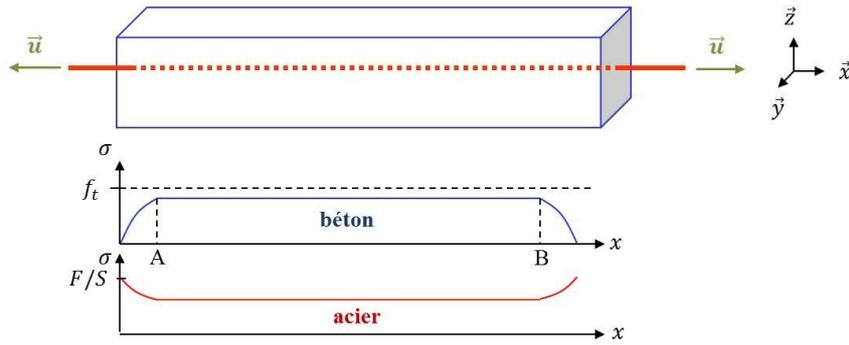


Figure 1-4 : Répartition des contraintes dans l'acier et le béton au cours de la phase élastique

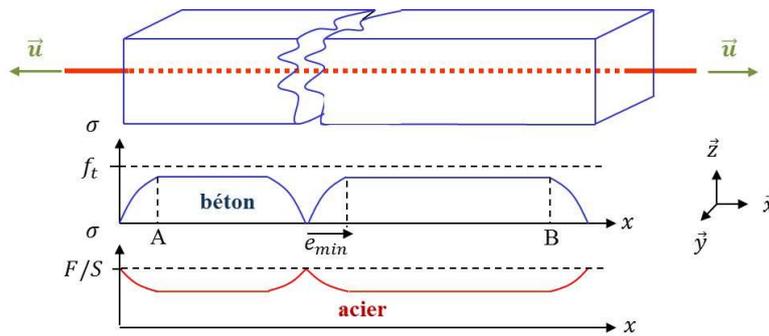
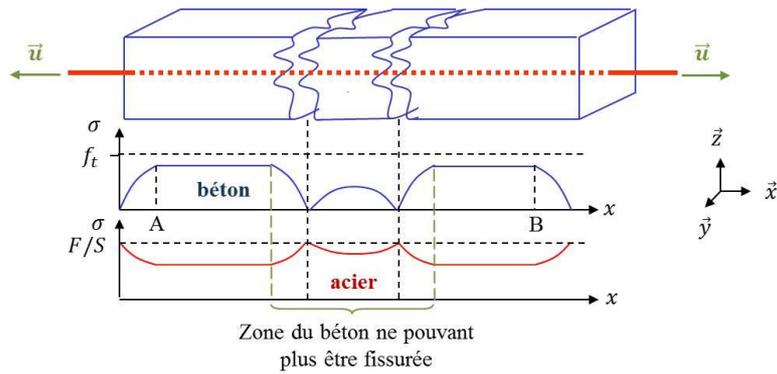


Figure 1-5 : Phase de fissuration (apparition de la première fissure)

A ce stade, le tirant se fissure et les contraintes s'annulent localement dans le béton. L'acier reprend alors seul la totalité de l'effort. De part et d'autre de la fissure, les efforts sont de nouveau progressivement transmis de l'acier vers le béton par le phénomène d'adhérence. Les contraintes dans le béton augmentent donc à mesure que l'on s'éloigne de la position de la fissure jusqu'à atteindre une zone où elles sont à nouveau homogènes dans chacun des matériaux et maximales dans le béton (Figure 1-5). La distance qui sépare la fissure existante de la zone où une nouvelle fissure est susceptible d'apparaître est notée  $e_{min}$  (distance minimale entre deux fissures successives). Cette distance peut être évaluée de manière réglementaire (Eurocode 2, 2007) par l'expression suivante :

$$e_{min} = \frac{dS_b f_t}{4S_a \tau_u} \quad (1-1)$$

$\tau_u$  représente la résistance ultime de la liaison,  $d$  le diamètre de la barre,  $f_t$  la résistance en traction du béton. Enfin  $S_a$  et  $S_b$  désignent respectivement la section droite de l'acier et du béton. Lorsque la contrainte atteint de nouveau la limite élastique du béton, une nouvelle fissure apparaît.



**Figure 1-6 : Zone du tirant où aucune nouvelle fissure ne peut apparaître**

Le processus se répète jusqu'à ce que les différentes fissures soient trop proches pour que les contraintes dans le béton puissent atteindre sa résistance en traction (distance comprise entre  $e_{min}$  et  $2e_{min}$ ) (Figure 1-6). On entre alors dans la phase de fissuration stabilisée. A ce stade, la majeure partie des efforts est uniquement reprise par la barre de renfort. Le comportement du tirant est alors gouverné par le comportement de l'acier (élastique-plastique).

## 2-2. Influence de la liaison sur l'ouverture de fissure

Dans le cas de structures de type enceintes de confinement, la maîtrise de la fissuration passe par l'évaluation de l'ouverture de fissure (distance mesurée entre les lèvres d'une fissure). En effet, l'étanchéité de ces structures est directement impactée par cette caractéristique. Les normes en vigueur (Eurocode 2, 2007) préconisent des ouvertures maximales admissibles propres à chaque application. Par exemple, si seul l'aspect esthétique de la structure est concerné, une ouverture de 400  $\mu\text{m}$  est acceptable (Eurocode 2, 2007). En revanche, lorsque l'étanchéité de la structure doit être assurée, les exigences sont beaucoup plus sévères. Il est donc nécessaire de comprendre comment cette ouverture de fissure est influencée par la liaison entre l'acier et le béton. D'après Goto (1971), l'ouverture des fissures est intimement liée à leur espacement. Le modèle retenu dans l'Eurocode 2 (2007) repart d'ailleurs de ce constat en écrivant que l'ouverture moyenne de fissure  $w_{moy}$  correspond au produit de la distance moyenne entre deux fissures  $e_{moy}$  et de la déformation relative moyenne entre l'acier  $\varepsilon_{a,xx}$  et le béton  $\varepsilon_{b,xx}$  (équation (1-2)).

$$w_{moy} = e_{moy}(\varepsilon_{a,moy} - \varepsilon_{b,moy}) \quad (1-2)$$

Cette formule indique également que l'ouverture de fissure est directement liée à la déformation différentielle entre les deux matériaux. Cette déformation différentielle est induite par le glissement relatif entre l'acier et le béton à travers l'interface.

En conclusion, le phénomène d'adhérence intervient à la fois dans la description de l'espacement ( $\tau_u$  dans l'équation (1-1)) et de l'ouverture des fissures. Ainsi, une prédiction fine de la fissuration passe par la prise en compte de la liaison acier-béton.

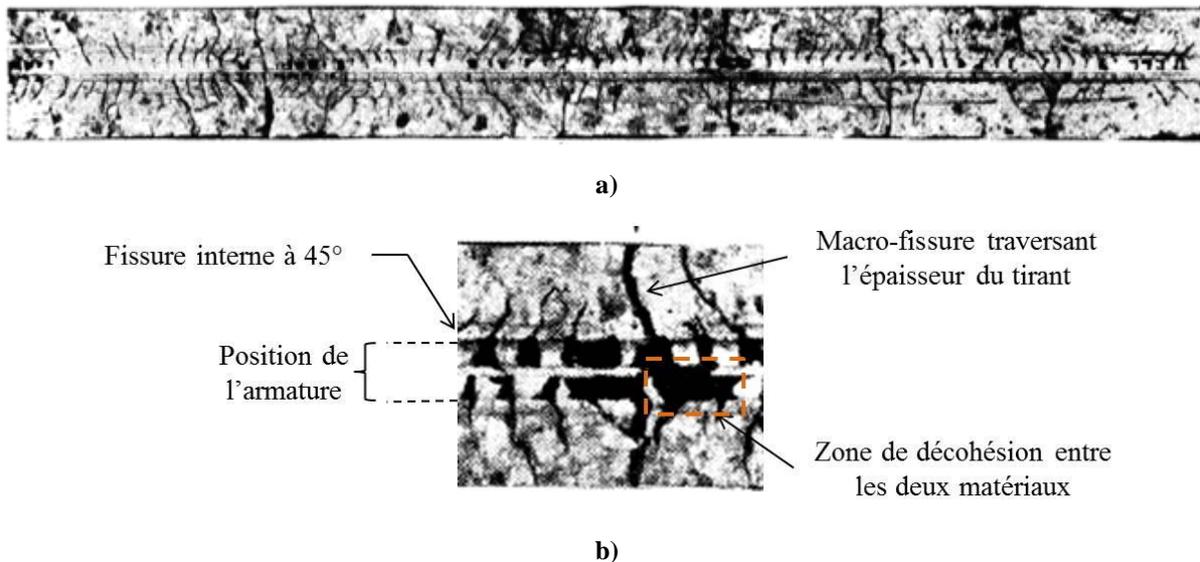
### 3. Description du comportement de la liaison acier-béton

Le comportement de la liaison et donc son aptitude à transférer les efforts entre les deux matériaux sont directement liés à la forme des armatures et à la dégradation progressive du béton à leur surface.

Goto (1971) a étudié cette dégradation à l'aide d'un système d'injection d'encre au cœur d'une série de tirants. Différents modes de rupture ont alors été observés. La Figure 1-7 met en évidence l'apparition d'un réseau de fissure à 45° le long du renfort mais également la présence de zones de décohésion totale entre l'armature d'acier et le béton environnant.

Selon Lutz et Gergely (1967), cette dégradation est gouvernée par trois types de phénomènes :

- L'adhésion chimique entre les deux matériaux, directement liée à la composition de chacun d'entre eux et à leur mode de mise en place
- Le phénomène de frottement entre les deux surfaces de contact
- Les différentes interactions mécaniques pouvant avoir lieu entre l'acier et le béton. Ces actions mécaniques sont particulièrement dues à la présence de nervures le long des barres de renfort.



**Figure 1-7 : Fissuration interne observée grâce à une injection d'encre (Goto, 1971)**  
**a) intégralité de la structure, b) zoom sur un tronçon de tirant**

Une loi de comportement (loi d'adhérence) décrivant l'évolution de la contrainte d'adhérence  $\tau$  en fonction du déplacement relatif entre l'acier et le béton  $g$  est couramment utilisée. Les différentes phases de cette loi peuvent être directement reliées aux phénomènes locaux observés (Lutz et Gergely, 1967). Dans la suite, on décrit l'impact de la dégradation de la liaison sur la forme de la loi d'adhérence.

### 3-1. Phase initiale

Au cours de cette phase (Figure 1-8), la cohésion est parfaitement assurée entre l'acier et le béton (adhérence chimique, frottement et butée de nervure des renforts HA empêchant le déplacement relatif entre les deux matériaux). La contrainte d'adhérence augmente donc progressivement alors qu'un très faible glissement (assimilé à la déformation élastique du béton) est observé. La gaine de béton située à proximité immédiate du renfort reste saine.

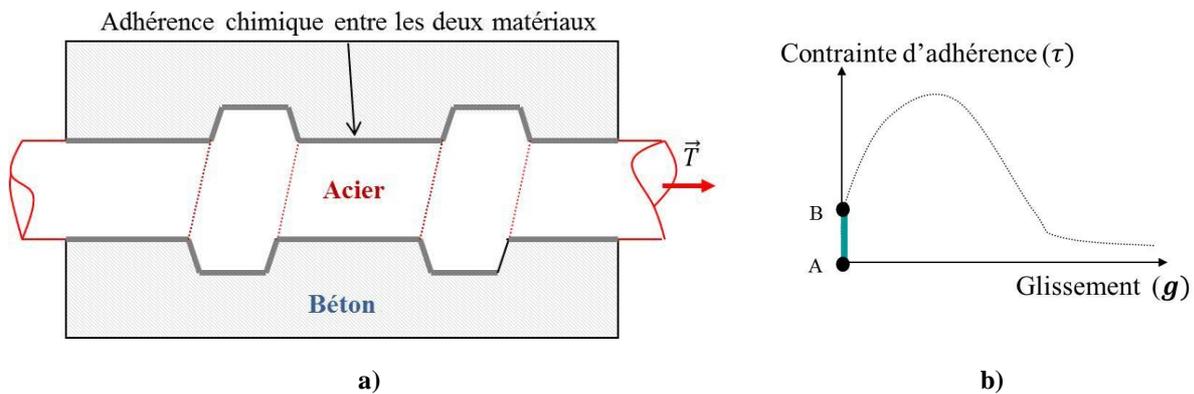


Figure 1-8 : Phase initiale  
a) mécanismes de dégradation, b) partie de la loi d'adhérence associée

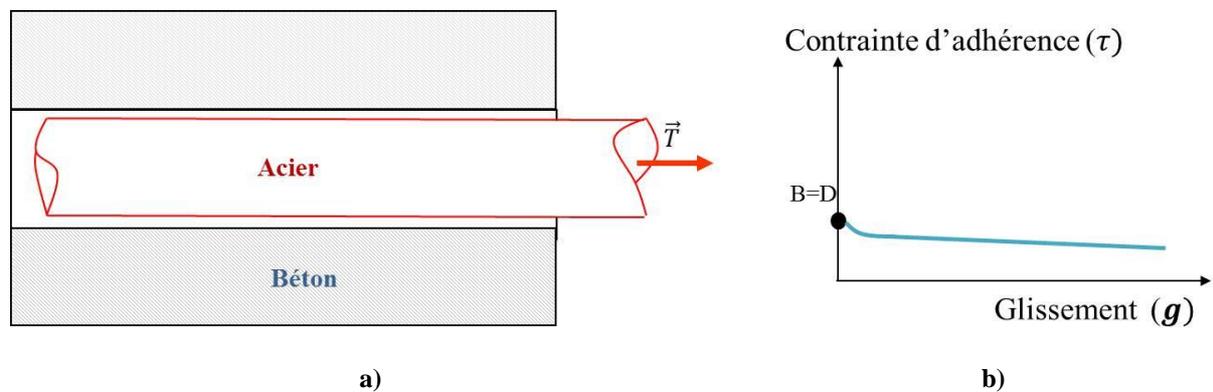
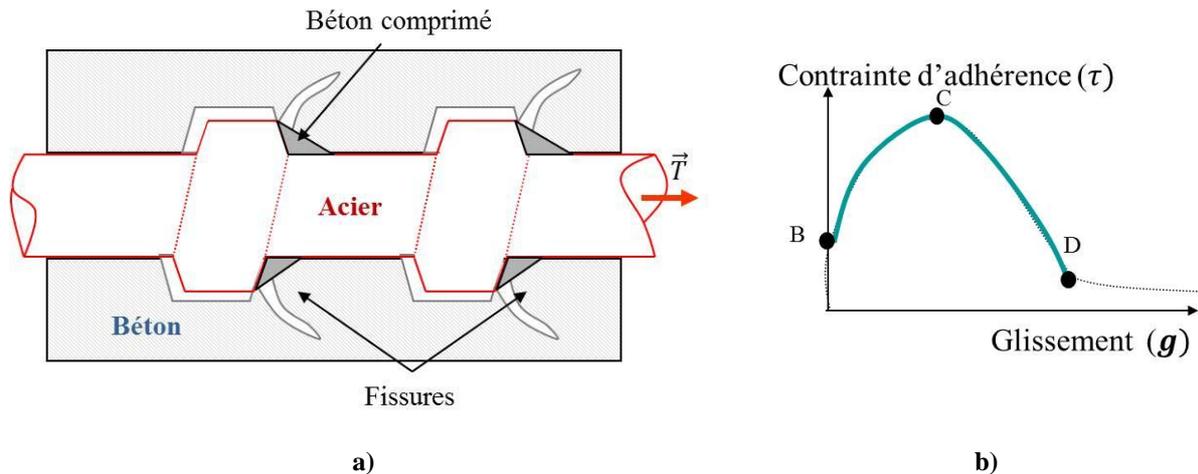


Figure 1-9 : Extraction d'une barre lisse  
a) mécanismes de dégradation, b) partie de la loi d'adhérence associée



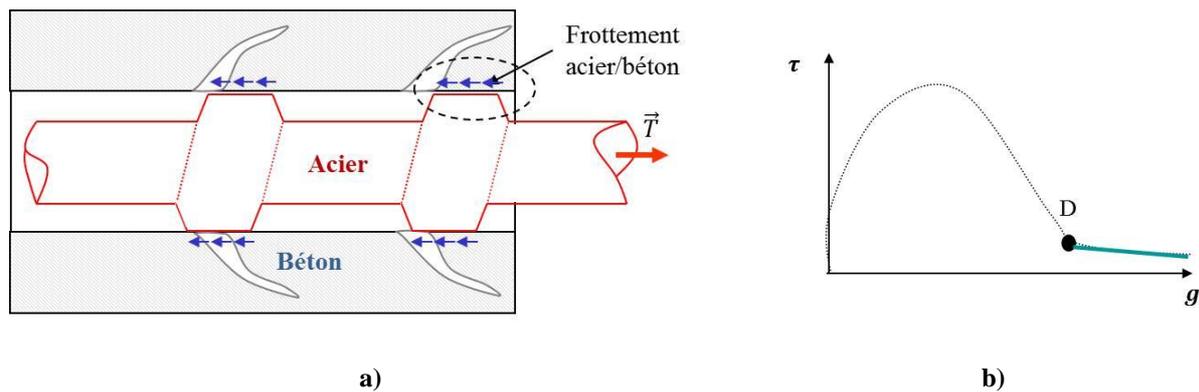
**Figure 1-10 : Phase de fissuration progressive**  
a) mécanismes de dégradation, b) partie de la loi d'adhérence associée

### 3-2. Phase de fissuration du béton

Dès que l'adhérence chimique est rompue, le renfort commence à se déplacer dans le béton. Si la barre de renfort ne contient pas de nervures (barres lisses), les interactions mécaniques entre les deux matériaux sont assimilables à un phénomène de frottement (Figure 1-9). En présence de nervures, le béton va se comprimer en s'opposant au déplacement du renfort (Figure 1-10). On observe alors une augmentation de la contrainte d'adhérence (entre les points B et C de la Figure 1-10b) qui s'accompagne d'un glissement croissant entre les deux matériaux. Des microfissures apparaissent dans le béton dans la direction des sollicitations en compression (fissures à 45° par rapport à la direction de la barre). Ces fissures se localisent progressivement, provoquant la décohésion de la barre et un adoucissement de la loi d'adhérence (entre les points C et D de la Figure 1-10b).

### 3-3. Rupture de l'interface

Si le chargement est suffisamment important et que la plasticité de l'acier n'est pas encore atteinte, la propagation de la fissuration engendre finalement la rupture de l'interface (Figure 1-11). La zone de béton située entre deux rainures n'offre alors plus aucune résistance et la barre d'acier peut être assimilée à une barre lisse : le comportement de la liaison peut alors être gouverné par des mécanismes de frottement acier/béton et béton/béton (déplacement du renfort à contrainte d'adhérence constante après le point D de la Figure 1-11b). Il est à noter que d'autres types de ruptures peuvent également être observés en fonction de la capacité du béton à résister aux contraintes qu'il subit (arrachement d'un cône de béton, éclatement du béton,...). Ces modes de ruptures ne sont pas détaillés ici.



**Figure 1-11 : Rupture de l'interface**  
a) mécanismes de dégradation, b) partie de la loi d'adhérence associée

#### 4. Modélisation de la liaison acier-béton (état de l'art)

Une fois le comportement physique de la liaison décrit, il reste à le modéliser dans un calcul aux éléments finis qui est la méthode actuellement la plus utilisée pour les applications numériques sur des structures de grandes dimensions.

Dans cette partie, différentes formes de modélisation sont examinées. Cet état de l'art, plus sélectif qu'exhaustif, permet de mieux appréhender les techniques mises en œuvre pour représenter le comportement de la liaison acier-béton. Les approches de modélisation de la liaison se décomposent en trois familles distinctes. Une première série de travaux assimile l'interface acier-béton à une gaine d'épaisseur finie située entre les deux matériaux et qui prend en compte leurs interactions. Cela revient alors à introduire un nouveau matériau « interface acier-béton ». Un autre choix de modélisation introduit des éléments finis d'épaisseur nulle entre le maillage de l'acier et le béton dont le comportement permet de représenter les interactions entre les deux matériaux. Ces approches qui introduisent toutes deux des éléments finis d'interface seront présentées dans une première partie. Elles seront classées par complexité croissante.

La seconde partie permettra de présenter d'autres pistes de modélisation (éléments enrichis, conditions de contact) dans lesquelles l'interface n'est pas explicitement représentée. Enfin, la troisième partie mettra en avant les limites de ces approches dans le cadre d'applications sur des structures de grandes dimensions.

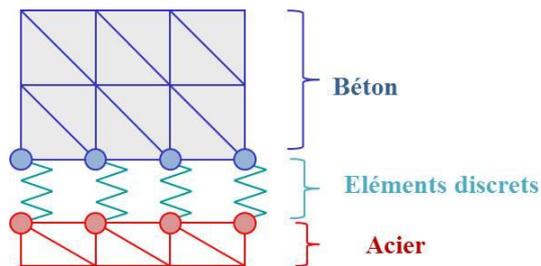


Figure 1-12 : Les maillages de la barre d'acier et du béton sont reliés à l'aide de ressorts (Ngo et Scordelis, 1967)

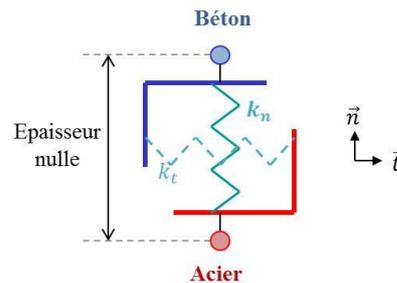


Figure 1-13 : Élément de liaison (Ngo et Scordelis, 1967)

## 4-1. Éléments finis d'interface

### 4-1-a. Les éléments discrets (de type ressort)

Un des premiers modèles aux éléments finis de liaison a été proposé par Ngo et Scordelis (1967). L'objectif est de relier le maillage de la barre d'acier à celui du béton qui l'entoure (représentés tous les deux à l'aide d'éléments triangulaires). Ces éléments de liaison, développés dans le cadre d'une modélisation 2D, sont des ressorts de raideur constante (Figure 1-12) induisant une description linéaire du comportement de la liaison. De manière concrète, chaque nœud de l'acier positionné sur la surface de la barre est relié au nœud de béton qui se trouve en vis-à-vis (Figure 1-12) par deux ressorts de raideurs différentes (Figure 1-13). Un premier ressort, de raideur  $k_t$  permet de modéliser la relation contrainte d'adhérence-glisement dans la direction parallèle à l'acier. Le second ressort, de raideur  $k_n$ , perpendiculaire au premier, permet de prendre en compte le contact entre les deux matériaux et l'effet du confinement (Figure 1-13). Ce second ressort est systématiquement choisi avec une raideur élevée (liaison rigide). La totalité de l'étude est menée avec des matériaux élastiques. Ces choix de modélisation (raideurs de liaison linéaires et matériaux élastiques) ne permettent donc pas de représenter les phénomènes liés aux détériorations mécaniques de la structure en béton armé.

### 4-1-b. Représentation d'une gaine d'éléments « interface acier-béton »

Pour pallier ces défauts, d'autres auteurs ont modélisé la liaison à l'aide d'éléments finis continus au comportement non-linéaire. Reinhardt et al (1984) ont ainsi représenté l'interface acier-béton à l'aide d'une bande d'éléments plastique-endommageables (critère de plasticité de Mohr-Coulomb). Le reste de la structure est modélisé à l'aide de matériaux (acier et béton) élastiques. Dans cette approche, la zone d'interface possède donc une épaisseur finie et les propriétés matériaux du béton (module d'Young...). La détérioration de la liaison est ainsi

directement reliée à celle de l'enveloppe de béton située autour de l'acier. Cette modélisation a le défaut de ne pas représenter explicitement le glissement entre les deux matériaux.

#### 4-1-c. Eléments joints

Pour surmonter ces critiques, un nouveau type d'élément fini dégénéré, l'élément joint, a été créé. Le plus couramment employé est un élément 2D à quatre nœuds : les deux premiers nœuds sont reliés à l'acier alors que deux autres nœuds (géométriquement confondus aux premiers) sont accrochés au maillage du béton (Figure 1-14). L'épaisseur de cet élément est alors initialement nulle. Les différentes déformations (longitudinales et normales) peuvent donc être interprétées comme des déformations relatives entre l'acier et le béton (associées au phénomène de glissement). Clément (1987) a ainsi proposé un élément joint orthotrope relativement simple. Son comportement dans la direction tangentielle est régi par une loi d'adhérence de la forme « élastique – plastique parfaite » (Figure 1-15) dont la limite élastique est une fonction du taux de confinement du béton. Ainsi, plus la contrainte normale au renfort est importante, plus la limite élastique locale de l'élément de liaison est élevée. La Figure 1-15 représente le comportement de cet élément lorsqu'il est soumis à différentes contraintes normales croissantes.

#### 4-1-d. Améliorations

A partir de ces trois représentations, plusieurs améliorations ont été envisagées. De nouvelles lois de comportement de la liaison sont ainsi développées. Elles décrivent les phases de détérioration de la liaison en introduisant par exemple l'influence des caractéristiques des différents matériaux (loi de comportement, modélisation 3D,...).

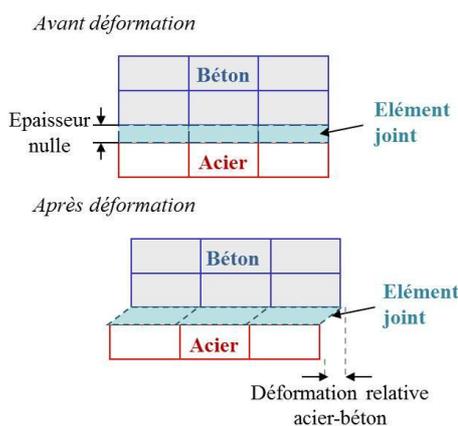


Figure 1-14 : Eléments joints à quatre nœuds

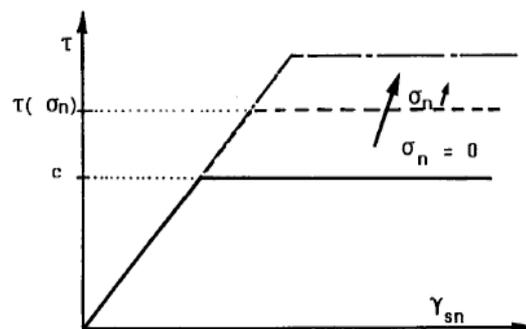
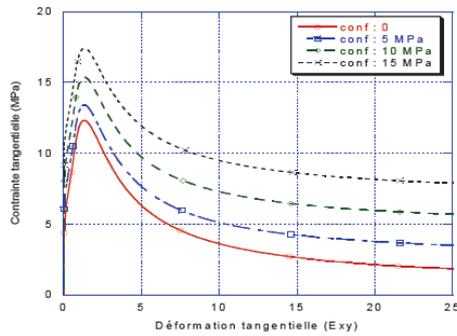
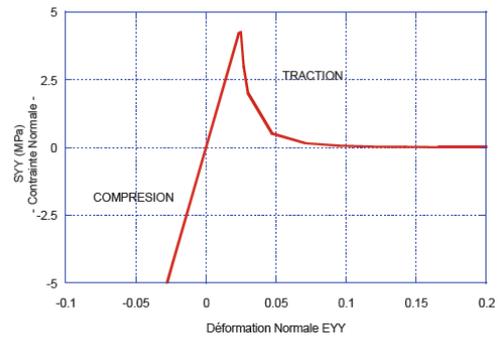


Figure 1-15 : Comportement du joint de Clément (1987) dans la direction normale au renfort



**Figure 1-16 : Réponse de la liaison dans la direction tangentielle pour différentes valeurs de confinement (Dominguez, 2005)**



**Figure 1-17 : Réponse de la liaison dans la direction normale (Dominguez, 2005)**

- Cox et Herman (1998) proposent d'utiliser la théorie de la plasticité pour décrire le comportement d'une interface représentée par un cylindre d'éléments finis situé autour de la barre de renfort. Tous les efforts sont alors tournés vers la définition de la surface seuil de plasticité. La surface finalement adoptée est très complexe et évolue au cours de l'endommagement de la liaison. Si les résultats obtenus à l'aide de ce modèle sont encourageants, il nécessite une phase de calibration de plusieurs paramètres qui ne peuvent être directement associés à des caractéristiques physiques et sont donc difficilement identifiables.
- Dominguez (2005) définit un élément fini 2D de type joint dont le comportement plastique-endommageable est décrit dans le cadre thermodynamique. Le comportement du modèle est dicté par l'évolution de deux variables d'endommagement ( $D_t$  et  $D_n$ ). On représente ainsi à la fois la détérioration de la liaison liée au glissement relatif ( $D_t$ ) et celle due à l'apparition de fissures longitudinales qui tendent à réduire la surface de contact entre les deux matériaux ( $D_n$ ). La variable d'endommagement  $D_t$  tient compte à la fois des phénomènes de dissipation liés à la fissuration et de ceux provoqués par le frottement. A titre d'exemple, le comportement de l'interface dans la direction tangentielle et dans la direction normale sont respectivement représentés sur la Figure 1-16 et la Figure 1-17.
- Richard et al (2010) ont créé un élément joint 3D à partir d'une démarche similaire. Cet élément permet de relier deux maillages volumiques (acier et béton). Le comportement de ces éléments joints, également décrit dans le cadre de la thermodynamique, couple les effets d'un endommagement du béton à ceux liés aux phénomènes de frottement mis en jeu au cours de la dégradation de l'interface.

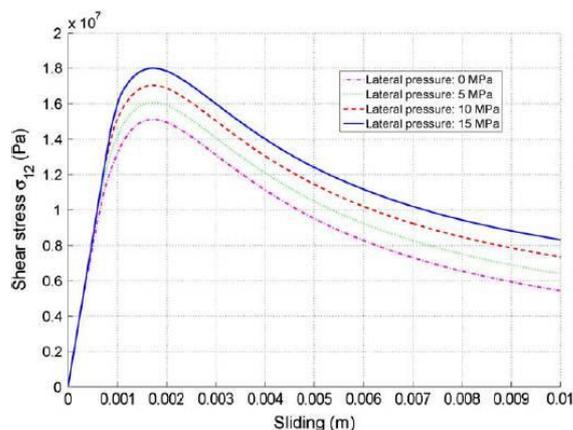


Figure 1-18 : Comportement de la liaison dans la direction tangentielle pour différentes valeurs de confinement (Richard et al, 2010)

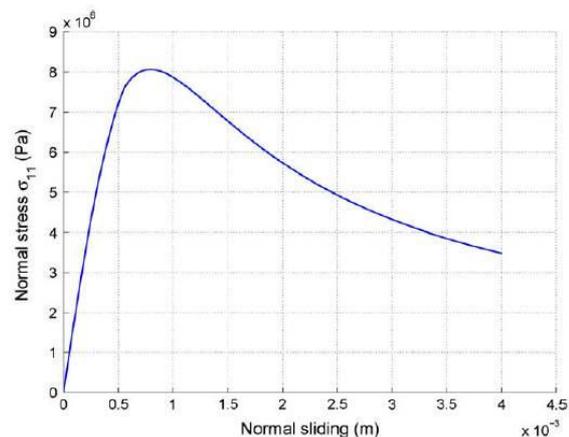


Figure 1-19 : Comportement de la liaison dans la direction normale (Richard et al, 2010)

- L'évolution de ces deux phénomènes est cette fois gouvernée par un unique scalaire d'endommagement  $D$ . La réponse mécanique de son élément est illustrée sur les Figure 1-18 (directions tangentielle au renfort) et Figure 1-19 (direction normale).

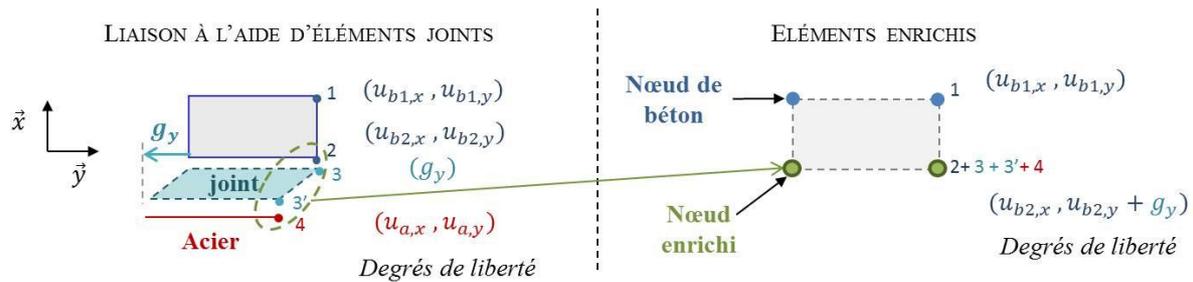
## 4-2. Modélisation de la liaison acier-béton sans éléments d'interface

Les méthodes présentées jusqu'ici consistent à « attacher » le maillage de l'acier à celui du béton à l'aide d'un élément fini particulier permettant de représenter le comportement de la liaison. Il existe cependant des alternatives à cette démarche.

### 4-2-a. Éléments encapsulés

L'usage d'éléments d'interface est parfois fastidieux dans la mise en œuvre du modèle. Il faut en effet créer le maillage de l'acier, celui du béton et enfin celui de l'interface. Il reste ensuite à décrire les propriétés de chaque milieu. L'usage d'éléments « encapsulés » peut alors simplifier la description du problème. Ces éléments sont un compromis entre les éléments homogénéisés et les modèles présentés précédemment. Ils permettent en effet, de représenter le champ de déplacement global d'un élément « béton armé » constitué d'une barre d'acier, reliée à un élément de béton via une liaison, tout en donnant accès à des données locales (glissement entre les deux matériaux, déformations et état de contrainte de chacun des matériaux, ...).

- Dominguez (2005) décrit ainsi un élément encapsulé basé sur les principes de la méthode XFEM. Dans son modèle 2D, l'auteur représente l'élément « béton armé » à l'aide d'un quadrilatère à 4 nœuds.



**Figure 1-20 : Deux des nœuds de l'élément encapsulé sont enrichis cinématiquement (Dominguez, 2005)**

L'accès au comportement local est alors rendu possible par un enrichissement cinématique : deux des nœuds de cet élément sont enrichis de nouveaux degrés de liberté permettant de représenter le glissement relatif entre l'acier et le béton. La Figure 1-20 permet de faire le parallèle entre la modélisation de la liaison acier-béton à l'aide d'un élément joint et celle rendue possible par cet élément enrichi. Pour chaque nœud enrichi, des degrés de liberté de glissement acier-béton ( $g_y$  pour l'exemple de la Figure 1-20) sont ajoutés aux degrés de liberté du béton ( $u_{b,x}, u_{b,y}$ ). Ce type de description permet en particulier d'attribuer une loi de comportement à chacun des constituants de l'élément (acier, béton et liaison) et donne par la même occasion l'état de déformation et de contraintes de chacun d'entre eux.

- Boulkertous (2009) a employé ce type d'élément avec un modèle de béton basé sur le principe des discontinuités fortes (introduction de discontinuités dans le champ de déplacement). Cette approche lui a permis de différencier l'endommagement diffus correspondant à la microfissuration (représenté à l'aide d'une approche continue) de l'endommagement discret (discontinuités) simulant l'apparition de macrofissures.

#### **4-2-b. Lois de contact**

- Enfin, Raous et Karray (2009) proposent de décrire le comportement de la liaison sans introduire d'éléments finis particuliers. L'acier et le béton sont alors traités comme deux solides distincts pouvant frotter l'un contre l'autre. Ils associent ainsi un modèle de frottement décrivant l'évolution de la liaison dans la direction tangentielle avec des conditions de contact unilatérales entre les surfaces d'acier et de béton (dans la direction normale au renfort). Ces deux phénomènes sont couplés à l'aide d'une variable  $\beta$  caractérisant l'intensité de l'adhérence entre les deux matériaux. Cette variable vaut 1 lorsque l'acier et le béton sont parfaitement adhérents (contact parfait) et 0 lorsqu'ils ne sont plus en contact.

## 5. La liaison acier-béton dans le cadre des applications sur des structures de grandes dimensions

### 5-1. Limites des modèles existants

Il existe donc plusieurs méthodes permettant de représenter le comportement de la liaison acier-béton. Un grand nombre d'entre elles est efficace pour des simulations d'essai d'arrachement ou de tirants. Ces méthodes restent cependant très peu adaptées à des éléments plus structuraux (poutres, poteaux,...) et ne sont presque jamais introduites dans les simulations de structures de grandes dimensions. Elles se révèlent en effet peu appropriées aux contraintes de modélisation de ces structures. Détaillons leurs limitations.

#### 5-1-a. Modélisation 2D

La modélisation de structures de grandes dimensions nécessite très souvent de mailler l'intégralité de la structure à l'aide d'un maillage volumique de béton. En effet, l'identification des zones sensibles de la structure (zones où la fissuration est la plus susceptible de se développer) passe par une bonne représentation des différentes singularités géométriques. Le choix d'une modélisation 2D ou 1D employée dans la plupart des approches proposées précédemment peut alors s'avérer inapproprié (réservé à des éléments structuraux aux formes régulières par exemple).

#### 5-1-b. Difficultés liées au maillage

Le principal reproche qui peut être fait aux approches actuelles de modélisation de l'interface acier-béton concerne l'étape de maillage de la structure.

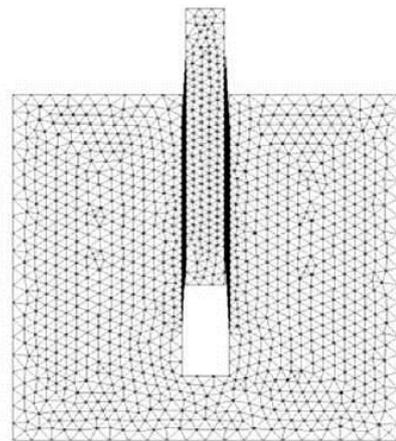


Figure 1-21 : Maillage explicite de l'interface (éléments 2D) (Richard et al, 2010)

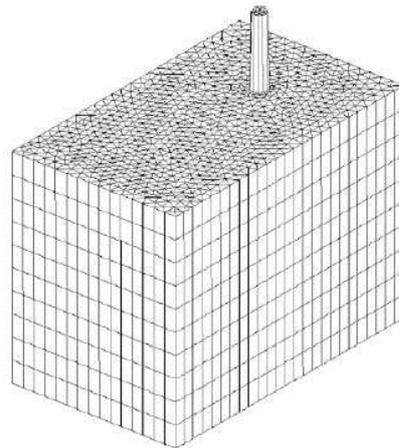
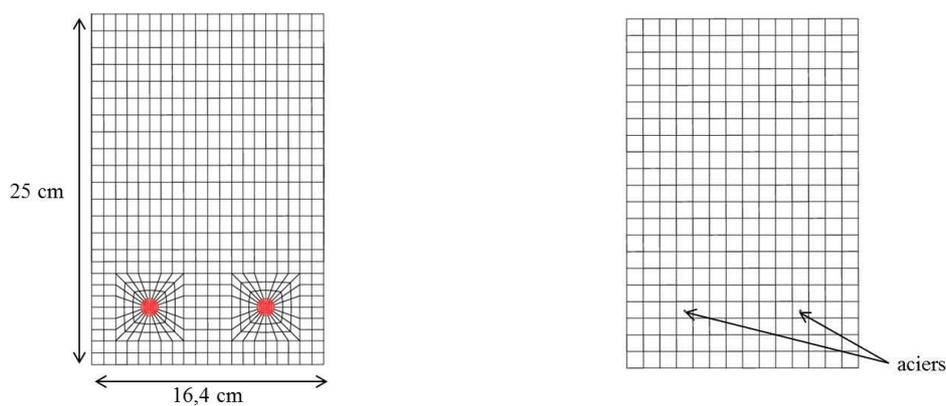


Figure 1-22 : Maillage volumique de l'acier (éléments 3D) (Richard et al, 2010)

En effet, la plupart de ces modèles rendent cette étape quasi-impossible lorsqu'il s'agit de modéliser une structure complexe de grandes dimensions et/ou fortement armée. Dans le cas d'éléments d'interface (Figure 1-21), les maillages de l'acier et du béton doivent être construits de manière à être compatibles (chaque nœud de béton doit être en vis-à-vis d'un nœud d'acier le long de l'interface).

Dans le cas d'éléments joint adaptés à un maillage 3D du béton, l'acier doit être également maillé à l'aide d'éléments 3D (Figure 1-22). Cette représentation nécessite l'introduction d'un très grand nombre d'éléments fins de petites dimensions (inférieures à la dimension du diamètre d'acier). A titre d'exemple, la Figure 1-23 représente la section droite d'une poutre comportant deux armatures d'acier de 12 mm de diamètre. Dans un premier temps, cette section a été représentée uniquement à l'aide d'éléments volumiques (pour l'acier et le béton) alors que dans le second cas, l'acier est maillé à l'aide d'éléments linéiques. Le second choix permet de limiter grandement le nombre de degrés de liberté de la structure (2.4 fois moins de degrés de liberté dans le cas du maillage linéique pour une densité de maillage du béton équivalente) tout en rendant plus aisée l'étape de maillage.

Les éléments enrichis ne semblent pas beaucoup plus adaptés aux maillages de structures de grandes dimensions. En effet, même si la barre n'est pas maillée explicitement dans le cas des éléments encapsulés, il faut néanmoins introduire une rangée d'éléments de ce type à l'endroit où se trouvent les renforts (les autres éléments étant des éléments fins non enrichis de béton). Cette contrainte rend l'opération de maillage tout aussi délicate.



a) 793 degrés de liberté sur la section droite

b) 330 degrés de liberté sur la section droite

**Figure 1-23 : Exemple d'une section droite de poutre**  
a) représentation volumique des aciers, b) représentation linéique des aciers

Enfin, La bonne prise en compte de conditions de contact (Raous et Karray, 2009) entre les deux matériaux nécessite également des finesses de maillage importantes sur la zone de contact. Ces conditions sont également souvent grandement facilitées par le choix de deux maillages compatibles.

### **5-1-c. Coût de calcul et difficultés numériques**

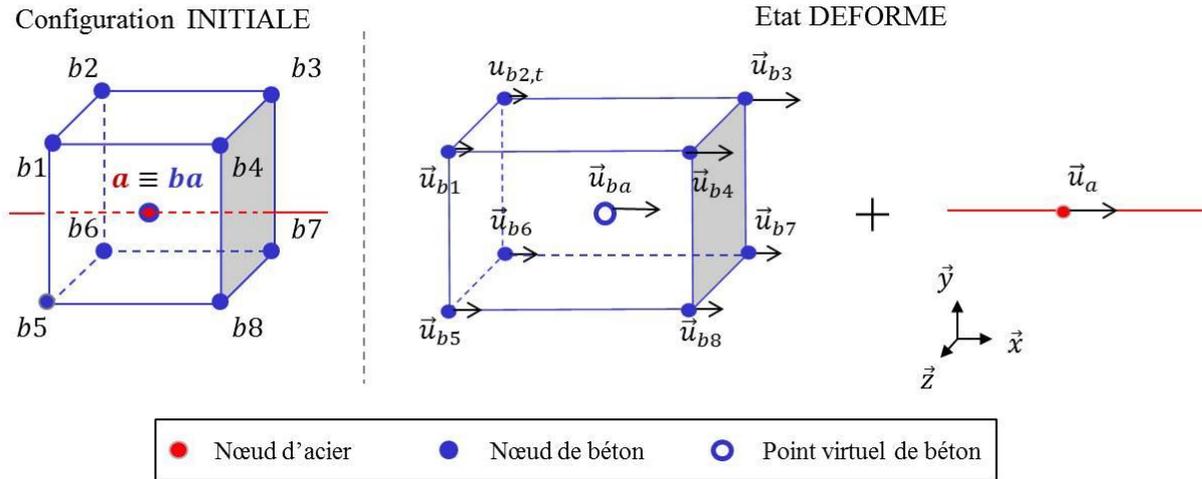
Au-delà de ces difficultés de maillages, l'emploi d'un élément dégénéré de type joint requiert quelques précautions d'usage. En effet, son épaisseur nulle peut poser des problèmes de stabilité lors de la résolution numérique et peut amener à autoriser une interpénétration entre l'acier et le béton plus ou moins discutable. De plus, la trop grande complexité de certains modèles de liaison peut être un obstacle à leur application à des structures de grandes dimensions. Le temps de calcul qui en découle est souvent beaucoup trop important pour qu'ils soient applicables à des systèmes comportant un très grand nombre de degrés de liberté.

Ces modèles sont donc très souvent incompatibles avec les simulations concernant les structures de grandes dimensions.

## **5-2. L'hypothèse de liaison parfaite**

Pour les différents motifs développés dans le paragraphe précédent (facilité de maillage, réduction du nombre de degrés de liberté,...), les structures de grandes dimensions sont modélisées à l'aide d'un maillage 3D du béton traversé par des éléments linéiques d'acier. Ces deux maillages sont créés de façon indépendante (non coïncidents).

Pour relier les deux matériaux on pose alors une hypothèse forte de liaison parfaite. On considère ainsi que l'acier et le béton se déforment de manière identique à l'interface entre les deux matériaux. Cette liaison est représentée par le biais de relations cinématiques visant à imposer un déplacement identique à l'acier et au béton environnant. Ainsi dans l'exemple de la Figure 1-24 (un élément de béton traversé par un unique renfort d'acier) l'hypothèse de liaison parfaite consiste à imposer une égalité entre le déplacement  $\vec{u}_a$  du nœud d'acier  $a$  et le déplacement  $\vec{u}_{ba}$  du point de béton  $ba$ . Le point  $ba$  est défini comme le point géométriquement confondu au nœud d'acier  $a$  dans la configuration initiale de la structure.



**Figure 1-24 : Hypothèse de liaison parfaite entre l'acier et le béton**

Cette relation se décompose en trois égalités faisant intervenir les fonctions d'interpolation de l'élément de béton considéré :

$$\begin{cases} u_{ba,x} = \sum_{i=1}^8 N_i(x_{ba}, y_{ba}, z_{ba}) u_{bi,x} \\ u_{ba,y} = \sum_{i=1}^8 N_i(x_{ba}, y_{ba}, z_{ba}) u_{bi,y} \\ u_{ba,z} = \sum_{i=1}^8 N_i(x_{ba}, y_{ba}, z_{ba}) u_{bi,z} \end{cases} \quad (1-3)$$

Dans cette expression,  $(x_{ba}, y_{ba}, z_{ba})$  sont les coordonnées du point  $ba$  dans le repère local de l'élément de béton.  $N_i(x_{ba}, y_{ba}, z_{ba})$  et  $u_{bi,x}$  représentent respectivement la fonction d'interpolation du  $i^{\text{ème}}$  nœud de béton évaluée au point  $ba$  et son déplacement dans la direction  $\vec{x}$ . Enfin,  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  sont les trois directions de l'espace.

Cette méthode est facilement applicable à des structures de grandes dimensions. L'hypothèse de liaison parfaite néglige cependant totalement le comportement de la liaison acier-béton. La simulation du développement de la fissuration en sera donc impactée. Ainsi, il est nécessaire de proposer un nouveau modèle de liaison représentant les phénomènes physiques se produisant à l'interface tout en étant adapté au cadre d'applications sur des structures de grandes dimensions.

## 6. Conclusions

Dans le cadre de simulations concernant la prédiction du développement de la fissuration dans une structure en béton armé il peut s'avérer nécessaire de prendre en compte le comportement de la liaison acier-béton. En effet, le processus et les caractéristiques de la fissuration sont directement liés aux différentes interactions entre les deux matériaux.

Le comportement de l'interface acier-béton est intimement lié à la dégradation progressive de la gaine de béton directement en contact avec les armatures d'acier. Les étapes de dégradation ont été présentées. Un lien entre ces dégradations (microfissuration, phénomènes de frottement...) et une loi plus globale (loi d'adhérence) a également été proposé.

Plusieurs modèles numériques tenant compte de ces différents phénomènes ont été développés et permettent de représenter la dégradation progressive de l'interface acier-béton. S'ils sont adaptés à certains éléments de dimensions limitées et peu ferrailés, ils restent, le plus souvent, inadaptés aux applications à des structures de grandes dimensions. L'hypothèse de liaison parfaite consistant à imposer une déformation identique à l'acier et au béton est donc encore utilisée dans ce type d'applications. Il reste donc à développer un modèle de liaison à la fois capable de représenter les différentes interactions entre les deux matériaux tout en étant adapté aux contraintes de la modélisation des structures de grandes dimensions. Ce modèle doit, en particulier :

- être adapté au cas d'une modélisation linéique de l'acier relié à un maillage volumique du béton
- rendre l'étape du maillage aisée sans obliger les utilisateurs à créer des maillages d'acier et de béton compatibles
- trouver un bon compromis entre finesse du comportement et temps de calcul raisonnable
- utiliser un modèle dont l'identification expérimentale des paramètres est possible de manière à s'adapter à un grand nombre de structures.



# **Chapitre 2 :**

## **Développement d'un nouveau modèle de liaison acier-béton**

### **1. Introduction**

Les différents modèles de liaison acier-béton développés jusqu'à présent tendent à représenter les différents phénomènes physiques se produisant à l'interface entre les deux matériaux (transfert de contrainte, dégradation progressive de la liaison...). Ils sont cependant difficilement applicables à des structures de grandes dimensions (difficultés de maillage, coût de calcul...). Un nouveau modèle de liaison est donc développé dans ce chapitre.

Le principe de ce modèle est présenté dans une première partie. Son implémentation dans le cadre de la méthode des éléments finis y est également développée. Nous en proposons ensuite une première application sur un tirant maillé uniquement à l'aide d'éléments unidirectionnels. Cette application permet de valider le modèle proposé mais également de mettre en évidence l'influence de ce dernier sur le comportement de la structure. Enfin, le tirant est modélisé à l'aide d'éléments volumiques de béton de manière à valider le comportement (qualitatif) du modèle de liaison dans un cadre plus général.

### **2. Proposition d'un nouveau modèle de liaison acier-béton**

#### **2-1. Principe du modèle**

Pour être applicable à des structures de grandes dimensions, le modèle développé dans cette étude doit s'adapter aux contraintes de maillage qui leur sont associées. Ainsi, il doit pouvoir autoriser une représentation non explicite de l'interface entre les deux matériaux et l'usage de deux maillages non coïncidents. Les armatures d'acier sont représentées à l'aide d'éléments « barre » (éléments finis unidirectionnels ne reprenant que les efforts de traction et/ou de compression) reliés au béton modélisé à l'aide d'éléments 1D, 2D ou 3D suivant les applications souhaitées (Figure 2-1).

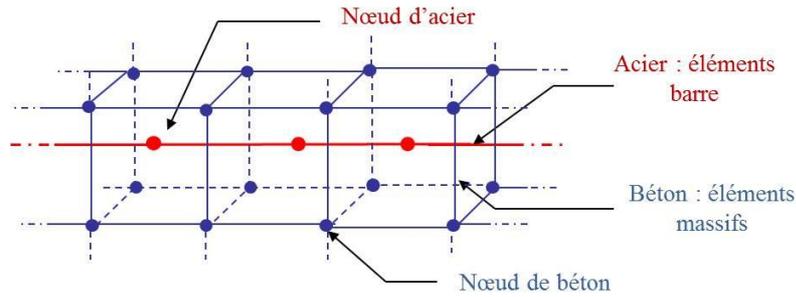


Figure 2-1 : Cadre d'application du modèle (cas d'un maillage volumique du béton)

L'objectif de cette étude n'est pas de modéliser la dégradation microstructurale de la liaison acier-béton mais plutôt de tenir compte de l'influence de cette dégradation locale (décrite dans le chapitre 1) sur le comportement global de la structure étudiée. A cette échelle, la cohésion entre l'acier et le béton est régie par un transfert de contraintes surfaciques tangentielles à la direction des renforts d'acier. Le comportement de la liaison est alors caractérisé par une loi  $f_{ad}$  (appelée « loi d'adhérence ») reliant la contrainte d'adhérence  $\tau$  au glissement acier-béton  $g$  (équation (2-1)).

$$\tau = f_{ad}(g) \quad (2-1)$$

Le principe du modèle proposé est donc de représenter ce transfert de contraintes surfaciques par le biais d'efforts nodaux additionnels dans la direction des renforts d'acier. Ces efforts sont appliqués aux nœuds d'acier mais également aux éléments de béton traversés par des armatures (Figure 2-2).

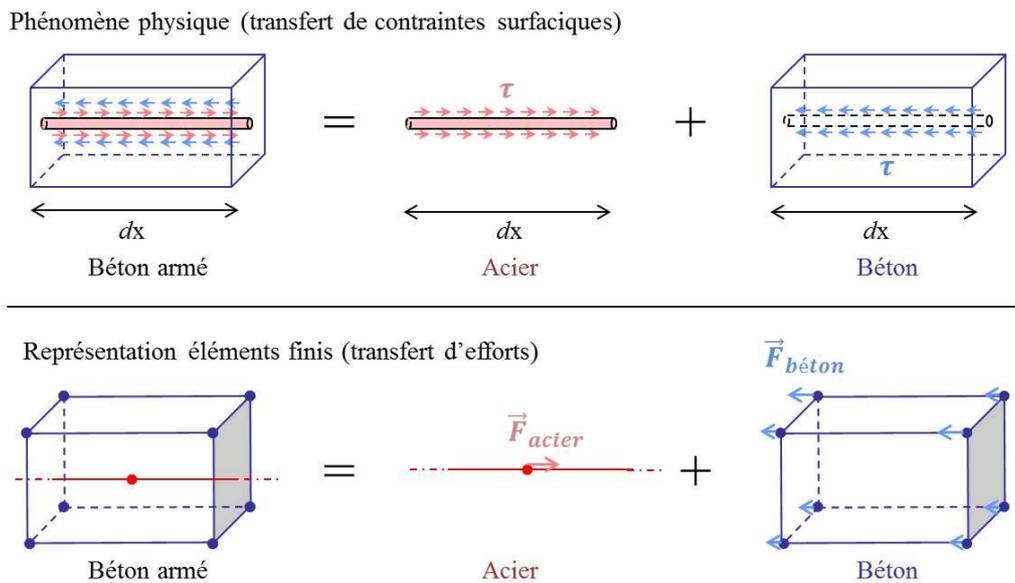


Figure 2-2 : Principe du modèle

## 2-2. Formulation du modèle

Les maillages de l'acier et du béton n'étant pas forcément coïncidents, on associe chaque nœud d'acier à l'élément de béton dans lequel il est inclus et à un vecteur  $\vec{t}$  correspondant à la direction tangentielle au renfort d'acier. La formulation du modèle (également présentée dans Casanova et al, 2012a) se décompose ensuite en quatre grande étapes :

- l'évaluation du glissement acier-béton pour le cas de deux maillages non coïncidents
- le calcul des efforts nodaux de liaison dans la direction des renforts d'acier
- l'introduction de relations cinématiques dans les directions normales aux renforts d'acier
- l'implémentation du modèle dans le cadre de la théorie des petits déplacements

Afin de simplifier la présentation du modèle, les équations sont décrites dans le cas d'un élément de béton à 8 nœuds (élément volumique) contenant un unique nœud d'acier (Figure 2-3). Elles sont ensuite facilement généralisables.

### 2-2-a. Evaluation du glissement acier-béton

Le glissement  $g$  se définit comme le déplacement relatif entre l'acier et le béton dans la direction des armatures. Il correspond donc à la projection, dans la direction tangentielle, de la différence entre le déplacement  $\vec{u}_a$  du nœud d'acier  $a$  et celui du béton  $\vec{u}_{ba}$  (où  $ba$  est le point de béton initialement situé à la même position que le nœud d'acier). Soit :

$$g = |u_{a,t} - u_{ba,t}| \quad (2-2)$$

avec  $u_{a,t} = \vec{u}_a \cdot \vec{t}$  et  $u_{ba,t} = \vec{u}_{ba} \cdot \vec{t}$ .

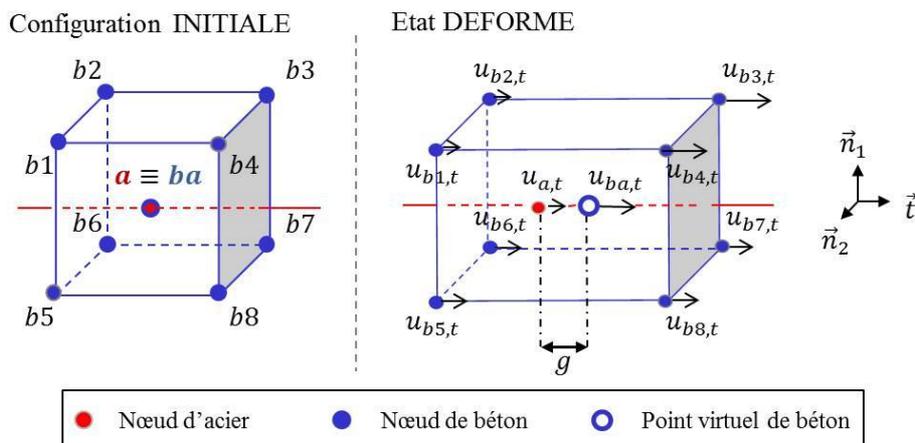


Figure 2-3 : Calcul du déplacement relatif entre l'acier et le béton

Dans le cas de deux maillages non coïncidents, le point  $ba$  ne correspond pas à un nœud du maillage du béton. Son déplacement  $\vec{u}_{ba}$  est donc évalué à partir des fonctions d'interpolation de l'élément fini de béton considéré (équation (2-3)) :

$$u_{ba,t} = \sum_{i=1}^8 N_i(x_{ba}, y_{ba}, z_{ba}) u_{bi,t} \quad (2-3)$$

Dans cette expression,  $(x_{ba}, y_{ba}, z_{ba})$  sont les coordonnées du point  $ba$  dans le repère local de l'élément de béton.  $N_i(x_{ba}, y_{ba}, z_{ba})$  et  $u_{bi,t}$  représentent respectivement la fonction d'interpolation du  $i^{\text{ème}}$  nœud de béton évaluée au point  $ba$  et son déplacement dans la direction  $\vec{t}$ .

### 2-2-b. Forces nodales dans la direction des renforts d'acier

En tenant compte des équations (2-1),(2-2) et (2-3), la contrainte d'adhérence est évaluée de la manière suivante :

$$\tau = f_{ad} \left( \left| u_{a,t} - \sum_{i=1}^8 N_i(x_{ba}, y_{ba}, z_{ba}) u_{bi,t} \right| \right) \quad (2-4)$$

L'effort de liaison  $\vec{F}_{b/a}$  induit par le béton sur l'acier est alors calculé en intégrant l'effet de cette contrainte sur la surface de contact acier-béton (équation (2-5))

$$\begin{aligned} \vec{F}_{b/a} &= \delta \pi d_a l \tau \cdot \vec{t} \\ &= \delta \pi d_a l f_{ad} \left( \left| u_{a,t} - \sum_{i=1}^8 N_i(x_{ba}, y_{ba}, z_{ba}) u_{bi,t} \right| \right) \cdot \vec{t} \end{aligned} \quad (2-5)$$

$$\text{avec} \begin{cases} \delta = -1 & \text{si } u_{a,t} - \sum_{i=1}^8 N_i(x_{ba}, y_{ba}, z_{ba}) u_{bi,t} \geq 0 \\ \delta = 1 & \text{si } u_{a,t} - \sum_{i=1}^8 N_i(x_{ba}, y_{ba}, z_{ba}) u_{bi,t} < 0 \end{cases} \quad (2-6)$$

Dans cette expression,  $d_a$  représente le diamètre de la barre d'acier et  $l$  la « longueur d'influence » du nœud  $a$ .

Les éléments barre à 2 nœuds ayant une contrainte constante (fonctions d'interpolation linéaires), cette longueur est ici définie comme la somme des demi-longueurs des éléments d'acier reliés au nœud considéré. Dans l'exemple de la Figure 2-4,  $l = (l_1 + l_2)/2$ .

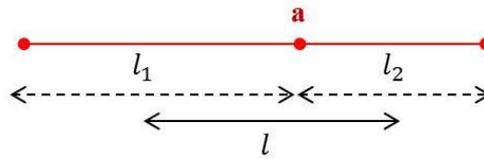


Figure 2-4 : Définition de la longueur d'influence  $l$  du nœud  $a$

L'effort  $\vec{F}_{a/b}$ , induit par l'acier sur le béton, est ensuite calculé de manière à assurer l'équilibre des forces de la liaison (équation (2-7)).

$$\vec{F}_{a/b} = -\vec{F}_{b/a} \quad (2-7)$$

Cet effort est converti en 8 efforts nodaux équivalents  $\vec{F}_{a/bj}$  (Figure 2-5) s'appliquant à chaque nœud de béton (équation (2-8)), en utilisant les fonctions d'interpolation de l'élément.

$$\vec{F}_{a/bj} = N_j(x_{ba}, y_{ba}, z_{ba})\vec{F}_{a/b} \quad (2-8)$$

Dans cette expression,  $\vec{F}_{a/bj}$  représente la force appliquée au  $j^{\text{ème}}$  nœud de béton. L'utilisation des fonctions d'interpolation assure l'équilibre du système :

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^8 \vec{F}_{a/bj} &= \sum_{j=1}^8 N_j(x_{ba}, y_{ba}, z_{ba})\vec{F}_{a/b} \\ &= 1 \times \vec{F}_{a/b} \\ &= -\vec{F}_{b/a} \end{aligned} \quad (2-9)$$

Le choix des fonctions d'interpolation permet également de pondérer la force appliquée au nœud de béton en fonction de sa distance (dans la direction normale au renfort d'acier) au nœud d'acier. Ainsi, les efforts appliqués aux nœuds de béton seront plus grands pour les nœuds les plus proches de l'acier.

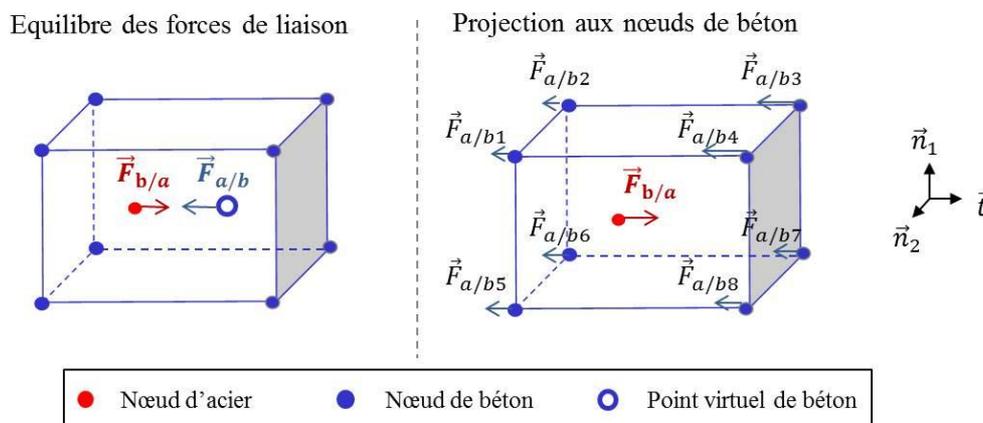


Figure 2-5 : Equilibre des forces de la liaison et projection aux nœuds de béton

### 2-2-c. Comportement du modèle dans les directions normales

Les équations (2-5) et (2-8) permettent de relier les degrés de liberté de l'acier et du béton dans la direction tangentielle (la contrainte  $\tau$  étant dépendante des déplacements tangents de l'acier et du béton). Le système d'équations est alors complété par deux relations cinématiques (équation (2-10)), en supposant une liaison parfaite dans les directions normales ( $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$ ). Cette modélisation prend donc en compte l'effet principal de la liaison (transfert de contraintes surfaciques dans la direction tangentielle). Il pourra néanmoins être complété par la suite.

$$\begin{cases} \vec{u}_a \cdot \vec{n}_1 = \vec{u}_{ba} \cdot \vec{n}_1 = \sum_{i=1}^8 N_i(x_{ba}, y_{ba}, z_{ba}) \vec{u}_{bi} \cdot \vec{n}_1 \\ \vec{u}_a \cdot \vec{n}_2 = \vec{u}_{ba} \cdot \vec{n}_2 = \sum_{i=1}^8 N_i(x_{ba}, y_{ba}, z_{ba}) \vec{u}_{bi} \cdot \vec{n}_2 \end{cases} \quad (2-10)$$

### 2-3. Implémentation numérique du modèle

Les équations (2-5) et (2-8) sont introduites comme des efforts internes dans le problème aux éléments finis alors que les équations cinématiques (2-10) sont prises en compte à l'aide de la méthode classique des coefficients de Lagrange. Ce processus est appliqué à chaque nœud d'acier de la structure et ces relations de liaison viennent s'ajouter aux différentes équations classiques décrivant le comportement des matériaux. Dans le cas d'un problème non-linéaire (prise en compte des non-linéarités du comportement du béton, de la liaison acier-béton...), le système est résolu par une méthode itérative de Newton-Raphson. Cette méthode est brièvement présentée avant de détailler son application pour le modèle proposé.

#### 2-3-a. Discrétisation du chargement

La première étape de résolution consiste à appliquer progressivement le chargement extérieur en le décomposant en incréments (ou « pas ») de chargement. Soit  $(p_0, p_1, \dots, p_k, p_{k+1}, \dots, p_{fin})$  les différents pas permettant d'atteindre l'état final du système, l'évolution des efforts extérieurs est décrite par une fonction  $H$  reliant chacun de ces incréments à un effort  $\{F_{ext}\}_k = \{H(p_k)\}$  (Figure 2-6).

Il s'agit alors de trouver, de manière itérative, le vecteur  $\{u\}_{k+1}$  décrivant l'évolution de chaque degré de liberté de la structure sous l'effet de l'effort extérieur  $\{F_{ext}\}_{k+1}$  et à partir des résultats issus de l'équilibre à l'incrément de chargement  $p_k$ .

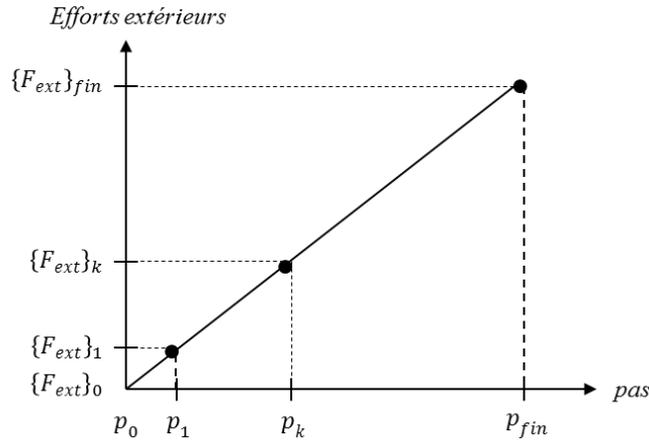


Figure 2-6 : Décomposition des efforts extérieurs en incrément de chargement

### 2-3-b. Principe de la méthode de Newton-Raphson

La méthode de Newton-Raphson consiste à résoudre un système non-linéaire  $G(x) = y$  à l'aide d'une suite  $x^n$  tendant vers la solution du problème. Cette suite est décrite de la manière suivante :

$$G(x^{n+1}) = G(x^n + \delta x^{n+1}) = G(x^n) + G'(x^n) \cdot \delta x^{n+1} \quad (2-11)$$

avec  $x^{n+1} = x^n + \delta x^{n+1}$  et  $G(x^{n+1}) = y$

Dans ces conditions,

$$G'(x^n) \cdot \delta x^{n+1} = y - G(x^n) \quad (2-12)$$

Dans cette expression  $G'(x^n)$  correspond à la dérivée de  $G$  au point  $x^n$  par rapport à la variable  $x$ .

### 2-3-c. Application de la méthode au problème aux éléments finis

Cette méthode est ici appliquée pour passer du vecteur  $\{u\}_k$ , solution convergée au pas  $p_k$  à la solution convergée au pas suivant. Ce vecteur  $\{u\}_{k+1}$  correspond alors à la limite d'une suite  $\{u^{n+1}\}_{k+1}$  définie de la manière suivante.

$$\{u^{n+1}\}_{k+1} = \{u^n\}_{k+1} + \{\delta u^{n+1}\}_{k+1} \quad (2-13)$$

$$\{u\}_{k+1} = \{u\}_k + \sum_{n=1}^{N_{k+1}} \{\delta u^n\}_{k+1}$$

On note  $N_{k+1}$ , le nombre d'itérations nécessaires pour faire converger cette suite (cette convergence est mesurée à partir d'un critère défini au préalable).

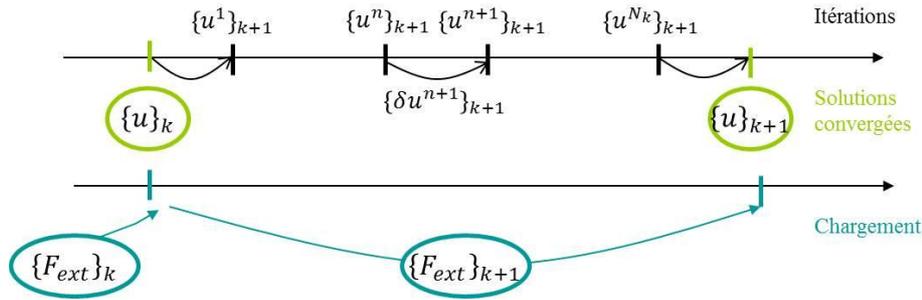


Figure 2-7 : Principe de résolution du problème non-linéaire

Dans le cas général, le problème aux éléments finis se résume sous la forme du système suivant :

$$\{F_{int}(u)\}_{k+1} = \{F_{ext}\}_{k+1} \quad (2-14)$$

$$\text{avec } \{F_{int}(u)\}_{k+1} = [K]_{k+1}\{u\}_{k+1}$$

$\{F_{int}(u)\}_{k+1}$  et  $[K]_{k+1}$  représentent respectivement les forces internes du problème induites par le champs de déplacement  $\{u\}_{k+1}$  et la matrice de rigidité au pas de chargement  $p_{k+1}$ . La résolution du système peut alors se résumer sous la forme du schéma de la Figure 2-7.

Dans ce cas, l'équation (2-12) devient alors :

$$[K^n]_{k+1}\{\delta u^{n+1}\}_{k+1} = \{F_{ext}\}_{k+1} - \{F_{int}^n\}_{k+1} \quad (2-15)$$

Dans cette équation,  $\{F_{int}^n\}_{k+1} = \{F_{int}(u^n)\}_{k+1}$  est classiquement calculé à partir des loi de comportement matériaux de la structure et des déformations évaluées à l'itération  $n$ . Soit :

$$\{F_{int}^n\}_{k+1} = \int_{vol} {}^T[B]\sigma(\varepsilon_{k+1}^n)dv \quad (2-16)$$

où  $[B]$  désigne la matrice des dérivées des fonctions d'interpolation et  $\sigma(\varepsilon_{k+1}^n)$ , le tenseur des contraintes calculé à partir du tenseur des déformations  $\varepsilon_{k+1}^n$  (lui-même évalué à l'aide du champs de déplacement  $\{u^n\}_{k+1}$ ).

Enfin, la matrice  $[K^n]_{k+1}$  représente la matrice tangente et se calcule selon l'équation

$$\begin{aligned} [K^n]_{k+1} &= \left. \frac{\{\partial F_{int}^n\}_{k+1}}{\partial u} \right|_{\{u^n\}_{k+1}} \\ &= \int_{vol} {}^T[B] \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial u} \Big|_{\{u^n\}_{k+1}} dv \end{aligned} \quad (2-17)$$

Le modèle de liaison acier-béton fait intervenir des efforts additionnels dépendant du champ de déplacement qui peuvent être intégrés au système d'équations (2-15) sous la forme d'efforts internes. Dans le cas particulier traité précédemment (un élément de béton contenant un unique nœud d'acier illustré sur la Figure 2-5), le vecteur élémentaire associé au nœud d'acier  $a$  se note sous la forme de l'équation (2-18).

$$\{F_{int,LAB}(u)\}_{k+1} = - \begin{Bmatrix} F_{b/a,x} \\ F_{b/a,y} \\ F_{b/a,z} \\ F_{a/b1,x} \\ F_{a/b1,y} \\ F_{a/b1,z} \\ \dots \\ F_{a/b8,z} \end{Bmatrix} \quad (2-18)$$

On note  $\{F_{int,LAB}^n\}_{k+1}$  l'ensemble des forces de liaison du système calculées à partir des relations (2-5) et (2-8) et du champ de déplacements  $\{u^n\}_{k+1}$ . Une matrice tangente  $[K_{LAB}^n]_{k+1}$  y est également associée (équation (2-19)).

$$[K_{LAB}^n]_{k+1} = \left. \frac{\partial F_{int,LAB}^n}{\partial u} \right|_{\{u^n\}_{k+1}} \quad (2-19)$$

Le système à résoudre prend finalement la forme suivante :

$$\begin{aligned} [K^n]_{k+1,tot} \{\delta u^{n+1}\}_{k+1} &= \{F_{ext}\}_{k+1} - \{F_{int}^n\}_{k+1,tot} \\ \text{avec } [K^n]_{k+1,tot} &= [K^n]_{k+1} \cup [K_{LAB}^n]_{k+1} \\ \{F_{int}^n\}_{k+1,tot} &= \{F_{int}^n\}_{k+1} \cup \{F_{int,LAB}\}_{k+1} \end{aligned} \quad (2-20)$$

Dans cette expression, le symbole  $\cup$  représente l'assemblage de deux matrices ou deux vecteurs au sens éléments finis.

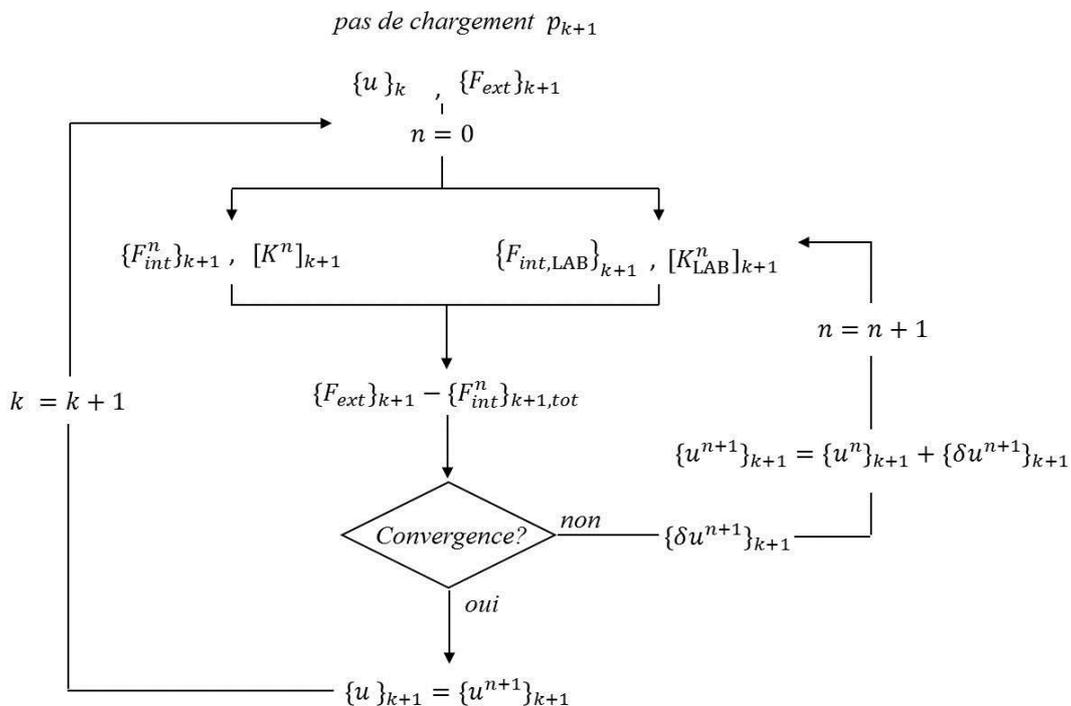


Figure 2-8 : Diagramme résumant le schéma itératif adopté

### 2-3-d. Evaluation de la matrice $[K_{LAB}^n]_{k+1}$

La matrice  $[K_{LAB}^n]_{k+1}$  peut prendre différentes formes (matrice de résolution élastique, matrice tangente,...). Pour cette première application, on fait le choix d'utiliser la matrice de résolution élastique. L'écriture de cette matrice, constante au cours des itérations ( $[K_{LAB}^n]_{k+1} = [K_{LAB}]$ ), est ici détaillée. Pour évaluer les différents termes de cette matrice, le comportement de la liaison est décrit par une fonction linéaire correspondant à la pente à l'origine de la fonction  $\tau = f_{ad}(g)$  (Figure 2-9). En notant :  $k_{el} = \frac{\partial f_{ad}}{\partial g}(0)$ , l'équation (2-5) prend la forme suivante :

$$\vec{F}_{b/a} = \delta \pi d_a l k_{el} \left| u_{a,t} - \sum_{i=1}^8 N_i(x_{ba}, y_{ba}, z_{ba}) u_{bi,t} \right| \cdot \vec{t} \quad (2-21)$$

Toujours dans le cas élémentaire traité en exemple (un élément de béton contenant un unique nœud d'acier : Figure 2-5), la matrice de résolution élastique élémentaire  $[K_{LAB}]_e$  se calcule de la manière suivante (le vecteur des degrés de liberté de la matrice est rappelé sur la droite) :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_{b/a,x}}{\partial u_{a,x}} & \frac{\partial F_{b/a,x}}{\partial u_{a,y}} & \frac{\partial F_{b/a,x}}{\partial u_{a,z}} & \frac{\partial F_{b/a,x}}{\partial u_{b1,x}} & \frac{\partial F_{b/a,x}}{\partial u_{b1,y}} & \frac{\partial F_{b/a,x}}{\partial u_{b1,z}} & \frac{\partial F_{b/a,x}}{\partial u_{b2,x}} & \dots & \frac{\partial F_{b/a,x}}{\partial u_{b8,z}} \\ \frac{\partial F_{b/a,y}}{\partial u_{a,y}} & \frac{\partial F_{b/a,y}}{\partial u_{a,z}} & \frac{\partial F_{b/a,y}}{\partial u_{b1,x}} & \frac{\partial F_{b/a,y}}{\partial u_{b1,y}} & \frac{\partial F_{b/a,y}}{\partial u_{b1,z}} & \frac{\partial F_{b/a,y}}{\partial u_{b2,x}} & \dots & \frac{\partial F_{b/a,y}}{\partial u_{b8,z}} \\ \frac{\partial F_{b/a,z}}{\partial u_{a,z}} & \frac{\partial F_{b/a,z}}{\partial u_{b1,x}} & \frac{\partial F_{b/a,z}}{\partial u_{b1,y}} & \frac{\partial F_{b/a,z}}{\partial u_{b1,z}} & \frac{\partial F_{b/a,z}}{\partial u_{b2,x}} & \dots & \frac{\partial F_{b/a,z}}{\partial u_{b8,z}} \\ \frac{\partial F_{a/b1,x}}{\partial u_{b1,x}} & \frac{\partial F_{a/b1,x}}{\partial u_{b1,y}} & \frac{\partial F_{a/b1,x}}{\partial u_{b1,z}} & \frac{\partial F_{a/b1,x}}{\partial u_{b2,x}} & \dots & \frac{\partial F_{a/b1,x}}{\partial u_{b8,z}} \\ \frac{\partial F_{a/b1,y}}{\partial u_{b1,y}} & \frac{\partial F_{a/b1,y}}{\partial u_{b1,z}} & \frac{\partial F_{a/b1,y}}{\partial u_{b2,x}} & \dots & \frac{\partial F_{a/b1,y}}{\partial u_{b8,z}} \\ \frac{\partial F_{a/b1,z}}{\partial u_{b1,z}} & \frac{\partial F_{a/b1,z}}{\partial u_{b2,x}} & \dots & \frac{\partial F_{a/b1,z}}{\partial u_{b8,z}} \\ \frac{\partial F_{a/b2,x}}{\partial u_{b2,x}} & \dots & \frac{\partial F_{a/b2,x}}{\partial u_{b8,z}} \\ \dots & \dots \\ \frac{\partial F_{a/b8,z}}{\partial u_{b8,z}} & \dots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{a,x} \\ u_{a,y} \\ u_{a,z} \\ u_{b1,x} \\ u_{b1,y} \\ u_{b1,z} \\ u_{b2,x} \\ \dots \\ u_{b8,z} \end{Bmatrix} \quad (2-22)$$

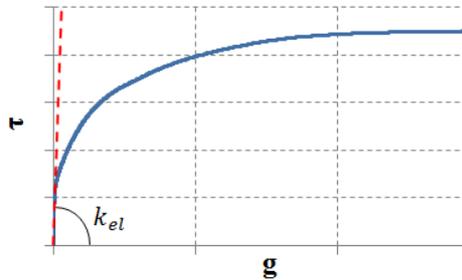


Figure 2-9 : Définition de la raideur initiale de liaison (première partie de la loi d'adhérence)

En évaluant chacune des dérivées de la matrice (2-22), on aboutit à la matrice suivante :

$$-\delta\pi d_a l k_{el} \begin{bmatrix} t_x^2 & t_x t_y & t_x t_z & -t_x^2 N_1 & -t_x t_y N_1 & -t_x t_z N_1 & -t_x^2 N_2 & \dots & -t_x t_z N_8 \\ & t_y^2 & t_y t_z & -t_y t_x N_1 & -t_y^2 N_1 & -t_y t_z N_1 & -t_y t_x N_2 & \dots & -t_y t_z N_8 \\ & & t_z^2 & -t_z t_x N_1 & -t_z t_y N_1 & -t_z^2 N_1 & -t_z t_x N_2 & \dots & -t_z^2 N_8 \\ & & & t_x^2 N_1^2 & t_x t_y N_1^2 & t_x t_z N_1^2 & t_x^2 N_1 N_2 & \dots & t_x t_z N_1 N_8 \\ & & & & t_y^2 N_1^2 & t_y t_z N_1^2 & t_y t_x N_1 N_2 & \dots & t_y t_z N_1 N_8 \\ & & & & & t_z^2 N_1^2 & t_z t_x N_1 N_2 & \dots & t_z^2 N_1 N_8 \\ & & & & & & t_x^2 N_2^2 & \dots & t_x t_z N_2 N_8 \\ & & & & & & & \dots & \dots \\ & & & & & & & & t_z^2 N_8^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{a,x} \\ u_{a,y} \\ u_{a,z} \\ u_{b1,x} \\ u_{b1,y} \\ u_{b1,z} \\ u_{b2,x} \\ \dots \\ u_{b8,x} \end{Bmatrix} \quad (2-23)$$

Dans cette matrice,  $(t_x, t_y, t_z)$  représentent les coordonnées du vecteur tangent au renfort d'acier  $\vec{t}$  dans le repère global de la structure alors que  $N_j$  correspond à la fonction de forme du  $j^{\text{ème}}$  nœud de l'élément de béton évaluée au point  $ba$  soit  $N_j = N_j(x_{ba}, y_{ba}, z_{ba})$ .

Enfin, la matrice  $[K_{LAB}]$  est obtenue par assemblage de toutes les matrices élémentaires du système (une matrice élémentaire par nœud d'acier).

### 3. Validation et application du modèle à une étude de tirant modélisé à l'aide d'éléments unidirectionnels

Afin de vérifier l'implémentation du modèle de liaison et de mieux comprendre son influence à l'échelle de la structure, une première application est présentée sur un tirant en béton armé.

#### 3-1. Présentation du problème

##### 3-1-a. Caractéristiques géométriques et maillage de la structures

La structure étudiée est un tirant de 3m de long composé d'un cylindre de béton (de section droite  $S_b$ ) traversé par une armature (section  $S_a$ ) (Figure 2-10). Cette longueur (notée  $L$ ) a été choisie de manière à être suffisamment grande pour permettre l'apparition de plusieurs fissures et donc d'étudier leur répartition. Dans cette première application (simulation unidirectionnelle), le maillage de chacun des matériaux est constitué de 100 éléments barre (de longueur  $L/100$ ) comme l'illustre la Figure 2-11. Deux éléments d'acier sont ajoutés à chacune des extrémités du tirant. De cette manière, le chargement est uniquement appliqué à l'acier. Un déplacement est donc imposé à une extrémité du renfort qui est encastré à son autre extrémité. Aucune condition aux limites n'est ainsi appliquée au béton (Figure 2-10).

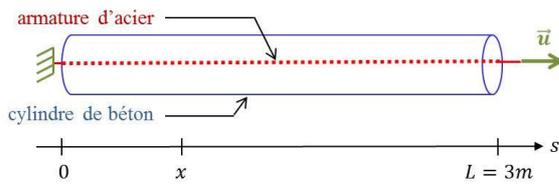


Figure 2-10 : Description du tirant en béton armé

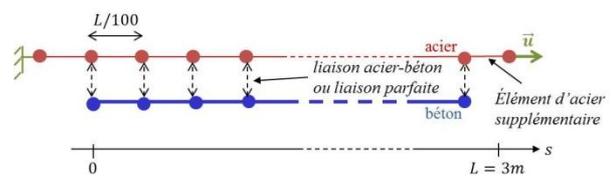


Figure 2-11 : Maillage unidirectionnel de la structure

### 3-1-b. Caractéristiques matériaux

Le comportement de l'acier est modélisé à l'aide d'une loi élasto-plastique parfaite de module d'Young  $E_a$  et de limite élastique  $\sigma_a^e$  (Tableau 2-1). Une loi de comportement adoucissante de type élasto-plastique à écrouissage isotrope (Figure 2-12 et Tableau 2-2) permet de représenter le comportement en traction du béton (pour cet exemple académique 1D, une loi élasto-plastique avec critère de Von Mises est suffisante pour représenter le comportement du béton mais ne serait applicable à une modélisation 2D ou 3D). Une répartition aléatoire de la limite élastique (de moyenne  $\sigma_{b,moy}^e$  et d'écart type  $\sigma_y$ ) permet de représenter les hétérogénéités du béton et assure la localisation des dégradations mécaniques (Figure 2-13 et Tableau 2-2).

$S_a$ (m <sup>2</sup> )	$E_a$ (GPa)	$\sigma_a^e$ (MPa)
$7,854 \cdot 10^{-5}$	210	400

Tableau 2-1 : Caractéristiques de l'acier

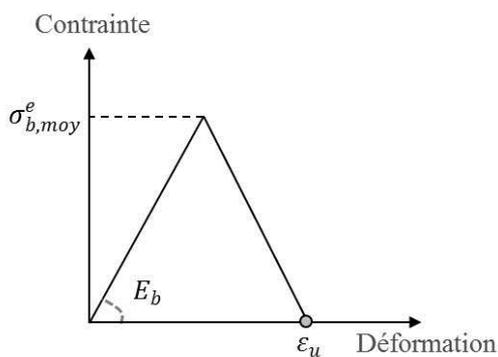


Figure 2-12 : Forme de la loi de comportement adoucissante utilisée pour le béton

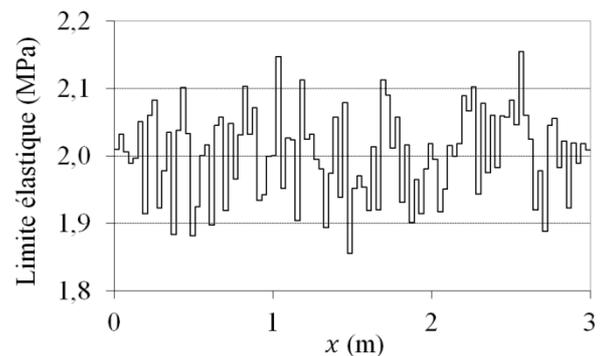


Figure 2-13 : Exemple de répartition de la limite élastique du béton le long du tirant

$S_b$ (m <sup>2</sup> )	$E_b$ (GPa)	$\sigma_{b,moy}^e$ (MPa)	$\sigma_y$ (MPa)	$\epsilon_u$
$10^{-2}$	30	2	$0.03 \times \sigma_{b,moy}^e$	0,045%

Tableau 2-2 : Caractéristiques du béton

Le tirant est dans un premier temps modélisé à l'aide de l'hypothèse de liaison parfaite (L.P.) actuellement employée pour la modélisation des structures de grandes dimensions. Le modèle de liaison acier-béton (L.A.B.) n'est introduit que dans un second temps de manière à comparer les résultats obtenus.

### 3-2. Comportement du tirant modélisé à l'aide de l'hypothèse de liaison parfaite

Pour cette première simulation, les nœuds de l'acier et du béton sont confondus de manière à prendre en compte simplement l'hypothèse de liaison parfaite.

#### 3-2-a. Comportement global

La Figure 2-14 illustre le comportement global du tirant. Cette courbe se divise en trois phases :

- Une phase élastique durant laquelle l'acier et le béton ont un comportement linéaire
- Une phase de fissuration marquée par un grand nombre de décharges partielles
- Une phase élasto-plastique parfaite gouvernée par la loi de comportement de l'acier

Chacune de ces phases est détaillée par la suite.

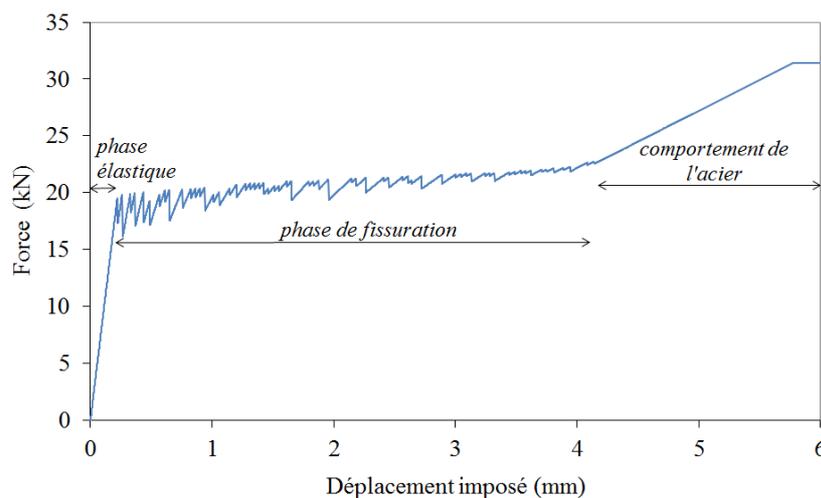


Figure 2-14 : Courbe force-déplacement de l'extrémité chargée du tirant (liaison parfaite)

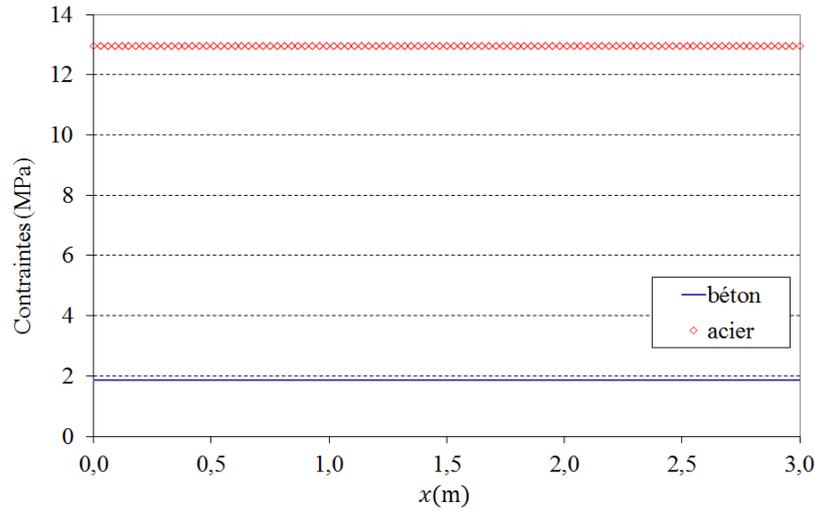


Figure 2-15 : Répartition des contraintes le long du tirant (phase élastique)

### 3-2-b. Phase élastique

Au cours de la phase élastique, on observe une répartition homogène des contraintes dans les deux matériaux (Figure 2-15). En effet, l'hypothèse de liaison parfaite contraint l'acier (déformation  $\varepsilon_a$ ) et le béton ( $\varepsilon_b$ ) à se déformer de manière identique sur toute la longueur du tirant :

$$\varepsilon_a = \varepsilon_b \quad (2-24)$$

La contrainte mesurée dans chacun des matériaux peut alors être calculée analytiquement. La relation entre la contrainte et la déformation de chaque matériau se note (comportement élastique) :

$$\begin{aligned} \varepsilon_a &= \frac{\sigma_a}{E_a} \\ \varepsilon_b &= \frac{\sigma_b}{E_b} \end{aligned} \quad (2-25)$$

où  $\sigma_a$  et  $\sigma_b$  représentent respectivement les contraintes de l'acier et du béton.

L'effort  $F$  appliqué à l'extrémité du tirant et équilibré par les efforts internes de chacun des matériaux. Cet équilibre se traduit par la relation suivante :

$$\sigma_a S_a + \sigma_b S_b = F \quad (2-26)$$

Dans cette expression, le terme  $\sigma_a S_a$  représente les efforts internes à l'acier alors que le terme  $\sigma_b S_b$  correspond à ceux du béton. Enfin, les relations (2-24), (2-25) et (2-26) donnent directement accès à la valeur des contraintes observées dans le tirant :

$$\sigma_a = \frac{E_a}{E_a S_a + E_b S_b} F \tag{2-27}$$

$$\sigma_b = \frac{E_b}{E_a S_a + E_b S_b} F$$

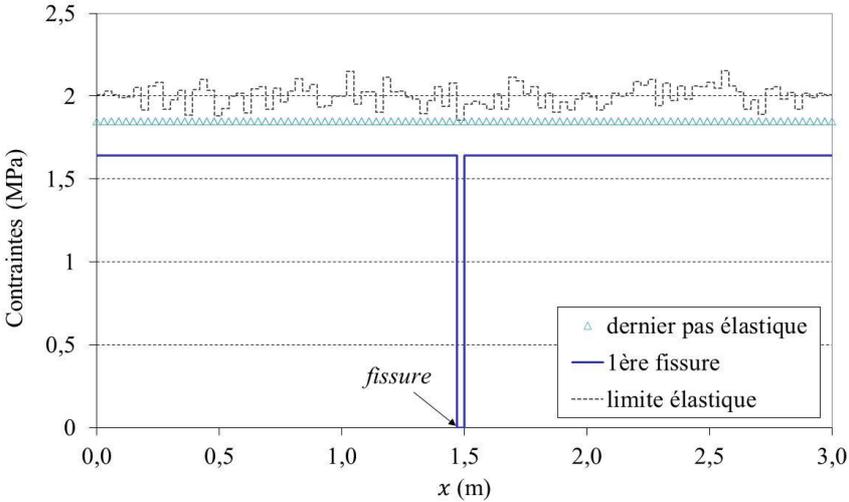


Figure 2-16 : Répartition des contraintes dans le béton (apparition de la première fissure)

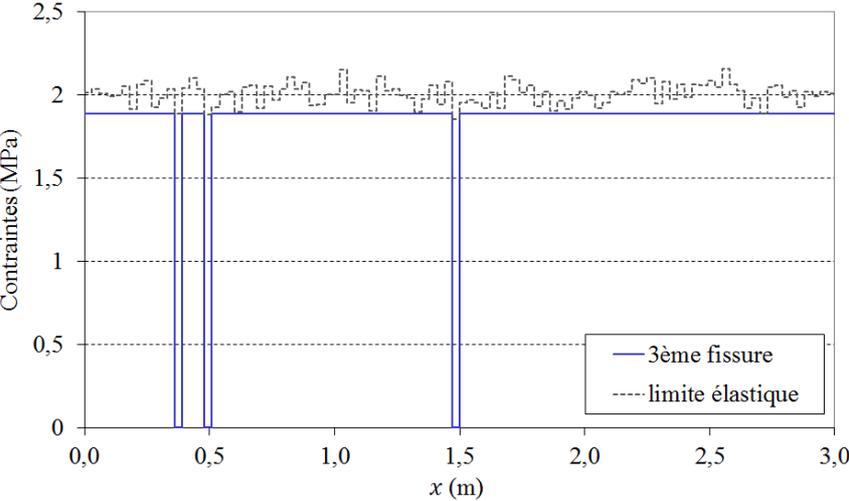
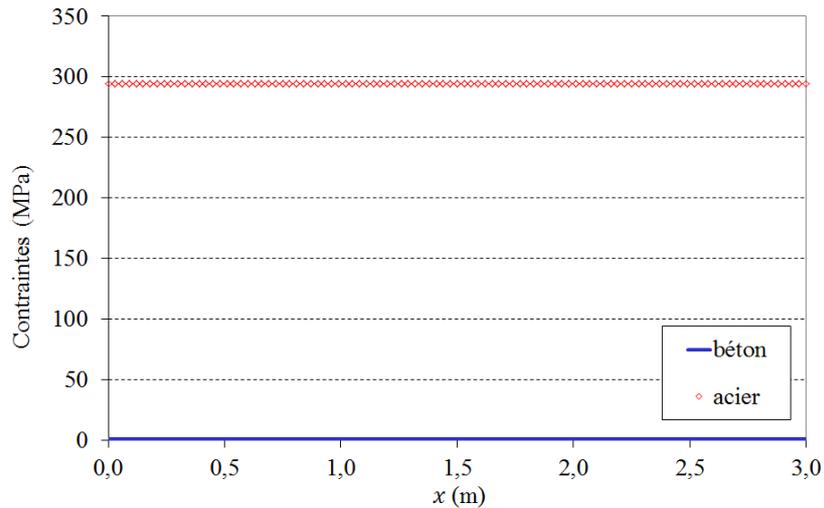


Figure 2-17 : Répartition des contraintes dans le béton après l'apparition de la troisième fissure



**Figure 2-18 : Distribution des contraintes le long du tirant lorsque le béton est entièrement dégradé**

### 3-2-c. Fissuration du tirant

La contrainte dans le béton  $\sigma_b$  augmente avec le chargement (fonction linéaire de  $F$ ) jusqu'à atteindre la limite élastique de l'élément de béton le plus faible. Une fissure apparaît dans cet élément (élément de béton de la Figure 2-16 dans lequel la contrainte est nulle) et s'accompagne d'une décharge de l'effort appliqué aux extrémités du tirant observée sur la Figure 2-14. On entre alors dans la phase de fissuration. Au cours de cette phase, la contrainte reste homogène dans la partie du béton non dégradée. Elle peut donc continuer à augmenter et atteindre ainsi la limite élastique dans un second élément.

L'ordre d'apparition des fissures est alors directement lié à la répartition aléatoire de la limite élastique du béton (de l'élément de béton le plus faible vers le plus résistant) (Figure 2-17). Ce processus se reproduit jusqu'à la dégradation totale du béton (Figure 2-18). L'effort appliqué à l'extrémité de l'acier est alors intégralement repris par l'armature (comportement élasto-plastique parfait).

### 3-3. Prise en compte du comportement de la liaison acier-béton

Pour cette application, le choix de l'hypothèse de liaison parfaite ne permet pas de représenter le comportement qualitatif du tirant (répartition progressive des efforts entre les deux matériaux et fissures réparties le long du tirant : Figure 2-19), décrit dans les normes de calcul (Eurocode 2, 2007).

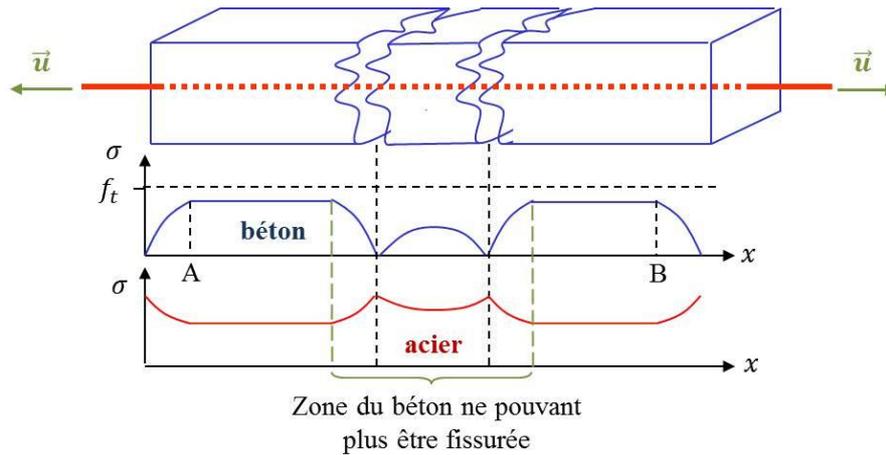


Figure 2-19 : Fissuration du tirant décrite dans les normes de calcul (Eurocode 2, 2007)

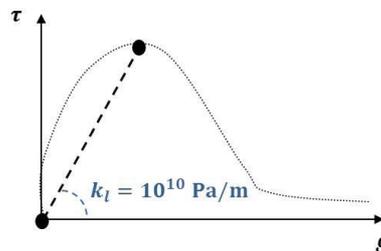


Figure 2-20 : Définition de la sécante de la loi d'adhérence

Le modèle de liaison acier-béton proposé au début de ce chapitre est donc introduit. Les deux maillages de l'acier et du béton sont construits de manière indépendante et reliés uniquement par les relations de liaison. Les caractéristiques matériaux et la finesse des maillages restent par ailleurs identiques pour tester uniquement l'influence de la liaison acier-béton sur le comportement de la structure. Enfin, pour cette première application, le comportement de la liaison acier-béton est décrit par une loi d'adhérence linéaire :  $\tau = f_{ad}(g) = k_l \times g$  avec  $k_l = 10^{10}$  Pa/m (raideur sécante généralement retenue (Figure 2-20)).

### 3-3-a. Comportement global

Les différentes phases de dégradation décrites dans le paragraphe 3-2-a. sont toujours observables (Figure 2-21). Le comportement de ce tirant se distingue cependant du précédent par sa phase de fissuration. En effet, les décharges observées sur cette courbe sont plus marquées et moins nombreuses que dans le cas d'une liaison parfaite. Cette modification dans le comportement global reflète en réalité un comportement local très différent entre les deux tirants.

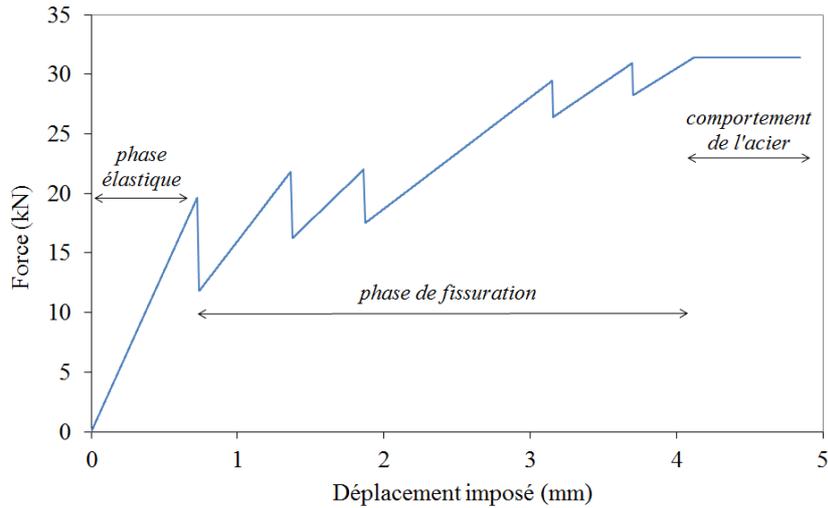


Figure 2-21 : Courbe force-déplacement de l'extrémité chargée du tirant (liaison acier-béton)

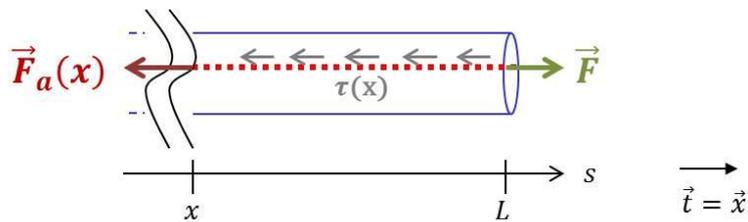


Figure 2-22 : Equilibre du tirant entre  $s = x$  et  $s = L$

### 3-3-b. Phase élastique – validation de l'implémentation

Durant la phase élastique, le problème étudié est linéaire et peut être résolu de manière analytique.

Soit un point du tirant d'abscisse  $s = x$ . La force  $F$ , appliquée à l'extrémité de l'armature, est équilibrée par la force  $F_a(x)$  (effet des contraintes dans l'acier) et la force de liaison  $F_{b/a}(x)$  intégrant l'effet des contraintes d'adhérence  $\tau(s)$  situées entre ce point ( $s = x$ ) et l'extrémité chargée ( $s = L$ ) (Figure 2-22). Cet équilibre se traduit de la façon suivante :

$$F_a(x) + F_{b/a}(x) = F \quad (2-28)$$

Dans le cadre de la théorie des petits déplacements, on peut écrire :

$$F_a(x) = S_a E_a \varepsilon_a(x) = S_a E_a \frac{du_a(x)}{dx} \quad (2-29)$$

où  $\varepsilon_a(x)$  et  $u_a(x)$  représentent la déformation et le déplacement de l'acier à l'abscisse ( $s = x$ ).

La force  $F_{b/a}(x)$  découle directement de l'équation (2-5). Elle est évaluée par intégration des contraintes d'adhérence entre le point courant ( $s = x$ ) et l'extrémité chargée ( $s = L$ ), soit :

$$F_{b/a}(x) = \int_x^L \pi d_a \tau(s) ds = \pi d_a k_l \int_x^L [u_a(s) - u_b(s)] ds \quad (2-30)$$

Dans cette expression,  $u_b(s)$  représente le déplacement du béton ;  $[u_a(s) - u_b(s)]$  est alors le glissement acier-béton  $g(s)$  d'un point courant de la structure.

Un raisonnement identique est appliqué pour l'équilibre du béton et permet l'écriture des équations suivantes :

$$F_b(x) + F_{a/b}(x) = 0 \quad (2-31)$$

$$F_b(x) = S_b E_b \frac{du_b(x)}{dx} \quad (2-32)$$

avec :

$$F_{a/b}(x) = -F_{b/a}(x) \quad (2-33)$$

Le système (2-34) est alors obtenu en développant les équations (2-28) et (2-33).

$$\begin{cases} \frac{d^3 u_a(x)}{dx^3} - K_1 \frac{du_a(x)}{dx} = K_2 \\ \frac{du_b(x)}{dx} = -\frac{S_a E_a}{S_b E_b} \frac{du_a(x)}{dx} + \frac{F}{S_b E_b} \end{cases} \quad (2-34)$$

avec

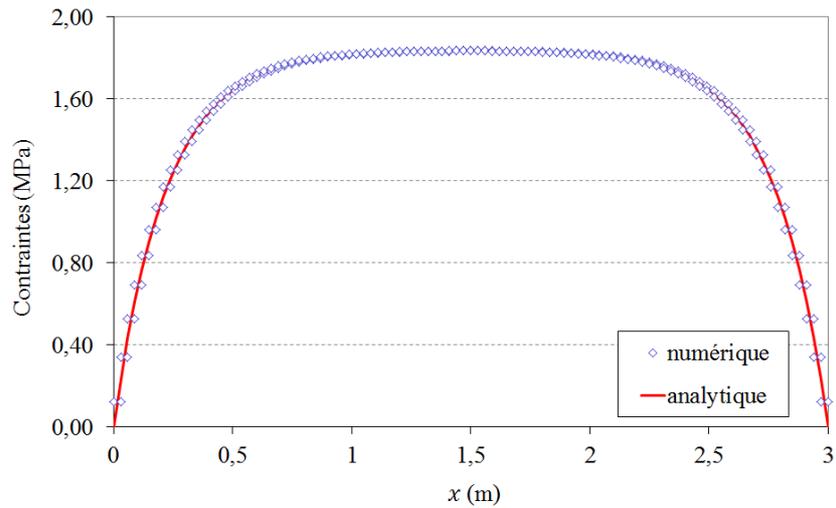
$$\begin{cases} K_1 = \pi d_a k_l \left( \frac{1}{S_a E_a} + \frac{1}{S_b E_b} \right) \\ K_2 = -\frac{\pi d_a k_l F}{S_b E_b S_a E_a} \end{cases} \quad (2-35)$$

Après résolution :

$$\begin{cases} \frac{du_a(x)}{dx} = A e^{-\sqrt{K_1} x} + B e^{\sqrt{K_1} x} - \frac{K_2}{K_1} \\ \frac{du_b(x)}{dx} = -\frac{S_a E_a}{S_b E_b} \left( A e^{-\sqrt{K_1} x} + B e^{\sqrt{K_1} x} - \frac{K_2}{K_1} \right) + \frac{F}{S_b E_b} \end{cases} \quad (2-36)$$

où

$$\begin{cases} A = \frac{e^{\sqrt{K_1} L} - 1}{e^{\sqrt{K_1} L} - e^{-\sqrt{K_1} L}} \left( \frac{F}{S_a E_a} + \frac{K_2}{K_1} \right) \\ B = \frac{F}{S_a E_a} + \frac{K_2}{K_1} - A \end{cases} \quad (2-37)$$



**Figure 2-23 : Distribution des contraintes dans le béton le long du tirant**

Enfin, les contraintes réparties dans l'acier et le béton sont évaluées à l'aide des expressions :

$$\begin{cases} \sigma_a(x) = E_a \frac{du_a(x)}{dx} \\ \sigma_b(x) = E_b \frac{du_b(x)}{dx} \end{cases} \quad (2-38)$$

La Figure 2-23 témoigne de la similarité entre cette solution analytique et la solution numérique validant ainsi l'implémentation du modèle pour cet exemple particulier.

Le comportement du tirant au cours de cette première phase (phase élastique) peut ensuite être analysé. La Figure 2-24 représente la répartition des contraintes dans chaque matériau à un instant donné. Aux extrémités du tirant, l'effort  $F$ , appliqué à l'armature, est entièrement supporté par l'acier (contrainte dans les éléments extrémaux non représentés sur la Figure 2-24 égale à  $F/S_a$ ). Les efforts sont ensuite progressivement transmis de l'acier vers le béton à travers la liaison. Ainsi, dans cette zone de transition, la diminution progressive des contraintes dans l'acier s'accompagne d'une augmentation de contrainte dans le béton. Enfin, on observe une répartition homogène des contraintes dans les deux matériaux au centre du tirant (égales à celle obtenue pour le tirant modélisé à l'aide de la liaison parfaite (L.P.) (équation (2-27)). L'introduction du modèle de liaison permet ainsi de représenter qualitativement les différents transferts de contraintes entre acier et béton décrits dans les normes de calcul (Figure 2-25).

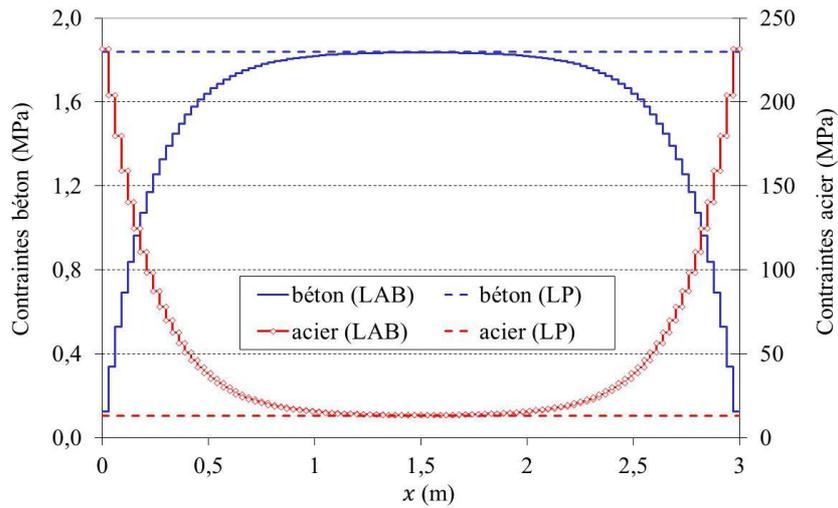


Figure 2-24 : Répartition des contraintes le long du tirant (phase élastique)

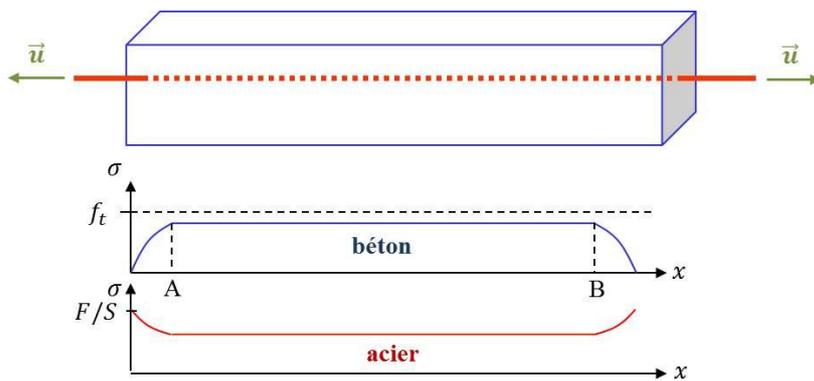


Figure 2-25 : Comportement élastique du tirant décrit dans les normes de calcul (Eurocode 2, 2007)

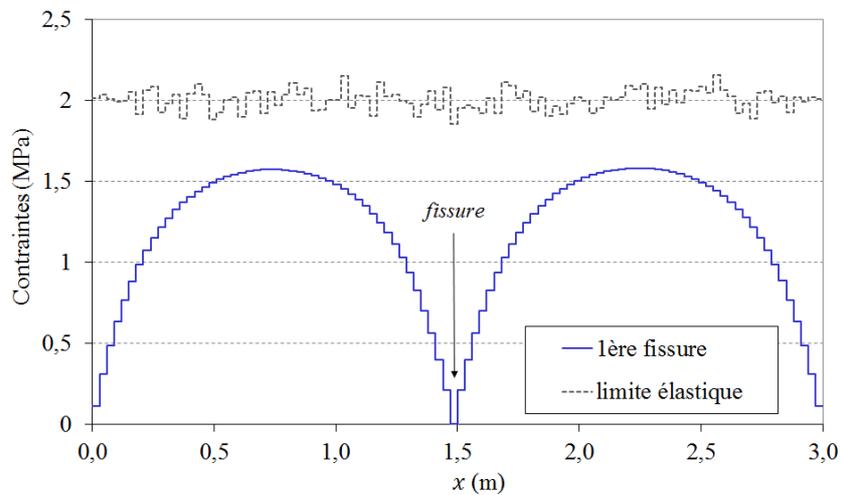


Figure 2-26 : Répartition de la contrainte dans le béton après l'apparition de la première fissure

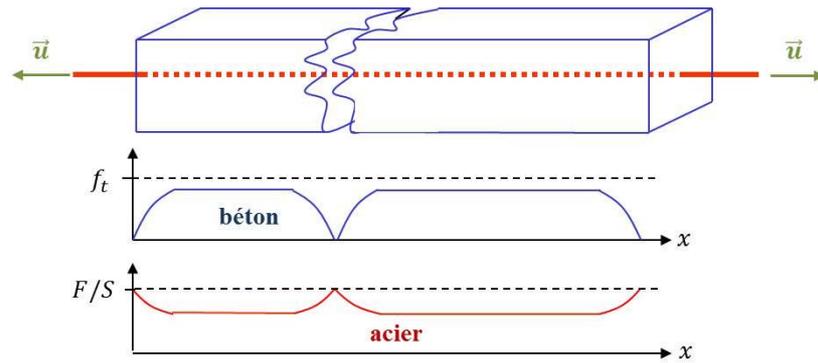


Figure 2-27 : Répartition des contraintes après l'apparition d'une fissure (Eurocode 2, 2007)

### 3-3-c. Fissuration du tirant

Comme pour la liaison parfaite, la contrainte dans le béton augmente progressivement avec le chargement jusqu'à l'apparition de la première fissure accompagnée d'une décharge totale (contrainte nulle) d'un élément de béton (Figure 2-26). Les contraintes sont alors redistribuées de part et d'autre de la fissure sous une forme comparable à celle observée au cours de la phase élastique (en accord avec le comportement décrit dans les normes de calcul : Figure 2-27). La contrainte va donc augmenter dans les éléments de béton sains jusqu'à ce que la limite élastique soit atteinte dans un second élément (Figure 2-28). On remarque que la position de cette deuxième fissure n'est pas directement induite par la répartition aléatoire de la limite élastique le long du béton (la Figure 2-28 montre en effet que cette fissure n'est pas apparue dans l'élément de béton possédant la limite élastique la plus faible).

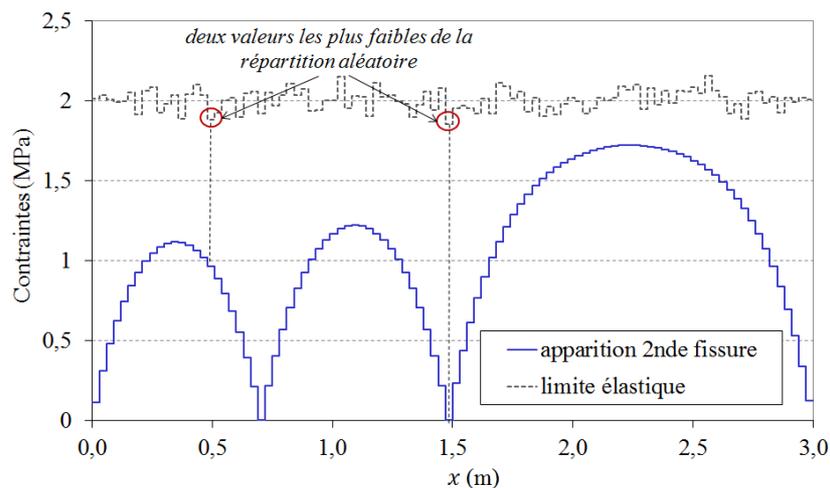
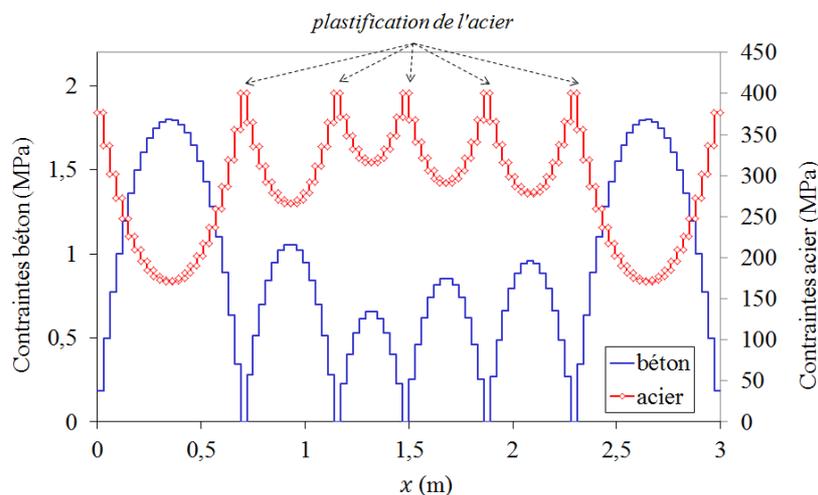


Figure 2-28 : Répartition de la contrainte dans le béton lors de l'apparition de la seconde fissure

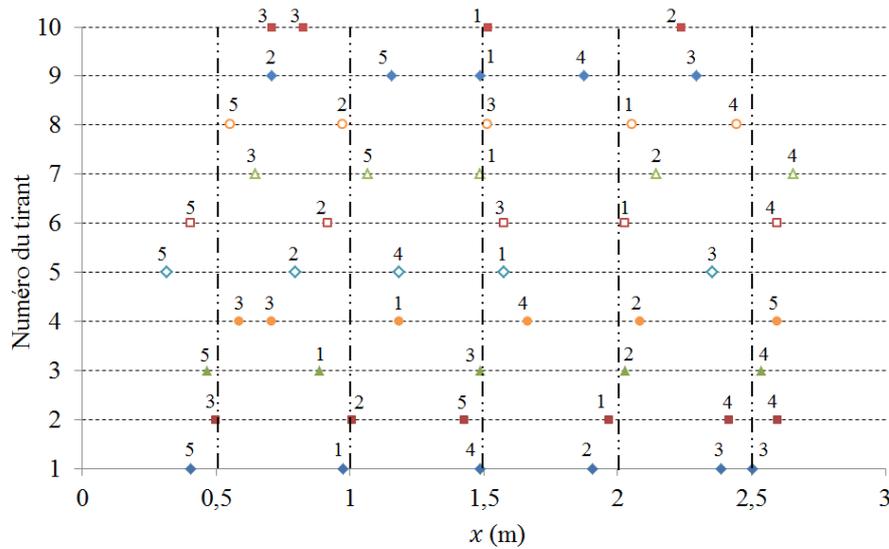


**Figure 2-29 : Répartition des contraintes dans le tirant au début de la phase plastique parfaite**

Contrairement à la première simulation (liaison parfaite), la position de cette fissure est aussi liée à la répartition des contraintes (non homogènes) le long du tirant. En réalité, chaque nouvelle fissure apparaît dans la zone dans laquelle la contrainte est maximale dans le béton et pour l'élément de cette zone ayant la limite élastique la plus faible. Ce processus se répète jusqu'à ce que les éléments d'acier les plus sollicités (éléments situés au droit des fissures sur la Figure 2-29) atteignent leur limite élastique. A l'état final (Figure 2-29), le tirant ne contient qu'un nombre fini de fissures (5 dans cet exemple) régulièrement réparties le long de la structure et localisées dans un unique élément. Le développement de la fissuration est cette fois comparable à celui décrit dans les règles de calcul (Eurocode 2, 2007) (Figure 2-19, Figure 2-25, Figure 2-27).

### **3-4. Influence des caractéristiques matériaux et de la loi d'adhérence sur la fissuration du tirant**

La fissuration observée sur le tirant représenté à l'aide du modèle de liaison est à la fois gouvernée par les caractéristiques matériaux du béton et par les transferts d'efforts entre les deux matériaux. Le développement de la fissuration et l'état final du tirant sont donc à la fois liés à la répartition aléatoire de la limite élastique (caractéristiques matériaux) et au choix de loi d'adhérence utilisée pour cette étude (liaison). L'influence de chacun de ces facteurs est testée ici.

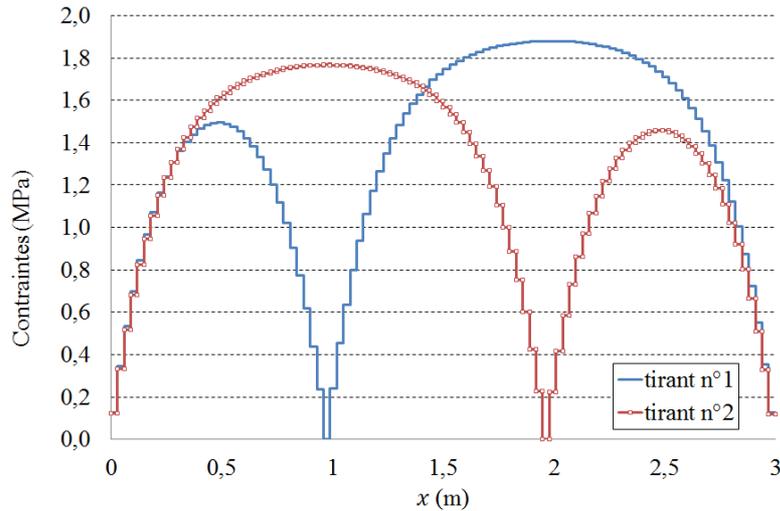


**Figure 2-30 : Position des fissures le long des 10 tirants**  
 (les chiffres de cette figure correspondent à l'ordre d'apparition des fissures, alors que les traits verticaux représentent la position moyenne des 5 fissures à l'état final)

### 3-4-a. Influence des caractéristiques matériaux sur la fissuration du tirant

Les caractéristiques matériaux du béton, décrites dans le Tableau 2-2, sont conservées. Seule la répartition de la limite élastique le long du tirant est modifiée. Dix tirages aléatoires sont ainsi effectués de manière à modifier la répartition des « points de faiblesse » (élément de béton ayant une faible limite élastique). La Figure 2-30 présente la position des fissures à l'état final (plastification des aciers) pour chacun des dix tirants étudiés. Ces fissures sont généralement localisées dans un seul élément mais peuvent également apparaître simultanément dans deux éléments (c'est par exemple le cas pour la troisième fissure du tirant n°1) quand leur limite élastique est atteinte au cours du même pas de calcul.

L'ordre d'apparition de ces fissures a également été observé (matérialisé par les chiffres de la Figure 2-30). D'un tirant à l'autre, la première fissure se positionne entre le point d'abscisse  $x = 0,88$  m pour le tirant n° 3 et  $x = 2,05$  m pour le tirant n°8. Cette forte variabilité est directement liée à la répartition des contraintes le long du béton au cours de la phase élastique (Figure 2-24). On remarque en effet que la contrainte dans le béton est relativement homogène sur la partie centrale du tirant. La première fissure est donc située sur l'élément de béton le plus « faible » se trouvant dans cette zone et reste variable d'un tirant à l'autre. La suite du processus de fissuration est directement liée à la position de cette première fissure. La Figure 2-31 représente la répartition des contraintes dans le béton après l'apparition de la première fissure dans les tirants 1 et 2.



**Figure 2-31 : Répartition de la contrainte dans le béton après l'apparition de la première fissure**

La redistribution des contraintes après cette première fissuration va directement impacter la position de la fissure suivante. Pour le tirant 1, la seconde fissure apparaîtra dans la partie droite du tirant alors qu'elle se formera dans la partie gauche du tirant 2.

Malgré cette variabilité dans l'ordre d'apparition des fissures, on observe que l'état final de fissuration des différents tirants est très proche. En effet, dans la plupart des cas (9 tirants sur 10), on observe 5 fissures régulièrement réparties avec une valeur moyenne d'espacement de 50 cm. Enfin, aucune fissure n'apparaît aux extrémités des tirants qui correspondent aux zones de transfert d'effort entre l'acier et le béton. En conclusion, seul l'ordre d'apparition des fissures est réellement impacté par la répartition aléatoire. L'état final (nombre et espacement entre fissures) est assez reproductible d'un tirant à l'autre et semble ainsi plutôt être gouverné par le comportement de la liaison acier béton.

### **3-4-b. Influence de la loi d'adhérence sur la fissuration du tirant**

L'influence de la loi de comportement de la liaison acier-béton est testée en faisant passer la raideur  $k_l$  de la loi d'adhérence  $\tau = f_{ad}(g) = k_l \times g$  de  $10^{10}$  à  $10^{11}$  Pa/m. Les caractéristiques matériaux et géométriques sont conservées identiques à celle décrites dans le paragraphe 3-3. Les répartitions finales (plastification des aciers) des fissures de ces deux tirants sont comparées sur la Figure 2-32. Cette fois encore, les fissures se répartissent régulièrement le long du tirant sous l'influence des transferts d'efforts entre l'acier et le béton. Le nombre de fissures a cependant fortement augmenté, passant de 5 à 17 et faisant chuter l'espacement moyen à 17,5 cm.

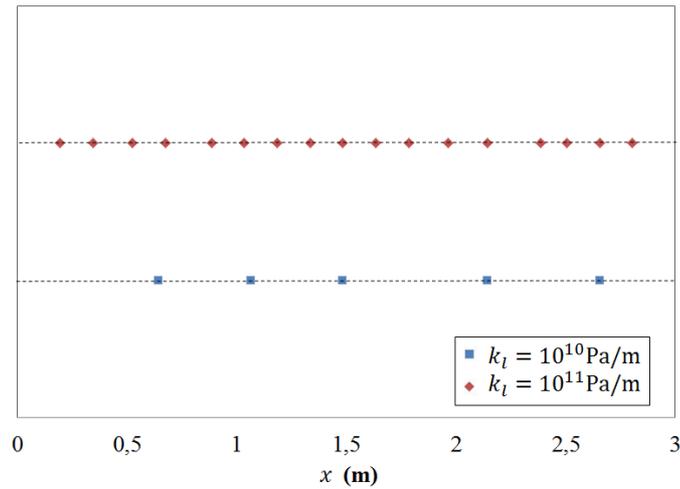


Figure 2-32 : Répartition finale des fissures le long des tirants

Pour mieux comprendre l'influence de la raideur de liaison sur le comportement du tirant, la répartition des contraintes au cours de la phase élastique est calculée analytiquement pour chaque raideur. La Figure 2-33 permet de comparer les résultats obtenus pour une force appliquée de 20 kN. Plus la raideur de liaison est importante, plus le transfert d'efforts entre l'acier et le béton est rapide et plus les fissures pourront être rapprochées. Ainsi, la distance nécessaire pour atteindre 95% de la contrainte maximale mesurée au centre du tirant est de 66 cm pour la plus faible raideur et de 21 cm dans le second cas. L'hypothèse de liaison parfaite peut alors être assimilée au cas où cette distance serait nulle et donc à une raideur de liaison infinie.

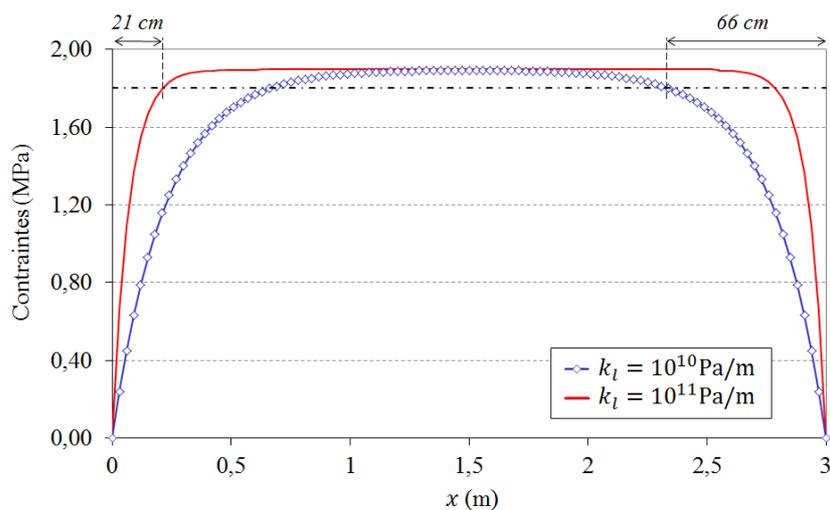


Figure 2-33 : Répartition de la contrainte dans le béton durant la phase élastique pour un effort appliqué identique

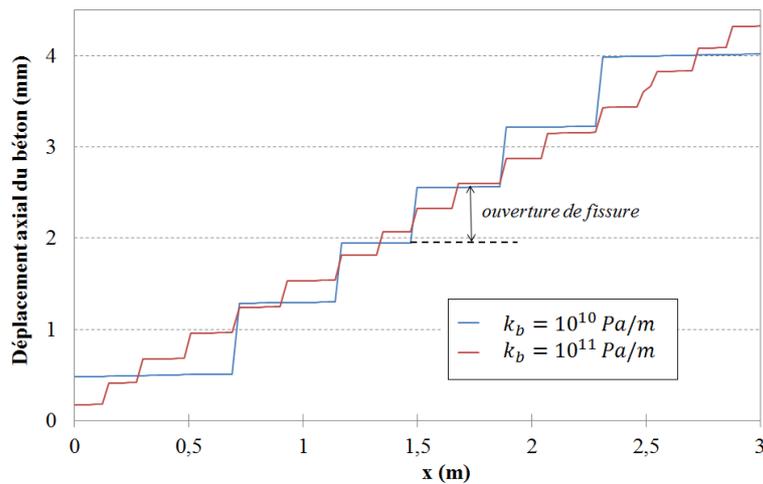


Figure 2-34 : Evolution du déplacement axial dans le béton le long des tirants.

Enfin, la Figure 2-34 représente l'évolution du déplacement axial dans le béton le long du tirant pour un déplacement imposé de 4,5 mm (au cours de la plastification des aciers). L'ouverture de fissure peut alors être identifiée aux sauts de déplacement observés. Cette ouverture passe d'une valeur moyenne de 7 mm pour la raideur de liaison la plus faible à 3 mm dans le second cas. On comprend alors que le choix de la loi d'adhérence aura une incidence directe sur le comportement quantitatif (espacements, ouvertures de fissures,...) de la structure.

#### 4. Validation et application du modèle à une étude de tirant modélisé à l'aide d'éléments volumiques

L'étude précédente permet de mettre en évidence le rôle de la liaison acier-béton sur le comportement du tirant dans le cadre d'un problème simple. Le choix d'éléments barre (1D) pour représenter le béton est cependant critiquable et non représentatif des études menées sur des structures complexes.

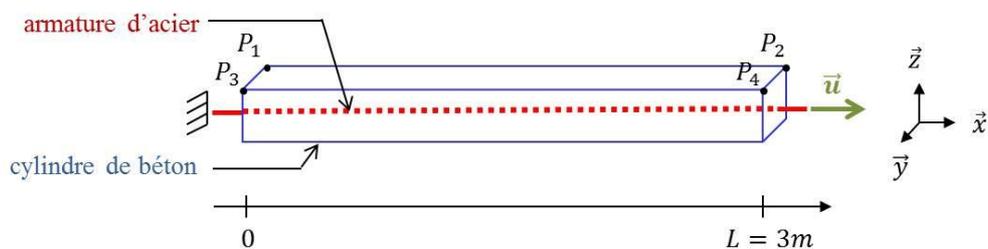


Figure 2-35 : Caractéristiques géométriques du tirant

En effet, il suppose une répartition homogène des contraintes dans le béton sur toute la section droite du tirant : une hypothèse simplificatrice dans le cas d'un tirant et inappropriée à des applications plus générales. Afin d'appliquer le modèle de liaison à un problème plus réaliste, le tirant est cette fois modélisé à l'aide d'un maillage volumique du béton. Cette application permettra également de valider le modèle dans le cadre d'études plus général.

## 4-1. Présentation du problème

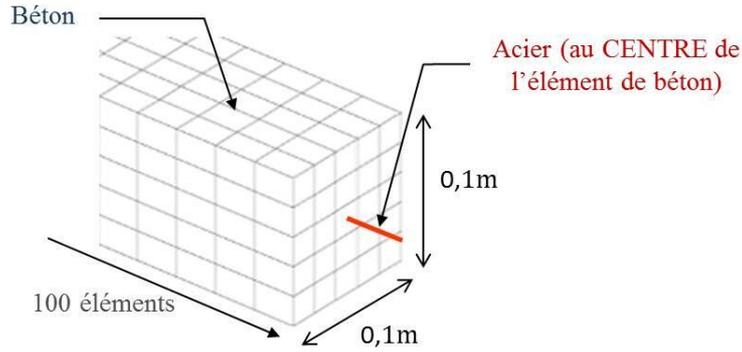
Les dimensions de cette seconde structure (Figure 2-35) sont comparables aux précédentes. Il s'agit en effet d'un tirant de 3m de long traversé par une armature de section  $S_a = 7,854 \times 10^{-5} \text{m}^2$  (diamètre de 10 mm). Cette fois encore, le chargement est uniquement appliqué au renfort d'acier sous la forme d'un déplacement imposé. Seule différence, la section droite de béton de ce second tirant est constituée d'un carré de 10 cm de côté (cette forme facilite la création du maillage tout en conservant l'aire de la section). Dans cette seconde étude, l'usage d'éléments massifs nécessite l'ajout de nouvelles conditions aux limites permettant d'empêcher un mouvement de solide rigide : un déplacement nul dans la direction  $\vec{z}$  au niveau des points  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  et  $P_4$  de la Figure 2-35 et dans la direction  $\vec{y}$  pour les points  $P_3$  et  $P_4$ . Enfin, les deux extrémités de l'acier (qui dépassent du bloc de béton) sont bloquées dans les directions normales au renfort ( $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ ).

### 4-1-a. Description de l'acier

L'acier est toujours représenté par des éléments unidirectionnels (éléments barre). La discrétisation du maillage est également conservée. On compte ainsi 100 éléments dans la longueur du tirant. Comme précédemment, le comportement de ce matériau est décrit par une loi élasto-plastique parfaite de module d'Young  $E_a$  et de limite élastique  $\sigma_a^e$  (pour rappel,  $E_a = 210 \text{ GPa}$  et  $\sigma_a^e = 400 \text{ MPa}$ ).

### 4-1-b. Description du béton

La discrétisation du maillage dans la direction du renfort d'acier est choisie identique à celle de l'acier (100 éléments dans la direction  $\vec{x}$ ). La section droite du béton est composée de  $5 \times 5$  éléments de manière à ce que le renfort d'acier soit situé au centre d'un élément de béton (Figure 2-36) et que le modèle soit testé dans la situation où les deux maillages sont non-coïncidents. Chaque élément mesure ainsi 2cm de côté.



**Figure 2-36 : Maillages non coïncidents de l'acier et du béton (extrémité du tirant)**

Pour cette première étude, le comportement du béton est représenté à l'aide de la forme locale du modèle d'endommagement isotrope développé par Mazars (1984). Dans ce modèle, la diminution de la rigidité du matériau sous l'effet de la microfissuration est calculée à partir d'un unique scalaire d'endommagement  $D$  variant entre 0 (structure saine) et 1 (structure totalement endommagée). La contrainte dans le béton est alors régie par la loi (2-39),

$$\sigma = (1 - D)\mathcal{C}\varepsilon \quad (2-39)$$

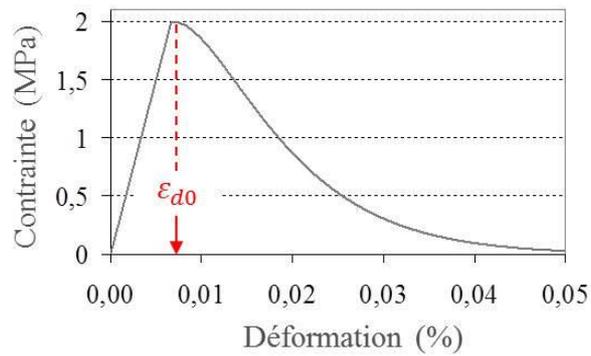
où  $\sigma$  représente le tenseur des contraintes,  $\mathcal{C}$  la matrice de Hooke (tenseur d'ordre 4) et  $\varepsilon$  le tenseur des déformations élastiques. Pour ce modèle, la fissuration du béton est définie comme la conséquence de la sollicitation d'extension. L'évolution de l'endommagement est donc pilotée par une déformation équivalente  $\varepsilon_{eq}$  caractérisant l'extension du matériau au cours du chargement et prenant la forme (2-40) :

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \varepsilon_i \rangle_+^2} \quad (2-40)$$

où  $\langle \varepsilon_i \rangle_+$  représente la  $i^{\text{ème}}$  valeur propre positive du tenseur des déformations.

Le scalaire d'endommagement  $D$  est défini comme la valeur maximale atteinte par une fonction  $\tilde{D}$  au cours de l'histoire du chargement, soit  $D = \max_{/temps}(\tilde{D}, 0)$ . Cette fonction s'écrit comme la combinaison d'un endommagement de traction  $D_t(\varepsilon_{eq})$  et d'un endommagement de compression  $D_c(\varepsilon_{eq})$ .

$$\begin{cases} \tilde{D}(\varepsilon) = \alpha_t^\beta D_t(\varepsilon_{eq}) + (1 - \alpha_t)^\beta D_c(\varepsilon_{eq}) & \text{si } \varepsilon_{eq} \geq \varepsilon_{d0} \\ \tilde{D}(\varepsilon) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2-41)$$



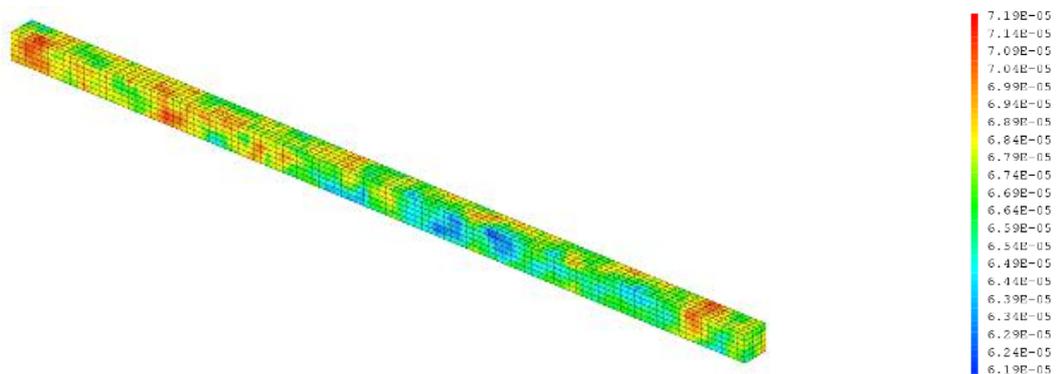
**Figure 2-37 : Réponse en traction pure de la loi de comportement du béton**

Les paramètres matériaux du modèle (Tableau 2-3) sont fixés de manière à reproduire un comportement en traction pure, proche de celui décrit dans le paragraphe précédent.

$E_b$ (GPa)	$\nu_b$	$\epsilon_{d0,moy}$	$B_t$	$A_t$	$B_c$	$A_c$	$\beta$
30	0,2	$6,7 \cdot 10^{-5}$	14 500	0,95	1 500	1,2	1

**Tableau 2-3 : Paramètres matériaux de la loi de Mazars (1984)**

$E_b$  et  $\nu_b$  correspondent respectivement au module d'Young et au coefficient de Poisson du béton,  $\epsilon_{d0,moy}$  représente la déformation seuil à partir de laquelle l'endommagement du béton s'amorce. Les coefficients  $B_t$  et  $A_t$  permettent de décrire le comportement en traction (ils interviennent dans l'expression de  $D_t$ ). Enfin,  $B_c$  et  $A_c$  caractérisent le comportement en compression alors que  $\beta$  agit sur le cisaillement. Un essai de traction pure a été simulé à l'aide de ces paramètres. La courbe obtenue est présentée sur la Figure 2-37.



**Figure 2-38 : Répartition aléatoire de la déformation seuil le long du tirant**

Les propriétés hétérogènes du béton sont ici représentées à l'aide d'une répartition aléatoire de la déformation seuil  $\varepsilon_{d0}$  (la résistance du béton est directement corrélée à cette déformation seuil). Cette répartition, représentée sur la Figure 2-38, est caractérisée par un écart type  $\varepsilon_y$  correspondant à 3% de la valeur moyenne  $\varepsilon_{d0}$  : ( $\varepsilon_y = 0,03\varepsilon_{d0,moy}$ ).

## 4-2. Comportement du tirant modélisé à l'aide de l'hypothèse de liaison parfaite

Pour cette première application, on suppose une liaison parfaite entre l'acier et le béton en imposant un déplacement identique à l'acier et aux éléments de béton environnants (relations cinématiques). Le tirant possède un comportement identique à celui décrit dans le problème unidirectionnel (phase élastique, fissuration progressive du béton et phase gouvernée par le comportement de l'acier en fin de chargement comme l'illustre la Figure 2-39). Cependant de nouveaux phénomènes induits par la représentation volumique du béton apparaissent. Ces phénomènes sont présentés phase par phase.

### 4-2-a. Phase élastique

La Figure 2-40 représente la répartition des contraintes axiales (dans la direction du renfort d'acier) le long du tirant au cours de la phase élastique (coupe dans le plan du renfort). Comme pour le problème unidirectionnel, cette contrainte se répartit de manière homogène sur une très grande partie du tirant. On observe cependant un fort gradient de contraintes aux extrémités qui est la conséquence directe du chargement ponctuel appliqué uniquement à l'acier (Figure 2-40b).

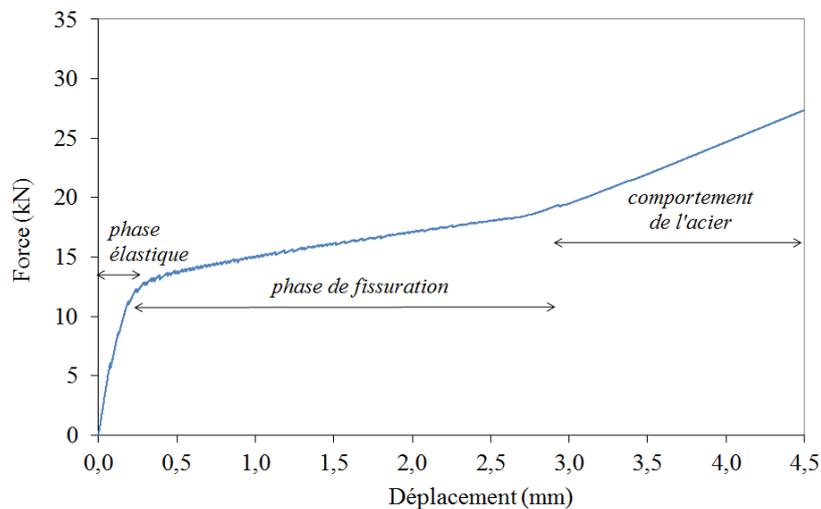


Figure 2-39 : Courbe force-déplacement de l'extrémité chargée du tirant (liaison parfaite)

#### 4-2-b. Développement de l'endommagement

La contrainte dans le béton augmente ensuite progressivement avec le chargement jusqu'à atteindre la limite élastique du matériau. A ce stade, le béton commence à se dégrader. L'endommagement s'initie aux extrémités du tirant (Figure 2-41), dans les éléments dans lesquels la contrainte axiale est maximale (Figure 2-40). Dans ces zones, la contrainte est principalement reprise par le renfort d'acier. La zone de concentration de contraintes dans le béton se déplace ainsi avec le front de la zone endommagée. L'endommagement se développe alors le long du renfort aboutissant à l'état final à la formation d'une bande d'éléments endommagés (Figure 2-42a). En revanche aucune zone d'endommagement n'apparaît à l'extérieur du tirant (Figure 2-42b). La fissuration du tirant dans la direction perpendiculaire au renfort n'est donc pas représentée dans cette simulation et explique l'absence de pic de décharge sur la courbe de comportement global (Figure 2-39).

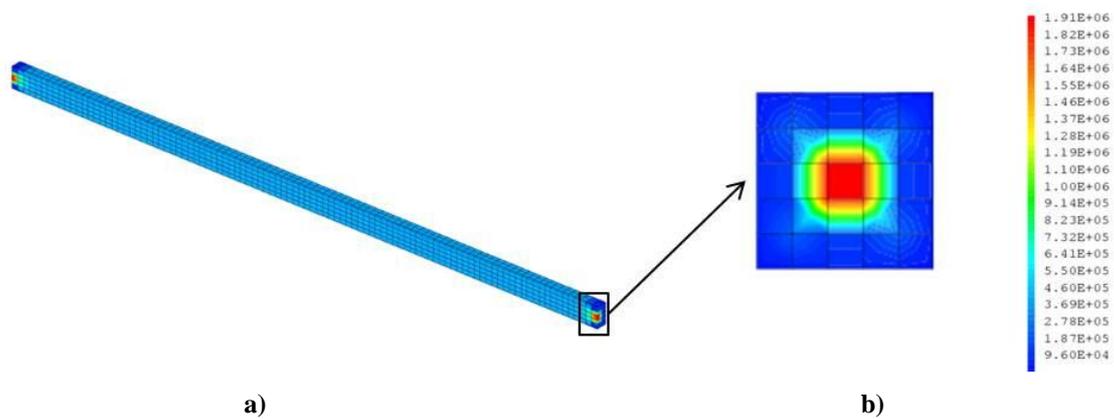


Figure 2-40 : Répartition de la contrainte axiale ( $\sigma_{xx}$ ) durant la phase élastique  
a) coupe le long de l'axe du renfort, b) extrémité du tirant (section droite)

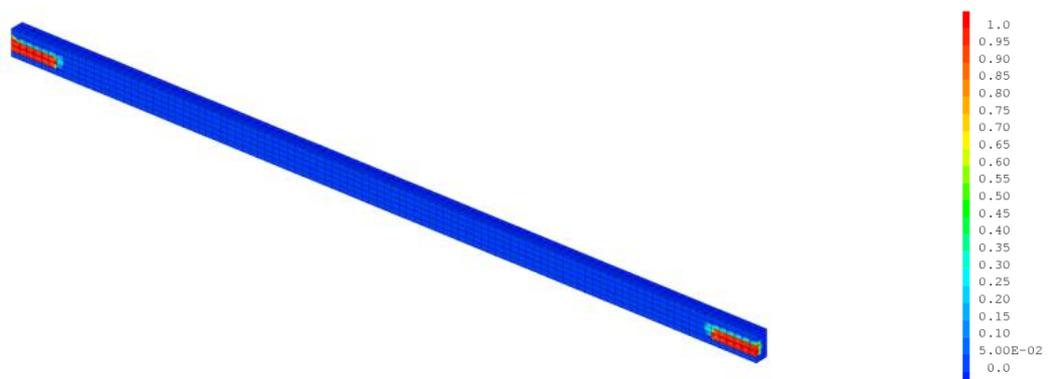


Figure 2-41 : Initiation de l'endommagement (scalaire  $D$ ) le long du renfort d'acier

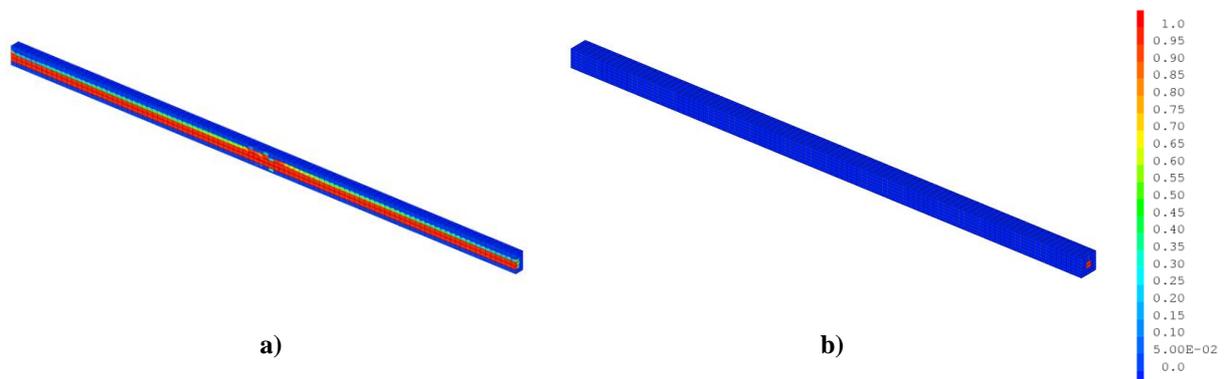


Figure 2-42 : Répartition de l'endommagement (scalaire  $D$ ) le long du tirant en fin de chargement  
a) coupe dans le plan du renfort d'acier, b) intégralité du tirant

Le phénomène de concentration de contraintes gouvernant ici la dégradation du tirant est certainement amplifié par la représentation de l'acier à l'aide d'éléments barre. Il pourrait donc être atténué par une représentation volumique du renfort. Ce choix de modélisation ne rentre cependant pas dans le cadre d'étude imposé par le calcul de structures de grandes dimensions.

### 4-3. Prise en compte du comportement de la liaison acier-béton

Le modèle de liaison acier-béton est ensuite introduit. Pour cette application, le comportement de la liaison est représenté à l'aide de la loi d'adhérence linéaire  $\tau = f_{ad}(g) = k_l \times g$  avec  $k_l = 10^{10}$  Pa/m. Le comportement global du tirant est représenté sur la Figure 2-43. Il est détaillé phase par phase.

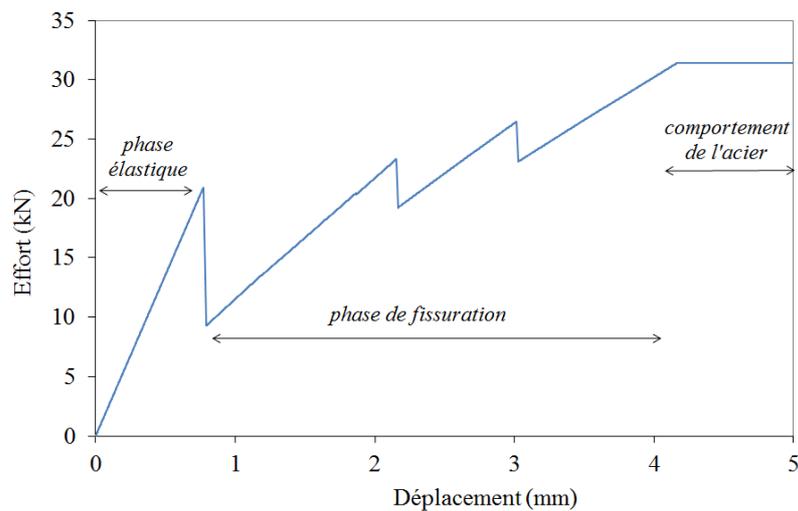
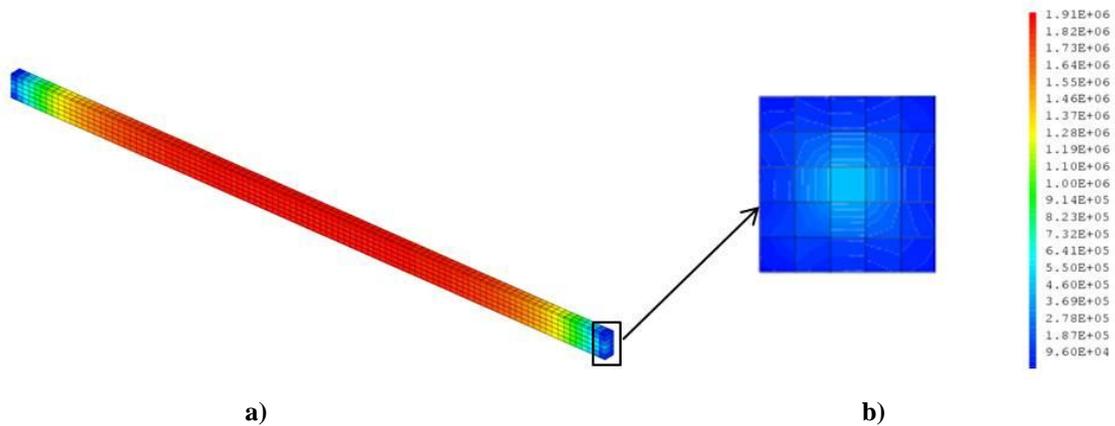


Figure 2-43 : Courbe force-déplacement de l'extrémité chargée du tirant (liaison parfaite)



**Figure 2-44 : Répartition de la contrainte axiale ( $\sigma_{xx}$ ) durant la phase élastique**  
a) coupe le long de l'axe du renfort, b) extrémité du tirant (section droite)

#### 4-3-a. Phase élastique

La Figure 2-44 représente un exemple de répartition des contraintes axiales le long du tirant au cours de la phase élastique. Contrairement à la structure modélisée à l'aide de l'hypothèse de liaison parfaite, l'hétérogénéité des contraintes ne se concentre plus uniquement sur les extrémités du tirant. Dans cette simulation, la contrainte axiale est maximale sur la partie centrale du tirant. Comme dans le cas du problème unidirectionnel (Figure 2-24), les contraintes se transmettent progressivement entre l'acier et le béton. La représentation volumique permet également de représenter l'hétérogénéité des contraintes dans la direction perpendiculaire au renfort. Dans une section droite donnée du tirant, les contraintes dans le béton sont donc plus importantes à proximité du renfort. Ce gradient de contrainte reste cependant plus faible (Figure 2-44b) que dans la structure précédente. L'introduction de la liaison acier béton introduit en effet une certaine souplesse à la structure et permet aux contraintes de mieux se répartir le long de cette dernière.

#### 4-3-b. Développement de l'endommagement

L'endommagement s'initie cette fois dans la partie centrale du tirant (zone dans laquelle la contrainte axiale est maximale) sur les éléments possédant la limite élastique la plus faible. Ainsi, deux zones endommagées, assimilables à des fissures, apparaissent simultanément dans la direction normale au renfort (Figure 2-45). La contrainte axiale se redistribue de part et d'autre de ces bandes d'endommagement (Figure 2-46) selon un schéma identique à celui décrit pour le problème unidirectionnel. A l'état final (Figure 2-47), le tirant comporte un nombre fini de zones fissurées perpendiculaires au renfort d'acier. Cette fois encore, seul le tirant modélisé à l'aide du modèle de liaison acier-béton permet de représenter le développement de la fissuration décrit

dans les normes de calculs (Eurocode 2, 2007)(Figure 2-19, Figure 2-25 et Figure 2-27). Le comportement qualitatif du modèle de liaison est ainsi également validé dans le cas d'une représentation volumique du béton.

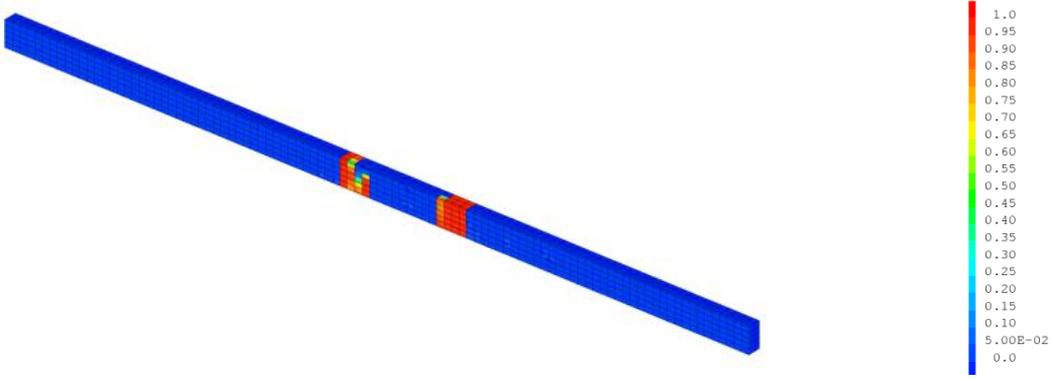


Figure 2-45 : Initiation de l'endommagement (scalaire  $D$ ) perpendiculairement au renfort d'acier dans la partie centrale du tirant (coupe dans le plan du renfort d'acier)

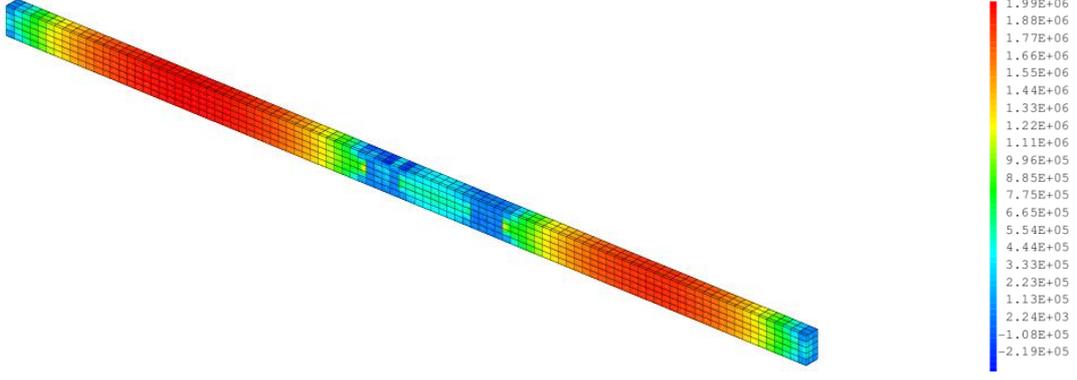


Figure 2-46 : Répartition de la contrainte axiale ( $\sigma_{xx}$ ) le long du tirant après apparition des premières zones endommagées (coupe le long de l'axe du renfort)



Figure 2-47 : Répartition de l'endommagement (scalaire  $D$ ) le long du tirant en fin de chargement (coupe dans le plan du renfort d'acier)

## 5. Conclusions

Un modèle de liaison acier-béton adapté au cadre d'étude des structures de grandes dimensions a été proposé (liaison entre un maillage d'acier représenté à l'aide d'éléments barre et des éléments massifs de béton, les maillages pouvant être non coïncidents). Ce modèle repose sur le principe d'efforts additionnels appliqués aux nœuds des deux matériaux. Les différentes étapes de calcul ont ainsi été présentées. L'implémentation du modèle dans un code aux éléments finis (ici : Cast3M, 2012) a été détaillée.

Ce nouveau modèle a ensuite été appliqué à deux tirants. Dans le premier cas, la structure a été maillée entièrement à l'aide d'éléments unidirectionnels (éléments barre). Cette étude a permis dans un premier temps de valider l'implémentation numérique du modèle proposé. Une comparaison entre un tirant modélisé en liaison parfaite (relation de liaison actuellement utilisée pour les structures de grandes dimensions) et un tirant incluant le modèle de liaison acier-béton a permis de comprendre les mécanismes de dégradation directement liés à la prise en compte de la liaison (transfert progressif des forces entre l'acier et le béton, répartition régulière d'un nombre fini de fissures en fin de chargement). Le processus de fissuration est alors à la fois gouverné par les caractéristiques matériaux du béton et le comportement de la liaison acier-béton. Une étude paramétrique faisant varier ces deux paramètres a ainsi permis de souligner que les caractéristiques matériaux du béton influençaient l'ordre d'apparition des fissures tandis que l'état final du tirant (nombre et espacement des fissures) était plutôt la conséquence du comportement de la liaison (valeur de la raideur).

La seconde application a été menée dans le cadre plus général d'une représentation volumique du béton (cadre pour lequel le modèle a principalement été formulé). Cette fois encore, l'introduction du modèle de liaison permet de représenter correctement les différentes phases de dégradation du tirant, validant ainsi le comportement qualitatif du modèle dans ce cadre d'étude. Si l'évolution de la fissuration est comparable à celle décrite dans le cas d'une structure entièrement maillée à l'aide d'éléments unidirectionnels, la représentation volumique du béton permet de représenter également la distribution hétérogène des contraintes dans la section droite du béton (inclusion d'acier au cœur du tirant).

En conclusion, ces différentes applications permettent de mettre en évidence l'importance de la prise en compte de la liaison acier-béton pour caractériser l'évolution de la fissuration. Le comportement du tirant décrit dans ce chapitre reste cependant qualitatif et fortement influencé par la loi d'adhérence  $\tau = f_{ad}(g)$  utilisée en entrée du modèle. Une attention particulière doit donc être portée sur le choix de cette loi de manière à caractériser la fissuration de manière quantitative et fera l'objet du chapitre suivant.



# Chapitre 3 :

## Caractérisation du comportement de la liaison acier-béton

### Campagne expérimentale de *pull-out*

#### 1. Introduction

Un modèle de liaison acier-béton adapté au cadre des structures de grandes dimensions a été proposé et validé qualitativement sur une première application. L'approche proposée est basée sur l'utilisation d'une loi d'entrée  $\tau = f_{ad}(g)$  reliant l'évolution de la contrainte d'adhérence et le glissement entre l'acier et le béton (Figure 3-1). Cette loi, appelée loi d'adhérence influe fortement sur les caractéristiques de la fissuration (espacement, ouvertures de fissure,...) et doit donc être finement caractérisée puis modélisée.

Une étude bibliographique permet dans un premier temps de présenter les différents essais donnant accès à la loi d'adhérence et les paramètres (géométriques, matériaux,...) influant sur cette dernière. Un rapide état des lieux de propositions de loi d'adhérence empiriques est ensuite dressé.

Cet état de l'art est complété par une campagne expérimentale de *pull-out*, réalisée durant la thèse et décrite dans la seconde partie de cette section. Enfin, un modèle de loi d'adhérence, basé à la fois sur les résultats de nos essais, sur l'état de l'art et sur des simulations numériques est proposé.

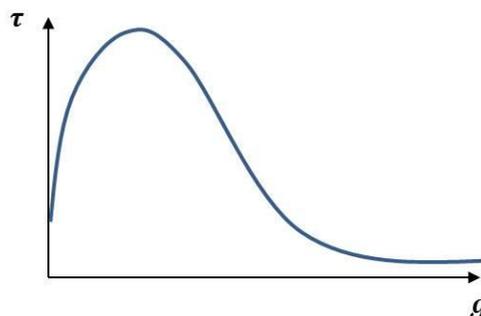


Figure 3-1 : Loi d'adhérence

## 2. Essais de caractérisation de la loi d'adhérence

Les essais de caractérisation de la loi d'adhérence présentés dans la littérature sont généralement des essais d'arrachement. Le plus répandu est l'essai de *pull-out* normalisé par la Rilem (1970a). Le principe de cet essai est rappelé avant de présenter différentes variantes.

### 2-1. Essai de *pull-out* normalisé

Les éprouvettes testées dans cet essai (Rilem, 1970a) sont des cubes de béton traversés d'un unique renfort d'acier (Figure 3-2). La barre d'acier est soumise à un chargement de traction croissant à une extrémité (déplacement imposé). Le béton est bloqué en déplacement par une plaque d'appui percée pour laisser passer le renfort (Figure 3-2).

Le déplacement relatif  $g$  entre l'acier et le béton est mesuré à l'extrémité non chargée du renfort. Un manchon en plastique placé, du côté du chargement, limite les effets de bord induits par la plaque d'appui. Toutes les dimensions de l'éprouvette dépendent du diamètre  $d_a$  du renfort. L'épaisseur de l'éprouvette ( $10 d_a$ ) est suffisamment importante pour éviter l'éclatement du béton. La contrainte d'adhérence  $\tau$  est calculée à partir de l'effort de traction  $F$  (équation (3-1)) en supposant la longueur d'adhérence  $l_a$  ( $l_a = 5d_a$ ) entre les deux matériaux suffisamment faible pour considérer la contrainte d'adhérence homogène le long de cette longueur.

$$\tau = \frac{F}{d_a l_a \pi} \quad (3-1)$$

La loi d'adhérence  $\tau = f_{ad}(g)$  obtenue correspond alors au comportement de l'interface acier-béton d'un unique renfort.

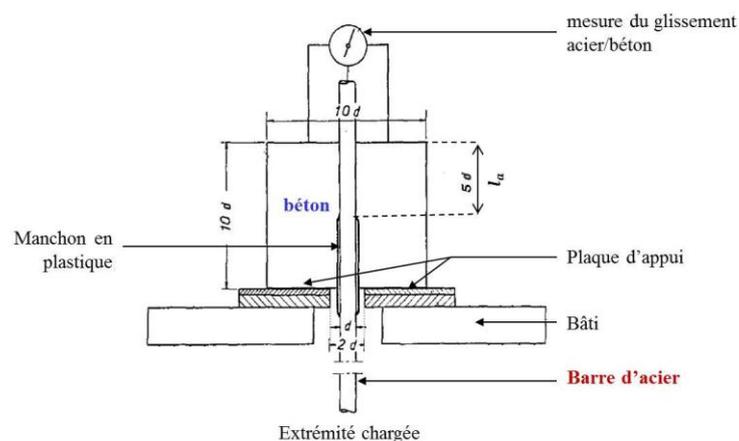


Figure 3-2 : Schéma de principe de l'essai de *pull-out* décrit dans la Rilem (1970a) ( $d$  correspond au diamètre du renfort)

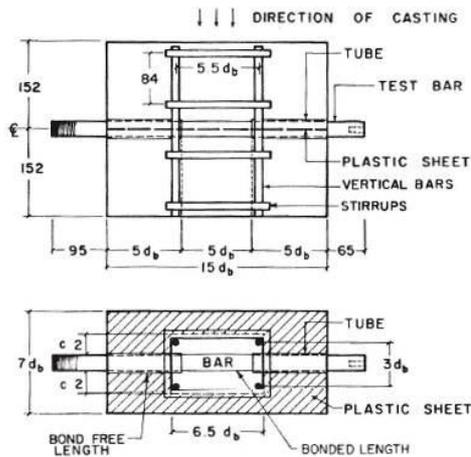


Figure 3-3 : Description de l'éprouvette testée par Eligehausen et al (1983)

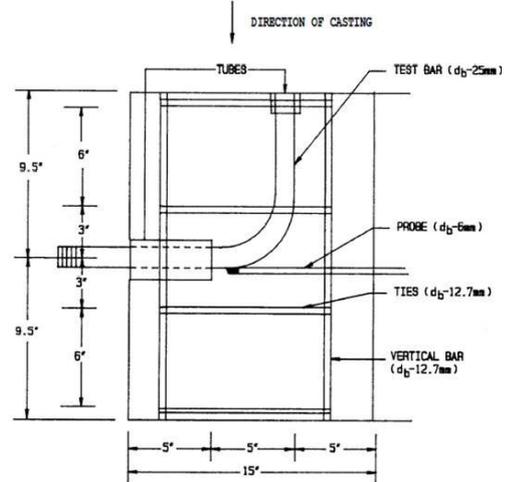


Figure 3-4 : Epruvette contenant une barre de renfort courbe (Eligehausen et al, 1982)

Si cet essai possède l'avantage d'être simple à mettre en œuvre, il est cependant parfois critiqué. Par exemple, Tastani et Pantazopoulou (2002) ou Tran et al (2009) remettent en question l'épaisseur d'enrobage peu représentative des structures réelles. Ainsi, d'autres variantes ont été proposées et sont présentées par la suite.

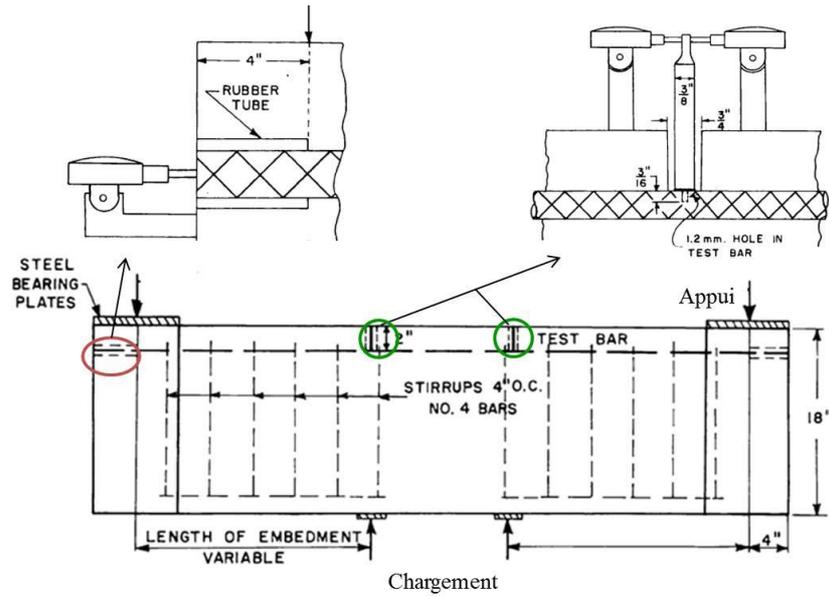
## 2-2. Variante du *pull-out* normalisé

### 2-2-a. Epruvettes comportant des armatures transverses

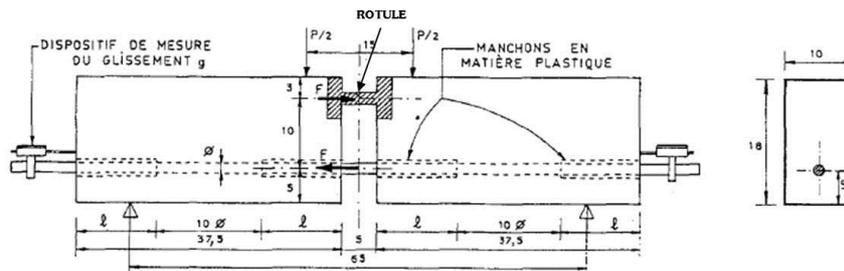
Dans leur vaste campagne expérimentale qui fait toujours référence aujourd'hui (125 éprouvettes testées) Eligehausen et al (1983) visent à représenter le comportement de la liaison acier-béton dans la région confinée d'un nœud d'ossature. Pour cela, les éprouvettes comportent des renforts transversaux et une série de cadres (Figure 3-3) en plus de l'armature sollicitée en traction. Ces mêmes auteurs (Eligehausen et al, 1982) proposent également une éprouvette dans laquelle la barre de renfort principale est remplacée par une armature courbe (Figure 3-4). Dans ce dernier essai, il est cependant délicat d'attribuer la rupture de l'éprouvette au comportement de la liaison acier-béton.

### 2-2-b. Essai de flexion

Le mode de chargement de l'éprouvette de *pull-out* (traction directe) peut sembler peu représentatif de celui observé sur des structures. La mise en traction des renforts est souvent la conséquence d'un chargement en flexion. Il peut donc être intéressant de mesurer la loi d'adhérence pour un élément soumis à un chargement de flexion.



**Figure 3-5 : Principe de l'essai préconisé par l'ACI Comitee 408 (1964)  
Mesures de glissements à l'extrémité du renfort et au droit des points de chargement**



**Fig. 1. - Beam Test - Type A ( $\varnothing < 16$  mm).**

**Figure 3-6 : Principe de l'essai d'arrachement sur poutre (Rilem, 1970b)**

Par exemple, L' ACI Comitee 408 (1964) préconise un essai de poutre en flexion pour lequel le renfort principal n'est pas ancré; ce qui permet d'effectuer une mesure de glissement à son extrémité sur une partie de la barre libre d'effort (Figure 3-5). Une seconde mesure de glissement est effectuée à travers une entaille formée dans le béton au droit des points de chargement (Figure 3-5). Ce dispositif expérimental également utilisé plus largement par Abram (1913) reste cependant intrusif.

Une alternative a été définie dans la Rilem (1970b). Cette éprouvette correspond à l'assemblage de deux éléments de type *pull-out* (Rilem, 1970a) reliés par un dispositif rotulé sur la partie supérieure de l'éprouvette et par la barre de renfort sur la partie inférieure (Figure 3-6). L'absence de béton sur la zone centrale donne accès à l'effort  $F$  appliqué sur la barre. La contrainte d'adhérence est alors évaluée à l'aide de l'équation (3-1).

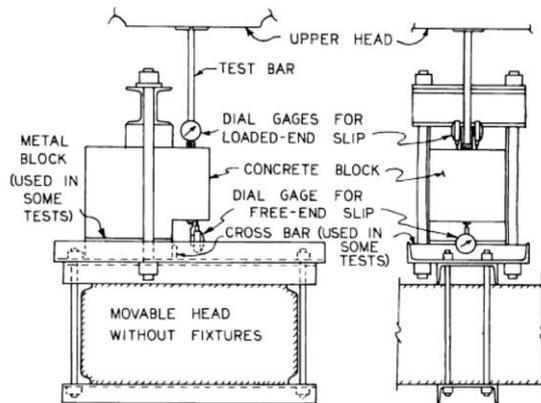


Figure 3-7 : Principe de l'éprouvette testée par Lutz (1970)

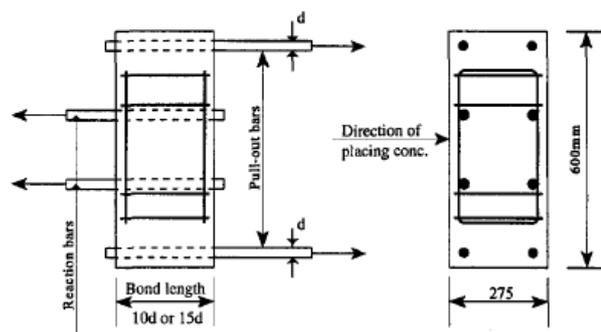


Figure 3-8 : Principe de l'éprouvette testée par Walker et al (1997)

### 2-2-c. Pull-out passivement confiné

Un des moyens le plus naturel de rendre plus représentatif l'enrobage de béton est de le diminuer. Les éprouvettes testées par Malvar (1992) possèdent ainsi un enrobage inférieur à  $1,5d_a$ . Pour éviter son éclatement précoce (rupture par fendage), chaque éprouvette est entourée d'un cylindre d'acier. Cet ajout peut cependant introduire de nouvelles sources d'interactions indépendantes de la liaison acier-béton venant impacter la forme de la loi d'adhérence mesurée.

### 2-2-d. Armatures excentrées

Certains auteurs (Lutz, 1970), (Hamad, 1995) ont proposé des éprouvettes comportant des armatures excentrées (Figure 3-7). L'objectif de cette démarche est de s'approcher des valeurs d'enrobage observées dans les structures tout en empêchant l'éclatement total de l'éprouvette (résistance du béton dans la partie la plus épaisse). Cette idée a également été reprise par (Walker et al, 1997). Les éprouvettes comportent alors deux barres de renfort situées aux extrémités d'un parallélépipède. L'éprouvette (Figure 3-8) est retenue par deux barres de réaction (et non par une plaque d'appui) et est donc globalement soumise à un chargement en cisaillement.

### 2-2-e. Essai P.I.A.F. (Tran et al, 2009)

L'essai P.I.A.F. (« Pour Identifier l'Adhérence et le Frottement ») (Tran et al, 2009) a été développé de manière à s'affranchir de l'effet de la pression latérale induite par l'épaisseur de béton située autour du renfort d'acier. La mise en compression du béton est également évitée par un mode de chargement proche de celui proposé par (Walker et al, 1997) (cisaillement).

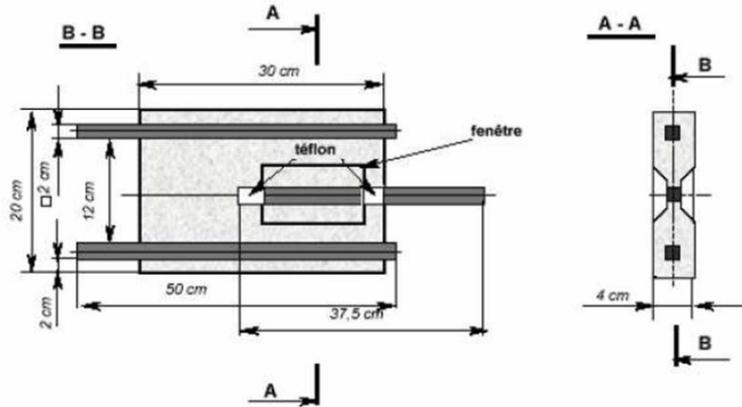


Figure 3-9 : Principe de l'éprouvette de l'essai P.I.A.F. (Tran et al, 2009)

Cette éprouvette possède la particularité d'être de faible épaisseur. Le renfort sollicité (barre centrale sur la Figure 3-9) est en partie apparent. Ainsi, seules deux faces de la barre sont en contact avec le béton. Ce test possède l'avantage de permettre une visualisation de la dégradation de l'interface acier-béton mais n'est actuellement adapté qu'à des barres parallélépipédiques.

### 2-3. Conclusions

En plus des essais de *pull-out* (essai normalisé par la Rilem (1970a)), on compte plusieurs variantes introduisant différents phénomènes physiques (confinement passif, renforts transversaux, ...). L'objectif de ces essais est de caractériser le comportement de l'interface acier-béton (détermination de la loi d'adhérence) tout en identifiant les paramètres influents.

## 3. Paramètres influents sur la loi d'adhérence

La réponse de la liaison à un chargement donné est conditionnée par les caractéristiques de chacun des matériaux (acier et béton) ainsi que par leurs interactions. Cette partie a pour objectif de présenter les différents paramètres influant sur le comportement de la liaison qui ont été testés dans la littérature (au cours de campagnes expérimentales d'essais d'arrachement).

### 3-1. Caractéristiques de la barre d'acier

Les principales caractéristiques géométriques d'une armature d'acier sont sa rugosité et son diamètre. L'influence de ces deux paramètres sur la loi d'adhérence est ici étudiée.

### 3-1-a. Effet de la rugosité

La différence la plus importante se trouve certainement entre le comportement des barres lisses et des barres Haute Adhérence (H.A.). La détérioration de la liaison est en effet régie par des phénomènes très différents (décrits dans le chapitre 1). Dans le cas d'armatures HA, il est nécessaire de trouver un paramètre pertinent pour pouvoir comparer des barres ayant des caractéristiques géométriques très variées (nombres de rangées de nervures, inclinaison, surface des nervures...). Le paramètre retenu est la surface relative des nervures  $S_r$  (Eurocode 2, 2007) correspondant à la surface des nervures  $S_n$  projetée sur la section droite de la barre et rapportée à la circonférence nominale de cette dernière (équation (3-2)).

$$S_r = \frac{kS_n \sin \beta}{\pi d_a c} \quad (3-2)$$

$d_a$  correspond au diamètre de la barre alors que  $k$ ,  $c$  et  $\beta$  représentent respectivement le nombre de rangées de nervure, la distance entre deux nervures consécutives de la même rangée et l'inclinaison de ces dernières (Figure 3-10). La surface relative des armatures conventionnelles (Eurocode 2, 2007) est donnée dans le Tableau 3-1.

$d_a$	$\leq 6$ mm	Entre 6 et 12 mm	$> 12$ mm
$S_r$	0,035	0,04	0,056

Tableau 3-1 : Valeurs classique de surfaces relatives (Eurocodes 2, 2007)

Zuo et Darwin (2000) ont remarqué que lorsque l'aire relative d'une barre passait de 0,085 à 0,11 (armatures de très haute adhérence), le glissement mesuré pour une contrainte d'adhérence donnée diminuait de 50%.

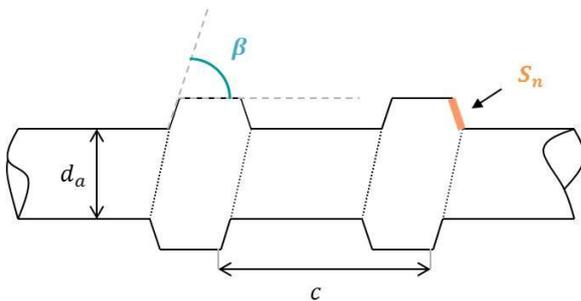


Figure 3-10 : Coupe d'une barre nervurée

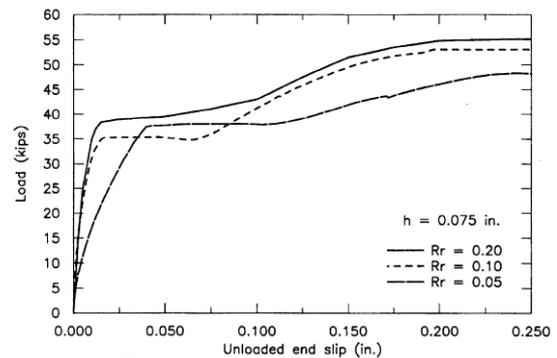


Figure 3-11 : Comportement de la liaison pour différentes surfaces relative ( $R_r$  sur la figure) (Darwin et Graham, 1993)

En réalité, l'augmentation de l'aire relative amplifie l'effet de verrou mécanique des nervures .(Darwin et Graham, 1993) ont ainsi observé une augmentation de la contrainte maximale (Figure 3-11) et de la contrainte résiduelle (dernière phase de la loi d'adhérence) avec l'augmentation de  $S_r$ .

### 3-1-b. Effet du diamètre du renfort

Les différentes expériences visant à mettre en évidence le rôle du diamètre du renfort dans le comportement de la liaison n'ont pas permis de faire ressortir une tendance nette. Dans sa campagne expérimentale, Abrams (1913) fait apparaître une meilleure résistance de la liaison pour des barres lisses de petits diamètres que pour celles ayant un diamètre plus élevé. Bouazaoui et Li (2008) font le même type de constat pour des barres HA. Les résultats de Daoud et al (2002) semblent inverser cette tendance. Walker et al (1997) font apparaître pour une même configuration des tendances différentes en fonction de la résistance en compression du béton. Enfin, Eligehausen et al (1983) aboutissent à une conclusion proche de celle d'Abrams (1913). Ils affirment cependant que ce résultat peut être faussé par une variation de la surface relative de nervures entre les barres testées. Enfin, ils concluent que ce paramètre a finalement peu d'influence pour des diamètres de renforts inférieurs à 32 mm (ce qui est généralement le cas dans les structures courantes).

## 3-2. Caractéristiques du béton

Les caractéristiques les plus étudiées sont la résistance en traction et en compression du béton ainsi que les dimensions et la répartition des granulats dans la zone d'interface.

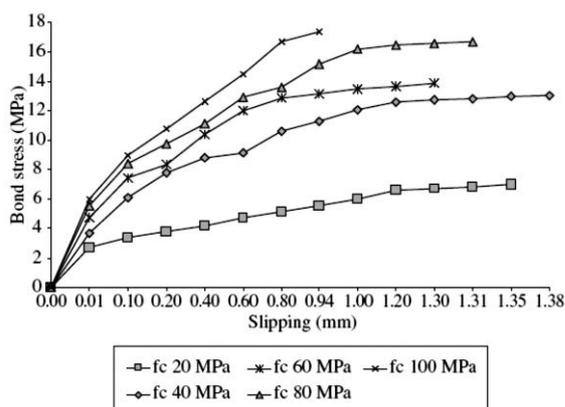


Figure 3-12 : Influence de la résistance en compression mesurée par Barbosa et al (2008)

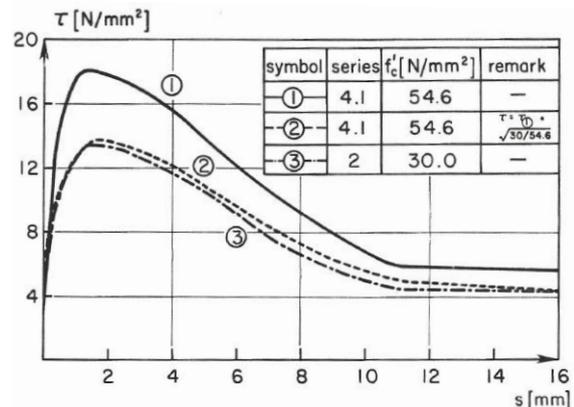


Figure 3-13 : Influence de la résistance en compression sur l'essai d'Eligehausen et al (1983)

### 3-2-a. Résistance en compression du béton

Barbosa et al (2008) se sont principalement concentrés sur le comportement « pré-pic » (partie où la contrainte d'adhérence augmente avec le glissement). Leurs résultats montrent que, pour des barres identiques, la résistance de la liaison augmente avec la résistance en compression du béton (Figure 3-12). Eligehausen et al (1983) ont, quant à eux, étudié la réponse complète de la liaison. Ils ont ainsi pu remarquer que la contrainte maximale (au pic) de la liaison était proportionnelle à  $\sqrt{f_c}$  (Figure 3-13).

### 3-2-b. Résistance en traction du béton

Dans son approche, Tepfers (1979) propose deux solutions analytiques permettant d'encadrer la valeur de  $\tau_{max}/f_t$  (rapport entre la contrainte d'adhérence maximale et la résistance en traction du béton) pour différentes géométries d'éprouvette. Pour une configuration donnée, il suppose ainsi qu'il existe une relation proportionnelle entre la contrainte  $\tau_{max}$  et la résistance en traction  $f_t$ . Il confirme cette hypothèse sur une série d'essais sur des éprouvettes possédant une épaisseur d'enrobage de béton très faible (inférieure à deux fois la dimension du diamètre de l'armature).

### 3-2-c. Mise en œuvre du béton

Certains auteurs se sont penchés sur le rôle de la direction de coulage du béton (Daoud et Lorrain, 2003) ou encore la qualité de l'interface après séchage (Söylev et Raoul, 2006). L'influence de ces facteurs peut être représentée de manière globale (comme cela est fait dans l'Eurocode 2, 2007) à l'aide d'un paramètre unique tenant compte de la qualité de la mise en œuvre. Il reste cependant délicat à identifier sur une structure de grandes dimensions où des hétérogénéités matériaux sont généralement observées.

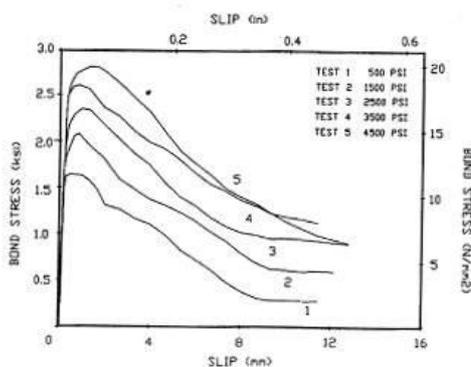


Figure 3-14 : Evolution des lois de comportement en fonction du confinement extérieur (Malvar, 1992)

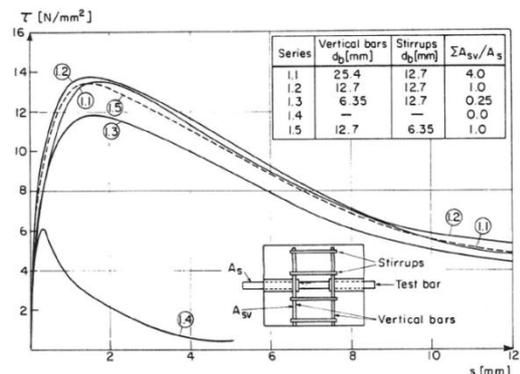


Figure 3-15 : Lois d'adhérence pour différents renforts secondaires (Eligehausen et al, 1983)

### **3-3. Etat de contrainte du béton**

L'effet du confinement du béton autour de la barre d'acier a également été étudié. Ce dernier peut être obtenu de deux manières : soit par le biais d'un chargement extérieur (confinement actif), soit à l'aide de renforts secondaires qui empêchent le béton de se fissurer dans certaines directions (confinement passif).

#### **3-3-a. Confinement actif**

Lorsque le confinement est obtenu à l'aide d'un chargement extérieur, le béton est, en quelque sorte, précontraint. Sa résistance augmente, ce qui a pour conséquence de réduire son aptitude à se fissurer. Sur ses éprouvettes de très faible enrobage, Malvar (1992) a mesuré une contrainte d'adhérence maximale d'environ 11 MPa pour une pression extérieure de 3,5 MPa contre 20 MPa avec un confinement de 31 MPa (Figure 3-14). Pour cet essai, la résistance de la liaison croît donc avec la pression exercée sur l'éprouvette. La pression extérieure à laquelle est soumise l'éprouvette va également s'opposer à la décohésion entre l'acier et le béton tout en limitant la fissuration du béton. La contrainte résiduelle (post-pic) augmente donc également.

#### **3-3-b. Confinement passif**

Au cours de leurs essais, Eligehausen et al (1983) ont fait varier la nature des renforts transversaux responsables du confinement passif de leurs éprouvettes (Figure 3-3). L'apport de ces renforts additionnels (barres et cadres) permet de passer d'une contrainte maximale de cisaillement de 6 MPa à une contrainte maximale entre 12 et 14 MPa (Figure 3-15) en fonction des caractéristiques des renforts utilisés (diamètre des barres compris entre 6 et 30 mm). Cette seconde forme de confinement joue un rôle comparable à un chargement extérieur. Il diminue les phénomènes de fissuration du béton en empêchant l'expansion du béton par microfissuration (cadres) et en augmentant la résistance de l'éprouvette dans la direction des sollicitations de traction (renforts).

### **3-4. Conclusions**

On retient ici l'influence de la rugosité de la barre et des caractéristiques matériaux du béton. Concernant l'effet du diamètre du renfort, les différents résultats présentés ne sont pas réellement conclusifs. Enfin, le confinement du béton (contraintes de compression dans la direction normale aux aciers, présence de cadres,...) semble améliorer les caractéristiques de la liaison.

## 4. Lois d'adhérence proposées dans la littérature

Différents modèles empiriques de loi d'adhérence  $\tau = f_{ad}(g)$  sont présentés ici. Ils sont décomposés en deux classes en fonction de leur domaine d'application. Les premières lois présentées s'attachent uniquement à caractériser la phase pré-pic de la loi d'adhérence alors que les lois suivantes proposent une représentation plus complète du comportement de l'interface acier-béton. Chacune de ces lois fait intervenir différentes constantes numériques. Les valeurs proposées ici sont celles utilisées par les auteurs (dans une configuration précise).

### 4-1. Comportement pré-pic

Le modèle le plus simple est celui de Ngo et Scoderlis (1967) (Figure 3-16). Il consiste à représenter le comportement de la liaison par une fonction linéaire (équation (3-3)).

$$\tau = k \times g \quad (3-3)$$

Le principal inconvénient de cette loi est de ne pas tenir compte de la détérioration progressive de la liaison. Pour cela, Khalfallah et Ouchenane (2007) ont ainsi proposé une loi bilinéaire (équation (3-4) et Figure 3-17).

$$\begin{aligned} \tau &= k_1 \times g && \text{pour } g \leq g_1 \\ \tau &= \tau_1 + k_2(g - g_1) && \text{pour } g_1 < g \leq g_2 \end{aligned} \quad (3-4)$$

Avec  $\tau_1 = 10,55$  MPa,  $\tau_2 = 13,50$  MPa,  $g_1 = 2$  mm et  $g_2 = 10,5$  mm (Khalfallah et Ouchenane, 2007).

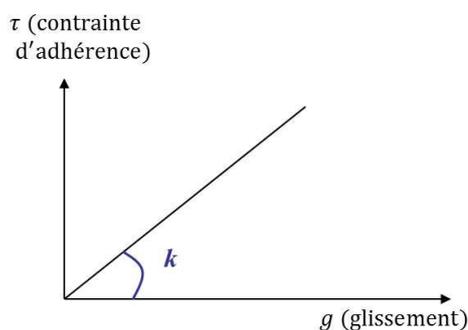


Figure 3-16 : Forme de la loi d'adhérence linéaire (Ngo et Scoderlis, 1967)

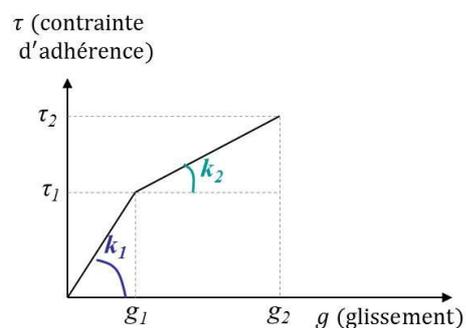


Figure 3-17 : Forme de la loi d'adhérence bilinéaire (Khalfallah et Ouchenane, 2007)

Kwak et Kim (2001) ont quant à eux proposé une loi tri-linéaire comportant un palier (équation (3-5)). Cette dernière partie de la courbe permet de représenter qualitativement les changements de mode d'adhérence sans pour autant modéliser la décroissance des contraintes lorsque d'importantes dégradations mécaniques ont eu lieu autour de la liaison.

$$\begin{aligned} \tau &= k_1 \times g && \text{pour } g \leq g_1 \\ \tau &= \tau_1 + k_2(g_1 - g) && \text{pour } g_1 < g \leq g_2 \\ \tau &= \tau_2 && \text{pour } g_2 < g \leq g_3 \end{aligned} \quad (3-5)$$

avec  $\tau_1 = 10,3$  MPa,  $\tau_2 = 16,20$  MPa,  $g_1 = 0,7$  mm,  $g_2 = 2$  mm et  $g_3 = 7$  mm (Kwak et Kim, 2001).

On peut alors imaginer des lois de plus en plus proches des courbes expérimentales en multipliant le nombre de segments. Cette démarche suppose cependant de fixer un nombre croissant de constantes difficiles à déterminer expérimentalement.

Il est aussi envisageable de représenter la phase croissante du comportement de la liaison à l'aide d'une fonction polynomiale. Nilson (1968) propose ainsi l'usage d'un polynôme de degré 3:

$$\tau = k_1g - k_2g^2 + k_3g^3 \quad (3-6)$$

avec  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$  des constantes positives permettant de passer par des points de la courbe définis au préalable. Dans (Nilson, 1968), ces trois points sont l'origine du repère, le maximum de la courbe ( $\tau_{max} = 5$  MPa pour  $g_1 = 1,1 \cdot 10^{-2}$  mm) et le dernier point de définition de la loi ( $\tau = 3$  MPa pour  $g_2 = 2 \cdot 10^{-2}$  mm). Cette forme de loi permet de représenter une partie de la phase adoucissante de la loi d'adhérence.

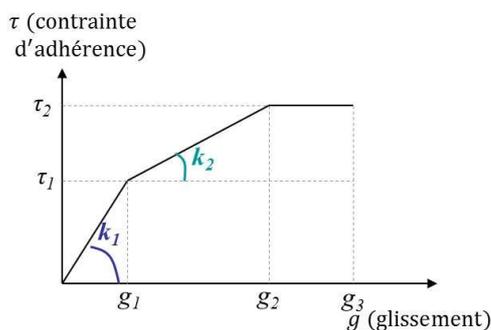


Figure 3-18 : Forme de la loi d'adhérence tri-linéaire (Kwak et Kim, 2001)

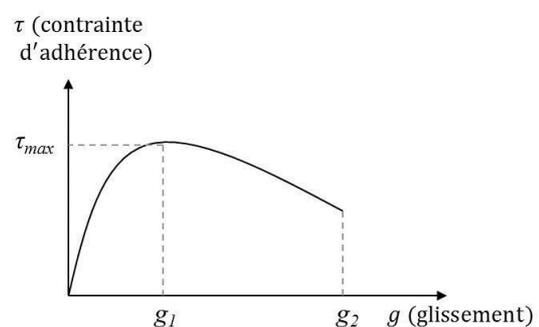


Figure 3-19 : Forme de la loi d'adhérence pour un polynôme de degrés 3 (Nilson, 1968)

## 4-2. Dégradation complète de la liaison

Lorsqu'on souhaite représenter la totalité du comportement de la liaison, il faut adopter une loi plus complète tenant compte, à la fois, du phénomène adoucissant et du palier final correspondant au frottement résiduel acier-béton. La loi la plus utilisée dans la littérature est celle définie par Eligehausen et al (1983). La première phase de la courbe est représentée par une loi puissance alors que les parties suivantes sont obtenues à l'aide de segments de droites (Figure 3-20).

$$\begin{aligned}
 \tau &= \tau_{max} \left( \frac{g}{g_1} \right)^\alpha && \text{pour } g \leq g_1 \\
 \tau &= \tau_{max} && \text{pour } g_1 < g \leq g_2 \\
 \tau &= \tau_{max} - (\tau_{max} - \tau_3) \left( \frac{g - g_2}{g_3 - g_2} \right) && \text{pour } g_2 < g \leq g_3 \\
 \tau &= \tau_3 && \text{pour } g_3 < g
 \end{aligned} \tag{3-7}$$

Pour une éprouvette de 75\*17.5\*37.5 cm<sup>3</sup> et une barre de 25 mm de diamètre,  $\tau_{max} = 13,5$  MPa,  $\tau_3 = 5$  MPa,  $g_1 = 1$  mm,  $g_2 = 3$  mm,  $g_3 = 10,5$  mm et  $\alpha = 0,4$ .

L'évolution de chacun des paramètres de cette loi a été identifiée en fonction des différents facteurs cités précédemment (aire relative de nervure, résistances du béton, confinement actif, passif...). Cette loi a également été reprise par le Code Modèle 2010 (CEB-FIB, 2012).

De nombreux auteurs réutilisent la forme de la loi d'Eligehausen et al (1983) (équation (3-7)) en proposant de nouveaux moyens d'identifier chaque variable. Harajli (1994) propose par exemple de modifier la valeur de la constante  $\alpha$  (phase pré-pic de l'équation (3-7)) en posant  $\alpha = 0,3$ . Desnerck et al (2010) évaluent quant à eux la contrainte d'adhérence maximale selon une relation de la forme de l'équation (3-8). Ils tiennent ainsi compte du rôle du diamètre  $d_a$  de la barre, de la résistance en compression  $f_c$  du béton et de l'épaisseur  $c$  d'enrobage (paramètre absent dans la proposition de loi d'Eligehausen et al (1983)).

$$\tau_{max} = \left( 1,77 + 0,49 \frac{c}{d_a} \right) \sqrt{f_c} \tag{3-8}$$

D'autres auteurs (Yankelevsky, 1997) ont choisi de simplifier cette loi en remplaçant la partie non linéaire de la courbe par un segment de droite (segment en pointillé sur la Figure 3-20).

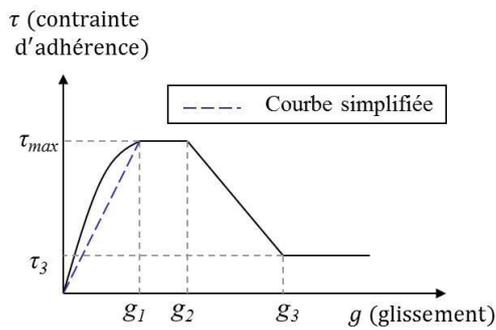


Figure 3-20 : Forme de la loi d'adhérence proposée par Eligehausen et al (1983)

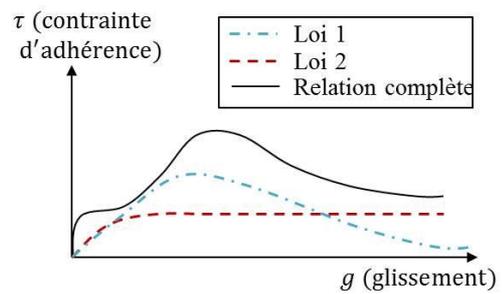


Figure 3-21 : Forme de la loi proposée par Yankelevsky et al (1992)

Enfin, certaines propositions plus complexes, tendent à représenter les phénomènes physiques à l'origine de la forme de la loi. Yankelevsky et al (1992) proposent par exemple un modèle décomposant le phénomène de verrou mécanique (interactions entre nervures d'acier et béton représenté par la contrainte  $\tau_{méca}$  : loi 1 de la Figure 3-21) et le phénomène de frottement acier-béton ( $\tau_{frot}$  : loi 2 de la Figure 3-21). La loi d'adhérence est obtenue en sommant l'effet de ces deux contraintes soit :

$$\tau = f_{ad}(g) = \tau_{méca}(g) + \tau_{frot}(g)$$

$$\text{avec } \begin{cases} \tau_{méca}(g) = k_1 g^D e^{-\alpha g} \\ \tau_{frot}(g) = \frac{\tau_u g}{g + \tau_u} \end{cases} \quad (3.9)$$

$k_1$  et  $\alpha$  varient principalement en fonction de la géométrie de la barre. La variable  $D$  caractérise la détérioration de l'interface en fonction de l'amplitude du chargement et  $\tau_u$  représente la contrainte résiduelle de frottement ( $\tau_u = 4,6$  MPa dans Yankelevsky et al (1992)).

### 4-3. Conclusions

En conclusion, les lois d'adhérence proposées dans la littérature se différencient par :

- la forme de la courbe proposée (linéaire, bilinéaire, adoucissante,...)
- les valeurs caractéristiques utilisées (ordre de grandeurs de glissement, de contraintes d'adhérence très variables d'un auteur à l'autre)
- les différents paramètres influents dont elles tiennent compte

Faire un choix parmi ces différents modèles s'avère donc délicat et requiert des données expérimentales précises concernant les différentes phases de la loi d'adhérence (les courbes présentes dans la littérature ne permettent, par exemple, pas toujours de décrire précisément le comportement de l'interface pour de très faibles glissements). Une campagne expérimentale de caractérisation de la loi d'adhérence est donc proposée.

## 5. Mise en place d'une campagne d'essais de *pull-out*

L'objectif principal de cette campagne est de déterminer une loi d'adhérence caractérisant le comportement local de l'interface d'une armature sans avoir à tenir compte de la présence d'autres renforts alentours. L'essai de *pull-out* normalisé par la Rilem (1970a) représente donc un bon candidat. La mise en œuvre de cet essai est, de plus, suffisamment simple pour permettre un grand nombre de test.

Cette campagne expérimentale vient compléter les résultats de la littérature, elle donnera en particulier accès à l'intégralité de la courbe (même pour des valeurs très faibles de glissement acier-béton). Une étude de certains paramètres influents est également proposée.

### 5-1. Objectifs

Cette campagne expérimentale a pour objectif d'étudier plus finement la première phase de dégradation de la liaison (phase pré-pic) mais également de déterminer l'influence de différents paramètres géométriques. Les paramètres retenus sont les suivants :

- la rugosité du renfort (différence entre des barres Lisses (L) et des barres Haute Adhérence (HA))
- le diamètre du renfort (4 diamètres testés : 8mm, 10mm, 12mm et 16mm)
- l'état de contrainte du béton (confinement du béton)
- l'histoire du chargement (comportement de la liaison sous un chargement alterné)

			Non confinées		Confinées	
			Non-instrumentées	Instrumentées	5 MPa	10 MPa
Rugosité	HA	HA12	3	3	3	4
	Lisse	L12	3	--	--	--
Diamètre	$d_a = 8$ mm	HA8	3	3	--	--
	$d_a = 10$ mm	HA10	3	--	--	--
	$d_a = 16$ mm	HA16	3	--	2	2*

Tableau 3-2 : Nombre et caractéristiques des essais monotones (32 éprouvettes)

---

\* Compte tenu de la dimension des éprouvettes et des capacités du montage, la pression de confinement vaut 8 MPa pour cette série d'essais

			Non confinées		Confinées	
			Non-instrumentées	Instrumentées	5 MPa	10 MPa
Charge-ment	Décharge pré-pic	HA12	6	3	1	3
	Décharge post-pic	HA12	3	--	--	1
Diamètre	$d_a = 16$ mm	HA16	1	--	--	2*

**Tableau 3-3 : Nombre et caractéristiques des essais alternés (20 éprouvettes)**

Pour tester ces différents paramètres, la campagne expérimentale comprend 52 éprouvettes. Les Tableau 3-2 et Tableau 3-3 résument les configurations étudiées et le nombre d'éprouvettes testées. Ainsi, Chaque test a été reproduit plusieurs fois (en moyenne 3) de manière à mesurer la variabilité des valeurs expérimentales tout en conservant un nombre raisonnable d'éprouvettes. Pour certaines éprouvettes (éprouvettes « instrumentées »), des jauges de déformation ont été collées sur les aciers. Le comportement de l'interface acier-béton sous un chargement alterné n'ayant pas fait l'objet de modélisation numérique dans le cadre de cette thèse, seuls les essais monotones (Tableau 3-2) sont détaillés dans ce document.

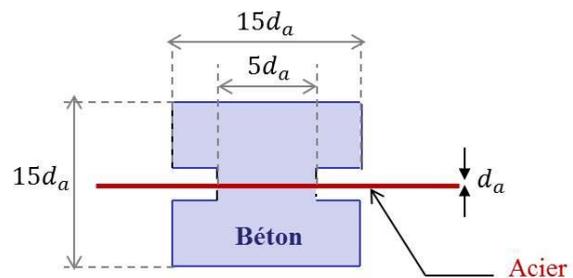
## 5-2. Principe de l'essai

### 5-2-a. Caractéristiques géométriques

Les éprouvettes sont constituées d'un cube de béton traversé d'un unique renfort d'acier (Figure 3-22).



a)



b)

**Figure 3-22 : Forme de l'éprouvette**

a) photo d'une éprouvette, b) dimensions de l'éprouvette (coupe dans le plan du renfort)

\* Compte tenu de la dimension des éprouvettes et des capacités du montage, la pression de confinement vaut 8 MPa pour cette série d'essais

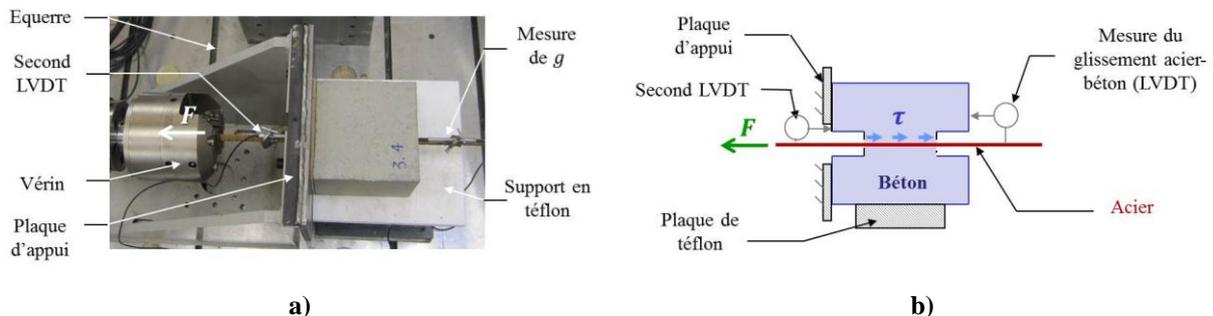
Certains essais étant effectués sous chargement alterné, les éprouvettes comportent deux réservations de part et d'autre de la zone d'adhérence du renfort (éprouvettes symétriques). Ces réservations ont été créées à l'aide de manchons en plastique qui ont été retirés des éprouvettes avant chaque essai. Les dimensions sont représentées sur le schéma de la Figure 3-22 et dépendent du diamètre  $d_a$  du renfort d'acier. La Figure 3-23 représente les 5 types d'éprouvettes testées au cours de cette campagne (5 types de renfort).

### 5-2-b. Chargement de l'éprouvette

Un vérin permet d'imposer un chargement en déplacement à une extrémité du renfort d'acier. La translation du cube de béton est bloquée par une plaque métallique (elle-même supportée par une équerre comme l'illustre la Figure 3-24a). L'éprouvette repose également sur un support en téflon permettant d'assurer le bon alignement entre la barre d'acier et le vérin. La mise en flexion du renfort est ainsi évitée. Le glissement acier-béton est mesuré par un premier capteur LVDT situé à l'extrémité non chargée du renfort (Figure 3-24). Un second capteur LVDT a également été positionné du côté du chargement de manière à avoir accès à une seconde valeur de déplacement relatif entre l'acier et le béton (Figure 3-24).



**Figure 3-23 : Les différentes éprouvettes testées (de de gauche à droite : HA16, HA12, L12, HA10, HA8)**



**Figure 3-24 : Montage expérimental, a) photo du dispositif expérimental, b) schéma de principe (coupe de l'éprouvette)**

### 5-2-c. Propriétés matériaux

Les caractéristiques matériaux de l'acier (module d'Young  $E_a$  et limite élastique  $\sigma_e$ ) ont été identifiées à partir d'essais de traction uniaxiale. Ces résultats sont reportés dans le Tableau 3-4. La surface relative  $S_r$  (donnée fournisseur correspondant aux valeurs classiques de l'Eurocode 2) y est également indiquée.

La composition du béton utilisé est donnée dans le Tableau 3-5. Ses caractéristiques ont été testées à partir d'essais de compression uniaxiale et de fendage sur des cylindres de béton (16 cm de diamètre et 32 cm de haut). Les résistances moyennes en traction  $f_t$  et compression  $f_c$  ainsi que le module d'Young  $E_b$  sont reportés dans le Tableau 3-6. Comme les essais de *pull-out*, la caractérisation du béton a été effectuée au moins 28 jours après le coulage du béton.

Type de renfort	$E_a$ (GPa)	$\sigma_e$ (MPa)	$S_r$
HA8, HA10, HA12	200	560	0,04
HA16	200	580	0,056
L12	190	550	--

Tableau 3-4 : Caractéristiques des renforts d'acier

Quantité de ciment (CEMI 52,5N) ( $\text{kg m}^{-3}$ )	Rapport eau/ciment	Dimension maximale des granulats (mm)
400	0.53	16

Tableau 3-5 : Composition du béton

$E_b$ (GPa)	$f_t$ (MPa)	$f_c$ (MPa)
28	3,12	36,6

Tableau 3-6 : Propriétés matériau du béton

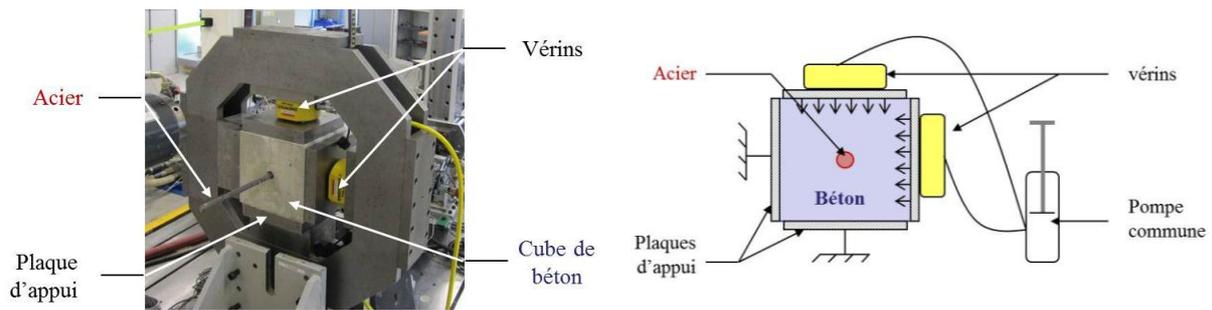


Figure 3-25 : Dispositif de confinement

#### 5-2-d. Dispositif de mise en confinement

L'effet du confinement actif du béton a été testé à l'aide d'un dispositif expérimental dimensionné pour cette application. Le montage (Figure 3-25) est composé de 4 plaques d'appui en acier associées à deux vérins montés en série sur une unique pompe de manière à assurer une mise en pression identique dans les deux directions de chargement.

L'objectif de ce montage est de confiner de façon homogène le béton situé à proximité du renfort d'acier (contrainte homogène dans la direction normale au renfort). Cette condition mérite d'être vérifiée pour plusieurs raisons :

- la surface d'application de la pression (imposée par les caractéristiques des vérins) est inférieure à la surface des plaques d'appui : le chargement extérieur n'est donc pas homogène
- la barre d'acier constitue une inclusion rigide au centre de l'éprouvette et influe sur la répartition des contraintes
- les deux réservations situées de part et d'autre de la zone d'adhérence représentent des singularités géométriques pouvant être à l'origine de concentrations de contraintes.

Une simulation numérique de l'effet du dispositif de confinement est donc proposée. Pour cette application, la barre d'acier et le cube de béton sont maillés à l'aide d'éléments volumiques (Figure 3-26). Les réservations situées de part et d'autre de la zone d'adhérence sont également représentées (Figure 3-26). Enfin, les deux plaques d'appuis en contact avec les vérins sont maillées (Figure 3-27). Les conditions aux limites sont décomposées de la manière suivante :

- les surfaces  $S_x$ ,  $S_y$  et  $S_z$  de l'éprouvette sont respectivement bloquées dans les directions  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  (Figure 3-27)

- les plaques d'appuis  $P_x$  et  $P_y$  sont bloquées dans leurs directions tangentielles ( $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  pour la plaque  $P_x$  et  $\vec{x}$  et  $\vec{z}$  pour la plaque  $P_y$ ) en deux points situés au niveau des vis de fixation du montage (Figure 3-27)
- le lien entre l'éprouvette et les plaques d'appui est représenté par des conditions de contact avec prise en compte des effets de frottement.

Pour le chargement, une pression est appliquée au centre de chaque plaque d'appui (exemple : la surface  $S_{vx}$  pour la plaque d'appui  $P_x$  comme l'illustre la Figure 3-27) sur une surface aux dimensions identiques aux surfaces d'appui des vérins ( $62,1 \text{ cm}^2$ ).

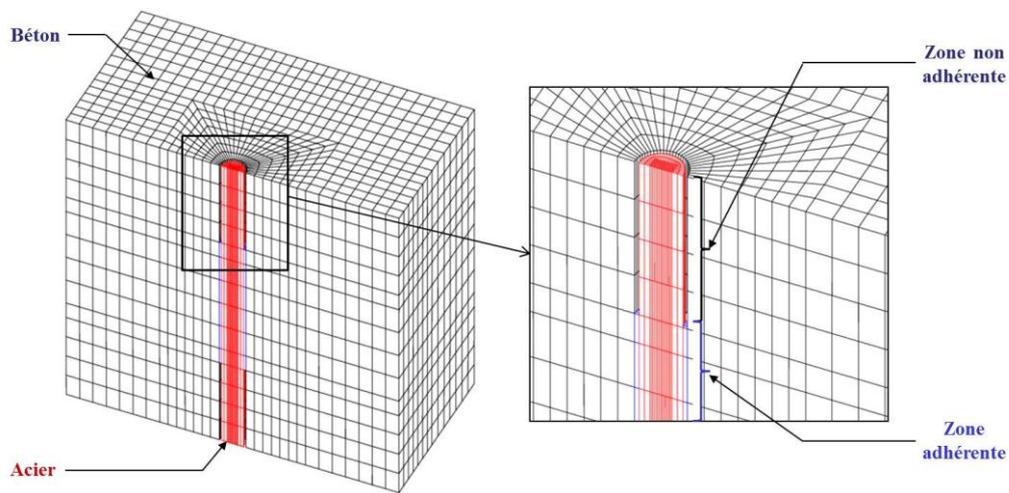


Figure 3-26 : Maillage volumique de l'éprouvette (coupe dans un plan parallèle au renfort)

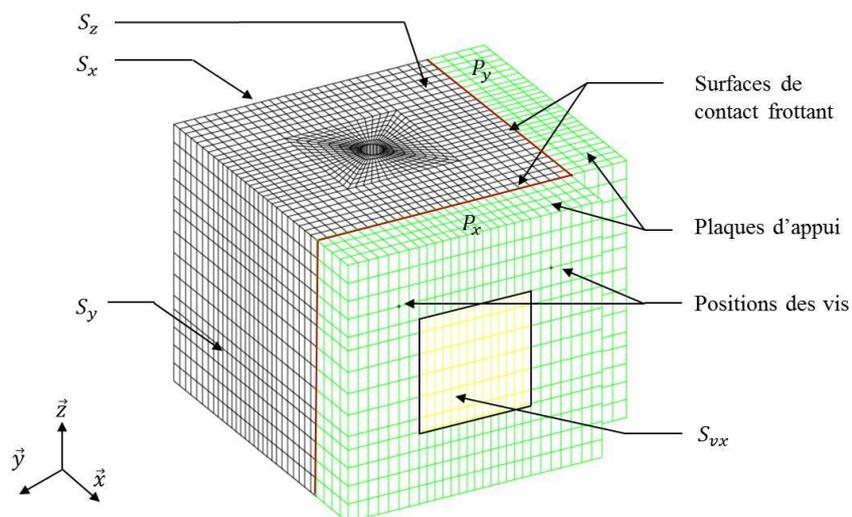
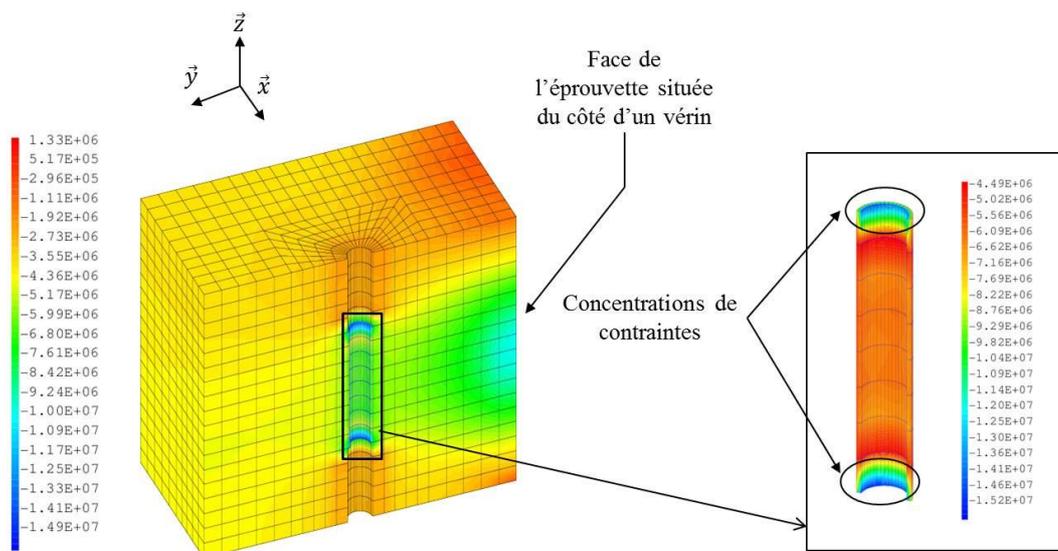


Figure 3-27 : Définition des conditions aux limites  
(les deux plaques d'appui sont identiques : position des vis et de la surface d'appui du vérin)



**Figure 3-28 : Répartition de la contrainte radiale (en Pa) dans l'éprouvette de béton (coupe dans un plan parallèle au renfort et zoom sur la partie adhérente à la barre) (exemple d'une éprouvette renforcée d'une barre HA12)**

La Figure 3-28 illustre la répartition de la contrainte radiale dans le béton pour une pression extérieure de 5MPa sur une éprouvette de type HA12. Si on observe une répartition hétérogène de la contrainte en surface de l'éprouvette (induite par la faible surface d'appui des vérins), l'épaisseur de béton est suffisamment importante pour diffuser l'effort et obtenir une contrainte homogène d'environ 5 MPa autour du renfort d'acier (Figure 3-28). Les concentrations de contraintes aux extrémités de la zone d'adhérences (zones singulières) ne peuvent cependant être évitées. Une simulation analogue a été effectuée sur l'éprouvette de type HA16. Elle amène aux mêmes résultats. Le montage proposé assure donc un confinement radial homogène dans la majeure partie de la zone d'adhérence.

### 5-3. Résultats des essais non-confinés

#### 5-3-a. Comportement global de l'éprouvette (éprouvettes de référence)

L'effort  $F$  appliqué au renfort d'acier est mesuré tout au long de l'essai. La contrainte d'adhérence est ensuite évaluée à partir de l'équation suivante (Rilem , 1970a) :

$$\tau = \frac{F}{d_a l_a \pi} \quad (3-10)$$

avec  $d_a$  le diamètre du renfort d'acier et  $l_a$  la longueur d'adhérence (égale à  $5d_a$ ). La loi d'adhérence est obtenue en décrivant l'évolution de cette contrainte en fonction du glissement acier-béton mesuré à l'extrémité non chargée du renfort. La Figure 3-29 présente la loi obtenue

pour une des éprouvettes de référence (HA12 non confinée). Un zoom sur la première partie de la courbe est réalisé sur la Figure 3-30.

On retrouve bien les différentes phases de dégradation décrites au cours du chapitre 1 :

- Une phase initiale caractérisée par un très faible glissement jusqu'à  $\tau_0 \sim 4,5$  MPa (Figure 3-30). Cette phase peut être approchée par une droite (en rouge sur la Figure 3-30) de pente à l'origine  $k_l \sim 10^{12}$  Pa  $\cdot$  m<sup>-1</sup>.
- Une phase croissante de dégradation progressive jusqu'à une valeur maximale de  $\tau_{max} = 22,5$  MPa atteinte pour un glissement  $g(\tau_{max}) = 1,45$  mm (Figure 3-29)
- Une phase décroissante qui se termine par un palier de frottement d'environ 2 MPa (Figure 3-29).

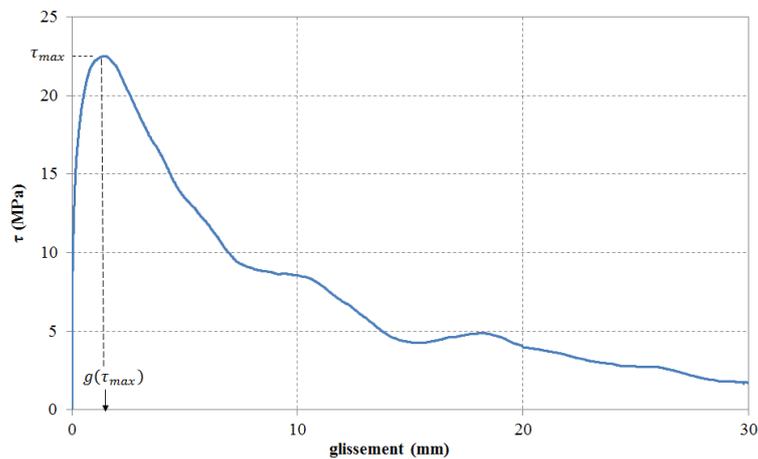


Figure 3-29 : Exemple de loi d'adhérence (éprouvette HA12 non confinée)

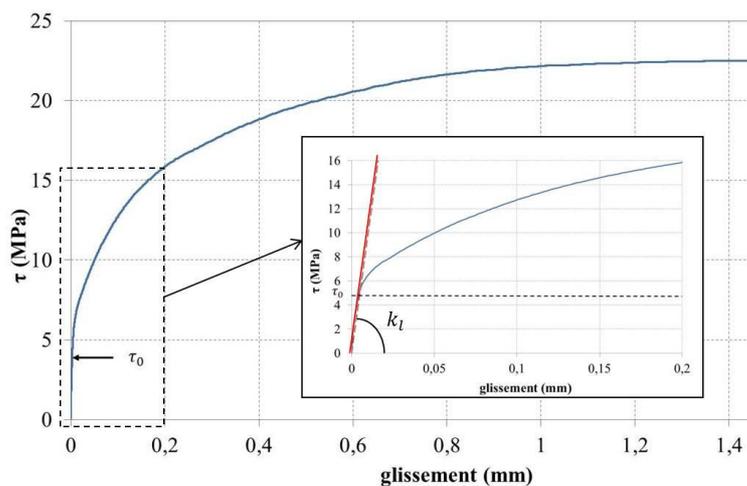


Figure 3-30 : Phase pré-pic de la courbe de la Figure 3-29 et zoom sur la phase initiale

Valeur moyenne (MPa)	Ecart-type (MPa)	Coefficient de variation
24,28	2,70	11%

Tableau 3-7 : Résultats expérimentaux concernant la valeur  $\tau_{max}$

Valeur moyenne (mm)	Ecart-type (mm)	Coefficient de variation
1,03	0,3	29%

Tableau 3-8 : Résultats expérimentaux concernant la valeur  $g(\tau_{max})$

Les Tableau 3-7 et Tableau 3-8 présentent les valeurs moyennes, écart-type et coefficient de variation de  $\tau_{max}$  et  $g(\tau_{max})$ . On remarque ainsi une forte variabilité de la valeur du glissement  $g(\tau_{max})$  alors que la résistance maximale semble plus reproductible.

### 5-3-b. Observation des différentes phases de dégradation

L'instrumentation des éprouvettes (capteurs LVDT, jauges de déformation) permet d'étudier plus en détail l'évolution de la dégradation de l'adhérence le long de la barre de renfort.

- Capteurs LVDT

Le déplacement relatif entre l'acier et le béton a été mesuré aux deux extrémités du renfort (Figure 3-31). Il est donc possible de comparer les valeurs de glissement acier-béton entre ces deux points. Si l'interprétation de la mesure est directe du côté libre (absence de déformation), il convient de corriger la valeur mesurée à l'extrémité chargée  $\Delta u_2$ . En effet, ce capteur mesure à la fois le glissement acier-béton  $g_2$  au point  $P$  mais également l'allongement du renfort entre les point  $P$  et  $Q$  :  $\Delta l_{PQ}$ . Le glissement  $g_2$  correspond donc à :

$$g_2 = \Delta u_2 - \Delta l_{PQ} \quad (3-11)$$

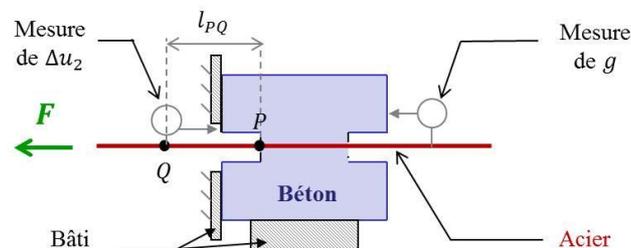


Figure 3-31 : Position des capteurs LVDT

La barre d'acier reste élastique tout au long du chargement (les valeurs d'effort appliqué créent des contraintes inférieures à la limite élastique du matériau), cet allongement est donc directement évalué à partir de l'effort  $F$  appliqué à l'acier :

$$\Delta l_{PQ} = \varepsilon_a l_{PQ} \quad (3-12)$$

avec  $\varepsilon_a = \frac{F}{S_a E_a}$

avec  $E_a$  le module d'Young de l'acier,  $S_a$  la section droite de la barre et  $l_{PQ}$  la longueur initiale d'acier entre P et Q.

En suivant cette méthode, la Figure 3-32 représente l'évolution du glissement  $g_2$  en fonction du glissement mesuré à l'extrémité non chargé de la barre  $g$  (utilisé pour décrire l'évolution de la loi d'adhérence). On observe trois phases de dégradation :

- Dans un premier temps, seul le glissement  $g_2$  évolue indiquant une propagation partielle du glissement (la barre ne glisse pas sur toute sa longueur).
- A partir du point A, le glissement est également observable à l'extrémité de la barre. La dégradation de l'adhérence reste cependant plus importante du côté du chargement (pente de la courbe supérieure à 1).
- Après le point B le glissement évolue de façon relativement identique aux deux extrémités de la barre (pente proche de 1). La dégradation de l'adhérence peut alors être considérée comme homogène le long du renfort. L'hypothèse de contrainte d'adhérence homogène le long du renfort est donc bien valide à partir de ce point.

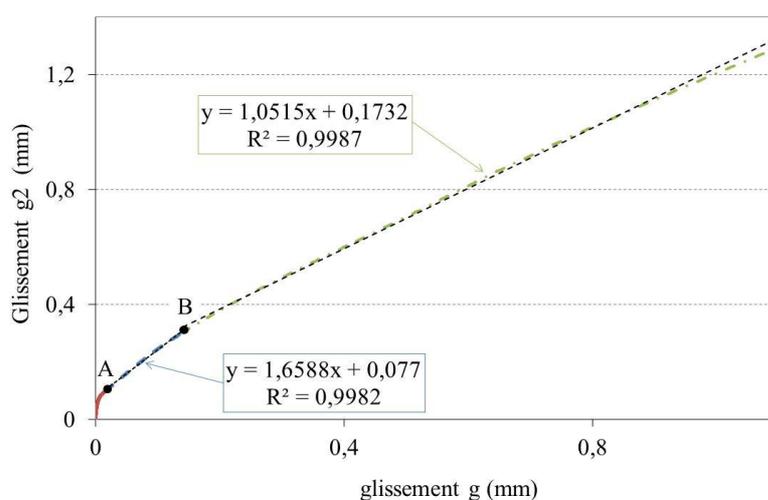
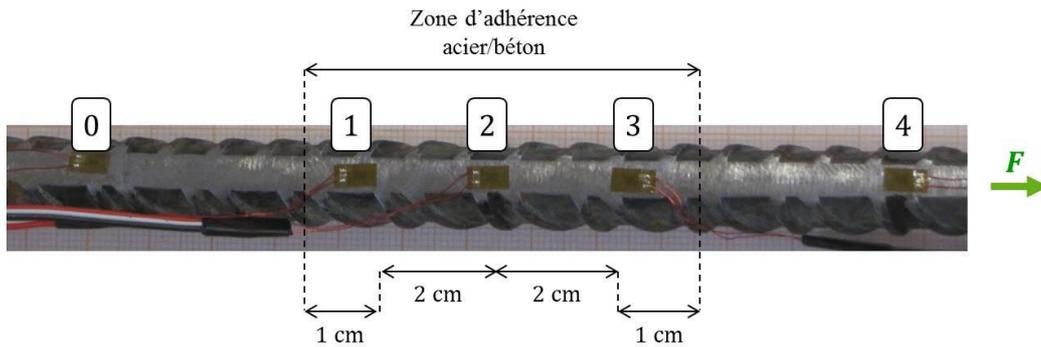


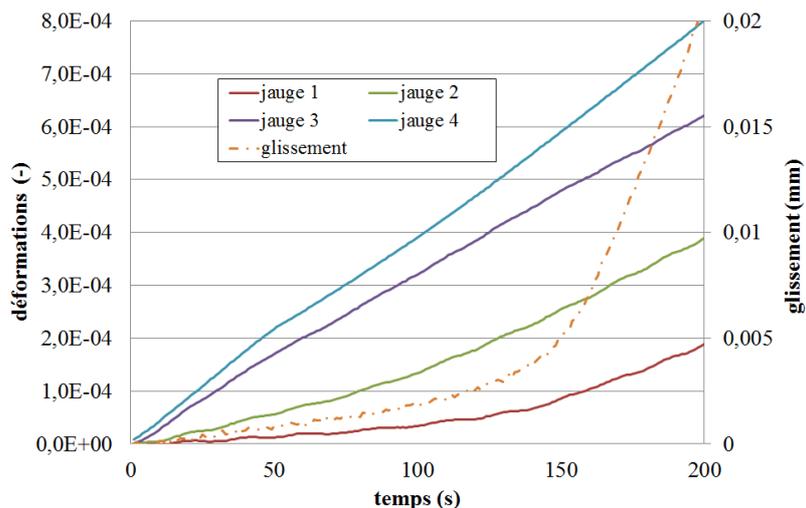
Figure 3-32 : Evolution du glissement  $g_2$  (côté chargement) en fonction du glissement  $g$



**Figure 3-33 : Position des jauges d'acier le long du renfort (HA12)**

- Jauges de déformation

Certaines éprouvettes ont été instrumentées à l'aide de 5 jauges de déformation : 3 placées dans la zone d'adhérence (1, 2 et 3) et 2 situées dans les zones non-adhérentes (0 et 4) (Figure 3-33). Pour limiter au maximum l'aspect intrusif de l'instrumentation, les fils des jauges n'ont pas été protégés (absence de gaine plastique) et la barre de renfort a été limée au minimum. Cet objectif a été rempli puisque la loi d'adhérence de la barre est très peu impactée (écart relatif de 12% sur la valeur de  $\tau_{max}$  entre les éprouvettes instrumentés et celles qui ne le sont pas). Ces précautions rendent cependant les jauges très fragiles. Certaines jauges ont ainsi été détruites lors du coulage du béton, lors de la manutention de l'éprouvette ou encore dès le début de l'essai. Des observations ont cependant été possibles sur une des éprouvettes au tout début de l'essai (glissement de l'ordre de 0,02 mm).



**Figure 3-34 : Evolutions des déformations au cours du temps**

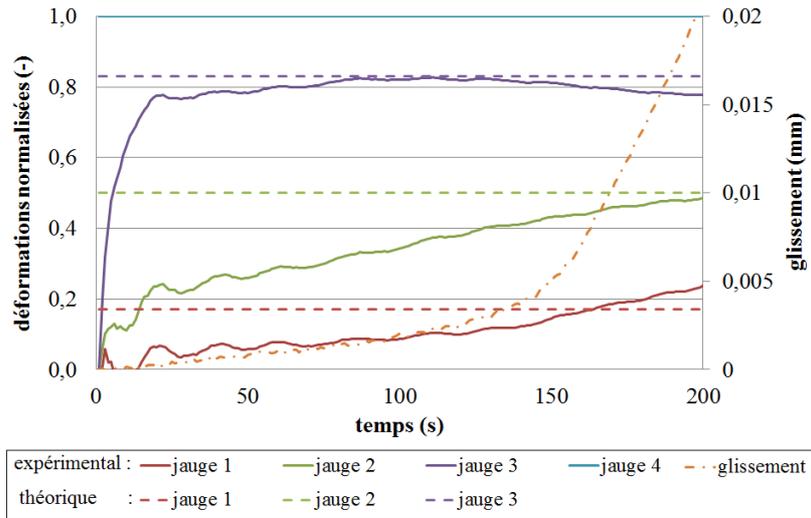


Figure 3-35 : Evolution des déformations normalisées au cours du temps

La Figure 3-34 représente l'évolution des déformations au cours du temps pour des valeurs de glissement faibles (inférieur à 0,02mm correspondant au point A de la Figure 3-32). L'acier restant élastique au cours de l'essai, la répartition des contraintes le long du renfort (et donc des contraintes d'adhérence) est directement liée à la répartition des déformations. Pour étudier plus précisément cette répartition, la Figure 3-35 représente l'évolution des déformations normalisées par la valeur mesurée par la jauge 4 (déplacement élastique de l'acier seul). Les valeurs théoriques de déformations calculées en supposant la contrainte d'adhérence constante le long de la barre  $y$  sont également représentées (en pointillé). On observe que cette valeur théorique est rapidement approchée par la jauge 3 (instant correspondant à 20s et donc à un glissement mesuré négligeable) alors qu'elle est atteinte plus lentement pour les jauges suivantes (glissement d'environ 0,02 mm). Cela résulte de la dégradation progressive de l'adhérence qui évolue le long de la barre avec le chargement. A partir d'un glissement de 0,02 mm, les déformations mesurées s'approchent des valeurs théoriques. Cette valeur de glissement correspond cependant au point A de la courbe de la Figure 3-32. Ce résultat mériterait donc d'être complété à partir d'un plus grand nombre de mesures et sur une plus grande partie de l'essai pour expliquer la répartition de la contrainte d'adhérence pendant la phase transitoire observée entre les points A et B de la Figure 3-32.

### 5-3-c. Influence du diamètre du renfort

On teste l'effet du diamètre sur les deux paramètres  $\tau_{max}$  et  $g(\tau_{max})$  (Figure 3-29).

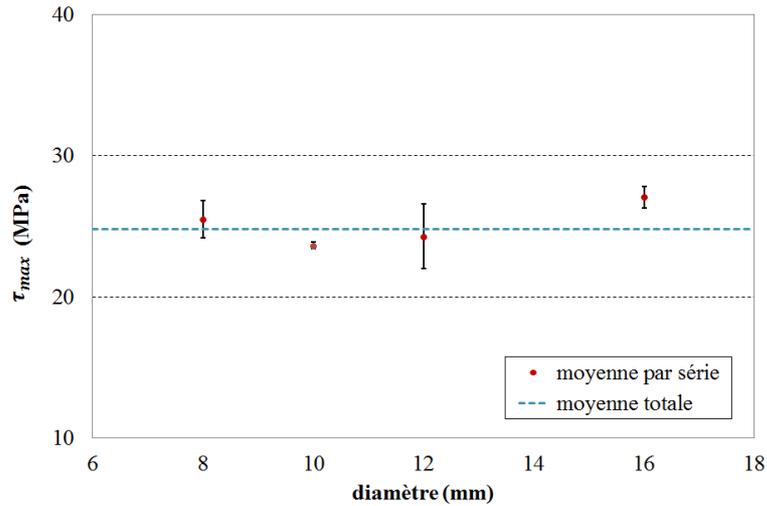


Figure 3-36 : Evolution de  $\tau_{max}$  en fonction du diamètre du renfort

- Influence sur  $\tau_{max}$

La Figure 3-36 représente l'évolution de  $\tau_{max}$  en fonction du diamètre du renfort (valeurs moyennes et écarts-types). La dispersion des résultats d'un diamètre à l'autre est du même ordre de grandeur que celle observée sur la série d'éprouvettes de référence (HA12) (Tableau 3-9). Ces résultats nous permettent de confirmer que le diamètre du renfort n'influe pas sur la valeur de  $\tau_{max}$  pour les dimensions de diamètres testés.

Diamètre	Moyenne (MPa)	Ecart-type (MPa)	Coefficient de variation
8 mm	25,5	1,35	5,3%
10 mm	23,6	0,17	0,7%
12 mm	24,3	2,70	11%
16 mm	27,1	0,75	2,8%
Tout diamètre confondu	24,9	2,20	8,8%

Tableau 3-9 : Variabilité de  $\tau_{max}$  tous diamètre de renfort confondus

Il est à noter que la surface relative des renforts courants augmente pour des diamètres supérieurs à 12 mm (passant de 0,04 pour les HA8, HA10 et HA12 à 0,056 pour les HA16). A surface relative identique, les valeurs relevées pour le diamètre de 16 mm pourraient donc être inférieures. Il serait donc bon de chiffrer l'influence de cet écart de surface relative pour confirmer ces observations.

- Influence sur  $g(\tau_{max})$

La variable  $g(\tau_{max})$  reste très dispersée d'un essai à l'autre. La Figure 3-37 représente son évolution en fonction du diamètre (valeurs moyennes et écarts-types). En première approche, celle-ci peut être représentée par une courbe bilinéaire (augmentation entre 8 et 12 mm puis valeur constante) passant par les points moyens de chaque série d'éprouvettes. La pente du premier segment de droite (entre HA8 et HA12) reste cependant très faible (0,08) et la tendance est difficile à confirmer en regard de la forte dispersion des résultats et du nombre limité de diamètres testés. Le Tableau 3-10 représente la variabilité de  $g(\tau_{max})$  pour chaque diamètre. Ces résultats sont très proches de ceux mesurés uniquement pour la série des éprouvettes de référence (HA12) et confirment que les valeurs de  $g(\tau_{max})$  observées pour les plus faibles diamètres restent dans la dispersion des essais. On peut donc raisonnablement choisir  $g(\tau_{max})$  indépendant du diamètre du renfort.

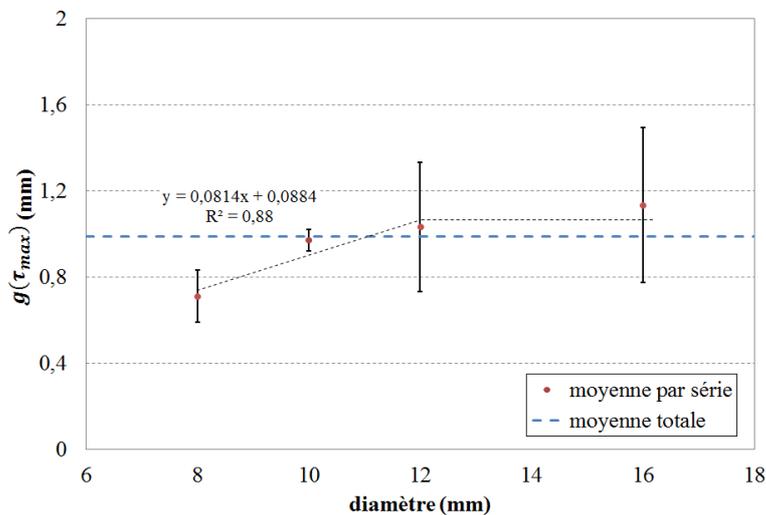


Figure 3-37 : Evolution de  $g(\tau_{max})$  en fonction du diamètre du renfort

Diamètre	Moyenne (MPa)	Ecart-type (MPa)	Coefficient de variation
8 mm	0,71	0,12	17%
10 mm	0,97	0,05	5,2%
12 mm	1,03	0,3	29%
16 mm	1,13	0,36	32%
Tout diamètre confondu	0,99	0,29	29%

Tableau 3-10 : Variabilité de  $g(\tau_{max})$  tous diamètres confondus

En conclusion, le diamètre du renfort (dans la plage des diamètres testés et pour les caractéristiques classiques de renfort) n'est pas retenu comme un paramètre géométrique influant sur la loi d'adhérence.

#### 5-3-d. Influence de la rugosité (barres HA / barres lisses)

Un exemple de loi d'adhérence mesurée avec les barres lisses (L12) est présenté sur la Figure 3-38. Comme attendu, le comportement de la liaison acier-béton est ici principalement gouverné par un phénomène de frottement entre les deux matériaux. La contrainte d'adhérence augmente donc jusqu'à la valeur seuil  $\tau_0$  à partir de laquelle le glissement acier-béton commence à augmenter. La contrainte d'adhérence diminue alors pour se stabiliser autour d'une seconde valeur seuil  $\tau_{frot}$ .

Le Tableau 3-11 résume les mesures effectuées sur cette série d'éprouvettes. Il est à noter que la première phase du comportement est relativement instable (coefficient de variation de  $\tau_0$  très important) alors que la contrainte de frottement finale est moins variable d'un essai à l'autre (liée au coefficient de frottement entre l'acier et le béton).

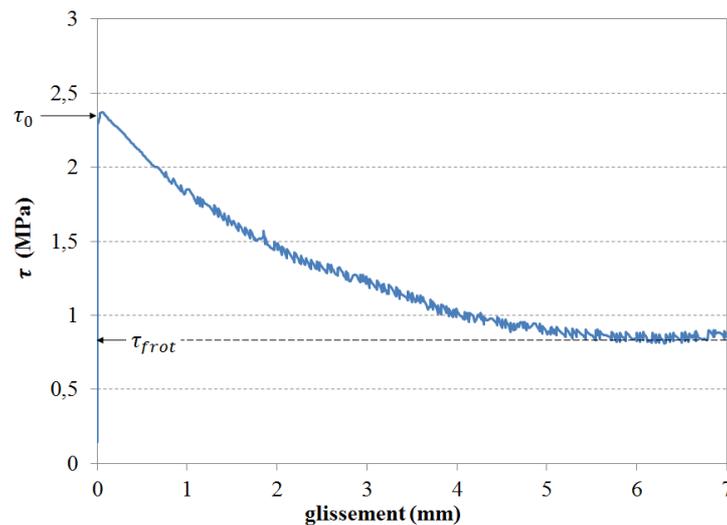


Figure 3-38 : Loi d'adhérence mesurée pour un renfort d'acier lisse (L12)

	Valeur moyenne (MPa)	Ecart-type (MPa)	Coefficient de variation
$\tau_0$	2,3	1,25	54%
$\tau_{frot}$	0,81	0,24	29%

Tableau 3-11 : Mesures de contraintes d'adhérence pour les cas de renforts lisses (L12)

## 5-4. Essais confinés

### 5-4-a. Effet du confinement actif

La Figure 3-39 représente la loi d'adhérence mesurée pour différentes valeurs de confinement actif (5 et 10 MPa) pour les renforts HA12. L'effet de ce confinement sur  $\tau_{max}$  et  $g(\tau_{max})$  est également illustré sur la Figure 3-40. Aucune tendance ne se distingue réellement : les valeurs relevées au cours des essais confinés restent dans la dispersion des résultats des essais non-confinés.

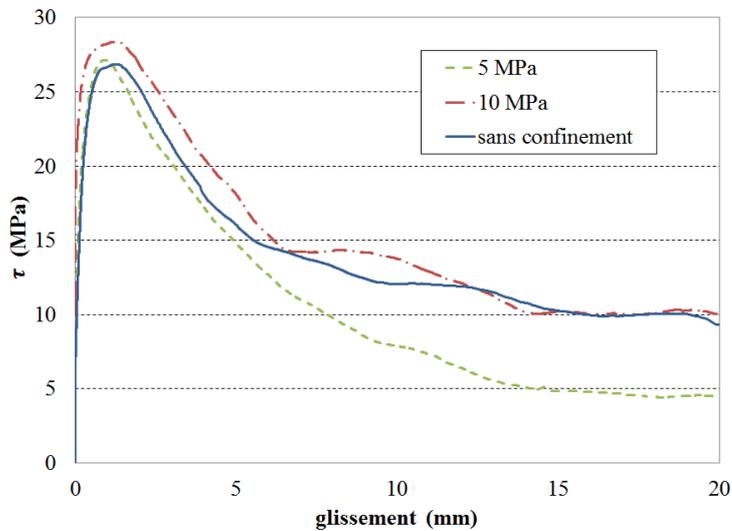


Figure 3-39 : Effet du confinement actif sur la loi d'adhérence

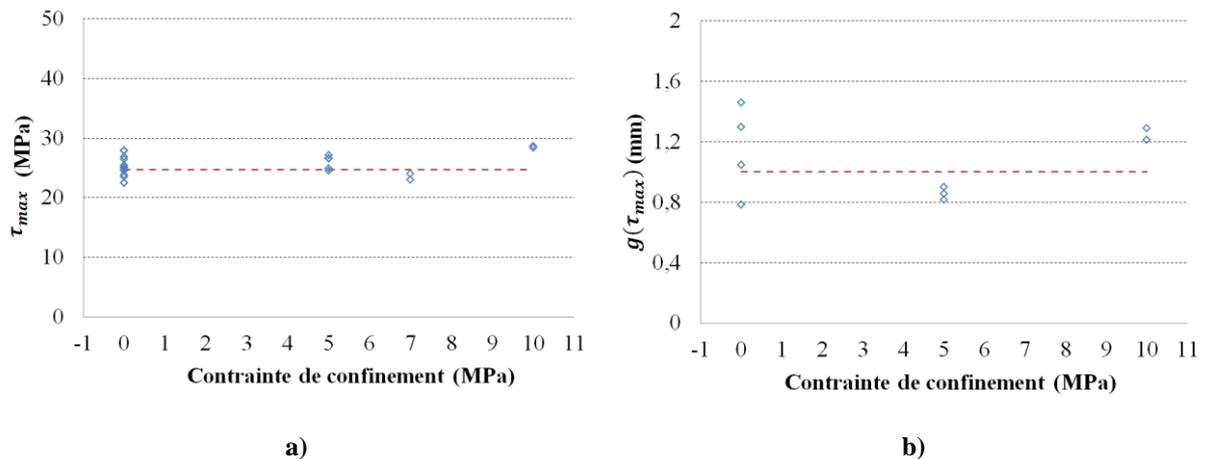
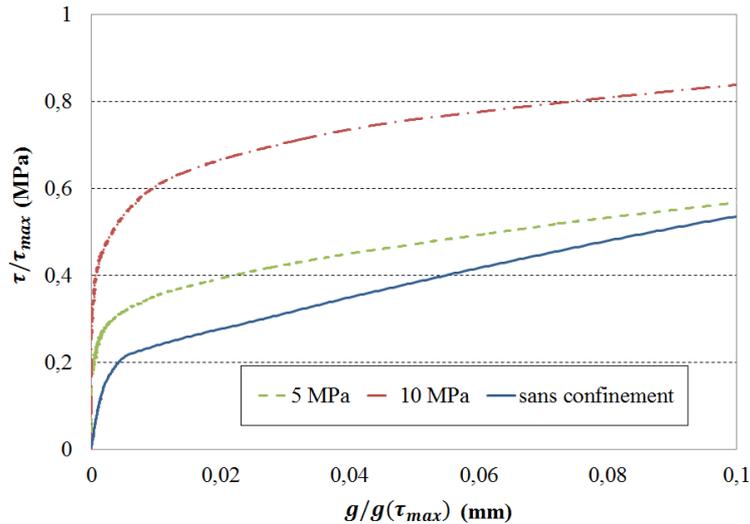


Figure 3-40 : Effet du confinement sur les éprouvettes testées au cours de nos essais  
a)  $\tau_{max}$  et b)  $g(\tau_{max})$



**Figure 3-41 : Effet du confinement sur la phase pré-pic de la loi d'adhérence normalisée**

Néanmoins, si on s'intéresse plus précisément au comportement pré-pic en utilisant une loi normalisée l'effet de confinement semble plus marqué. La Figure 3-41 représente ainsi l'évolution de la contrainte d'adhérence normalisée par la valeur  $\tau_{max}$  en fonction de  $g/g(\tau_{max})$ . Sur cette courbe, on observe une augmentation de la contrainte seuil (pour laquelle le glissement reste négligeable) avec la pression de confinement. Dans notre configuration d'essai, l'effort nécessaire pour « déclencher » la dégradation de la liaison augmente donc avec le confinement.

## 5-5. Conclusions

Les résultats obtenus au cours de cette campagne expérimentale peuvent se résumer en quatre grands points :

- on retrouve l'évolution classique de la loi d'adhérence d'une barre HA. Après une phase initiale marquée par une augmentation de la contrainte à très faible glissement, le glissement commence à augmenter. La contrainte d'adhérence atteint ensuite une valeur maximale. A partir de ce point la loi d'adhérence s'adoucit jusqu'à atteindre un pallier de frottement
- les mesures de déformation le long de l'acier complétées des mesures de glissement aux deux extrémités du renfort permettent d'évaluer la pertinence de l'hypothèse de contrainte d'adhérence homogène le long du renfort.
- le diamètre du renfort n'est pas retenu comme un paramètre influent de la loi d'adhérence

- enfin, les différences entre le comportement d'une barre lisse et d'une barre HA ont été illustrées

## 6. Effet du confinement du béton – simulations

Contrairement à certaines campagnes expérimentales (Eligehausen et al, 1983), (La Borderie et Pijaudier-Cabot, 1992) ou (Malvar, 1992), le confinement actif n'a pas d'effet sur la valeur de  $\tau_{max}$ .

Références	$\tau_{max}$ (MPa)	$c/d_a$
Eligehausen et al (1983)	6	3
Malvar (1992)	8,75	1,5
La Borderie et Pijaudier-Cabot (1992)	11,7	4,5
Hamad, 1995	6,4	1,23
Esfahani et Rangan (1998)	12,5	2,6
Daoud et al (2002)	22,26	4,5
Colleparidi et al (2005)	12 (25*)	4,5
Castel et al (2006)	23,8‡	3,67
Valcuende et Parra (2009)	23,63 (27,97‡)	5,75

**Tableau 3-12 : Exemples de valeurs expérimentales relevées dans la littérature (essais non confinés)**  
( $c/d_a$  : rapport de l'épaisseur d'enrobage sur le diamètre du renfort)

En allant plus loin dans cette comparaison, on peut également observer que les valeurs de  $\tau_{max}$  relevées au cours de notre campagne expérimentale sont supérieures à celles mesurées dans la plupart des essais de la littérature (Tableau 3-12). La variation de ces résultats peut en partie être attribuée aux propriétés des matériaux utilisés (acier et/ou béton). Mais il existe également une différence notable entre les éprouvettes de cette campagne et celles de la littérature : l'épaisseur d'enrobage  $c$  (Tableau 3-12). Dans le cadre de nos essais, cette épaisseur mesure 7 fois la dimension du diamètre ( $7d_a$ ) alors qu'elle reste inférieure à  $6d_a$  dans les essais cités précédemment (Tableau 3-12). L'effet de cette épaisseur d'enrobage est étudié numériquement. L'objectif est d'expliquer les résultats observés expérimentalement et de déterminer une loi d'évolution simple de  $\tau_{max}$  en fonction des caractéristiques géométriques et matériaux de l'éprouvette.

---

\* Valeurs mesurées avec un béton auto-plaçant

## 6-1. Hypothèses de simulation

Pour tenter d'expliquer la valeur et les évolutions de  $\tau_{max}$  relevées expérimentalement, une étude numérique (également présentée dans Torre-Casanova et al, 2012b) est proposée afin d'évaluer l'effet du béton sur la résistance de la liaison acier-béton.

### 6-1-a. Géométrie de l'éprouvette

Pour cette simulation et par soucis de simplification, l'éprouvette de *pull-out* est représentée par un cylindre creux maillé à l'aide d'éléments volumiques à 8 nœuds (Figure 3-42). Ses dimensions sont fixées de la manière suivante :

- le diamètre interne de ce cylindre est égal au diamètre nominal du renfort de l'éprouvette (soit  $d_a = 12$  mm pour l'éprouvette de référence).
- l'épaisseur  $c$  correspond à l'enrobage de béton minimal relevé sur les éprouvettes de la campagne d'essai ( $c = 7d_a$  dans notre cas)
- la hauteur du cylindre représente la longueur d'adhérence entre le renfort d'acier et le béton ( $l = 5d_a$  pour nos éprouvettes).

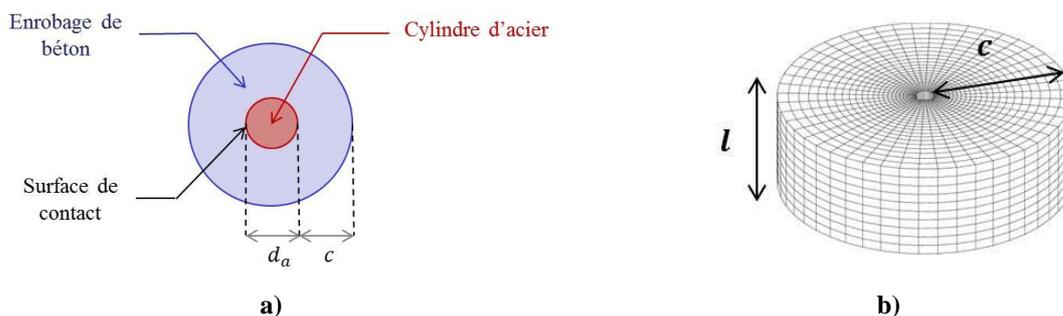


Figure 3-42 : Caractéristiques de l'éprouvette a) dimensions, b) maillage

### 6-1-b. Chargement et conditions aux limites

- Chargement :

L'objectif est ici de mesurer les conséquences du confinement sur la résistance de l'éprouvette. A l'échelle d'une structure, la liaison entre l'acier et le béton est principalement gouvernée par le transfert de contraintes dans la direction tangentielle. Néanmoins, à une échelle plus locale, des interactions plus complexes existent entre les nervures des renforts d'acier et le béton environnant. Ces interactions entre l'acier et le béton peuvent être divisées en deux composantes (Figure 3-43) :

- une composante tangentielle au renfort  $\tau$  (correspondant à la contrainte d'adhérence évoquée jusqu'à présent)
- une composante radiale  $p$  (perpendiculaire à la première)

Ces deux composantes sont classiquement reliées par l'équation suivante ((Tepfers, 1979), (Uijl et Bigaj, 1996), (Wang et Liu, 2003)):

$$p = \tau \tan(\alpha) \tag{3-13}$$

où  $\alpha$  représente l'angle formé par la nervure par rapport au renfort d'acier (Figure 3-43). En première approximation,  $\alpha$  est supposé constant égal à  $45^\circ$  (Tepfers, 1979). Dans ce cas, les deux composantes sont égales et l'équation (3-13) devient  $p = \tau$ .

Dans cette simulation, les interactions entre l'acier et le béton seront donc représentées par des contraintes (dans les directions radiale et tangentielle) appliquées à la surface interne du cylindre. Dans le problème aux éléments finis, ces contraintes sont prises en compte par le principe de la répartition d'effort sur une surface (Figure 3-44).

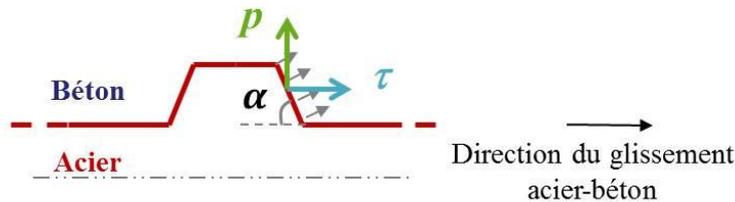


Figure 3-43 : Représentation des deux composantes des interactions acier-béton

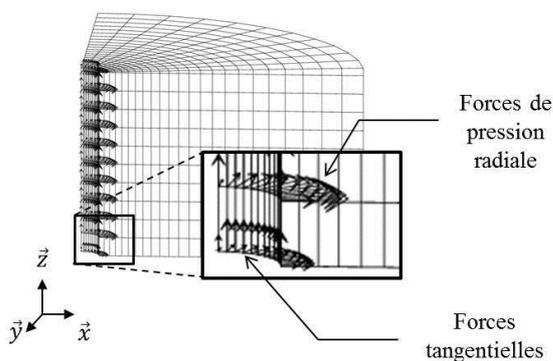


Figure 3-44 : Forces réparties sur la surface interne du cylindre

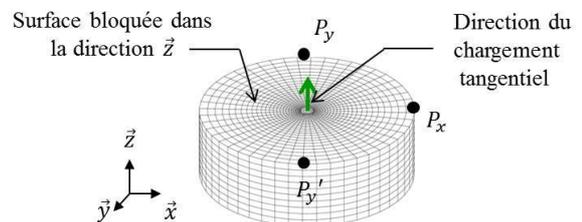


Figure 3-45 : Définition des conditions aux limites

- Conditions aux limites :

Pour éviter toute déformation non réaliste du cylindre de béton, un cylindre d'acier, maillage à l'aide d'éléments à 8 nœuds volumiques, est ajouté au centre de l'éprouvette. Il est associé à une condition de contact unilatéral empêchant l'interpénétration des deux structures.

Enfin, l'éprouvette est bloquée grâce aux conditions aux limites suivantes (Figure 3-45):

- $P_x$  est bloqué dans la direction  $\vec{x}$
- $P_y$  et  $P_y'$  sont bloqués dans la direction  $\vec{y}$
- La surface supérieure du cylindre est bloquée dans la direction  $\vec{z}$

Remarque : Dans cette modélisation simplifiée seule la zone d'adhérence entre le renfort d'acier et le béton est représentée. Les effets de bord localisés aux extrémités de l'éprouvette réelle ne sont donc pas pris en compte.

### 6-1-c. Modèle de béton

- Choix du modèle : « benchmark » entre deux lois de comportement

La représentativité de la simulation passe par le choix d'une loi pour le béton adaptée aux conditions de chargement. Elle doit en particulier être capable de reproduire la rupture d'un cylindre épais sous l'effet d'une pression interne (composante radiale des interactions acier-béton). Deux modèles ont été testés : celui de Mazars (1984) (décrit dans le chapitre précédent) et un modèle combinant endommagement et plasticité développé par Costa et al (2004).

Dans la seconde loi (Costa et al, 2004), la dégradation mécanique du matériau en traction est découplée de celle en compression grâce à l'introduction de deux scalaires d'endommagement :  $D^+$  (en traction) et  $D^-$  (en compression). La contrainte est évaluée selon l'équation (3-14).

$$\sigma = [1 - D^+(\sigma'^+)] \cdot \sigma'^+ + [1 - D^-(\sigma'^-)] \cdot \sigma'^- \quad (3-14)$$

où  $\sigma'^+$  et  $\sigma'^-$  représentent respectivement les parties positive et négative de la contrainte effective  $\sigma'$  (équation (3-15)).

$$\sigma' = C(\varepsilon - \varepsilon^p) \quad (3-15)$$

Dans cette relation,  $C$  symbolise la matrice de Hooke (tenseur d'ordre 4) alors que  $\varepsilon^p$  et  $\varepsilon$  correspondent respectivement au tenseur des déformations irréversibles et des déformations

totales. Ce modèle possède la particularité d'être régularisé en énergie en traction (Hillerborg, 1983).

Pour argumenter le choix de la loi de comportement, les deux modèles ont été testés sur une campagne expérimentale menée par Morinaga (1988). Au cours de cette campagne, Morinaga (1988) a soumis une série de cylindres épais à des chargements de pression internes. Il a ainsi relevé la pression maximale ( $p_{max}$ ) à laquelle chacun de ces cylindres résistait. Ses différentes éprouvettes se différencient par :

- leurs caractéristiques géométriques (dimensions des diamètres internes et externes faisant varier le rapport d'épaisseur d'enrobage sur le diamètre interne  $c/d_a$ )
- les propriétés du béton (résistance en traction variant entre 0,9 MPa et 3,2 MPa).

Les valeurs mesurées au cours de ces essais sont résumées sur la Figure 3-46 et sont comparées aux résultats numériques.

Les simulations menées à l'aide du modèle de Mazars (1984) ne sont pas concluantes. En effet, la pression maximale simulée est bien inférieure (environ 4 fois plus faible) à celle mesurée au cours des essais. Les résultats obtenus à partir du modèle de Costa et al (2003) s'avèrent satisfaisants. Ce modèle est donc retenu.

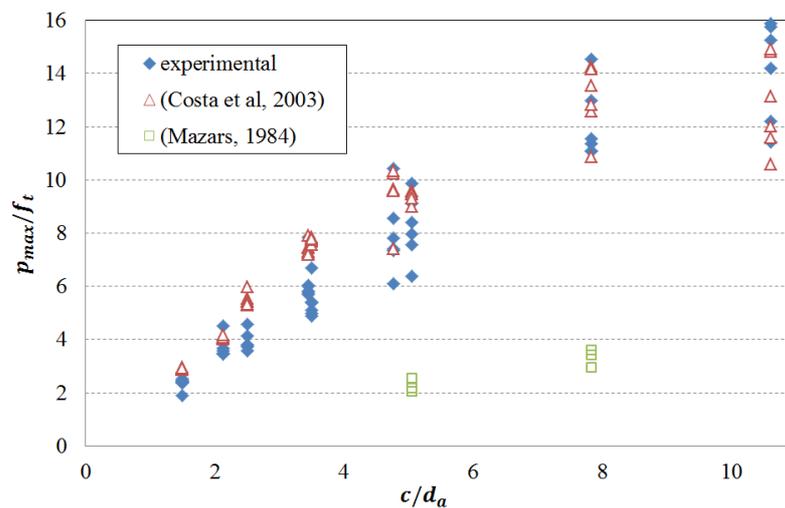


Figure 3-46 : Simulation des résultats expérimentaux de la campagne de Morinaga (1988)

- Calibration du modèle

Les paramètres du modèle ont été calibrés pour représenter le comportement du béton utilisé pour nos essais (Tableau 3-6). La Figure 3-47 illustre les réponses en traction et compression.

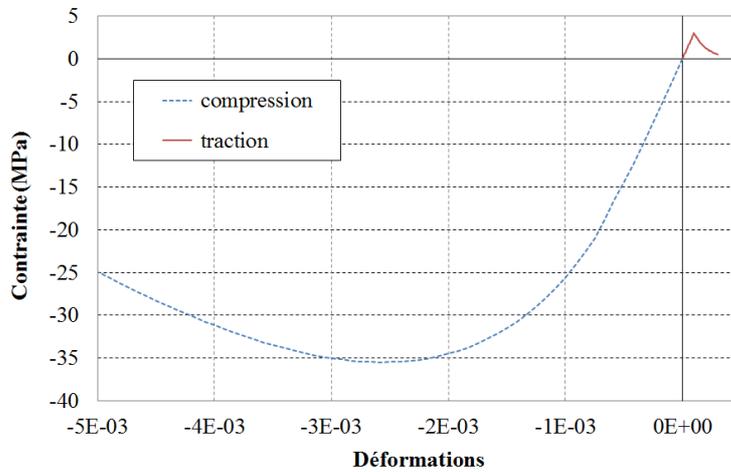


Figure 3-47 : Simulation du comportement du béton en traction et compression uni-axiales

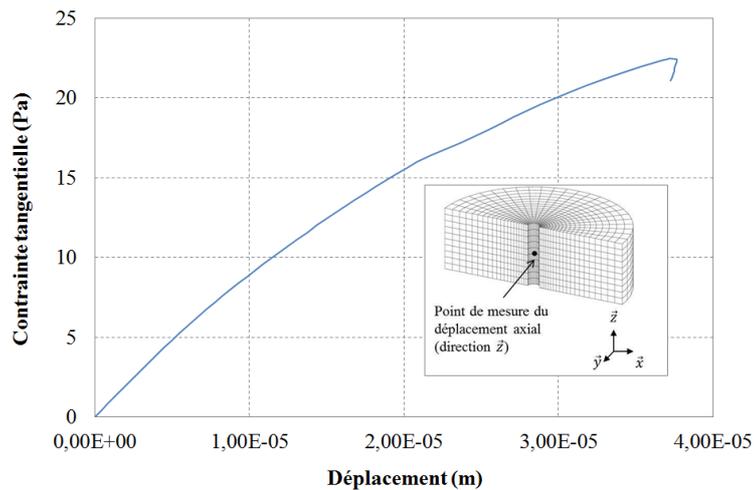


Figure 3-48 : Comportement global du cylindre ( $c/d_a = 7$ )

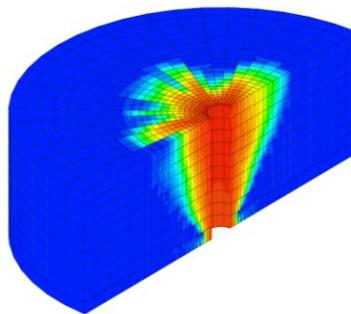


Figure 3-49 : Distribution de l'endommagement ( $D^+$ ) en fin de chargement

## 6-2. Résultats de simulation

### 6-2-a. Simulation du cas de référence

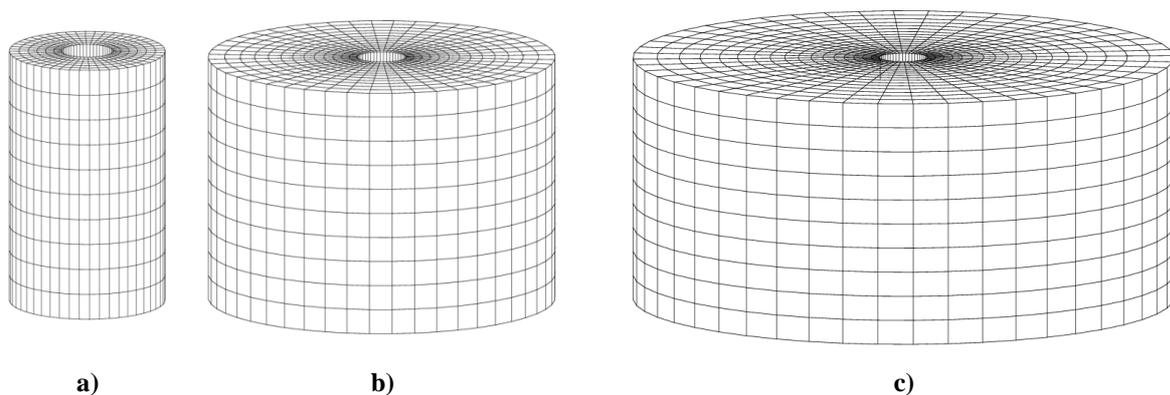
La Figure 3-48 représente l'évolution de la contrainte tangentielle en fonction du déplacement axial d'un point situé dans la partie centrale du cylindre (Figure 3-48). Pour cette simulation, la valeur maximale de la contrainte tangentielle obtenue est de 22,5 MPa. Cette valeur pourrait s'apparenter à la résistance  $\tau_{max}$  de la liaison. Ce résultat est en bonne adéquation avec l'ordre de grandeurs des mesures expérimentales de nos essais ( $\tau_{max}$  moyen de 24,3 MPa). La distribution de l'endommagement ( $D^+$ ) en fin de chargement est présentée sur la Figure 3-49. Seule une gaine de béton située à proximité du renfort est endommagée. Ce mode de rupture correspond bien à l'arrachement du renfort d'acier observé expérimentalement pour nos essais.

### 6-2-b. Effet de l'épaisseur d'enrobage

Plusieurs simulations sont effectuées en faisant varier uniquement l'épaisseur d'enrobage (Figure 3-50) de béton  $c$  entre  $0.5d_a$  et  $7,5d_a$  (les autres caractéristiques géométriques restant inchangées).

Les résultats de ces différentes simulations sont résumés sur la Figure 3-51. Cette figure représente l'évolution normalisée de  $\tau_{max}/f_t$  en fonction de  $c/d_a$  initialement introduite par Tepfers (1979). Deux solutions analytiques proposées par Tepfers (1979) et bornant l'évolution expérimentale de  $\tau_{max}$  y sont également représentées.

Les résultats de nos simulations sont situés entre ces deux bornes et sont donc en accord avec ces travaux.



**Figure 3-50 : Exemples de maillages de cylindres**  
a)  $c = d_a$ , b)  $c = 3d_a$  et c)  $c = 5d_a$

Plus précisément, pour les plus faibles épaisseurs d'enrobage ( $c/d_a < 1$ ),  $\tau_{max}$  suit la borne supérieure décrite par Tepfers (1979). L'évolution de  $\tau_{max}/f_t$  peut ensuite être représentée par une loi bilinéaire :

- La première partie est croissante (équation (3-16)) et correspond à une rupture de l'éprouvette par éclatement du béton (« *splitting* »). L'endommagement de l'éprouvette atteint en effet la surface extérieure du cylindre (Figure 3-52a).

$$\frac{\tau_{max}}{f_t} = 1,53 \frac{c}{d_a} + 0,36 \quad (3-16)$$

- Dans un second temps (pour  $c/d_a > 4,5$ ),  $\tau_{max}/f_t$  n'évolue plus (équation (3-17)).

$$\frac{\tau_{max}}{f_t} = 7,2 \quad (3-17)$$

Pour cette seconde série d'éprouvettes, l'endommagement reste limité au centre du cylindre et la rupture est un arrachement (« *pull-out* ») du renfort (Figure 3-52b).

Cette série de simulation permet donc de mettre en évidence les deux modes de rupture observés expérimentalement (Figure 3-53) et complète en cela les travaux de Tepfers (1979) ou de (Wang et Liu, 2003) qui ne s'étaient intéressés qu'à l'éclatement.

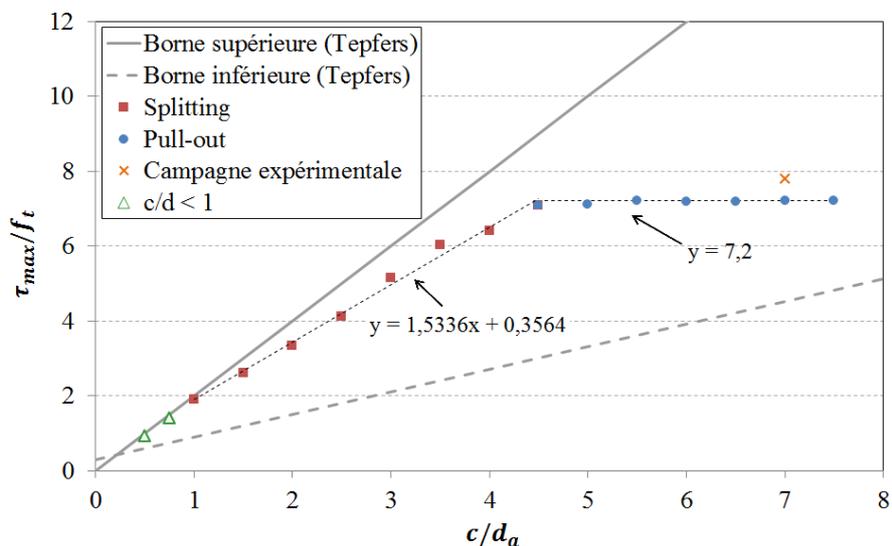


Figure 3-51 : Evolution de la contrainte d'adhérence maximale en fonction de l'épaisseur d'enrobage

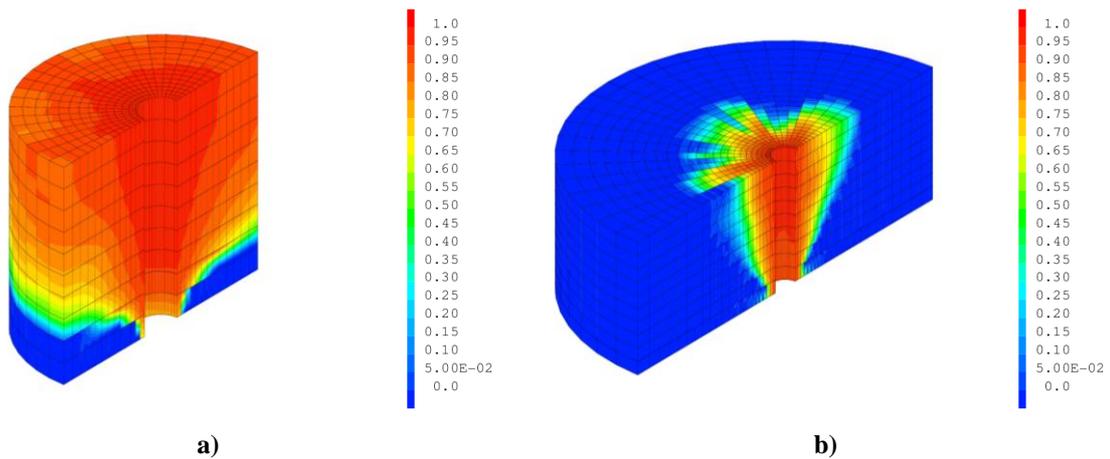


Figure 3-52 : Distribution de l'endommagement ( $D^+$ ) pour deux éprouvettes  
a)  $c/d_a = 3,5$  et b)  $c/d_a = 7$

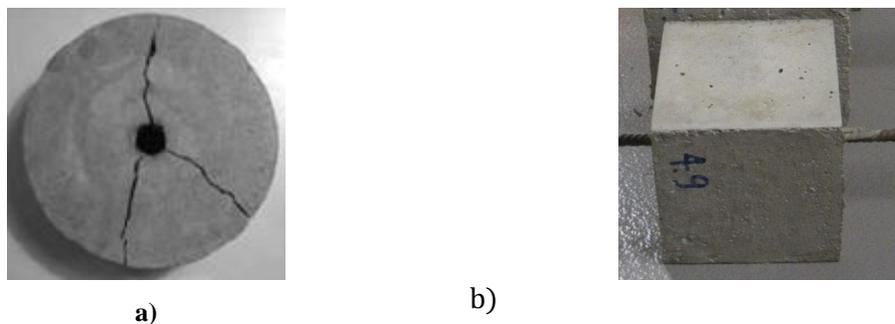


Figure 3-53 : Exemple des deux modes de rupture observés expérimentalement  
a) (Cattaneo et al, 2009) : « *splitting* » b) nos essais : « *pull-out* »

En plus de l'enrobage certains auteurs (Tepfers, 1979 ; Barbosa et al, 2008 parmi d'autres) indiquent une dépendance de  $\tau_{max}$  aux caractéristiques matériaux. Ces simulations permettent également de s'intéresser à cet effet et de confirmer ou non l'évolution proposée dans le paragraphe précédent.

### 6-2-c. Influence des caractéristiques matériaux du béton

On considère dans la suite deux éprouvettes d'enrobages différents ( $c/d_a = 7$  et  $c/d_a = 2,5$ ).

- Résistance en traction  $f_t$

Dans un premier temps, les simulations sont réalisées en modifiant uniquement les paramètres du comportement en traction de manière à obtenir trois valeurs de résistance (en traction)  $f_t$  :

2MPa, 2,5MPa et 3,12MPa (Figure 3-54). Les résultats de ces nouvelles simulations sont reportés sur la Figure 3-55. Pour la rupture par éclatement du béton (« *splitting* »),  $\tau_{max}/f_t$  reste constant et indique que ce mode de dégradation est bien gouverné par la résistance de traction. En revanche, quand une rupture par arrachement (« *pull-out* ») est observée ( $c/d_a = 7$ ),  $\tau_{max}/f_t$  n'est plus constant.

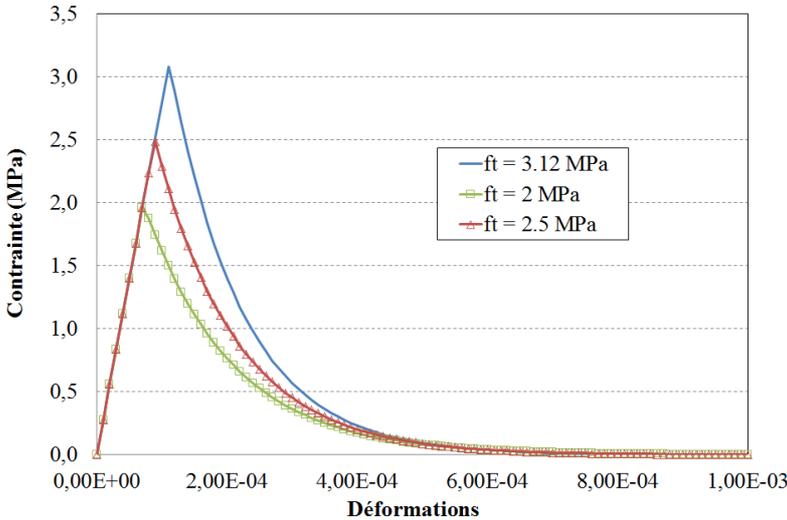


Figure 3-54 : Simulation du comportement en traction uni-axial (étude paramétrique)

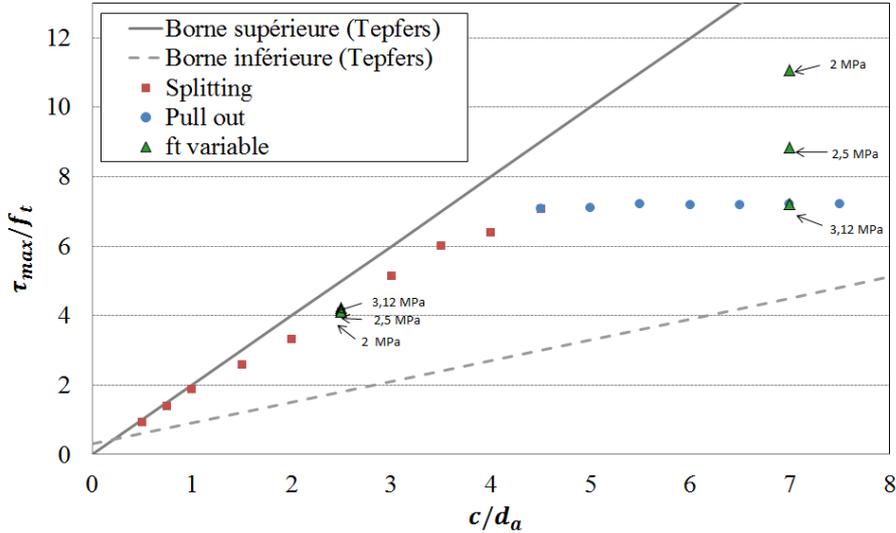


Figure 3-55 : Effet de la résistance en traction sur  $\tau_{max}$

- Résistance en compression  $f_c$

Dans le cas de l'éprouvette la plus épaisse ( $c/d_a = 7$ ), les paramètres du modèle de béton sont également modifiés pour faire varier la résistance en compression  $f_c$ . Les résultats des différentes simulations sont résumés dans le Tableau 3-13. S'il n'existe pas de tendance nette pour l'évolution du rapport  $\tau_{max}/f_t$ , le rapport  $\tau_{max}/f_c$  est lui relativement constant (entre 0,6 et 0,65) d'une simulation à l'autre. On peut alors en déduire que, pour une rupture par arrachement du renfort, le comportement de l'éprouvette est gouverné par la résistance  $f_c$ .

$f_t$ (MPa)	2	2.5	3.12	2	2.5
$f_c$ (MPa)	36.6	36.6	36.6	17.2	24.05
$\tau_{max}/f_t$	11.06	8.85	7.2	5.58	6.10
$\tau_{max}/f_c$	0.60	0.60	0.61	0.65	0.63

**Tableau 3-13 : Etude paramétrique concernant les propriétés matériaux ( $c/d_a = 7$ )**

En conclusion, dans le cas d'essais d'arrachement, la contrainte d'adhérence maximale  $\tau_{max}$  peut être évaluée de la manière suivante :

- Pour les éprouvettes de faible épaisseur d'enrobage, la rupture par éclatement du béton est principalement gouvernée par la résistance en traction du matériau. L'évolution de  $\tau_{max}$  suit la relation suivante :

$$\frac{\tau_{max}}{f_t} \sim 1,53 \frac{c}{d_a} + 0,36 \quad (3-18)$$

- Pour les éprouvettes plus épaisses, le comportement est plutôt gouverné par la résistance en compression du béton. Dans ce cas, la rupture se fait par arrachement de la barre et la contrainte d'adhérence maximale relevée ne varie plus avec l'enrobage de béton (équation (3-19)).

$$\frac{\tau_{max}}{f_c} \sim 0,6 \quad (3-19)$$

En considérant l'évolution de  $\tau_{max}$  comme une fonction continue de  $c/d_a$ , il est possible de déterminer l'épaisseur d'enrobage et plus particulièrement le rapport  $(c/d_a)_{spl \rightarrow pull}$  permettant de passer du premier mode de rupture au second (équation (3-20)).

$$\left(\frac{c}{d_a}\right)_{spl \rightarrow pull} = 0,39 \frac{f_c}{f_t} - 0,24 \quad (3-20)$$

Il est à noter que la valeur de  $f_t$  retenue pour cette modélisation est celle mesurée à partir d'un essai de fendage (et non traction simple). Pour les caractéristiques de notre campagne expérimentale,  $(c/d_a)_{spl \rightarrow pull} = 4,34$ . Il est intéressant de remarquer que cette valeur est très proche des dimensions préconisées par la Rilem (1070a) ( $c/d_a = 4,5$ ). Pour un rapport de  $f_c/f_t \sim 10$  (valeurs classiques des propriétés du béton), cette limite  $(c/d_a)_{spl \rightarrow pull}$  vaut 3,6. Ainsi dans le cas général, l'essai de *pull-out* normalisé assure une rupture par arrachement.

### 6-2-a. Validation de l'approche numérique à l'aide de résultats expérimentaux

La Figure 3-56 et le Tableau 3-14 permettent de comparer les résultats de cette approche numérique avec des résultats expérimentaux de la littérature. Malgré une grande variété des propriétés matériaux, on observe une bonne adéquation entre le modèle proposé et les résultats expérimentaux. Cette approche permet donc d'évaluer la valeur de  $\tau_{max}$  à partir d'un faible nombre de paramètres ( $c/d_a$ ,  $f_c$  et  $f_t$ ) facilement accessibles expérimentalement. Elle permet de plus d'expliquer la valeur de contrainte d'adhérence maximale relevée au cours de nos essais qui est donc bien liée à l'épaisseur d'enrobage et aux propriétés matériaux de nos éprouvettes.

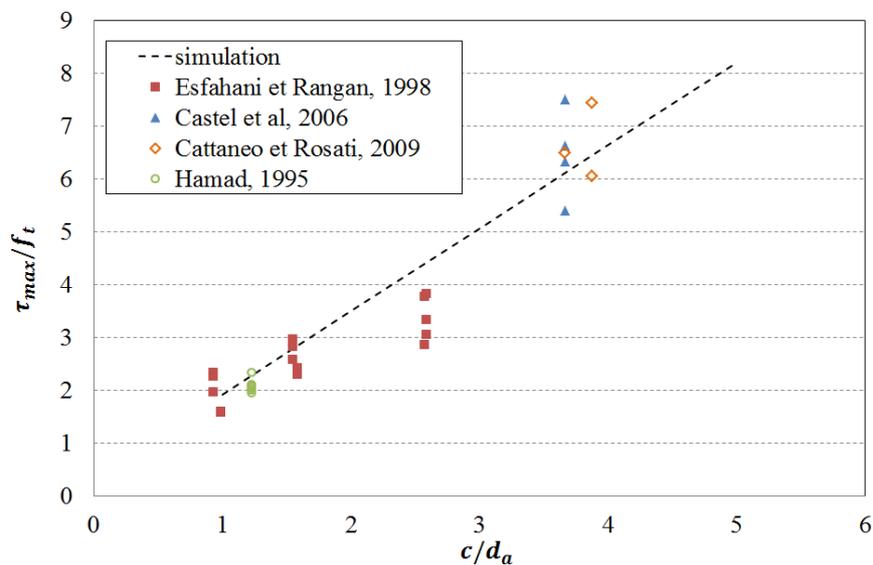


Figure 3-56 : Comparaison entre la simulation et résultats expérimentaux de la littérature (mode de rupture : « *splitting* »)

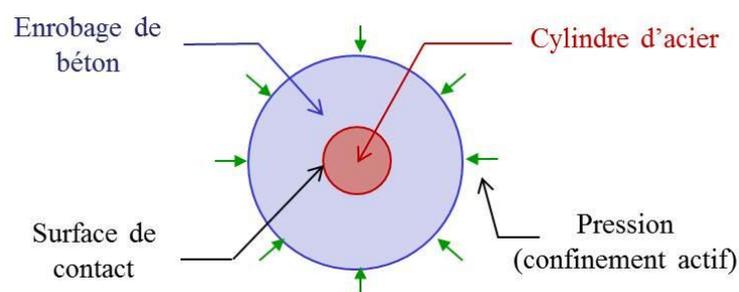
$c/d_a$	Références	$\tau_{max}/f_c$			
		Etat de l'art (expérimental)			Modèle proposé
		Moyenne	Ecart-type	Coefficient de variation	
5,75	Valcuende et Parra (2009)	0,55	0,05	9%	0,61
7	Nos essais	0,66	0,07	11%	

**Tableau 3-14 : Comparaison entre résultats expérimentaux de la littérature et le modèle numérique (mode de rupture : « pull-out »)**

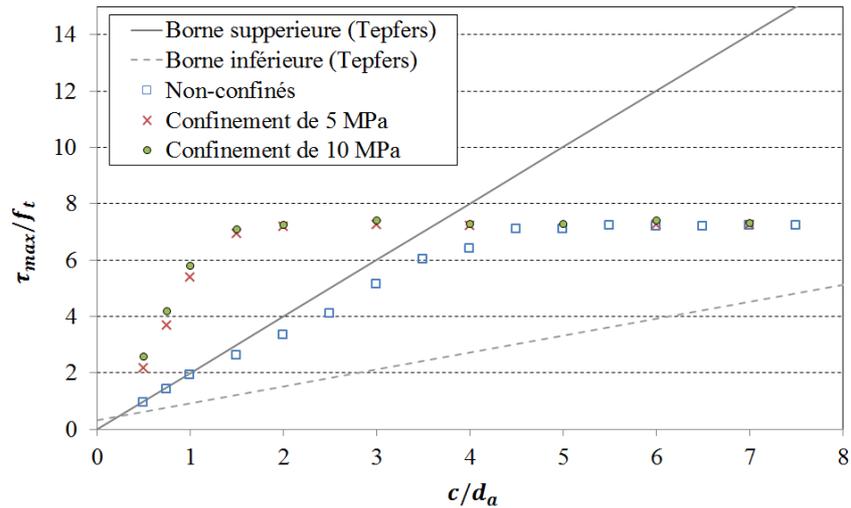
Cette estimation de  $\tau_{max}$  doit cependant être employée avec précaution en considérant la grande variabilité des propriétés du béton (hétérogénéité du matériau) à partir de laquelle elle est évaluée. Enfin, l'influence d'autres paramètres (nature et dimensions des agrégats, maturité du béton... : Dahou et al, 2009) mériterait d'être étudiée.

### 6-3. Effet d'un confinement actif

L'effet du confinement actif (pression extérieure) peut également être étudié à partir d'une démarche similaire. Sur cette seconde série d'éprouvettes, une pression extérieure est appliquée radialement au début de la simulation (Figure 3-57). Le reste de la modélisation est inchangé.



**Figure 3-57 : Principe de la simulation tenant compte du confinement actif**



**Figure 3-58 : Evolution de la contrainte maximale d'adhérence pour différentes pression de confinement**

La Figure 3-58 représente l'évolution de  $\tau_{max}/f_t$  en fonction  $c/d_a$  pour différentes pressions de confinement externe (0MPa : essais non-confinés, 5 et 10 MPa). La pression externe n'influe pas sur la valeur de  $\tau_{max}$  mesurée sur les éprouvettes les plus épaisses (rompant en « pull-out »). Cette première observation valide les résultats expérimentaux de nos essais (Figure 3-40a). En revanche, son influence est observable pour les éprouvettes avec un enrobage plus faible et a pour principal effet, de s'opposer à la pression interne de la liaison acier-béton.

La valeur seuil de  $\tau_{max}$  (et donc le passage d'un mode de rupture à un autre) est alors atteinte pour des valeurs d'enrobage plus basse qu'en l'absence de confinement (autour de  $c/d_a = 2$  dans les conditions de cette simulation). On retrouve un résultat attendu : le confinement s'oppose à la rupture par éclatement du béton (même principe que le confinement par un cylindre d'acier : Malvar, 1992).

#### **6-4. Bilan des simulations**

En conclusion, cette étude, menée à partir de simulations numériques permet :

- de retrouver les tendances expérimentales concernant l'effet de l'enrobage et du confinement sur la valeur de  $\tau_{max}$
- de proposer une loi d'évolution de  $\tau_{max}$  en fonction de l'épaisseur d'enrobage et des caractéristiques matériaux du béton. Cette valeur caractéristique constitue ainsi une donnée d'entrée du modèle de liaison acier- béton proposé.

## 7. Proposition d'un modèle de loi d'adhérence

### 7-1. Simulation de l'essai de *pull-out* à l'aide du modèle de liaison proposé (vérification des mesures locales).

Avant de proposer une loi d'entrée  $\tau = f_{ad}(g)$  pour le modèle de liaison développé dans cette thèse, il est important de s'assurer que la loi d'adhérence mesurée au cours des essais de *pull-out* peut bien être utilisée comme loi d'entrée de notre modèle. Pour cela, une nouvelle modélisation de l'essai de *pull-out* est proposée.

#### 7-1-a. Hypothèses de simulation

Comme pour l'étude précédente, le béton (éléments volumiques à 8 nœuds) est modélisé à l'aide du modèle de Costa et al (2004) associé aux mêmes paramètres matériaux. Cette fois-ci, l'acier est représenté à l'aide d'éléments barre et son comportement suit une loi élastique de module d'Young  $E_a = 200$  GPa. Les dimensions de l'éprouvette sont rappelées sur la Figure 3-59. Dans la zone d'adhérence acier-béton (en bleu sur la Figure 3-59), la densité de maillage dans la direction du renfort est égale à  $l_a/10$  (avec  $l_a$  la longueur d'adhérence égale à 6 cm). Enfin, Les deux réservations formées par les manchons de plastique sont également représentées (Figure 3-59).

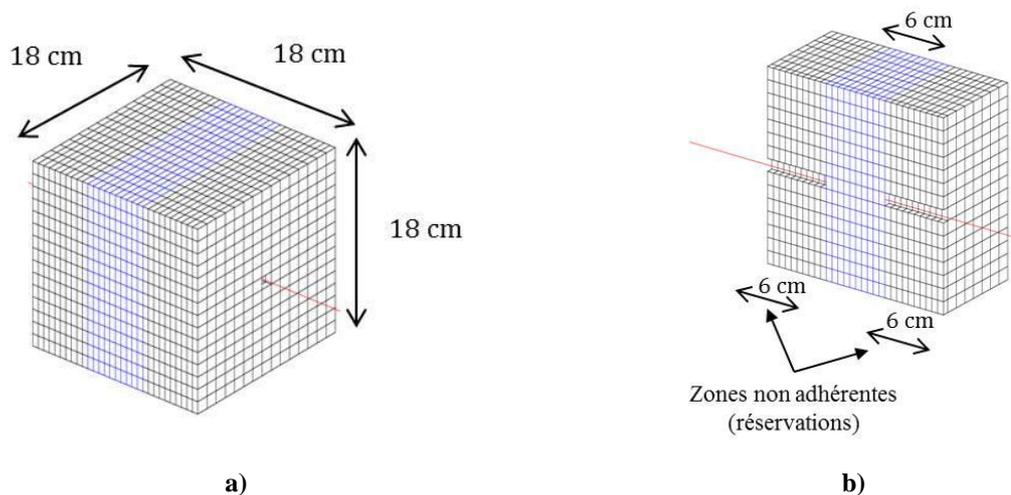
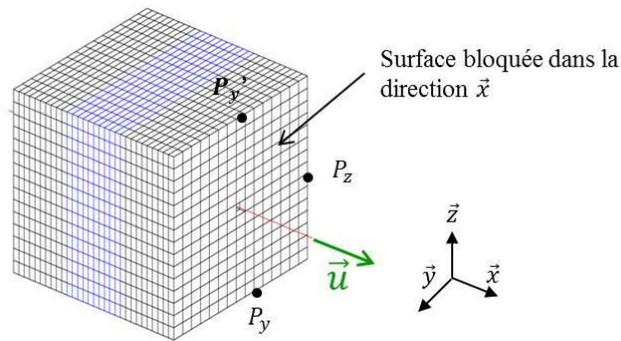
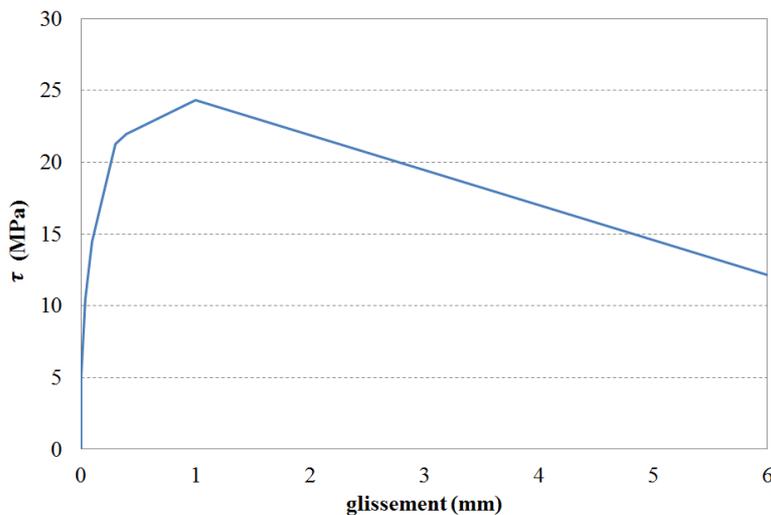


Figure 3-59 : caractéristiques du maillage de l'éprouvette de *pull-out*  
a) maillage complet, b) coupe dans le plan du renfort



**Figure 3-60 : Conditions aux limites**



**Figure 3-61 : Loi d'adhérence**

Le chargement est appliqué à une extrémité de l'acier sous la forme d'un déplacement imposé alors que l'éprouvette est bloquée en déplacement de la manière suivante (Figure 3-60) :

- La surface de béton située du côté de l'extrémité chargée est bloquée dans la direction  $\vec{x}$
- Le point  $P_z$  est bloqué dans la direction  $\vec{z}$
- Enfin les points  $P_y$  et  $P_y'$  sont bloqués dans la direction  $\vec{y}$

Finalement, on introduit le modèle de liaison acier-béton développé dans le chapitre 2 avec, pour donnée d'entrée, la loi d'adhérence présentée sur la Figure 3-61. Elle correspond à la courbe moyenne mesurée au cours de la série d'essai sur les éprouvettes de référence (HA12 non confinées).

Cette simulation se différencie de la modélisation proposée au paragraphe précédent par

- la représentation complète de l'éprouvette (les zones de non adhérences et la forme cubique de l'éprouvette sont représentées) qui permet de tenir compte des effets de bord.

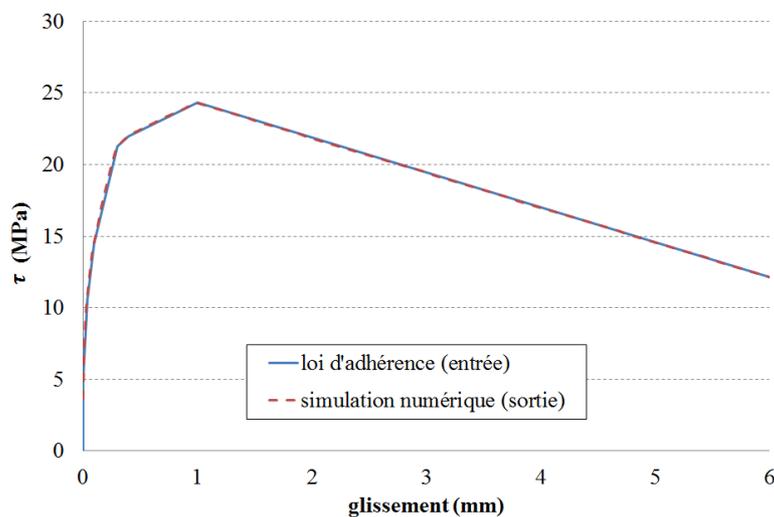
- le chargement est directement appliqué au renfort. L'acier est donc directement sollicité (contrairement au rôle passif qu'il avait dans l'autre simulation)
- les interactions entre l'acier et le béton sont prises en compte par le modèle de liaison. Les contraintes d'adhérence appliquée au béton ne sont donc plus forcément supposées constantes le long du renfort.
- l'effort radial n'est pas représenté

### 7-1-b. Comportement global

Comme dans l'essai, la contrainte d'adhérence moyenne est calculée numériquement par la relation :

$$\tau = \frac{F}{d_a l_a \pi} \quad (3-21)$$

avec  $d_a$  le diamètre du renfort d'acier,  $l_a$  la longueur d'adhérence (égale à  $5d_a$ ) et  $F$  la force calculée à l'extrémité du renfort. Le glissement acier-béton est également mesuré à l'extrémité du renfort non chargé. Cette loi (appelée loi de sortie) est tracée sur la Figure 3-62 et reste conforme à la loi d'entrée. Ainsi, à l'échelle globale, la loi mesurée peut être utilisée directement comme donnée d'entrée du modèle.



**Figure 3-62 : Comportement de l'éprouvette (comparaison entre la loi d'entrée et la loi de "sortie")**

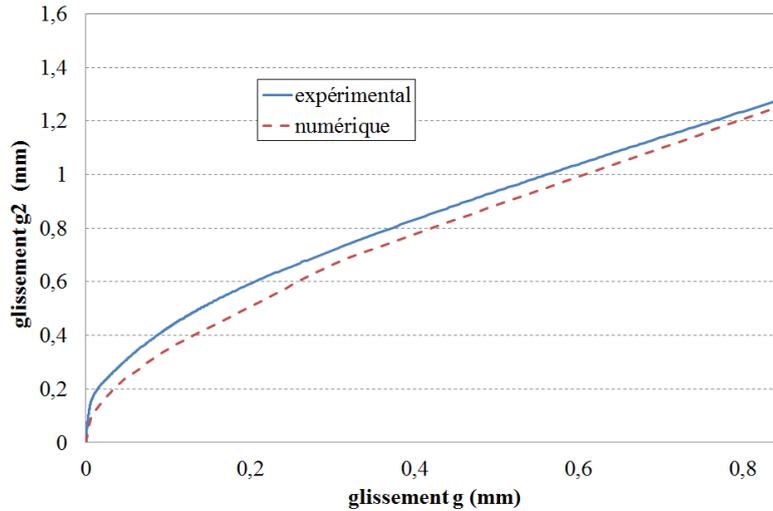


Figure 3-63 : Evolution des glissements aux deux extrémités de l'éprouvette

### 7-1-a. Comportement local

On s'intéresse à présent au comportement local de la structure. Au cours de la première phase de chargement (glissement inférieur à 1 mm), une dégradation progressive de la zone d'adhérence a été mise en évidence expérimentalement (comparaison de l'évolution de  $g_2$  en fonction de  $g$  et mesures de déformations : Cf. paragraphe 5-3-b. de ce chapitre). De la même manière, la Figure 3-63 permet de comparer les résultats expérimentaux et la simulation numérique. La forme de la courbe est bien reproduite : le modèle de liaison permet donc bien de représenter l'évolution progressive de l'adhérence le long du renfort.

Une comparaison peut également être effectuée sur les mesures de déformations. La Figure 3-64 représente la répartition des déformations le long de l'acier pour différentes valeurs de contraintes d'adhérence  $\tau$  correspondant à des valeurs d'effort. Cette fois encore, une bonne adéquation entre la simulation numérique et les valeurs expérimentales est observée le long de la zone d'adhérence.

Cette analyse est complétée par la comparaison de l'évolution des déformations normalisés (par la déformation de la barre d'acier à son extrémité chargée) au cours des premiers instants de chargement (glissement inférieur à 0,015 mm) (Figure 3-65) confirmant l'existence d'une phase de transition (avant que la contrainte d'adhérence soit homogène le long du renfort) et la capacité de notre modèle à représenter cette phase.

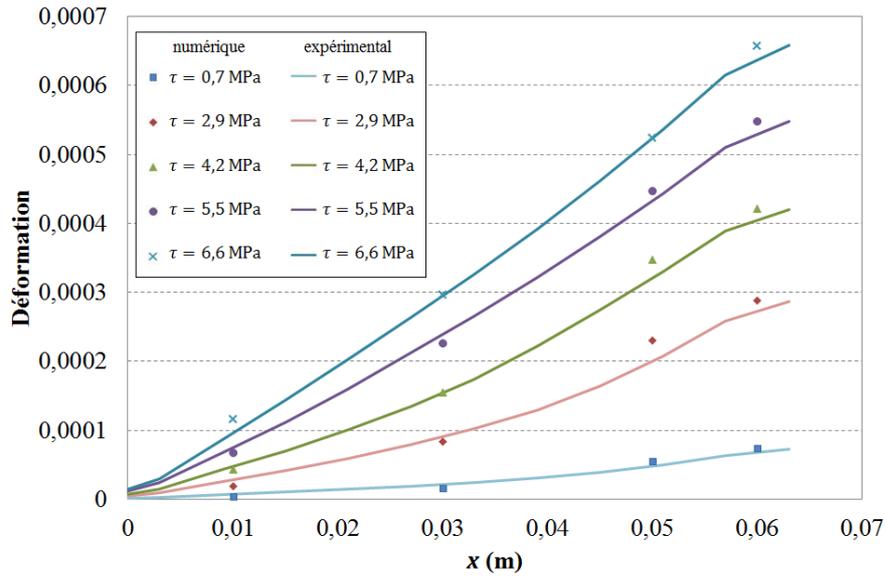


Figure 3-64 : Répartition des déformations le long de la zone d'adhérence (x = 0 m : extrémité non-chargée, x = 0,06 cm : extrémité chargée)

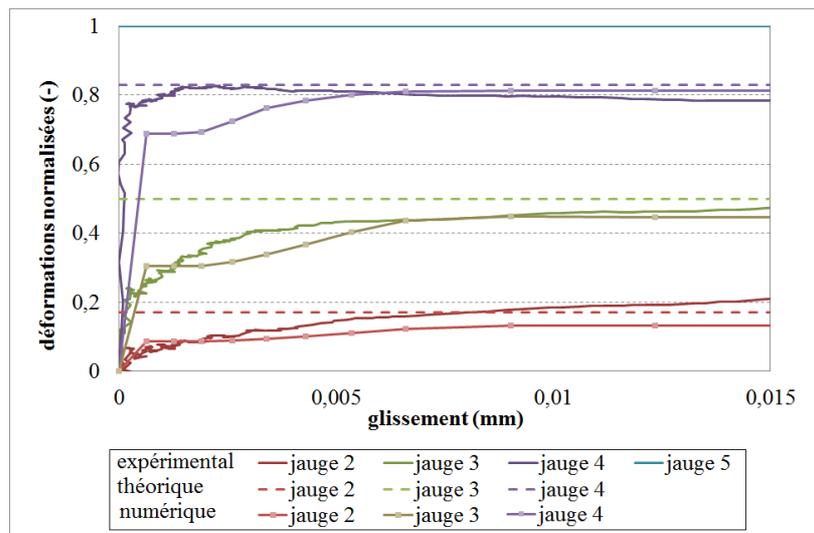


Figure 3-65 : Evolution des déformations normalisée (aux positions des jauges) en fonction du glissement (comparaison expérimental/numérique)

## 7-2. Choix d'une loi d'entrée du modèle

Dans ce paragraphe, un modèle de loi d'adhérence est proposé. Sa définition est basée à la fois sur les résultats de notre campagne expérimentale, sur les résultats des simulations numériques présentés dans ce chapitre et sur des données de la littérature. Il se décompose en trois grandes phases :

- l'évaluation de la contrainte maximale d'adhérence  $\tau_{max}$
- l'évaluation du glissement  $g(\tau_{max})$  associé à la contrainte  $\tau_{max}$
- la description de la forme de la loi

### 7-2-a. Evaluation des deux paramètres $\tau_{max}$ et $g(\tau_{max})$

- Contrainte d'adhérence  $\tau_{max}$

Une proposition de loi permettant d'évaluer ce paramètre en fonction des caractéristiques matériaux de béton (résistance en traction  $f_t$  et résistance en compression  $f_c$ ) et des caractéristiques géométriques de la structure (rapport d'épaisseur d'enrobage sur le diamètre du renfort  $c/d_a$ ) a été présentée dans la section 6 de ce chapitre.  $\tau_{max}$  est donc calculé à partir de cette méthode. La première étape consiste à évaluer  $(c/d_a)_{spl \rightarrow pull}$  à partir de l'équation (3-22).

$$\left(\frac{c}{d_a}\right)_{spl \rightarrow pull} = 0,39 \frac{f_c}{f_t} - 0,24 \quad (3-22)$$

$\tau_{max}$  est ensuite évalué à l'aide de l'équation

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{max}}{f_t} &\sim 1,53 \frac{c}{d_a} + 0,36 & \text{si } \frac{c}{d_a} < \left(\frac{c}{d_a}\right)_{spl \rightarrow pull} \\ \frac{\tau_{max}}{f_c} &\sim 0,6 & \text{si } \frac{c}{d_a} \geq \left(\frac{c}{d_a}\right)_{spl \rightarrow pull} \end{aligned} \quad (3-23)$$

- Glissement  $g(\tau_{max})$

Ce paramètre s'avère plus délicat à étudier pour deux raisons :

- une très forte variabilité est relevée au cours des essais : le coefficient de variation observé au cours de notre campagne expérimentale est d'environ 30%
- La littérature comporte peu de résultats sur ce paramètre qui est parfois difficilement identifiable à partir de la simple courbe de loi d'adhérence

Ainsi, certains auteurs prennent le parti de conserver ce paramètre constant. Yankelevsky et al (1992), Soroushian et al (1991) parmi d'autres fixent cette valeur à 1 mm alors qu'il vaut 2 mm dans les lois définies par Khalfallah et Ouchenane (2007) ou encore Kwak et kim (2001). De façon générale, ce paramètre est fixé entre 1 mm et 2 mm sans pour autant être caractérisé expérimentalement.

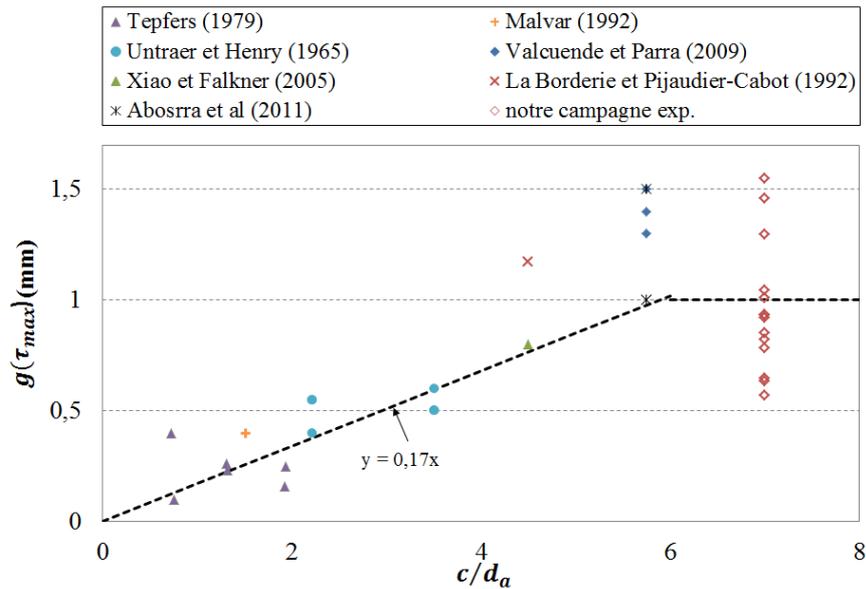


Figure 3-66 : Evolution de  $g(\tau_{max})$  en fonction du rapport  $c/d_a$  (résultats d'essais de la littérature)

On se propose ici de préciser la valeur de ce paramètre à partir d'une étude bibliographique en représentant sur la Figure 3-66, l'évolution de  $g(\tau_{max})$  en fonction du rapport  $c/d_a$  relevée dans plusieurs essais de la littérature. Cette figure amène deux observations :

- la variabilité des résultats expérimentaux est confirmée
- une tendance semble se dégager.

On propose ainsi de représenter l'évolution de  $g(\tau_{max})$  par une fonction bilinéaire :

$$\begin{aligned}
 g(\tau_{max}) &\sim 0,17 \frac{c}{d_a} && \text{si } \frac{c}{d_a} < 6 \\
 g(\tau_{max}) &\sim 1 && \text{si } \frac{c}{d_a} \geq 6
 \end{aligned}
 \tag{3-24}$$

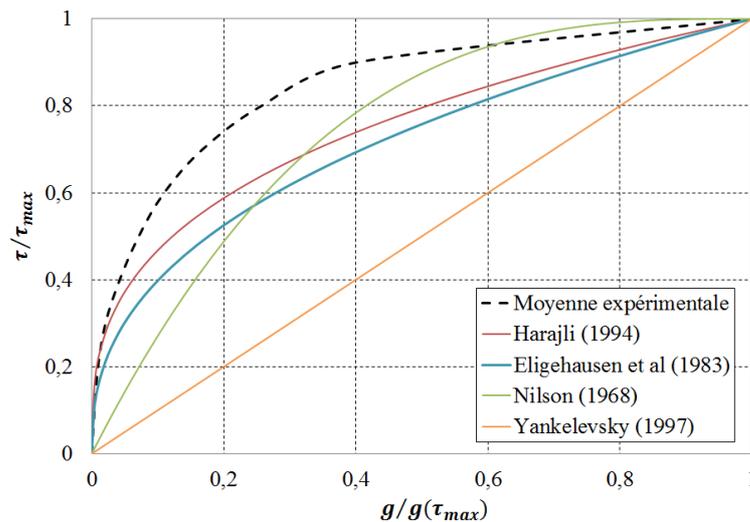
Dans cette équation, la valeur de  $g(\tau_{max})$  est évaluée en mm.

Il est à noter que cette proposition de loi d'évolution reste une première approximation et devra être validée, si nécessaire, par une étude plus approfondie. Elle pourra tenir compte d'autres paramètres comme la géométrie de l'armature d'acier et plus particulièrement l'espacement entre nervures qui a tendance à augmenter avec le diamètre des renforts (Eligehausen et al 1983 ; Desnerck et al, 2010).

### 7-2-b. Forme de la loi d'adhérence

Certains auteurs (Eligehausen et al, 1983 ; Harajli, 1994 parmi d'autres) proposent de définir la loi d'adhérence comme l'association d'une loi normalisée fixe décrivant l'évolution de  $\tau/\tau_{max}$  en fonction de  $g/g(\tau_{max})$  et de paramètres variant en fonction des caractéristiques de la structure étudiée. Nous faisons le choix d'utiliser cette méthode. Chaque courbe expérimentale relevée au cours de nos essais a ainsi été normalisée. La courbe moyenne est représentée sur la Figure 3-67. Elle est comparée à différentes lois analytiques de la littérature. La loi proposée par Harajli (1994) paraît être une bonne approximation. Elle permet en particulier de représenter la pente initiale de la loi d'adhérence. Cette loi, également reprise par (Xiao et Falkner, 2005) est définie suivant l'équation :

$$\frac{\tau}{\tau_{max}} = \left( \frac{g}{g(\tau_{max})} \right)^{0,3} \quad (3-25)$$



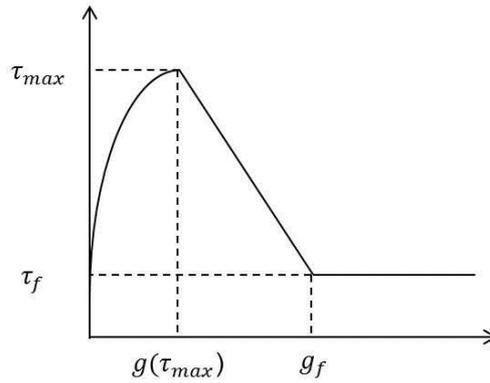
**Figure 3-67 : Comparaison entre la loi d'adhérence normalisée moyenne de nos essais et différentes propositions de la littérature (phase pré-pic)**

Le reste de la courbe est défini à l'aide de segments de droite :

$$\tau = \left( \frac{\tau_f - \tau_{max}}{g_f - g(\tau_{max})} \right) g + \left( \frac{\tau_{max} g_f - \tau_f g(\tau_{max})}{g_f - g(\tau_{max})} \right) \quad \text{pour } g(\tau_{max}) < g < g_f \quad (3-26)$$

$$\tau = \tau_f \quad \text{pour } g \geq g_f$$

$\tau_f$  représente la contrainte de frottement et  $g_f$  le glissement pour lequel elle est atteinte. Dans notre cas, on pose  $\tau_f = 5$  MPa et  $g_f = 15$  mm. Il faudra cependant veiller à modifier ces valeurs lorsque  $\tau_{max}$  est de l'ordre de grandeur (ou inférieur) à 5MPa.



**Figure 3-68 : Forme du modèle de loi d'adhérence**

En conclusion, l'évaluation de  $\tau_{max}$  et  $g(\tau_{max})$  à partir des équations (3-22), (3-23) et (3-24) associée aux lois de caractérisation des phases pré-pic (équation (3-25)) et post-pic (équation (3-26)), permet de décrire la totalité de la loi d'adhérence (forme de la loi résumée sur la Figure 3-68). Les différents éléments de cette loi se notent :

$$\begin{aligned} \tau_{max} &= f\left(\frac{c}{d_a}, f_t, f_c\right) \\ g(\tau_{max}) &= f\left(\frac{c}{d_a}\right) \\ \frac{\tau}{\tau_{max}} &= f\left(\frac{g}{g(\tau_{max})}\right) \end{aligned} \quad (3-27)$$

## 8. Conclusions

La caractérisation de la loi d'adhérence a été étudiée au cours de ce chapitre. Les essais mis en œuvre dans la littérature pour caractériser la loi d'adhérence ont été présentés dans un premier temps. Ils s'appuient principalement sur des tests d'arrachement qui ont mis en évidence l'influence de différents paramètres (géométrie de l'éprouvette, caractéristiques matériaux...) sur l'évolution des principales caractéristiques de la loi d'adhérence. Enfin, ils ont permis à différents auteurs de proposer des lois empiriques d'évolution.

A l'issue de cette analyse bibliographique, une campagne expérimentale de *pull-out* a été mise en place. L'association de ces résultats expérimentaux et d'une série de simulations numériques a abouti aux conclusions suivantes :

- Le diamètre du renfort ne constitue pas un paramètre influent de la loi d'adhérence (pour la plage de diamètres testés : entre 8 et 16 mm).
- L'évolution de la contrainte maximale d'adhérence ( $\tau_{max}$ ) peut être caractérisée par une loi bilinéaire dépendant des caractéristiques matériaux du béton (résistance en traction et en compression) et de l'épaisseur d'enrobage.
- Le confinement actif du béton permet d'augmenter la résistance de la liaison (augmentation de  $\tau_{max}$ ) pour les éprouvettes de faible enrobage alors qu'il retarde uniquement la dégradation initiale (augmentation de la contrainte d'adhérence pour laquelle le glissement reste négligeable) des éprouvettes plus épaisses.
- La bonne adéquation entre le comportement expérimental et la simulation numérique de l'essai de *pull-out* qui confirme le fait que la loi d'adhérence mesurée expérimentalement (sur un essai de *pull-out*) peut être directement utilisée comme donnée d'entrée de notre modèle
- La proposition d'un modèle de la loi d'adhérence basée sur l'association d'une loi normalisée décrivant l'évolution de  $\tau/\tau_{max}$  en fonction de  $g/g(\tau_{max})$  tenant compte des paramètres influant sur l'évolution de la loi d'adhérence.

Disposant d'une loi d'entrée pour notre modèle, il reste à valider ce dernier de manière quantitative. Cette validation, qui passe par la simulation du comportement d'éléments structuraux, nécessite également des connaissances expérimentales caractérisant la fissuration de telles structures. Ces points seront étudiés au cours du chapitre suivant.



# **Chapitre 4 :**

## **Caractérisation de la fissuration d'un élément structurel**

### **Confrontation expérimental/numérique**

#### **1. Introduction**

Le comportement qualitatif du modèle de liaison proposé (représentation du transfert de contraintes, effet sur la fissuration...) a été validé sur un essai de tirant (chapitre 2). Il a également fait l'objet d'une première application quantitative sur l'essai de pull-out (valeurs de déformations, dégradation progressive de la liaison...) (chapitre 3). Ces premiers résultats sont concluants mais nécessitent d'être complétés par une application sur un élément structurel.

Dans ce chapitre, on cherchera donc à vérifier la capacité du modèle à représenter quantitativement à la fois le comportement global (réactions d'appui, déformation globale, flèche,...) et le comportement local (évolution de la fissuration : position, ouverture de fissure,...) d'un élément structurel.

Pour cela, une campagne expérimentale a été menée sur des essais de poutres en flexion de manière à fournir les informations expérimentales précises nécessaires. Ces poutres font ensuite l'objet d'une simulation numérique.

#### **2. Campagne expérimentale sur des poutres en flexion**

##### **2-1. Choix de l'essai**

###### **2-1-a. Objectifs**

Les objectifs fixés pour cette campagne expérimentale peuvent être décomposés en 2 grands points :

- caractériser le comportement global de la structure
- caractériser finement le comportement local et plus particulièrement la fissuration d'un élément structurel standard

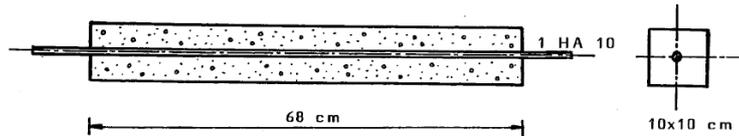


Figure 4-1 : Schéma de principe du tirant de Clément (1987)

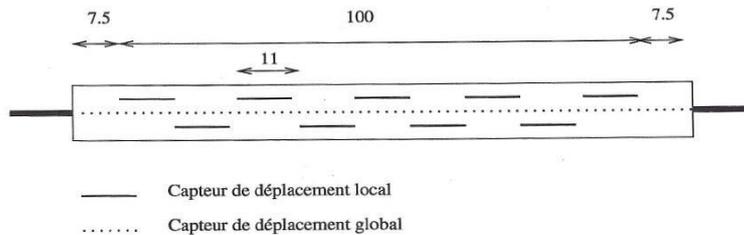
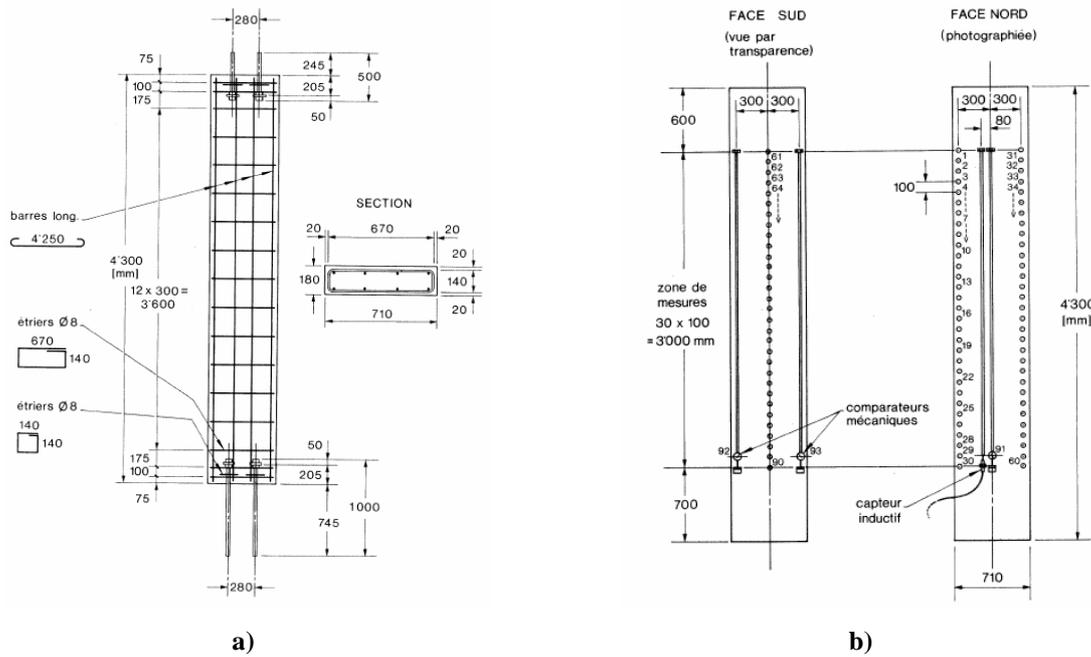


Figure 4-2 : Tirant de Daoud (2002) (dimensions en cm)

### 2-1-b. Essais de la littérature

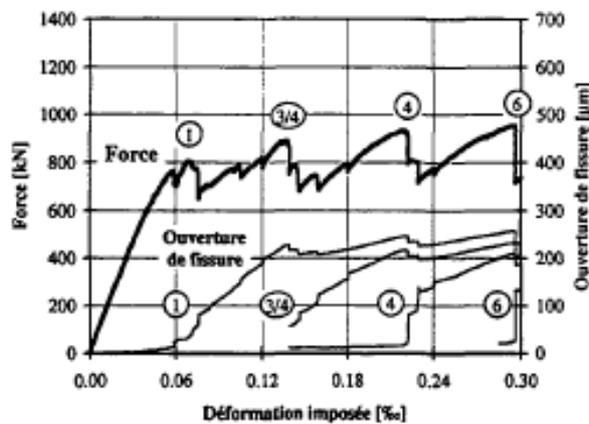
Plusieurs auteurs se sont intéressés à cette problématique. Une grande partie des essais associés s'appliquent à des tirants. Certains (Clément, 1987 ; Daoud, 2003 parmi d'autres) sont constitués d'une unique armature (structure « élémentaire ») sur laquelle un déplacement est imposé (Figure 4-1). Dans (Clément, 1987), des jauges de déformation ont été placées sur les renforts d'acier et le béton. Ces mesures permettent d'évaluer la répartition des déformations au cours de la fissuration du béton. Ces mesures restent cependant très ponctuelles (zones observées très limitées). Daoud (2003) va plus loin en plaçant une série de capteurs de déplacement sur le béton (Figure 4-2). Ces déplacements peuvent être apparentés à l'ouverture de fissure cumulée entre les deux points de mesure (en négligeant la déformation élastique du béton).

D'autres auteurs (Jaccoud et Charif, 1985 ; Mivelaz, 1996 parmi d'autres) ont effectué des essais sur des tirants au ferrailage plus complexe (Figure 4-3a). Le chargement est appliqué au béton par le biais de barres d'acier ancrées aux extrémités de la structure. Les tirants de Jaccoud et Charif (1985) sont largement instrumentés à l'aide de capteurs de déplacement positionnés tous les 10 cm (Figure 4-3b) dans la longueur de la poutre (sur trois rangées). Cette fois encore, une mesure de fissure cumulée (sur 10 cm) est mesurée. Cet essai possède l'avantage de permettre d'évaluer l'ouverture de fissure sur la totalité du tirant et en différents points de la largeur. La position des fissures ne peut cependant être déterminée avec précision.



**Figure 4-3 : Tirant de Jacoud et Charrif (1985)**  
**a) ferrailage, b) position des points de mesure (déplacement mesuré entre deux points)**

Enfin, Mivelaz (1996) a testé l'influence du ferrailage (en faisant varier la répartition et le nombre de renforts notamment) et de la nature du béton sur la fissuration de différents tirants. Il a ainsi mesuré l'ouverture de fissure à l'aide de jauges de déformation positionnées en début d'essai dans les zones les plus susceptibles de se fissurer. D'autres jauges sont ajoutées en cours d'essai après l'apparition des fissures. Cette fois encore, la mesure est ponctuelle. De plus, pour les capteurs ajoutés en cours d'essai, elle nécessite que la fissure soit déjà suffisamment « ouverte » pour être observable. Il est à noter que les relevés de ces mesures (par exemple celui de la Figure 4-4) sont parfois difficilement interprétables.



**Figure 4-4 : Exemple de mesure effectuée sur l'un des tirants de Mivelaz (1996)**

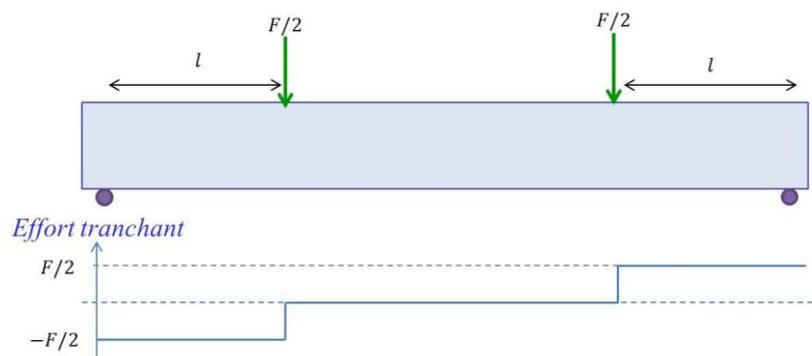
D'autres études, comme le projet MECA (Ghavamian et al, 2003) ont été menées sur des poutres en flexion. Ces essais possèdent l'avantage d'être plus représentatifs du mode de chargement classiquement rencontré dans les structures de Génie Civil. Néanmoins, dans cette application comme dans d'autres, le pas de fissuration semble directement lié au pas des renforts transversaux (cadres) dont la présence est nécessaire pour reprendre les efforts de cisaillement.

En conclusion, les différents essais de la littérature :

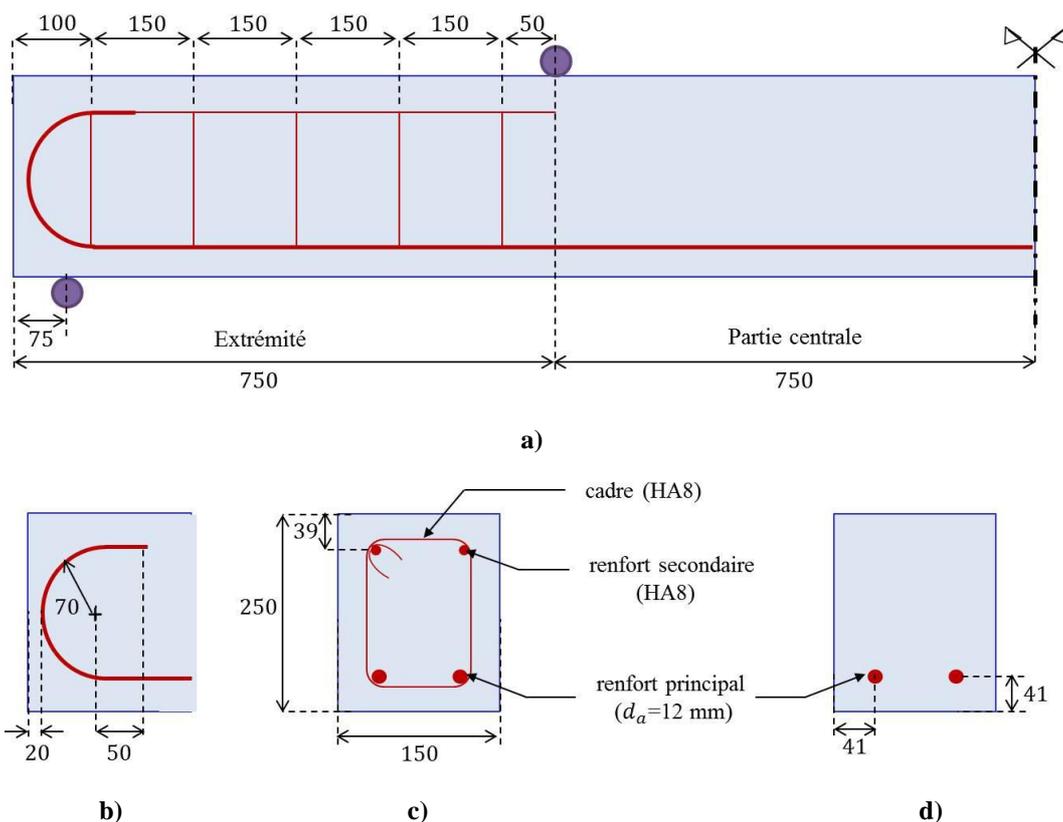
- sont pour la plupart des essais de tirant peu représentatifs des situations de chargement les plus courantes
- ne proposent que des mesures ponctuelles parfois difficilement interprétables (par exemple la mesure d'une ouverture de fissure à l'aide d'un capteur de déplacement de dimension non négligeable)
- présentent un développement de la fissuration partiellement perturbé par les singularités géométriques de la structure (cas des cadres).

L'essai retenu pour notre campagne expérimentale est donc défini en tenant compte de ces différentes remarques. Notre choix se porte sur un essai de flexion quatre points. Cet essai possède en effet l'avantage :

- d'être plus représentatif des cas de chargement réels qu'un essai de tirant
- de pouvoir s'affranchir de la présence de renforts transversaux sur une partie de la structure. En effet dans le cas d'une flexion quatre points, l'effort tranchant est nul sur la partie centrale de la poutre (Figure 4-5).



**Figure 4-5 : Diagramme de l'effort tranchant d'une poutre en flexion quatre points**



**Figure 4-6 : Caractéristiques géométriques de la poutre**  
a) demi-longueur, b) ancrage, c) section droite à l'extrémité et d) section droite sur la partie centrale

## 2-1. Caractéristiques de l'essai

### 2-1-a. Caractéristiques géométriques des éprouvettes

Les poutres étudiées mesurent 3m de long pour une portée de 2,85 m et une distance entre points de chargement (zone d'effort tranchant nul) de 1,5m. Leur section droite mesure 15 cm de largeur pour 25 cm de haut (Figure 4-6).

Deux renforts de diamètre 12 mm sont positionnés dans la zone tendue de la poutre (Figure 4-6d). Ces armatures sont ancrées à l'aide d'ancrages courbes dont les dimensions sont illustrées sur la Figure 4-6b. L'enrobage  $c$  de ces renforts a été défini suffisamment important pour éviter tout phénomène d'écaillage ( $c = 3,5$  cm).

Les deux extrémités de la poutre comportent également des renforts secondaires. 10 cadres (HA8) sont ainsi disposés dans les zones subissant un effort tranchant (Figure 4-6c). Leur position permet de reprendre l'effort tranchant sans pour autant influencer sur la répartition de la

fissuration dans la zone centrale de la poutre. Enfin les deux extrémités de la poutre comportent également deux renforts d'acier de type HA8 en compression. Le plan de ferrailage est détaillé sur la Figure 4-6.

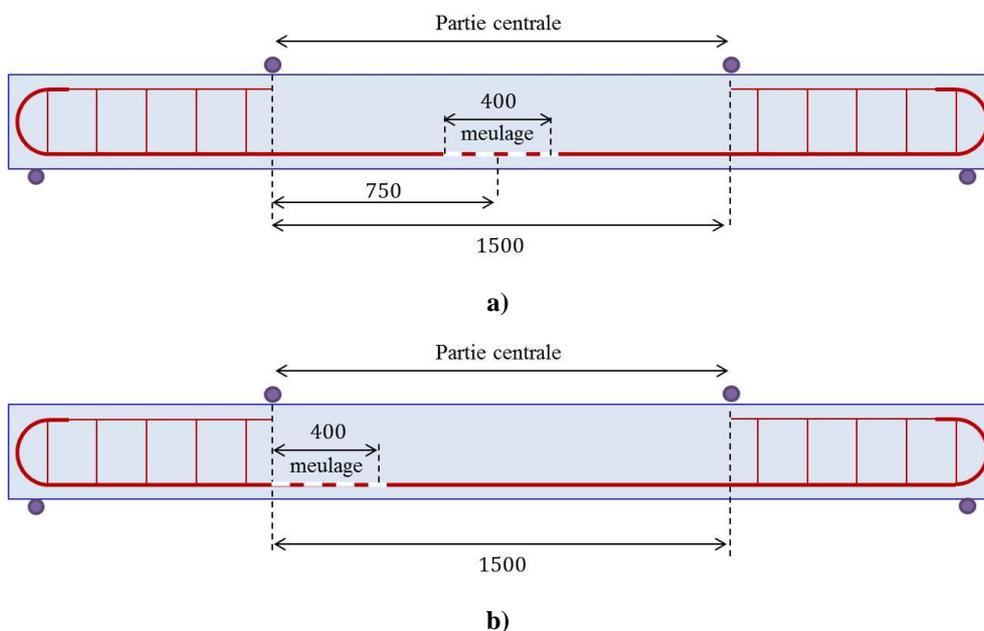
### 2-1-b. Plan expérimental

La campagne expérimentale comprend 9 poutres. Les 7 premières sont testées sous un chargement de flexion quatre points et se différencient par la nature de leurs armatures principales (renforts en traction) :

- 2 poutres armées de renforts HA12 (elles serviront de références)
- 1 poutre armée de barres lisses
- 4 poutres utilisant le plan de ferrailage initial (poutre de référence) avec une perturbation locale de l'adhérence des barres. Pour cela, les renforts HA12 sont partiellement meulés afin d'éliminer les nervures. Cette partie meulée mesure 40 cm et se situe soit au centre de la poutre (Figure 4-7a) ou à l'extrémité de la partie centrale (effort tranchant nul) de la poutre (Figure 4-7b).

Enfin, les deux dernières poutres ont été testées sous un chargement de flexion 3 points de manière à étudier l'effet du chargement.

Dans ce document, seules les poutres armées de renfort de type HA12 (références) seront présentées.



**Figure 4-7 : Position des zones meulées sur les renforts principaux (dimensions en mm)**  
a) meulage « centré », b) meulage « décentré »

### 2-1-c. Propriétés matériaux

- Acier

Les caractéristiques matériaux de l'acier (module d'Young  $E_a$  et limite élastique  $\sigma_e$ ) ont été identifiés à partir d'essais de traction uniaxiale. La valeur de surface relative  $S_r$  correspond à une information du fournisseur. Ces résultats sont indiqués dans le Tableau 4-1.

$E_a$ (GPa)	$\sigma_e$ (MPa)	$S_r$
190	550	0,04

Tableau 4-1 : Caractéristiques des renforts d'acier

- Béton

La composition du béton utilisé est résumée dans le Tableau 4-2. Il est à noter que cette composition est volontairement proche de celle des essais de *pull-out*. Les propriétés du béton ont été mesurées à partir d'essais de compression uniaxiale (module d'Young  $E_b$  et résistance en compression  $f_c$ ) et de fendage (résistance en traction  $f_t$ ) sur des cylindres de béton (16 cm de diamètre et 32 cm de haut). Ces essais de caractérisation ont été menés, comme la campagne expérimentale, 28 jours (au minimum) après le coulage du béton. Les valeurs moyennes sont reportées dans le Tableau 4-3.

Quantité de ciment (CEMI 52,5N) (kg m <sup>-3</sup> )	Rapport eau/ciment	Dimension maximale de granulats (mm)
350	0,62	14

Tableau 4-2 : Composition du béton

$E_b$ (GPa)	$f_t$ (MPa)	$f_c$ (MPa)
29,8	3,2	39

Tableau 4-3 : Propriétés matériaux du béton

### 2-1-a. Conditions aux limites et chargement

La Figure 4-8 illustre la forme du dispositif expérimental utilisé. La poutre repose sur deux appuis positionnés à ses extrémités constitués d'une plaque d'acier de 150 mm de large (Figure 4-9a) associés à une rotule et une liaison cylindrique. Le chargement est appliqué sous la forme d'un déplacement imposé (vérin) au centre d'un dispositif de répartition d'effort. Ce dispositif est composé d'une poutre métallique (IPN) suffisamment rigide et de deux points d'application

d'effort constitués de plaques d'acier de 20 mm de large (Figure 4-9b) reliée à une rotule et une liaison cylindrique. Enfin, la liaison entre le vérin et l'IPN est assuré par une rotule (Figure 4-8).

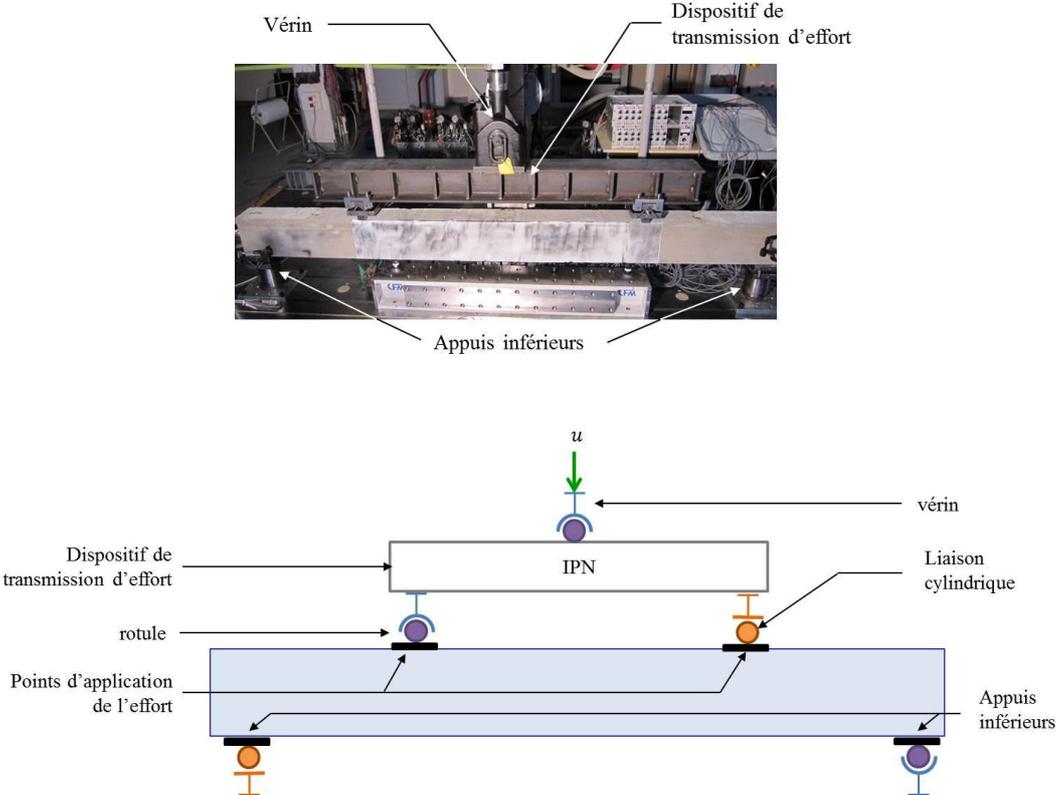


Figure 4-8 : Dispositif expérimental

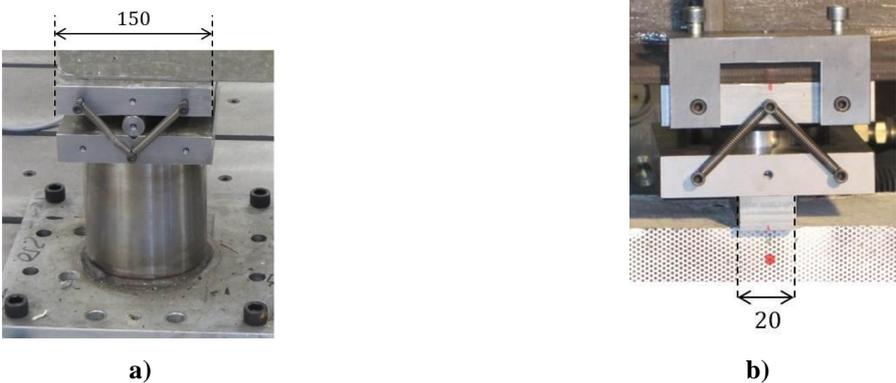


Figure 4-9 : Appuis (dimensions en mm)  
 a) appui inférieur (liaison cylindrique), b) appui supérieur (liaison rotule)

### 2-1-b. Instrumentation

Une attention particulière a été portée sur l'instrumentation de ces éprouvettes de manière à caractériser à la fois leur comportement global, mais également l'évolution de leur fissuration (comportement local).

- Capteurs

Le comportement global de la poutre est observé à partir d'une série de mesures de déplacement effectuées à l'aide de capteurs LVDT disposés de la manière suivante :

- trois capteurs (capteurs  $g$ ,  $c$  et  $d$  sur la Figure 4-10) sont situés sur la partie haute de la poutre et permettent de mesurer le déplacement vertical (flèche) des deux appuis (Figure 4-11) et du centre de l'éprouvette
- 10 capteurs verticaux, espacés de 15 cm chacun sont situés à la hauteur des renforts principaux (capteurs  $v_1$  à  $v_{10}$ )
- Enfin, 10 capteurs (15 cm de long) permettent de mesurer le déplacement horizontal du béton à hauteur des renforts principaux (capteurs  $h_1$  à  $h_{10}$ ). Ces capteurs sont positionnés entre les différents points de mesure des capteurs verticaux (Figure 4-12).

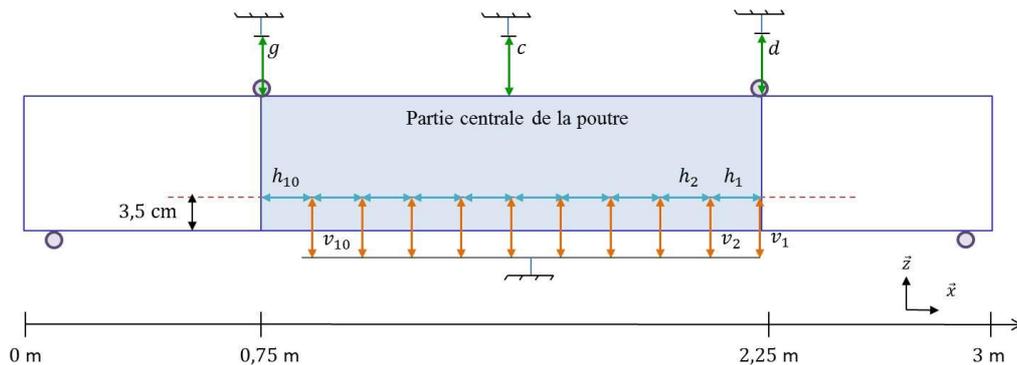


Figure 4-10 : Position des différents capteurs LVDT



Figure 4-11 : Mesure du déplacement d'un appui

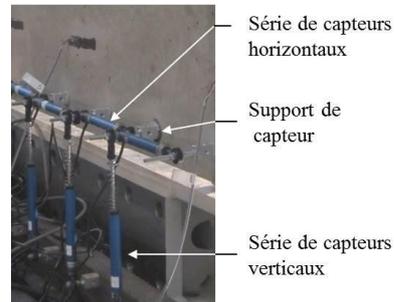
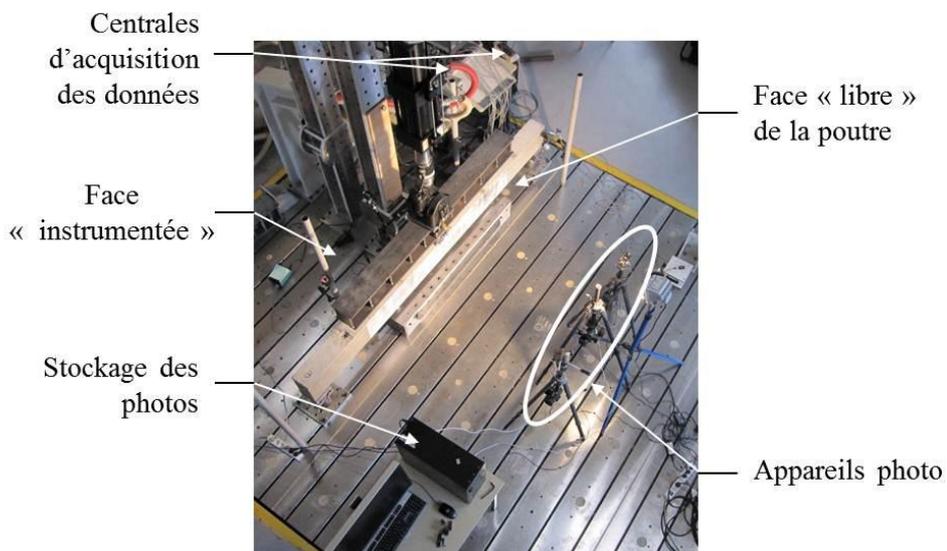


Figure 4-12 : Capteurs situés le long du renfort principal

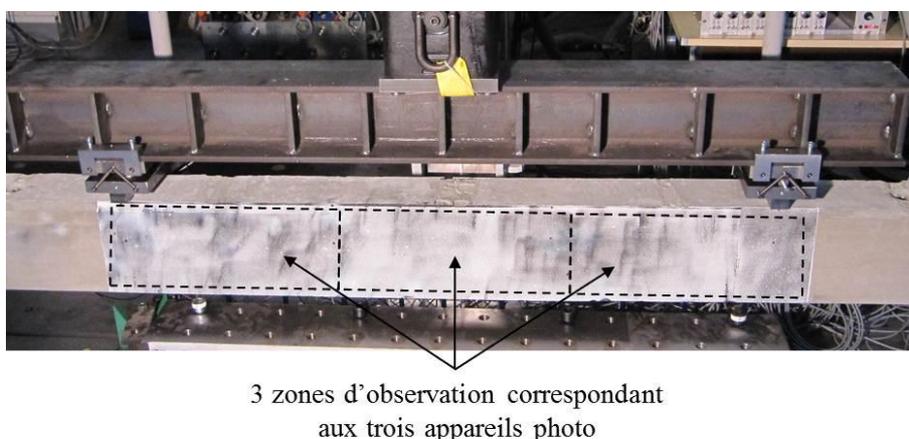
- Caractérisation de la fissuration

L'évolution de la fissuration est quant à elle étudiée sur la face « libre » de l'éprouvette à l'aide d'une mesure de champ de déplacement par corrélation d'images. Ce type de mesure possède en effet plusieurs avantages :

- il n'est pas intrusif puisqu'il nécessite seulement de peindre un mouchetis sur la surface de la poutre observée
- il ne nécessite aucune hypothèse sur la position des fissures
- il permet de mesurer l'ouverture de fissure localement (contrairement aux mesures effectuée à l'aide de capteurs de déplacement)



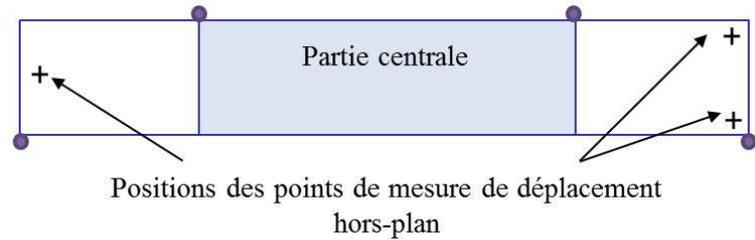
**Figure 4-13 : Les différents éléments du montage**



**Figure 4-14 : Zones d'observation pour la corrélation d'images**



a)



Positions des points de mesure de déplacement hors-plan

b)

**Figure 4-15 : Mesures de déplacement hors plan**  
a) photo des capteurs, b) positions des différents points de mesure

La totalité de la zone centrale de la poutre (entre les deux points d'application de l'effort) est donc recouverte d'un mouchetis. Cette zone est découpée en trois parties égales (environ 60 cm de large en prévoyant des zones de recouvrement) chacune observée par un appareil photo (Figure 4-13 et Figure 4-14).

Cette mesure est effectuée sous un éclairage artificiel suffisamment puissant pour réduire l'effet de modification de la luminosité extérieure au cours de l'essai. Cette mesure étant effectuée par corrélation simple (et non stéréo-corrélation), elle peut être faussée par un déplacement hors plan de l'éprouvette (qui induit une variation de grandissement généralement quantifiable). Ce déplacement a donc également été mesuré au cours de l'essai en trois points de chaque poutre. La totalité des mesures est pilotée par un ordinateur. Toutes les mesures (hormis les trois capteurs du déplacement hors-plan) sont des données numériques relevées à intervalle régulier.

## 2-2. Validation de la mesure par corrélation d'images

La mesure de déplacement par corrélation d'images est effectuée à l'aide du logiciel CorreliQ<sup>4</sup> (Besnard et al, 2006) implanté dans MATLAB<sup>TM</sup>.

La précision de la mesure de champ de déplacement par corrélation d'images dépend de plusieurs paramètres :

- la dimension de la zone observée
- la définition de l'appareil photo (nombre de pixels par image)
- le réglage de l'appareil photo (luminosité, choix de l'objectif...)
- et surtout la qualité du mouchetis

Le premier paramètre est inscrit dans les choix de définition de l'essai. Les paramètres suivants peuvent être testés avant le début de l'essai au cours d'une analyse *a priori* (à l'état initial) et modifiés (réglage de l'appareil, de l'éclairage, nouveau mouchetis...) le cas échéant. Un exemple de ce type d'analyse est présenté par la suite.

### 2-2-a. Echelle d'observation

Pour un appareil photo donné et donc une définition (quantité de pixels fixée), la précision optimale de mesure (dans le cadre d'un réglage optimal des autres paramètres) est directement liée à la dimension de la zone observée et plus précisément à la dimension réelle de la zone correspondant à un pixel (px) de l'image. Pour cet essai, la zone observée par un appareil mesure 25 cm de haut pour environ 60 cm de long (en prévoyant des zones de recouvrement). Les appareils photo utilisés (Canon EOS 60D) ont une résolution de 2592 pixels  $\times$  1728 pixels. Un pixel correspond donc à une distance de l'ordre de 25  $\mu$ m (60 cm/2592).

Conformément à la technique de corrélation d'images, la dimension caractéristique (ou diamètre moyen) du mouchetis doit être de l'ordre de 6 pixels. Il est donc créé à partir d'une grille percée d'orifice de 0,16 mm (0,16 mm  $\sim$  6  $\times$  25  $\mu$ m) de diamètre (Figure 4-16).

### 2-2-b. Analyse *a priori* des différents réglages

Cette analyse est effectuée au début de chaque essai sur des photos effectuées avant même la mise en contact entre le dispositif de chargement et l'éprouvette. Chaque zone de mouchetis et chaque appareil (réglage) sont ainsi vérifiés indépendamment. Cette vérification a permis de corriger le mouchetis ou le réglage des appareils photo lorsque la qualité de la mesure ne s'avérait pas suffisante. On présente ici le cas de l'analyse d'une partie du mouchetis (Figure 4-16) d'une des deux poutres de référence.

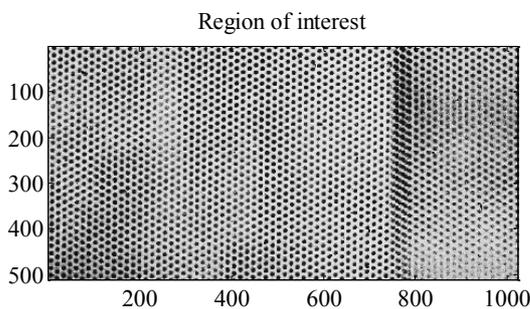


Figure 4-16 : Mouchetis utilisé

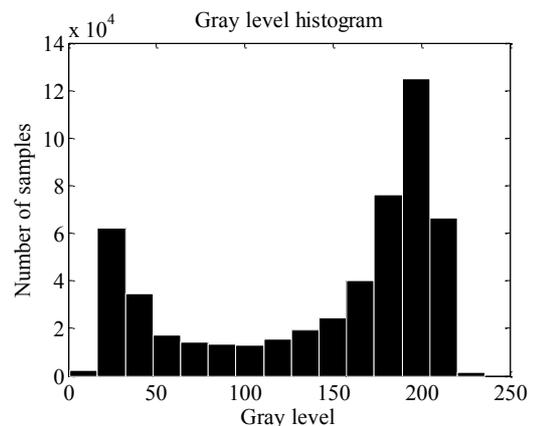


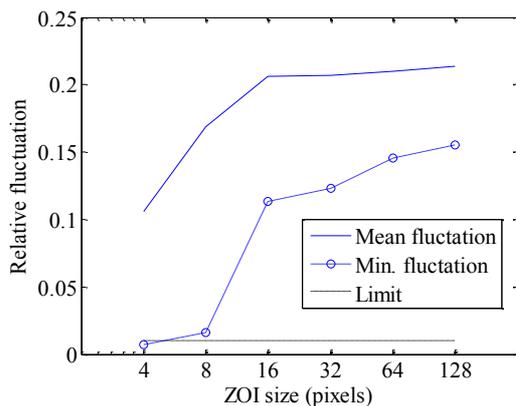
Figure 4-17 : Histogramme des niveaux de gris

Le réglage de l'appareil peut être vérifié par l'étude des niveaux de gris observés sur l'image. L'histogramme de la Figure 4-17 indique que presque la totalité (environ 220 niveaux) de la plage des 256 niveaux de gris de l'appareil est balayée. Le contraste est également satisfaisant puisque les niveaux de gris majoritaires se trouvent aux extrémités de l'histogramme (proche du blanc et du noir). Dans ce cas, le réglage est donc jugé satisfaisant.

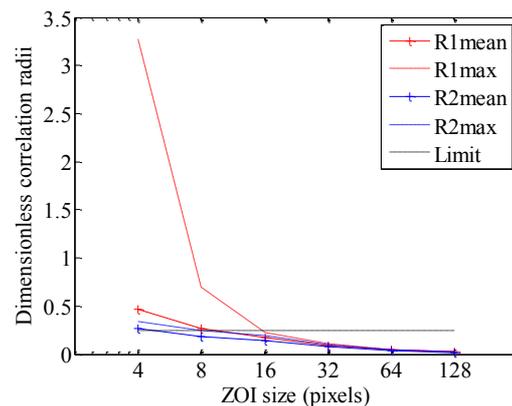
Il reste ensuite à déterminer la taille minimale (en pixels) des éléments du maillage utilisés par le logiciel de corrélation CorreliQ<sup>4</sup>. Cette taille doit être suffisamment grande pour que le motif observé sur chaque élément soit identifiable lors de la corrélation de deux images distinctes tout en étant suffisamment petit pour discrétiser finement les champs de déplacement (dans notre cas : détermination de la position précise de la fissure et mesure de l'ouverture de fissure).

Une première analyse consiste à vérifier que les fluctuations relatives (écart-type divisé par la dynamique de l'image) atteignent au moins 1%. Ceci permet de vérifier que chaque élément a un contraste suffisant pour faire une analyse de corrélation. Dans le cas présent (Figure 4-18), des tailles d'élément de 8 pixels satisfont ce critère.

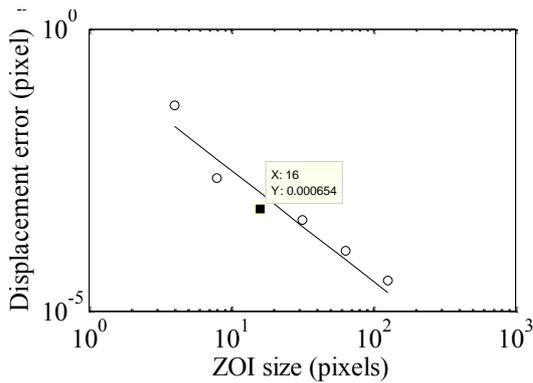
Une seconde analyse qualitative permet de vérifier que le rayon de corrélation est inférieur à quatre fois la taille d'un élément. Ce critère est ici respecté pour des éléments supérieurs à 16 pixels (Figure 4-19). C'est ce type d'élément (16 pixels) qui est finalement retenu pour notre étude.



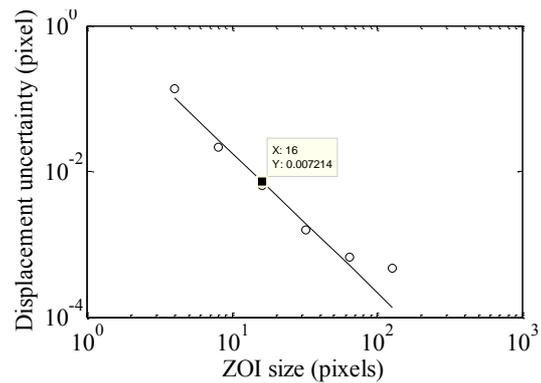
**Figure 4-18 : Fluctuations relatives minimale et moyenne du motif d'un élément en fonction de sa dimension**



**Figure 4-19 : Rayons de corrélation en fonction de la dimension de l'élément**



**Figure 4-20 : Erreur moyenne de déplacement en fonction de la dimension des éléments**

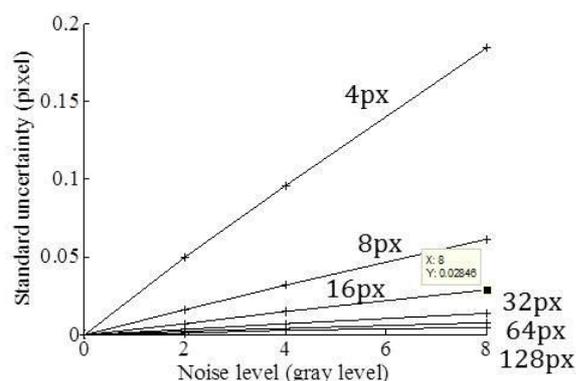


**Figure 4-21 : Ecart-type de l'erreur de déplacement en fonction de la dimension des éléments**

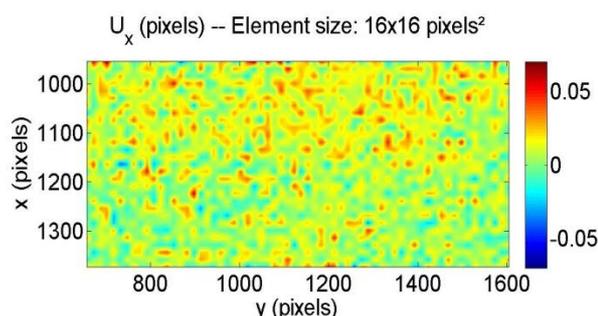
La suite de l'analyse consiste à évaluer l'incertitude de mesure (ou erreur de mesure) que l'on peut attendre. Cette analyse est effectuée à partir d'un calcul de champ de déplacement entre l'image de référence et son homologue translatée d'un vecteur de déplacement connu. L'erreur de mesure peut ainsi être déterminée en tout point de l'image. Les évolutions de l'erreur moyenne de déplacement et de son écart-type en fonction de la dimension des éléments sont représentées sur la Figure 4-20 et la Figure 4-21. Dans notre cas (16 pixels), ils valent respectivement  $6,54 \cdot 10^{-4}$  pixels et  $7 \cdot 10^{-3}$  pixels (soit environ  $0,02 \mu\text{m}$  et  $0,2 \mu\text{m}$ ).

Enfin, la sensibilité au bruit (directement liée à la variabilité des conditions de mesures d'une photo à l'autre) de la mesure est testée selon deux méthodes. La première consiste à évaluer *a priori* l'erreur de mesure commise lorsqu'un bruit artificiel est ajouté à l'image de référence. Dans notre cas (éléments de 16 pixels), l'écart-type de cette erreur vaut  $2,8 \cdot 10^{-2}$  pixels (environ  $0,7 \mu\text{m}$ ) pour un niveau de bruit de 8 niveaux de gris (Figure 4-22).

Dans un second temps, le bruit d'acquisition de l'appareil photo est mesuré en effectuant la corrélation entre plusieurs photos prises avant la mise en chargement de l'éprouvette. Le déplacement mesuré (qui est quasiment nul expérimentalement) et surtout les fluctuations correspondantes sont induites par le bruit de l'acquisition (Figure 4-23). Pour cette mesure l'erreur moyenne vaut  $1,4 \cdot 10^{-2}$  pixels (environ  $0,4 \mu\text{m}$ ) pour un écart-type de  $1,1 \cdot 10^{-2}$  pixels (environ  $0,3 \mu\text{m}$ ).



**Figure 4-22 : Evaluation de l'erreur liée au bruit d'acquisition en fonction de la taille des éléments**



**Figure 4-23 : Evaluation de l'erreur (en  $\text{px}^2$ ) induite par le bruit d'acquisition de l'appareil photo**

En conclusion de cette étude *a priori*, l'erreur de mesure commise sera de l'ordre de  $0,7 \mu\text{m}$  (erreur maximale mesurée au cours de l'analyse) pour une taille d'élément de 16 pixels. Cette analyse est cependant adaptée à la mesure d'un champ de déplacement continu. En présence de discontinuités (fissures par exemple), l'erreur de mesure est maximale à l'aplomb de la discontinuité. Cette propriété possède l'avantage de permettre une bonne détection de la position des fissures mais réduit également la précision de l'information concernant la mesure de l'ouverture de fissure (déplacement entre les deux lèvres discontinues de la fissure). La précision de mesure des ouvertures de fissure est étudiée par la suite.

## 2-3. Résultats expérimentaux

Dans cette partie, le comportement expérimental des deux poutres de référence (armées de renforts HA12 non meulés) est détaillé.

### 2-3-a. Comportement global

La Figure 4-24 représente l'évolution de la force de réaction en fonction de la flèche au centre de la poutre (mesure effectuée par le capteur vertical  $v_6$  : Figure 4-10). Ce comportement, très reproductible d'une poutre à l'autre, peut être divisé en trois grandes phases :

- une phase élastique (l'acier et le béton ont un comportement linéaire) caractérisée par une évolution linéaire jusqu'à un effort de l'ordre de 10 kN. Il est à noter que la pente élastique de la courbe est en bonne adéquation avec l'estimation de l'Eurocode 2 (2007) (Figure 4-24).
- une phase non-linéaire durant laquelle le béton se fissure progressivement
- une phase de plastification des aciers matérialisée ici par un palier d'effort aux alentours de 75 kN. Cette valeur est également en bonne adéquation avec les prédictions de

l'Eurocode 2 (2007) qui prévoit que la limite élastique de l'acier est atteinte pour un effort de 71 kN.

L'évolution du déplacement vertical des deux points d'application d'effort (capteurs *d* et *g*) est représentée sur la Figure 4-25 pour les deux poutres étudiées. La superposition des quatre courbes de cette figure nous permet à la fois de valider la symétrie du comportement de la poutre (déplacement identique sous chacun des points d'application d'effort) et la bonne reproductibilité du comportement global entre les deux poutres.

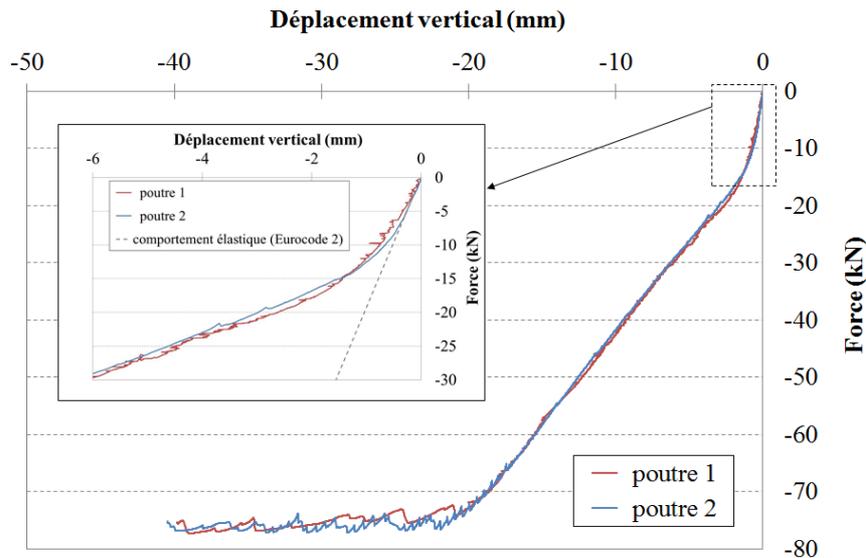


Figure 4-24 : Evolution de la force de réaction d'appui en fonction de la flèche au centre de la poutre et zoom sur la phase élastique

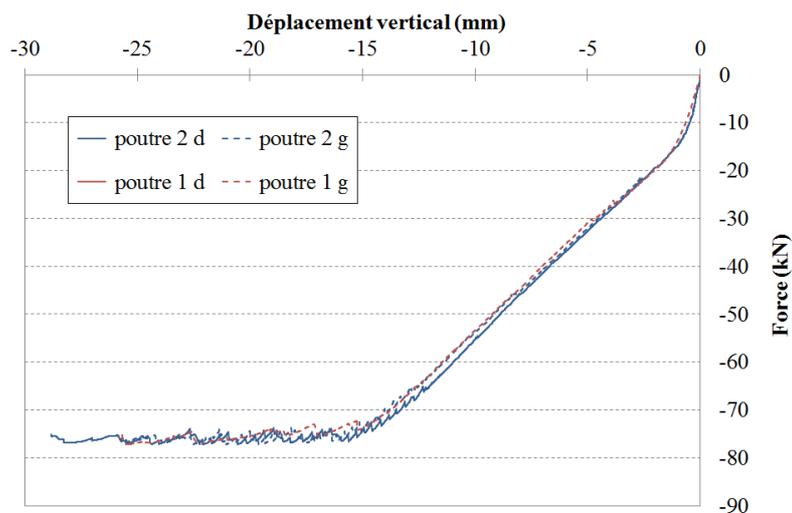


Figure 4-25 : Evolution de la force de réaction d'appui en fonction de la flèche sous les appuis (d pour droite et g pour gauche)

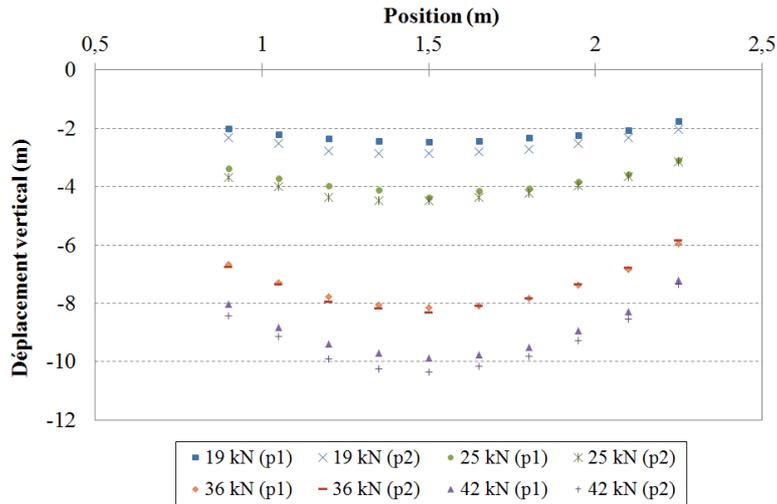


Figure 4-26 : Evolution du déplacement vertical le long de la poutre à différents instants de chargement. (p1 = poutre 1, p2 = poutre 2)

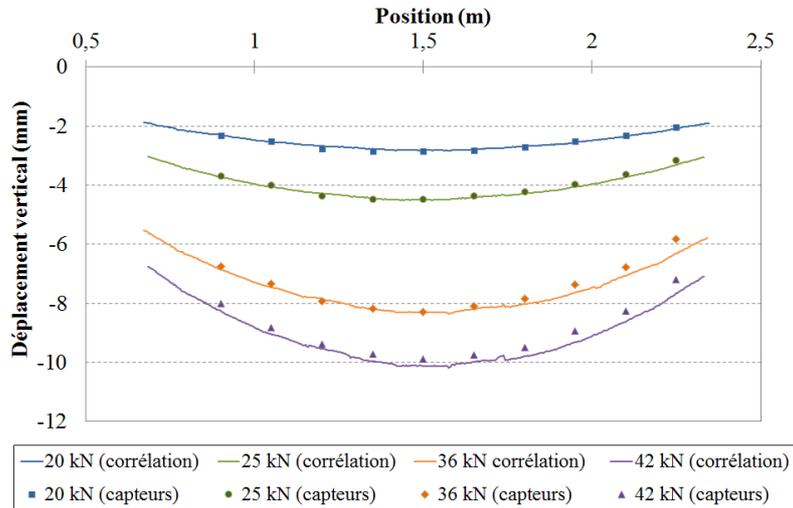


Figure 4-27 : Comparaison entre les mesures de capteurs verticaux et la corrélation d'image (poutre 2)

Les mesures de déplacements verticaux effectuées le long du renfort d'acier (capteurs  $v_1$  à  $v_{10}$  de la Figure 4-10) offrent une première estimation de la déformée de la poutre. La Figure 4-26 représente cette déformée (zone centrale des poutres) à différents instants de chargement. La symétrie du comportement est bien confirmée et le comportement des deux poutres est très comparable.

Cette déformée (cas de la poutre 2) est de nouveau représentée sur la Figure 4-27. Les mesures effectuées à partir des capteurs de déplacement sont ici comparées à celles évaluées par

corrélation d'images sur la seconde face de la poutre. La bonne adéquation entre ces résultats permet de valider ce second mode de mesure et vient compléter les informations données par les capteurs de déplacement. La valeur de la flèche peut ainsi être estimée en tout point de la zone centrale de la poutre.

La Figure 4-28 représente l'évolution des déplacements horizontaux le long de la poutre pour différents instants de chargement. Ces données sont présentées en supposant le déplacement horizontal nul au centre de la poutre ( $u = 0$  pour  $x = 1,5$  m).

Une comparaison entre les mesures des capteurs déplacement et la corrélation d'images est également proposée. Une évolution identique est observée. Des écarts sont cependant plus élevés que pour les déplacements verticaux (Figure 4-27). Ils peuvent être attribués :

- à la précision des mesures (les déplacements horizontaux sont dix fois plus faibles que les déplacements verticaux)
- A un faciès de fissuration non identique sur les deux faces de la poutre (fissures non parfaitement perpendiculaires à l'axe de la poutre)

En conclusion, on peut considérer que les deux mesures (corrélation d'images et capteurs LVDT) sont identiques (à la fois pour les déplacements verticaux et horizontaux). La technique de mesure par corrélation d'images est ainsi validée.

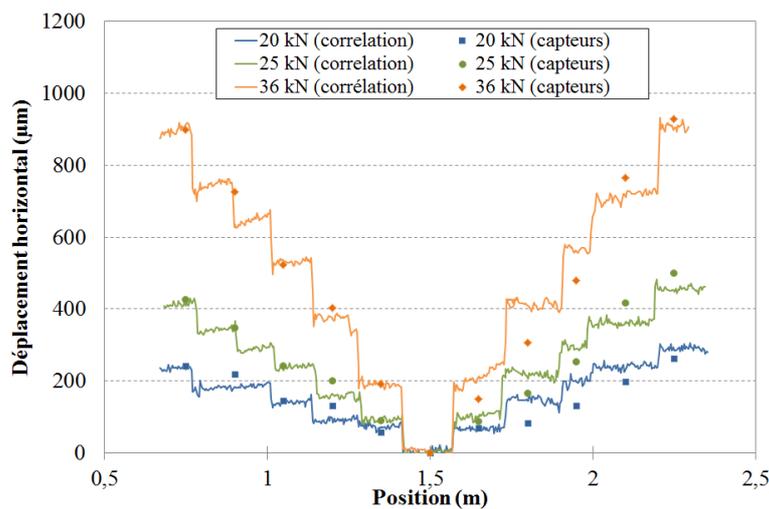
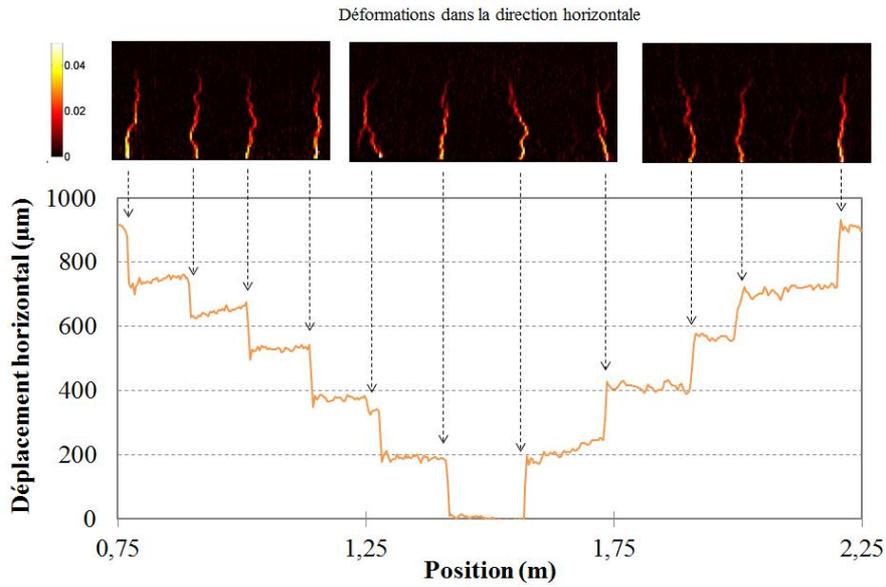
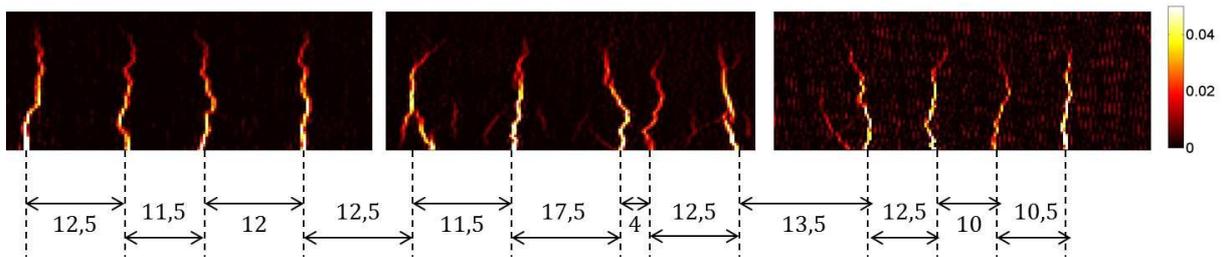


Figure 4-28 : Comparaison entre les mesures de capteurs horizontaux et la corrélation d'image (poutre 2)



**Figure 4-29 : Comparaison entre l'évolution du déplacement horizontal (ligne des aciers) et le champ de déformation le long de la poutre (poutre 2 à 36 kN)**



**Figure 4-30 : Espacement des fissures pour une force de 42 kN (champ de déformation dans la direction horizontale de la poutre 2)**

### 2-3-a. Caractérisation de la fissuration

La Figure 4-29 permet de visualiser la formation des fissures à un instant donné (force de 36kN). Sur cette figure, on peut tout d'abord observer la répartition de la déformation dans la direction horizontale pour les trois zones. Les zones à forte déformation correspondent aux zones fissurées. Pour pouvoir les caractériser, on utilise les mesures de déplacement. Il est ainsi possible de positionner précisément chaque fissure (à la position d'un saut) mais également d'évaluer l'ouverture de fissure directement définie comme la valeur du saut.

- Espacement des fissures

L'espacement entre fissures est mesuré à différents instants (20 kN, 25 kN et 42 kN) à la hauteur des aciers. La Figure 4-30 permet de visualiser les différentes fissures de la poutre 2 à 42 kN. Le Tableau 4-4 résume les valeurs d'espacement relevées pour les deux poutres.

Il est à noter que, dans les deux cas, on observe l'apparition tardive (aux alentours de 40kN) d'une nouvelle fissure relativement proche d'une fissure déjà existante (Figure 4-31).

		20 kN		25 kN		42 kN	
		P1	P2	P1	P2	P1	P2
Espacement	Nombre de « fissures »	10	10	10	11	14	13
	Moyenne (cm)	16,5	15,5	16,5	15	10	12
	Ecart-type (cm)	5,5	4	5,5	3,5	2,5	3
	Minimum (cm)	10	12	10	11,5	6	4
	Maximum (cm)	26	24	26	22,5	15	17,5

Tableau 4-4 : Espacement entre fissures (ligne basse de la zone centrale)

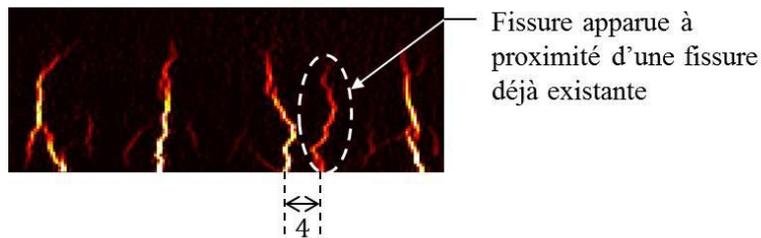


Figure 4-31 : Exemple de fissure apparaissant à proximité d'une fissure déjà existante

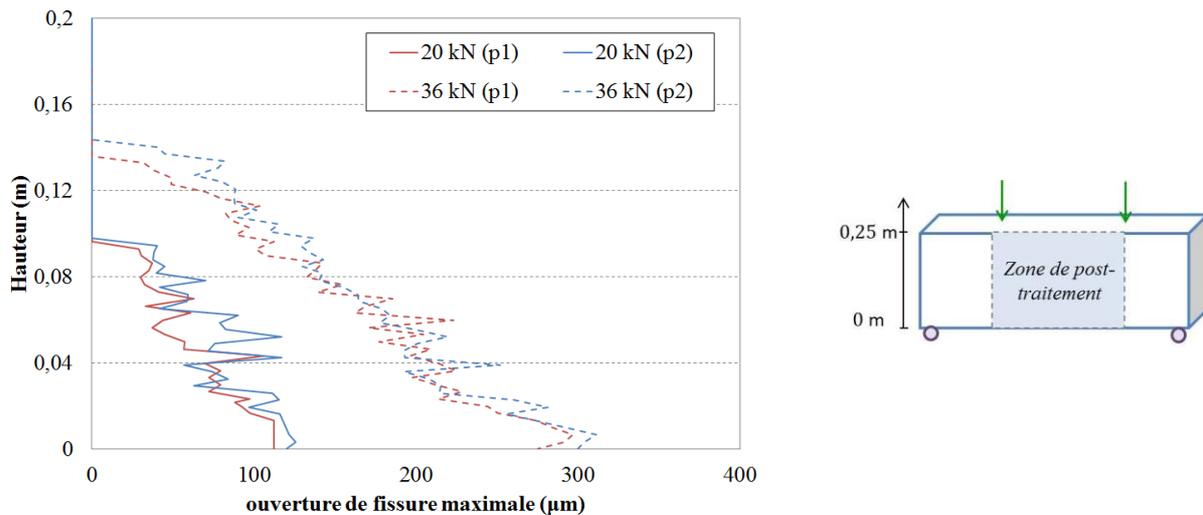


Figure 4-32 : Evolution de l'ouverture de fissure maximale dans la hauteur de la poutre (p1 = poutre 1 et p2 = poutre 2)

- Ouverture de fissure

Afin de déterminer un seuil d'ouverture de fissure (saut de déplacement minimal pour lequel on considère qu'une fissure est apparue), un critère de caractérisation de l'incertitude de mesure est déterminé. Cette incertitude est supérieure à la précision évaluée lors de l'analyse *a priori* (paragraphe 2-2.) car elle concerne la mesure d'une discontinuité. Ce critère est fixé à 15  $\mu\text{m}$  à partir de résultats de corrélation d'images menés au cours de la phase élastique.

A partir des sauts de déplacement décrits sur la Figure 4-29, il est possible d'évaluer l'ouverture le long des fissures. La Figure 4-32 représente l'évolution de l'ouverture de fissure maximale dans la hauteur de la poutre pour deux forces données (20 kN et 36 kN). La hauteur des fissures vaut 10 cm à 20 kN et 15 cm à 36 kN. On note donc une évolution du front de fissure correspondant à une phase de fissuration active (apparition progressive de fissures) entre ces deux efforts.

La Figure 4-33 représente l'évolution de l'ouverture de fissure cumulée mesurée sur la ligne basse de chaque poutre (zone centrale) au cours du chargement. La répartition de cette ouverture cumulée dans la hauteur de la poutre est également illustrée pour deux forces données (20 kN et 36 kN) sur la Figure 4-34.

Enfin, le Tableau 4-5 permet de caractériser la fissuration des poutres sur la ligne basse de la poutre (zone centrale) à différents instants.

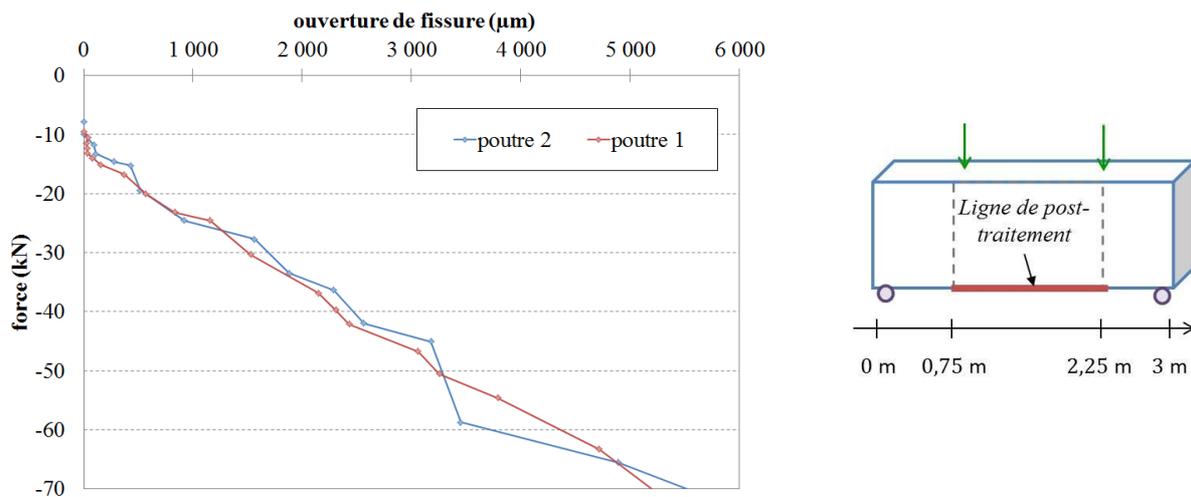
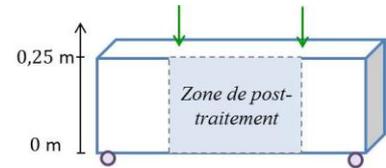
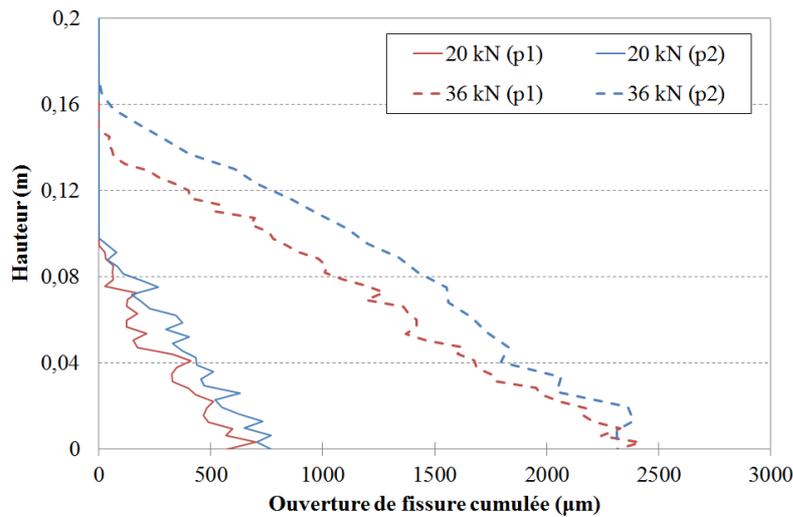


Figure 4-33 : Evolution de l'ouverture cumulée sur la ligne basse de la poutre en fonction du chargement



**Figure 4-34 : Répartition de l'ouverture cumulée sur la hauteur de la poutre  
(p1 = poutre 1, p2 = poutre 2)**

		20 kN		25 kN		36 kN		42 kN	
		P1	P2	P1	P2	P1	P2	P1	P2
Ouverture	Nombre de fissures	10	10	10	11	14	11	14	13
	Moyenne ( $\mu\text{m}$ )	55	52	116	84	160	210	175	195
	Maximum ( $\mu\text{m}$ )	108	120	180	195	296	300	279	310
	Cumulée ( $\mu\text{m}$ )	560	520	1160	920	2200	2300	2430	2560

**Tableau 4-5 : Mesure d'ouverture de fissures à différents instants de chargement**

## 2-4. Conclusions

Les mesures effectuées au cours de la campagne expérimentale permettent d'observer le comportement de la poutre :

- en décrivant son comportement global : force-flèche et déformées de la poutre
- en caractérisant finement l'évolution de la fissuration au cours du chargement (ouverture de fissures, profils de fissuration, ordre d'apparition des fissures, ...)

Une comparaison du comportement des deux poutres étudiées permet de mettre en avant :

- la bonne reproductibilité du comportement global des poutres
- une plus grande variabilité de la fissuration qui reste cependant du même ordre de grandeur d'une poutre à l'autre.

### 3. Simulation de l'essai

Une simulation de l'essai de flexion quatre points est proposée. Elle permet en particulier de comparer les résultats numériques au comportement expérimental de la poutre tout en étudiant l'influence du modèle de liaison acier-béton développé dans cette thèse.

#### 3-1. Hypothèses de simulation

##### 3-1-a. Maillage de la structure

Seul un quart de la poutre a été représenté. On suppose ainsi deux plans de symétrie : le premier dans l'épaisseur et le second dans la longueur. Cette hypothèse est discutable dans la mesure où la position et le nombre de fissures obtenus expérimentalement ne sont pas identiques ni dans la longueur, ni entre la face avant et arrière. Néanmoins, le caractère « aléatoire » des différences observées (par exemple le nombre de fissures plus grand parfois à gauche ou parfois à droite) semble montrer que la dissymétrie serait plutôt liée à l'hétérogénéité des propriétés matériaux. Ainsi, représenter la totalité de la poutre n'apporterait qu'une partie de la solution.

Le béton est maillé à l'aide d'éléments cubiques à 8 nœuds (Figure 4-35) mesurant 1,5 cm d'arête. Le maillage de l'acier est représenté à l'aide d'éléments barre à deux nœuds avec une densité de maillage identique à celle du béton : ce maillage est illustré sur la Figure 4-36a. Une section droite du béton  $y$  est également représentée et permet ainsi de positionner les aciers par rapport au béton.

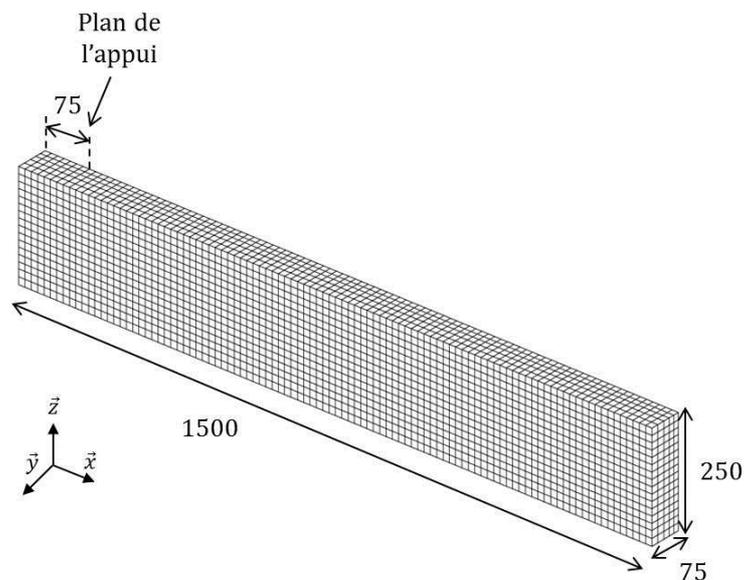
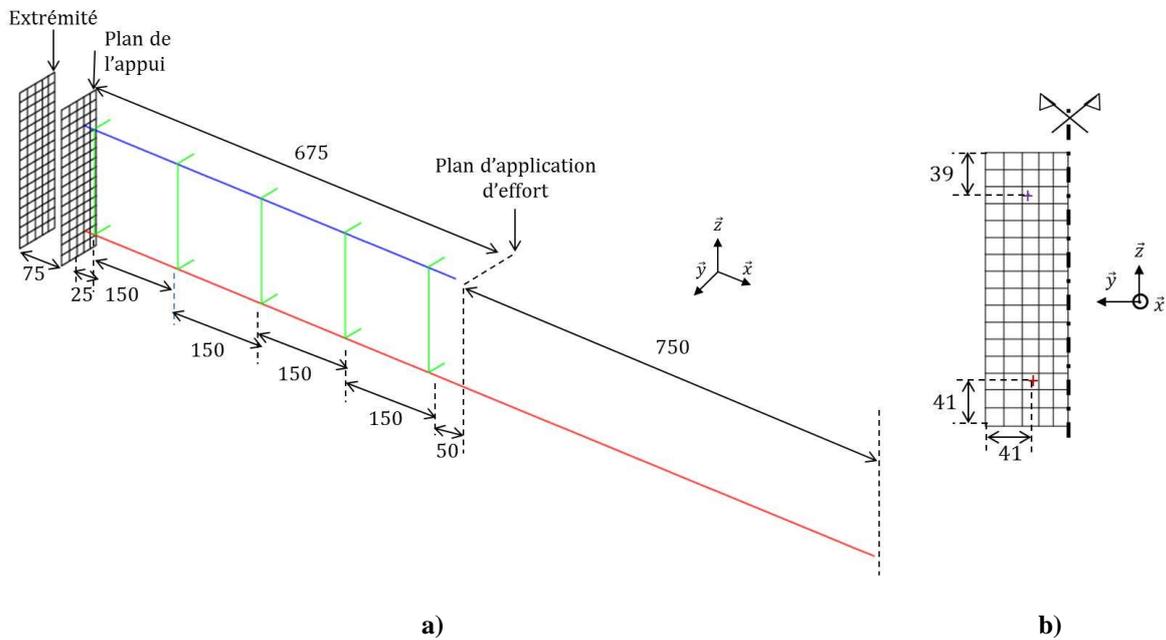


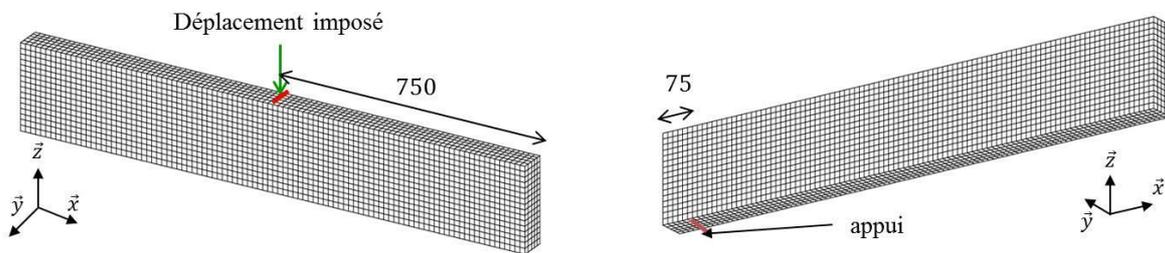
Figure 4-35 : Maillage de la poutre (rappel des dimensions en mm)

On peut noter que les deux renforts ne coïncident pas avec le maillage du béton (Figure 4-36b) et traversent donc une rangée d'éléments. On se place ainsi dans le cadre général d'application du modèle de liaison acier-béton développé. Les zones d'ancrage (ancrage courbe des renforts de traction notamment) ne sont pas explicitement représentées dans cette simulation. L'extrémité des barres d'acier est positionnée au droit des appuis de la poutre (Figure 4-35 et Figure 4-36). Pour représenter l'ancrage, on considère dans tous les cas un ancrage parfait des extrémités avec le béton.



**Figure 4-36 : Ferrailage de la poutre (dimension en mm)**

a) plan de ferrailage, b) position des aciers dans la section droite de béton (demi-épaisseur de la poutre)



**Figure 4-37 : Conditions aux limites et chargement du béton (dimension en mm)**

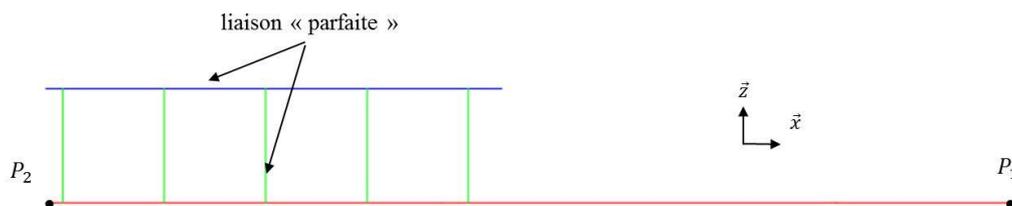


Figure 4-38 : Conditions aux limites de l'acier

### 3-1-b. Conditions aux limites et chargement

Les conditions aux limites appliquées au béton correspondent aux conditions de symétrie. Sur chaque face de symétrie, le déplacement est bloqué dans la direction normale à la surface du maillage (direction  $\vec{x}$  au centre de la poutre et direction  $\vec{y}$  dans l'épaisseur). L'appui inférieur est représenté en bloquant dans la direction  $\vec{z}$  une ligne de nœuds de béton située sur la face inférieure de la poutre (Figure 4-37 droite).

Le chargement est appliqué sous la forme d'un déplacement imposé croissant dans la direction  $\vec{z}$  sur la ligne de nœuds située au milieu de la face supérieure du béton (Figure 4-37 gauche). Les positions de l'appui et du chargement sont ainsi identiques à celles de l'essai.

Le renfort en compression et les cadres sont supposés parfaitement liés au béton au cours du chargement. Un déplacement identique est donc appliqué à l'acier et au béton environnant par des relations cinématiques (voir paragraphe 5.2 du chapitre 1). Pour le renfort en traction, les conditions aux limites peuvent se décomposer de la manière suivante :

- le déplacement du nœud situé au centre de la poutre ( $P_1$  sur la Figure 4-38) est bloqué en déplacement dans la direction  $\vec{x}$  (condition de symétrie). Son déplacement dans les directions  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  est identique à celui du béton environnant (relations cinématiques)
- l'extrémité du renfort (située au droit de l'appui :  $P_2$  sur la Figure 4-38) est supposée parfaitement ancrée (prise en compte de l'effet des ancrages courbes non représentés dans cette simulation) : son déplacement dans les trois directions du plan est identique au béton environnant
- en dehors de ces deux points, le renfort est relié soit en considérant l'hypothèse de liaison parfaite (déplacement identique entre l'acier et le béton) ou grâce au modèle de liaison acier-béton développé dans le chapitre 2 (glissement dans la direction axiale et relations parfaites dans les autres directions).

### 3-1-c. Modèles et matériaux

- L'acier

Le comportement des renforts d'acier est représenté par une loi élasto-plastique parfaite dont les paramètres sont fixés de manière à représenter le comportement expérimental :  $E_a$ , module d'Young égal à 190 GPa et  $\sigma_e$ , la limite élastique égale à 550 MPa.

- Le béton

Pour le béton, on conserve le modèle combinant endommagement et plasticité développé par Costa et al (2004) et présenté dans le chapitre précédent (paragraphe 6-1.c du chapitre 3). Ce modèle possède l'avantage d'être régularisé en énergie pour son comportement en traction (Hillerborg, 1983) rendant le comportement (courbe contrainte-déplacement) indépendant de la dimension des éléments tout en conservant la localisation de l'endommagement dans un unique élément. Les paramètres du modèle ( $E_b$  le module d'Young,  $\nu_b$  le coefficient de Poisson,  $f_c$  la résistance en compression) sont choisis en fonction des caractéristiques expérimentales du béton mesurées au cours des essais de caractérisation (Tableau 4-6).

Le choix de la résistance en traction  $f_t$  amène une difficulté. En effet, la résistance en traction à l'échelle d'une structure est généralement inférieure à celle caractérisée lors d'essais de fendage sur cylindre. Ce phénomène a par exemple été observé par Mivelaz (1996) lors de ses essais sur grands tirants. La résistance en traction du béton conditionne l'instant d'apparition de la première fissure ou plus simplement la force de réaction pour laquelle le comportement de la poutre n'est plus élastique.

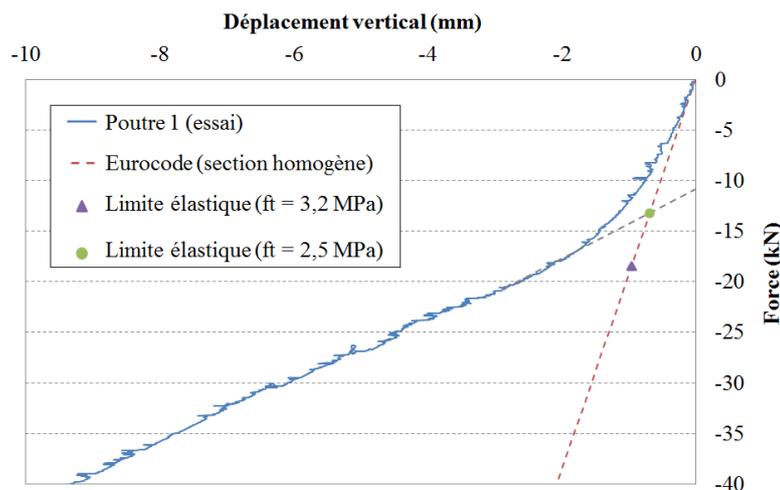


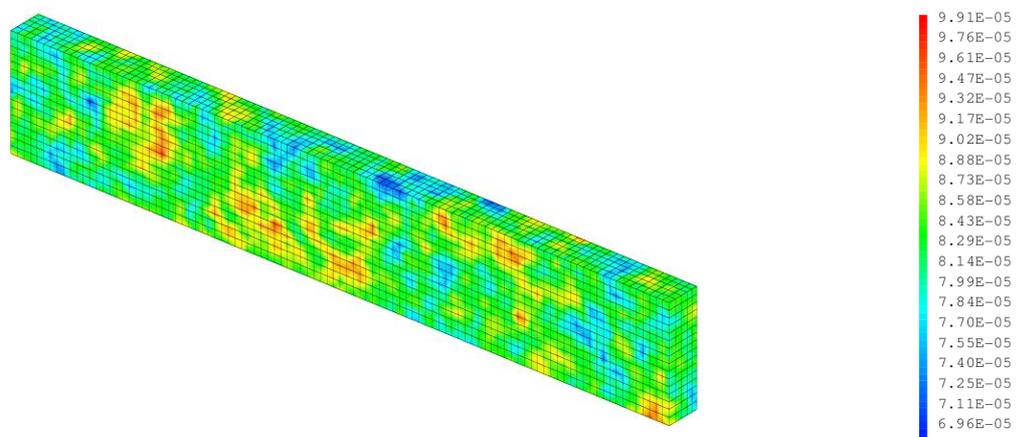
Figure 4-39 : Evaluation de la limite élastique en fonction d'une simulation à partir de l'Eurocode 2 (2007)

Pour évaluer ce phénomène, la Figure 4-39 représente l'évolution de la flèche au centre de la poutre en fonction de la force de réaction relevée expérimentalement ainsi que la pente du comportement élastique estimée à partir de l'Eurocode 2 (2007) (hypothèse de section homogène). Le triangle bleu sur la Figure 4-39 représente le seuil d'apparition de la fissuration dans le béton (contrainte dans le béton égal à  $f_t$ ) (Eurocode 2, 2007) pour une résistance en traction égale à 3,2 MPa (valeur relevée expérimentalement). Il surestime nettement la réponse expérimentale. Par « analyse inverse », le point vert est obtenu pour une résistance en traction de 2,5 MPa. C'est cette valeur qui sera donc retenue pour la simulation numérique. Les paramètres du modèle de béton sont résumés dans le Tableau 4-6 ( $G_f$  représente l'énergie de fissuration du béton).

$E_b$ (GPa)	$\nu_b$	$f_t$ (MPa)	$f_c$ (MPa)	$G_f$ (N/m)
29,8	0,2	2,5	39	100

**Tableau 4-6 : Paramètres matériaux du béton**

La sollicitation de la poutre (flexion quatre points) induit une distribution homogène des déformations sur la partie centrale de la poutre (moment constant et effort tranchant nul). Une hétérogénéité des caractéristiques matériaux doit donc être introduite de manière à localiser l'endommagement. La distribution de la déformation seuil en traction est donc fixée de façon arbitraire (en l'absence de données expérimentales permettant de la caractériser) autour de la moyenne égale à  $8,4 \cdot 10^{-5}$  ( $f_t/E_b$ ). L'écart-type et la longueur de corrélation de cette distribution valent respectivement 5% de la valeur moyenne ( $8,4 \cdot 10^{-5}$ ) et 3cm. La distribution utilisée pour la simulation est représentée à titre d'exemple sur la Figure 4-40.



**Figure 4-40 : Distribution aléatoire de la déformation seuil**

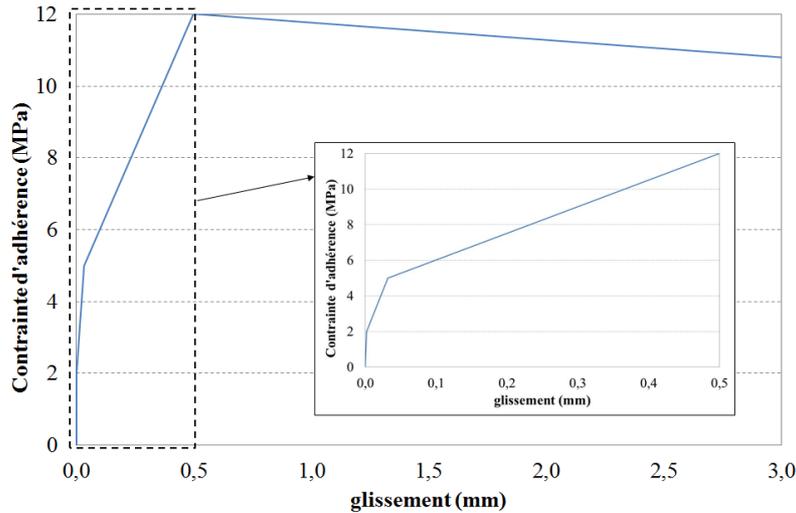


Figure 4-41 : Loi d'adhérence retenue pour la simulation (zoom sur la phase pré-pic)

### 3-1-d. Comportement de la liaison acier-béton

Dans le cas où le modèle de liaison est utilisé, la loi d'entrée (loi d'adhérence  $\tau = f_{ad}(g)$ ) doit être définie suivant la méthode proposée dans le chapitre 3. La première étape consiste à évaluer la valeur de  $\tau_{max}$  (contrainte d'adhérence maximale) en fonction des caractéristiques de la poutre (épaisseur d'enrobage  $c = 3,5$  cm, diamètre du renfort  $d_a = 12$  mm soit  $c/d_a \sim 3$ ) et des paramètres matériaux. Pour ce cas d'étude (Cf. équation (3-22)) :

$$\frac{c}{d_a} < \left(\frac{c}{d_a}\right)_{spl \rightarrow pull} \sim 4,5 \quad (4-1)$$

$\tau_{max}$  peut alors être évalué selon l'équation suivante (Cf. équation (3-23)) :

$$\tau_{max} \sim \left(1,53 \frac{c}{d_a} + 0,36\right) f_t \sim 12 \text{ MPa} \quad (4-2)$$

La valeur de  $g(\tau_{max})$  est alors évaluée (Cf. équation (3-24)) .

$$g(\tau_{max}) \sim 0,17 \frac{c}{d_a} \sim 0,5 \text{ mm} \quad (4-3)$$

La forme globale de la courbe est représentée sur la Figure 4-41. Une attention particulière a été portée sur la phase pré-pic qui s'écrit :

$$\begin{aligned} \tau &= 10^{12} g && \text{pour } \tau < 2 \text{ MPa} \\ \tau &= 10^{11} g + 1,8 \cdot 10^6 && \text{pour } 2 \text{ MPa} < \tau < 5 \text{ MPa} \\ \tau &= 1,5 \cdot 10^{10} g + 4,5 \cdot 10^6 && \text{pour } 5 \text{ MPa} < \tau < 12 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (4-4)$$

Il est à noter que cette courbe, formée de segments de droite, représente une première approximation de la fonction (Cf. équation (3-25)) :

$$\frac{\tau}{\tau_{max}} = \left( \frac{g}{g(\tau_{max})} \right)^{0,3} \quad (4-5)$$

### 3-1-e. Post-traitement : évaluation de l'ouverture de fissure

L'usage d'un modèle de béton continu (loi d'endommagement) ne permet pas de représenter explicitement les discontinuités correspondant aux fissures et donc de mesurer directement l'ouverture de ces dernières. Il existe différentes méthodes de post-traitement permettant de calculer tout de même l'ouverture de fissure (Dufour et al, 2008 ; Matallah et al, 2010 parmi d'autres). En se basant sur les travaux de (Matallah et al, 2010), le calcul de l'ouverture de fissure est effectué à partir d'un post-traitement du champ de déformation. La notion de déformation de fissuration inélastique est introduite. Ainsi, la déformation  $\varepsilon$  dans un élément, sollicité par une contrainte  $\sigma$ , se décompose en une déformation élastique  $\varepsilon_{el}$  et une déformation de fissuration  $\varepsilon_f$  (équation (4-6)) :

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_f \quad (4-6)$$

La déformation élastique est évaluée à partir de la loi de Hooke (4-7) et de la contrainte  $\sigma$

$$\varepsilon_{el} = \frac{1 + \nu}{E} \sigma - \frac{\nu}{E} tr(\sigma) I \quad (4-7)$$

Dans cette expression,  $tr(\sigma)$  représente la trace du tenseur des contraintes  $\sigma$  et  $I$  la matrice identité.

La déformation de fissuration est déduite par l'équation

$$\varepsilon_f = \varepsilon - \varepsilon_{el} \quad (4-8)$$

L'ouverture de fissure dans la direction normale  $\vec{n}$  en chaque point d'intégration est obtenue en calculant la taille associée au point d'intégration ( $h_n$ ) dans cette même direction. On obtient alors l'ouverture de fissure locale :

$$w_n = (n^t \cdot \varepsilon_f \cdot n) * h_n \quad (4-9)$$

Dans notre cas (fissure de normale horizontale),  $h_n$  sera prise égale à la densité de maillage dans la direction  $\vec{x}$ .

### 3-2. Résultats des simulations

On présente ici les résultats des deux simulations menées avec le modèle de liaison acier-béton et avec l'hypothèse de relation parfaite. Le comportement simulé est alors comparé à la réponse expérimentale.

#### 3-2-a. Comportement global

La Figure 4-42 représente l'évolution de la flèche au centre de la poutre en fonction de la force de réaction. Le comportement global de la poutre est reproduit. Ainsi, les pentes élastique et de la phase de fissuration sont conformes aux relevés expérimentaux. Un écart est tout de même observable concernant l'instant d'initiation de la fissuration. Ce dernier est plus tardif lors de la simulation et pourrait être imputable soit à une résistance en traction du béton (dans la simulation) encore trop élevée, soit au choix du modèle de comportement pour le béton. La Figure 4-43 illustre l'évolution de la flèche le long de la poutre pour une force de réaction de 36 kN. La déformée est en bonne adéquation avec celle relevée expérimentalement. On retrouve cependant l'écart déjà observé sur la courbe de comportement global entre la simulation numérique et le comportement réel. A ce stade, les deux simulations donnent des résultats très comparables et permettent de représenter l'une comme l'autre le comportement global de la poutre.

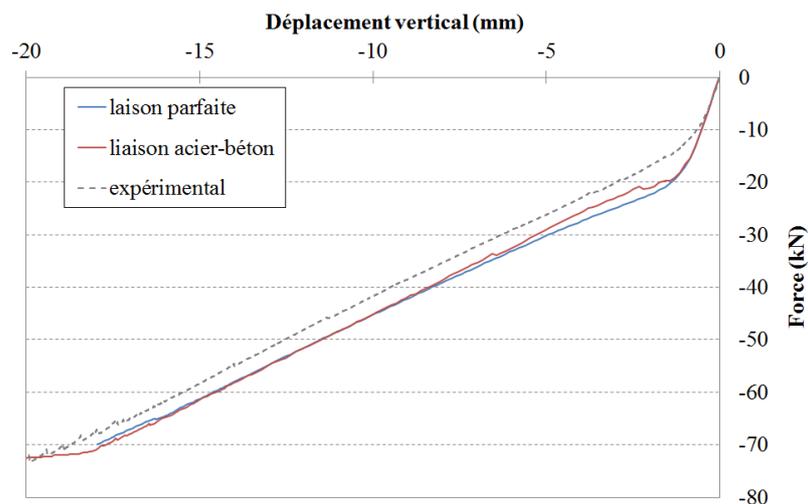


Figure 4-42 : Courbes force - flèche au centre de la poutre

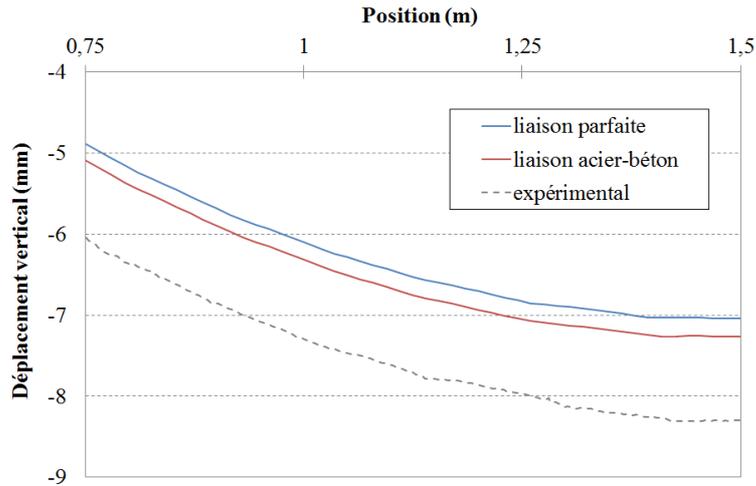


Figure 4-43 : Evolution de la flèche le long de la poutre pour une force de réaction de 36 kN (ligne des capteurs)

La Figure 4-44 et la Figure 4-45 donnent l'évolution du déplacement horizontal le long de la ligne des aciers pour des forces de réaction de 25 et 36 kN. Le comportement de chaque poutre (mesuré par corrélation d'images) y est également présenté. Les deux simulations sont globalement en bonne adéquation avec l'essai. On observe cependant que la simulation utilisant le modèle de liaison acier-béton est plus proche des données expérimentales pendant la phase de fissuration (Figure 4-44). Cet écart entre les simulations tend à diminuer lorsque l'on augmente le chargement (Figure 4-45).

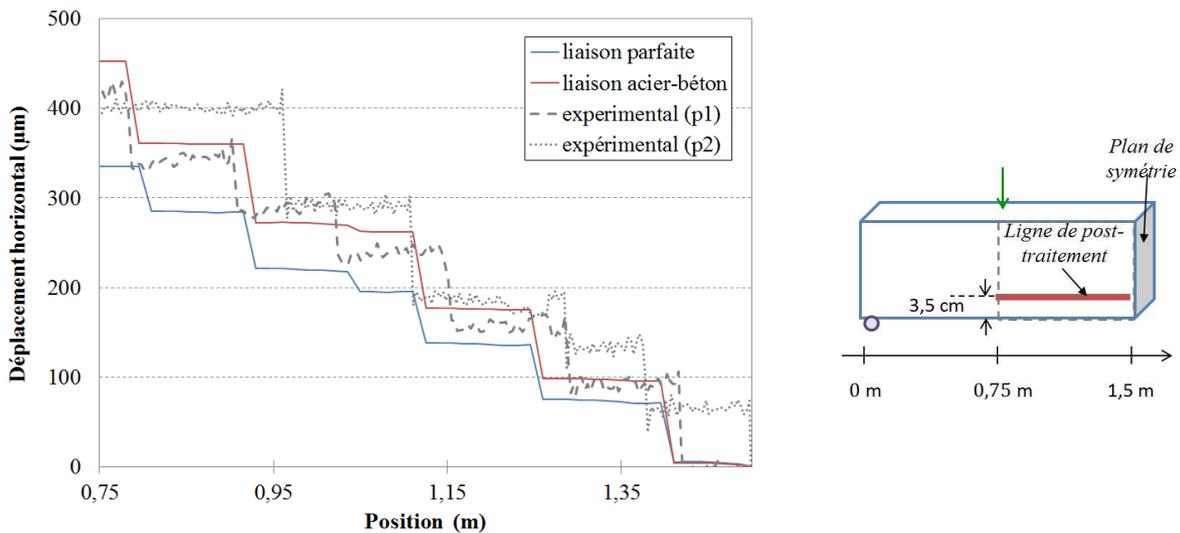
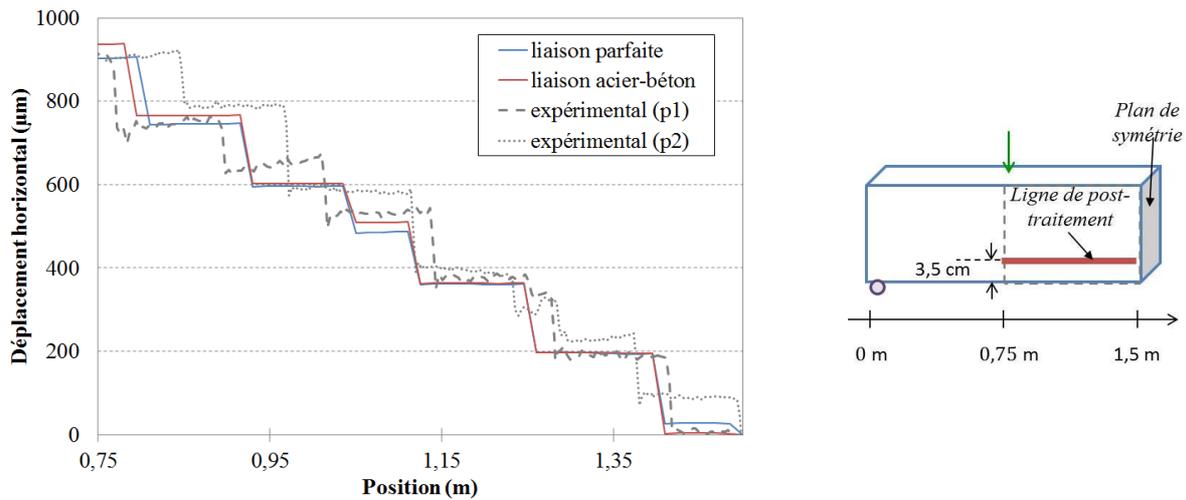


Figure 4-44 : Evolution du déplacement horizontal le long de la poutre (25 kN, position aciers)



**Figure 4-45 : Evolution du déplacement horizontal le long de la poutre (36 kN, position aciers)**

En conclusion les deux simulations proposées permettent de reproduire le comportement global de la poutre (évolution de la flèche, déformée verticale). Sur ces résultats, l'utilisation du modèle de liaison n'a pas d'impact. Sur les déplacements horizontaux, qui donnent des informations sur la fissuration cumulée, le modèle de liaison permet de représenter plus fidèlement le comportement de la poutre en phase de fissuration active (nombre total de fissures non atteint). Les différences s'atténuent néanmoins au fur et à mesure du développement de la fissuration.

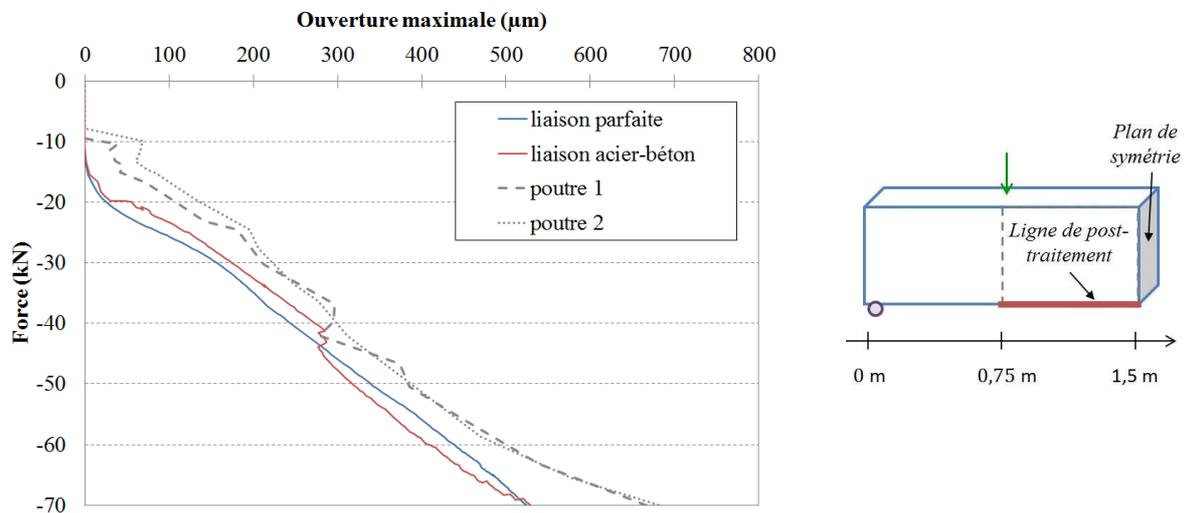
### 3-2-b. Caractérisation de la fissuration

- Espacement entre fissures

On conserve un critère d'apparition des fissures comparable à celui utilisé lors des mesures expérimentales. Ainsi on considère une fissure ouverte lorsque son ouverture dépasse  $15 \mu\text{m}$ . L'espacement entre fissures relevé sur la ligne basse de la poutre (zone centrale) à différents instants du chargement est reporté dans le Tableau 4-7. A l'état de fissuration stabilisée (nombre total de fissures atteint : à partir de 42 kN), les faciès de fissuration des deux simulations sont identiques (même nombre de fissures situées aux mêmes positions). Ces fissures n'apparaissent cependant pas aux mêmes instants. L'écart le plus notable se situe pour une force de réaction de 20kN : seulement six fissures sont ouvertes pour la poutre modélisée à l'aide de l'hypothèse de liaison parfaite alors que la prise en compte de la liaison acier-béton permet d'observer l'apparition de 10 fissures, s'approchant ainsi du comportement expérimental (respectivement 10 et 8 fissures).

		20 kN			25 kN			42 kN		
		LP	LAB	Exp.	LP	LAB	Exp.	LP	LAB	Exp.
Nombre de « fissures »		6	10	10	12	10	10,5	13		13,5
Espacement	Moyenne (cm)	23,5	15	16	12,5	15	15,5	11,5		11
	Minimum (cm)	15	11,8	11	7,2	11,8	11	7,2		5
	Maximum (cm)	33	19,2	25	18	19,2	24	15		16,5

**Tableau 4-7 : Espacement des fissures (ligne basse de la zone centrale de la poutre en utilisant l'hypothèse de symétrie) (LP : liaison parfaite, LAB : liaison acier-béton, Exp. : valeur moyenne expérimentale)**



**Figure 4-46 : Evolution de l'ouverture maximale de fissure en fonction de la force de réaction (ligne basse)**

- Ouvertures de fissures

La Figure 4-46 représente l'évolution de l'ouverture maximale de fissure mesurée sur la ligne basse de la poutre en fonction de la force de réaction. L'ordre de grandeur est bien représenté par les simulations numériques tout au long du chargement. Une analyse plus fine montre que :

- pour un chargement inférieur à 20 kN, une sous-estimation nette de l'ouverture est observée. Ce phénomène peut être relié à une apparition des premières fissures plus tardive dans les simulations numériques et conforte les observations effectuées sur la courbe force-flèche.
- pour un chargement compris entre 20 kN et 42 kN, l'ouverture de fissures est plus forte avec la liaison et s'approche ainsi des valeurs expérimentales. On retrouve les observations faites sur les déplacements horizontaux.

- Enfin, les différences tendent à s'estomper une fois la fissuration « stabilisée » (au-delà de 42 kN).

Ici encore, le modèle de liaison acier-béton n'a d'incidence que sur la phase de fissuration active.

L'évolution de l'ouverture de fissure cumulée mesurée (ouverture cumulée sur la demi-poutre  $\times 2$  dans le cas de la simulation) sur la ligne basse au cours du chargement est donnée sur la Figure 4-47. Une bonne adéquation entre comportement expérimental et numérique est obtenue. La répartition de l'ouverture cumulée sur la hauteur est représentée sur la Figure 4-48 et la Figure 4-49 (forces de 25 kN et 36 kN).

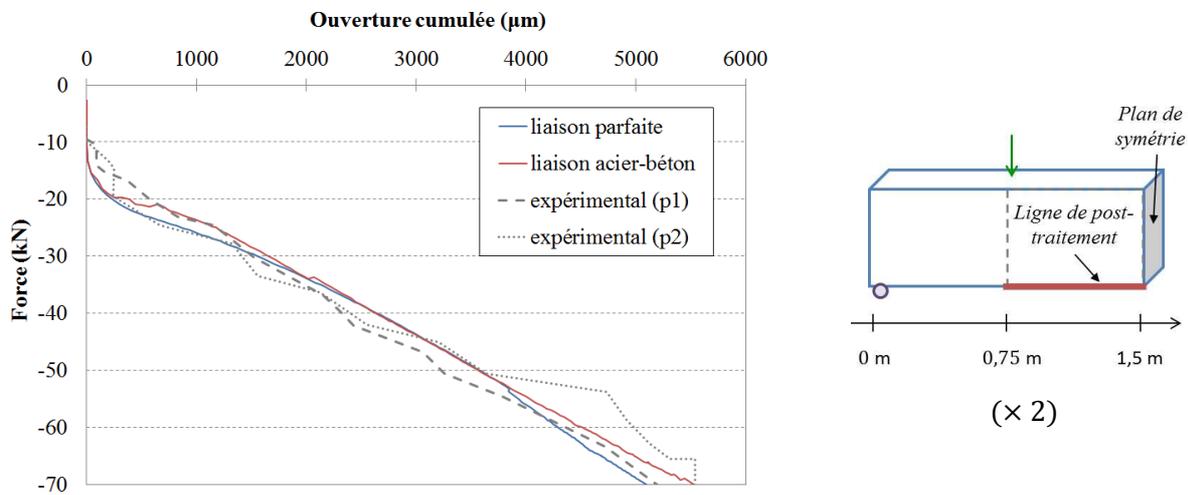


Figure 4-47 : Evolution de l'ouverture cumulée des fissures en fonction de la force de réaction (ligne basse)

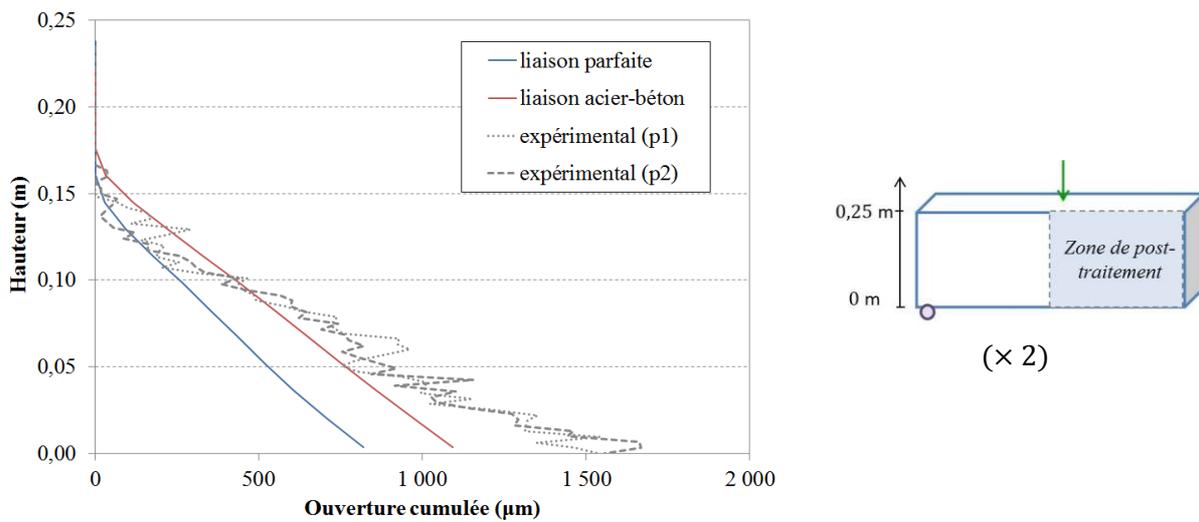


Figure 4-48 : Evolution de l'ouverture de fissure cumulée dans la hauteur de la poutre (25 kN)

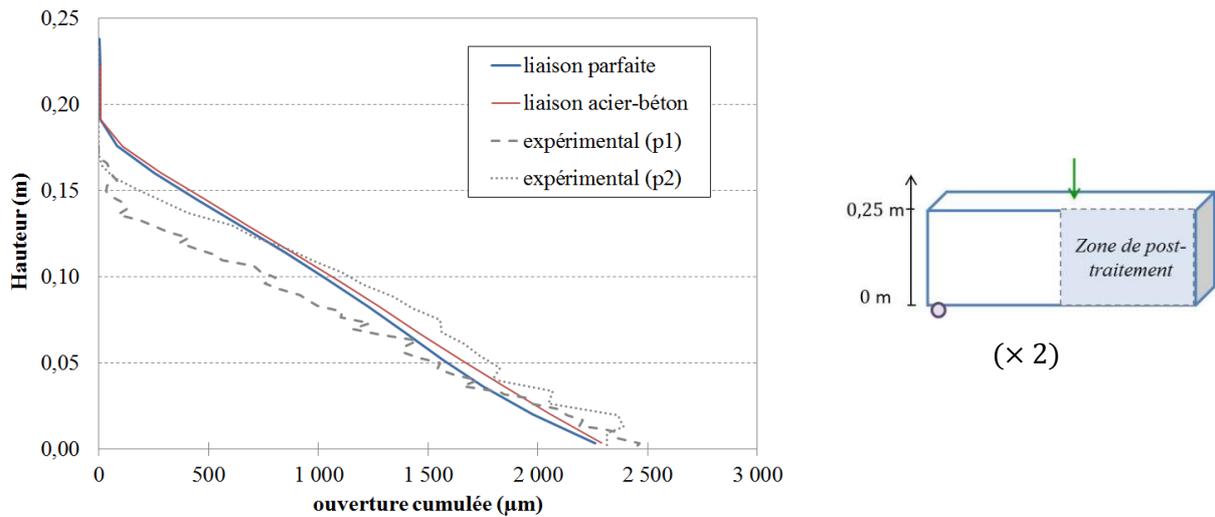


Figure 4-49 : Evolution de l'ouverture de fissure cumulée dans la hauteur de la poutre (36 kN)

Le profil de fissuration est également correctement simulé. A cette échelle plus locale, la simulation tenant compte de la liaison acier-béton semble être plus adaptée au début de la phase d'apparition des fissures (Figure 4-48). Une nouvelle fois, l'écart entre les deux simulations tend à disparaître à mesure que le chargement augmente (Figure 4-49).

Enfin, les caractéristiques de la fissuration mesurées le long de la ligne basse de la poutre sont décrites pour différents instants de chargement dans le Tableau 4-8 et le Tableau 4-9.

		20 kN			25 kN		
		LP	LAB	Exp.	LP	LAB	Exp.
Ouverture	Nombre de fissures	6	10	10	12	10	10,5
	Moyenne (µm)	17	21	58	68	107	100
	Maximum (µm)	20	30	114	85	113	188
	Cumulée* (µm)	100	206	540	813	1069	1040

Tableau 4-8 : Mesure d'ouverture de fissures à 20 et 25 kN (ligne basse de la zone centrale de la poutre) (LP : liaison parfaite, LAB : liaison acier-béton, Exp. : moyenne expérimentale)

\* Dans le cas de la simulation : ouverture cumulée de la demi-poutre multipliée par deux

		36 kN			42 kN		
		LP	LAB	Exp.	LP	LAB	Exp.
Ouverture	Nombre de fissures	13	13	12,5	13	13	13,5
	Moyenne ( $\mu\text{m}$ )	173	190	186	213	217	186
	Maximum ( $\mu\text{m}$ )	210	235	288	264	281	295
	Cumulée* ( $\mu\text{m}$ )	2256	2278	2250	2771	2824	2500

**Tableau 4-9 : Mesure d'ouverture de fissures à 36 et 42 kN**  
(LP : liaison parfaite, LAB : liaison acier-béton, Exp. : moyenne expérimentale)

En conclusion, on peut retenir que :

- le développement de la fissuration est correctement représenté par les deux simulations (bon ordre de grandeur d'ouverture de fissure, d'espacement...)
- la position et le nombre de fissure final sont identiques pour les deux simulations
- le comportement de la phase de fissuration stabilisée est également comparable d'une modélisation à l'autre
- la poutre modélisée à l'aide de la liaison acier-béton permet de représenter plus précisément la phase d'apparition des fissures

### 3-2-c. Comportement « local » de la poutre

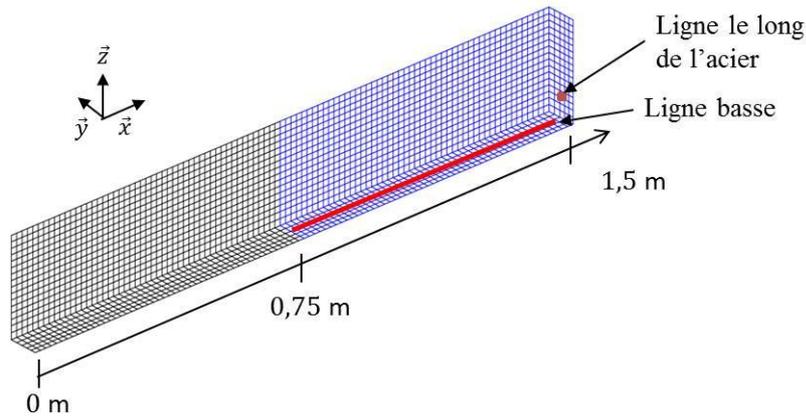
Toutes les informations comparées jusqu'à présent concernent des données mesurées sur la face externe de la poutre. La simulation nous donne également accès à des grandeurs concernant « l'intérieur » de la poutre. Cette partie vise donc à comparer les résultats des deux simulations autour du renfort d'acier. Les différents post-traitements sont effectués sur le renfort d'acier, sur la rangée d'éléments de béton traversée par le renfort et sur la rangée d'éléments situés sur la surface basse de la poutre à l'aplomb de l'acier (Figure 4-50).

- Endommagement du béton

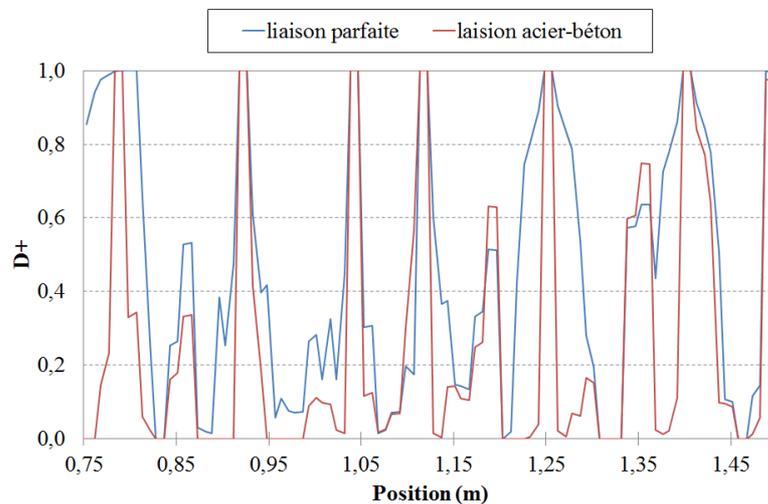
La répartition de l'endommagement le long de la ligne basse est très similaire d'une simulation à l'autre tout au long du chargement (exemple sur la Figure 4-51 pour une force de 42 kN). Sur cette figure, la position des éléments possédant un endommagement égal à 1 correspond à la position des fissures.

---

\* Dans le cas de la simulation : ouverture cumulée de la demi-poutre multipliée par deux



**Figure 4-50 : Définition des lieux de post-traitement**



**Figure 4-51 : Répartition de l'endommagement de traction ( $D^+$ ) (ligne basse à 42 kN)**

La Figure 4-52 et la Figure 4-53 représentent l'endommagement du béton le long du renfort d'acier pour des forces de réaction de 25 kN et 42 kN. Cette fois, les deux simulations donnent des comportements différents. A 25 kN (phase d'apparition des fissures : Figure 4-52), l'endommagement est plus élevé pour la poutre modélisée avec la liaison parfaite. Ce résultat était attendu : l'utilisation de cette hypothèse tend à dégrader progressivement la totalité des éléments au voisinage de l'acier. En effet, la structure est localement plus rigide et les efforts transmis au béton tout le long du renfort d'acier sont plus grands. Au contraire, l'utilisation du modèle de liaison permet une transmission plus progressive de l'effort, induisant une valeur plus faible de l'endommagement entre les fissures.

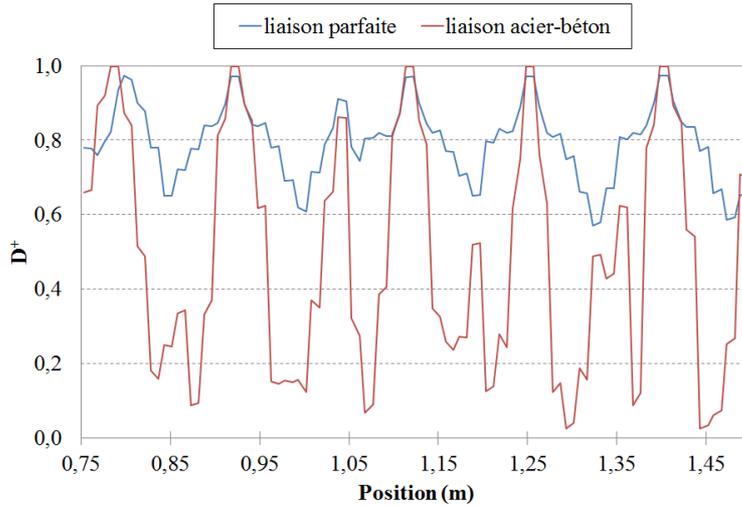


Figure 4-52 : Répartition de l'endommagement de traction ( $D^+$ ) (ligne acier à 25 kN)

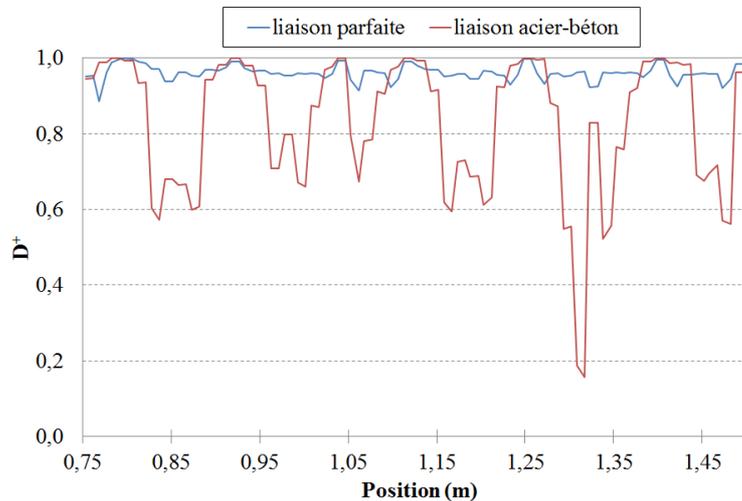
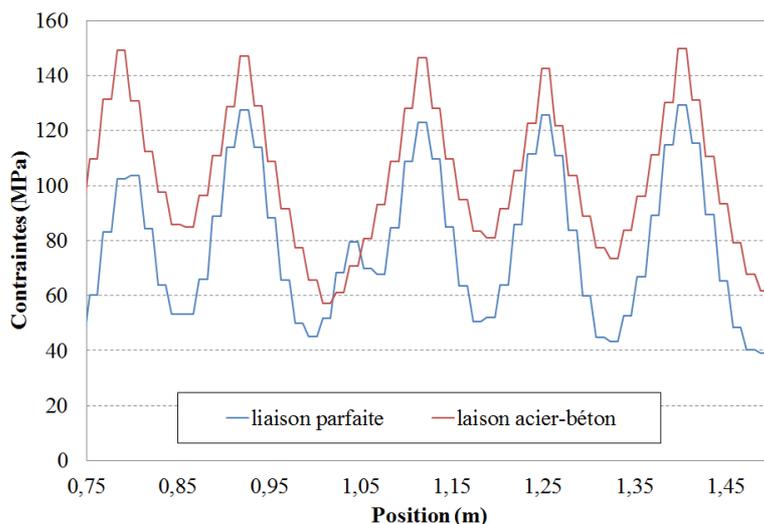


Figure 4-53 : Répartition de l'endommagement de traction ( $D^+$ ) (ligne acier à 42 kN)

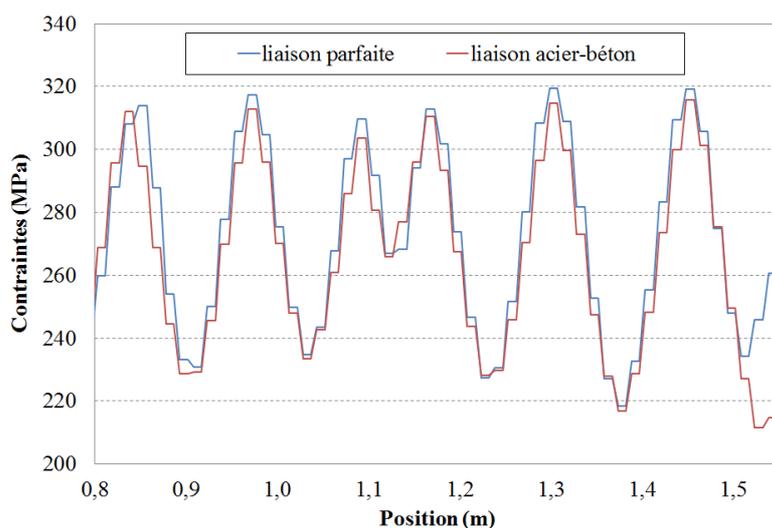
Cet effet est confirmé par la Figure 4-53. A 42 kN (phase de fissuration stabilisée), la ligne d'éléments situés autour du renfort d'acier est presque totalement endommagée ( $D^+$  varie entre 0,9 et 1) dans le cas d'une hypothèse de liaison parfaite.

- Contraintes dans l'acier

La Figure 4-54 présente la répartition de la contrainte axiale dans l'acier le long du renfort pour des forces de réaction de 25 kN et 42 kN. Cette contrainte est maximale au droit des fissures (zone où le béton reprend le moins d'effort). A 25 kN, on observe un écart de cette contrainte maximale entre les deux simulations (supérieure dans le cas de la liaison acier-béton).

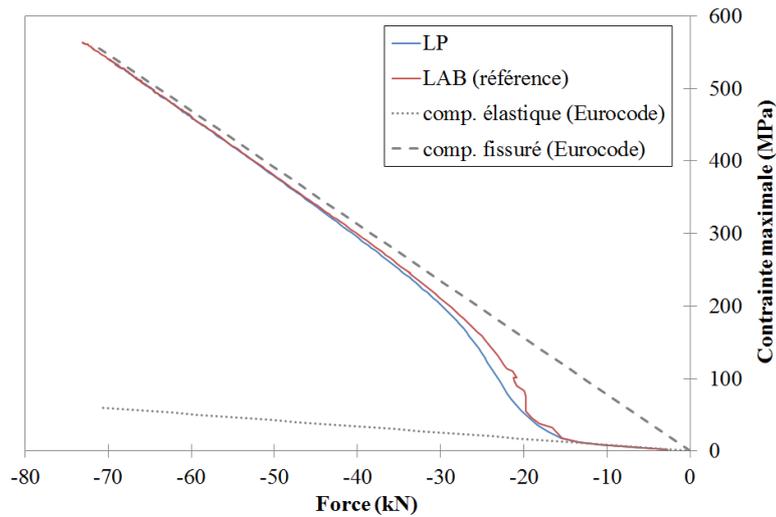


**Figure 4-54 : Répartition de la contrainte (axiale) dans l'acier le long du renfort principal (25 kN)**



**Figure 4-55 : Répartition de la contrainte (axiale) dans l'acier le long du renfort principal (42 kN)**

A 42 kN, ces différences n'apparaissent plus (Figure 4-55). L'évolution de cette contrainte maximale dans l'acier au cours du chargement est illustrée sur la Figure 4-56. Une comparaison avec les lois de l'Eurocode 2 (2007) est proposée (« comp. élastique » pour l'hypothèse de « section homogène » et « comp. fissuré » pour l'hypothèse de « section fissurée »). Les courbes suivent dans un premier temps la pente d'évolution correspondant à une hypothèse de « section homogène » (comportement élastique) puis tendent vers la droite calculée à partir de l'hypothèse de « section fissurée ».

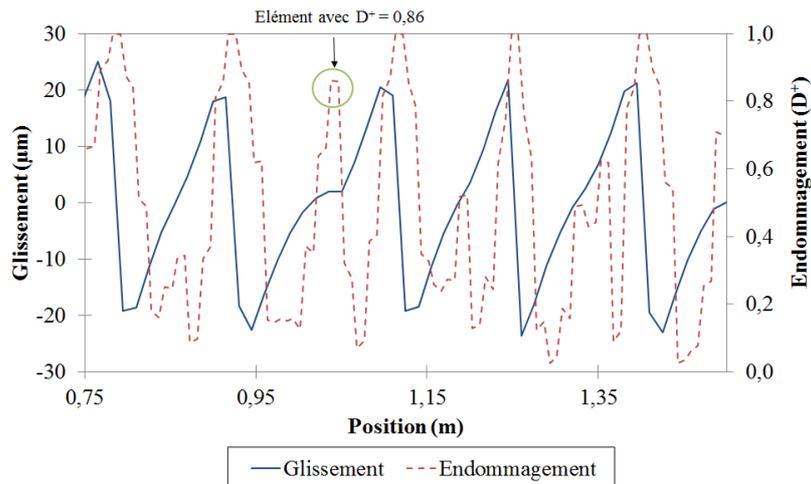


**Figure 4-56 : Evolution de la contrainte maximale d'ans l'acier au cour du chargement**

On remarque également que le comportement des deux simulations ne diffère (écart observé sur la Figure 4-54) que dans la zone de transition entre ces deux phases : la transition étant plus rapide avec la liaison acier-béton (contraintes plus grandes avec la liaison pour un niveau de force donné).

- Glissement acier-béton

Si le glissement acier-béton reste, « par définition », nul dans le cas d'une liaison parfaite entre l'acier et le béton, il évolue en revanche à mesure de l'apparition des fissures dans la seconde simulation (liaison acier-béton).



**Figure 4-57 : Répartition du glissement acier-béton et de l'endommagement ( $D^+$ ) dans le béton le long du renfort (25 kN)**

La Figure 4-57 donne la répartition de ce glissement le long du renfort pour une force de 25 kN. L'endommagement de traction relevé dans les éléments de béton traversés par le renfort y est également représenté. On peut observer que le glissement est maximal de part et d'autre de chaque fissure (élément dont l'endommagement vaut 1). Ce glissement s'initie lorsque l'endommagement atteint la valeur 1. Par exemple, à 25 kN, on n'observe pas de saut de glissement autour de l'élément de béton situé à  $x = 1,04$  m dont l'endommagement de traction vaut 0,86.

En conclusion, le comportement « local » (répartition de l'endommagement par exemple) et en phase stabilisée, est comparable d'une simulation à l'autre à l'extérieur de la poutre. En revanche, le comportement à proximité du renfort d'acier varie entre les deux modélisations. Dans le cas de la liaison acier-béton :

- l'endommagement du béton est plus localisé au droit des « fissures » et ne se propage pas le long du renfort
- le phénomène de glissement entre l'acier et le béton est bien modélisé

### 3-3. Influence de la loi d'adhérence

Dans cette partie, on souhaite tester l'influence de la loi d'adhérence utilisée en entrée du modèle de liaison. Les lois retenues sont représentées sur la Figure 4-58. Elles ne sont écrites que pour un glissement inférieur à 200  $\mu\text{m}$ . En effet, l'étude de l'évolution du glissement maximal (simulation numérique) au cours du chargement (Figure 4-59) montre que les valeurs de glissement restent dans cette zone même en fin de chargement.

En choisissant la loi précédente comme « loi de référence », on se propose ici de tester l'effet :

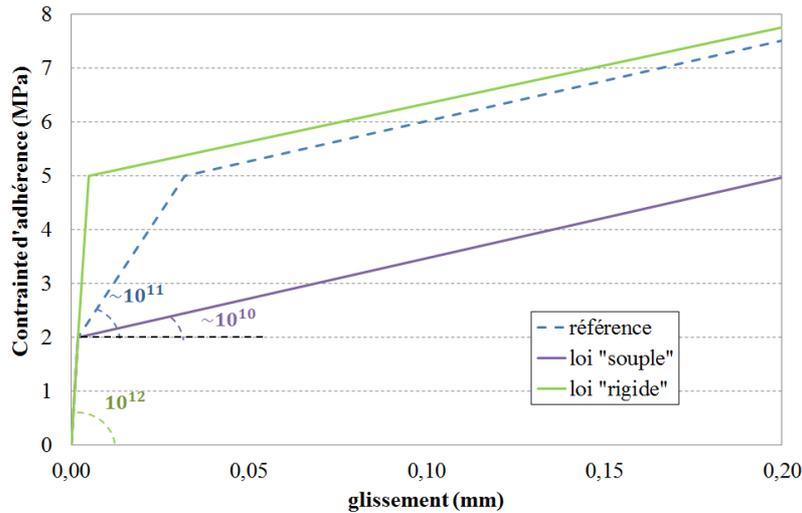
- d'une loi plus « souple » (loi s )

$$\begin{aligned} \tau &= 10^{12}g && \text{pour } \tau < 2 \text{ MPa} \\ \tau &= 1,5 \cdot 10^{10}g + 1,97 \cdot 10^6 && \text{pour } \tau > 2 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (4-10)$$

- et d'une loi plus « rigide » (loi r )

$$\begin{aligned} \tau &= 10^{12}g && \text{pour } \tau < 5 \text{ MPa} \\ \tau &= 1,4 \cdot 10^{10}g + 4,9 \cdot 10^6 && \text{pour } \tau > 5 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (4-11)$$

sur le comportement simulé. Ces deux lois se distinguent de la loi de référence pour  $\tau > 2$  MPa. A partir de ce point, la pente de la courbe qui vaut  $10^{11}$  dans le cas de la loi de référence, vaut alors  $1,5 \cdot 10^{10}$  pour la loi « souple » et  $10^{12}$  pour la loi « rigide ». Ces différentes lois restent situées dans le spectre des lois utilisées dans la littérature.



**Figure 4-58 : Définition des différentes lois d'adhérence testées**



**Figure 4-59 : Evolution du glissement maximal (zone centrale) en fonction de la force appliquée**

Les résultats des deux nouvelles simulations (LAB loi r et LAB loi s) sont comparées aux résultats précédents (LP pour la liaison parfaite et LAB référence pour celle tenant compte de la liaison acier-béton). Les lieux de post-traitement restent identiques à ceux présentés précédemment.

### 3-3-a. Comportement global de la poutre

La Figure 4-60 présente l'évolution de la force de réaction en fonction de la flèche au centre de la poutre. On observe les mêmes tendances que précédemment : le comportement global est simulé de façon satisfaisante dans tous les cas.

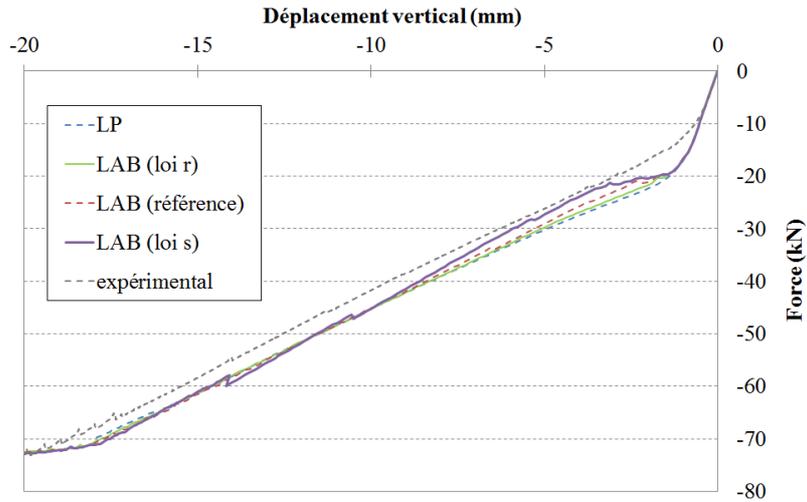


Figure 4-60 : Courbes force - flèche au centre de la poutre

La simulation menée à l'aide d'une loi d'adhérence « souple » semble cependant se détacher sur la première partie de la courbe (phase d'apparition des fissures) en se rapprochant du comportement relevé expérimentalement.

### 3-3-b. Caractérisation de la fissuration

- Espacement entre fissures

Les espacements de fissures (mesurées sur la ligne basse de la zone centrale de la poutre) des trois simulations tenant compte de la liaison acier-béton sont représentés dans le Tableau 4-10. La simulation utilisant la loi la plus « rigide » donne des résultats identiques à ceux de la loi de référence. En revanche, l'usage de la loi la plus « souple » donne un nombre final de fissures égal à 10 s'éloignant ainsi de l'espacement relevé expérimentalement.

		20 kN			42 kN (final)		
		loi r	réf.	loi s	loi r	réf.	loi s
Espacement	Nombre de « fissures »	10			13	10	
	Moyenne (cm)	15			11,5	15	
	Ecart-type (cm)	0,029			0,028	0,029	
	Minimum (cm)	11,8			7,2	11,8	
	Maximum (cm)	19,2			15	19,2	

Tableau 4-10 : Espacement des fissures (ligne basse de la zone centrale de la poutre en utilisant l'hypothèse de symétrie) (réf. : loi de référence)

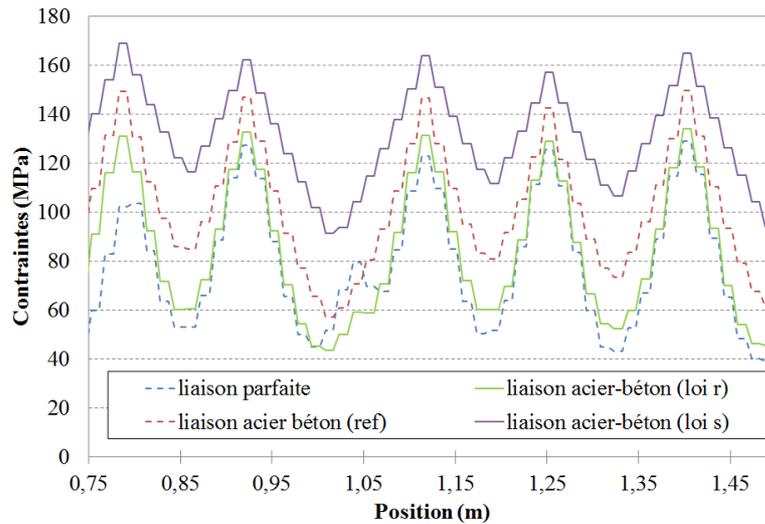


Figure 4-61 : Répartition de la contrainte (axiale) le long du renfort principal (partie centrale) à 25 kN

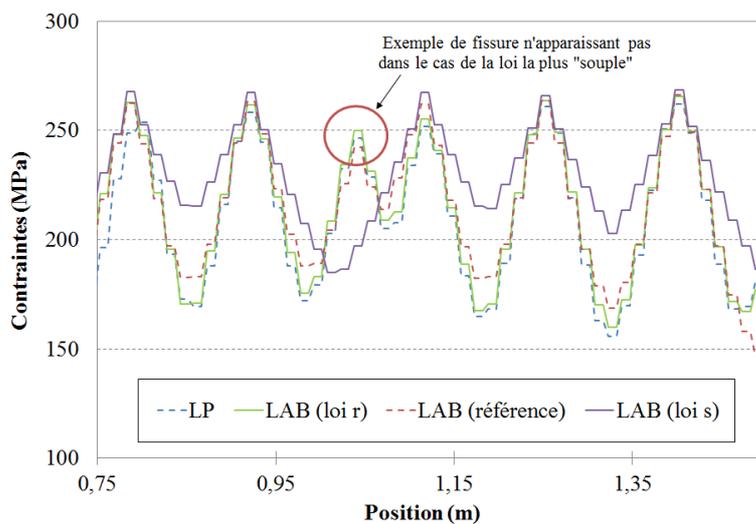


Figure 4-62 : Répartition de la contrainte (axiale) le long du renfort principal (partie centrale) à 36 kN

Ce phénomène pouvait être attendu. En effet, l'usage de cette loi (loi s) a tendance à assouplir la structure. La distance de transfert d'effort entre l'acier et le béton est alors augmentée. Cet effet est illustré sur la Figure 4-61 présentant l'évolution de la contrainte axiale dans l'acier pour une force de 25 kN. Sur cette figure, la pente de décroissance observée de part et d'autre de chaque fissure (élément d'acier dans lequel la contrainte est maximale) diminue à mesure que la loi s'assouplit. Ainsi, avec la loi la plus « souple » et contrairement aux autres simulations, aucune nouvelle fissure ne peut apparaître entre les fissures déjà formées à 25 kN (Figure 4-62).

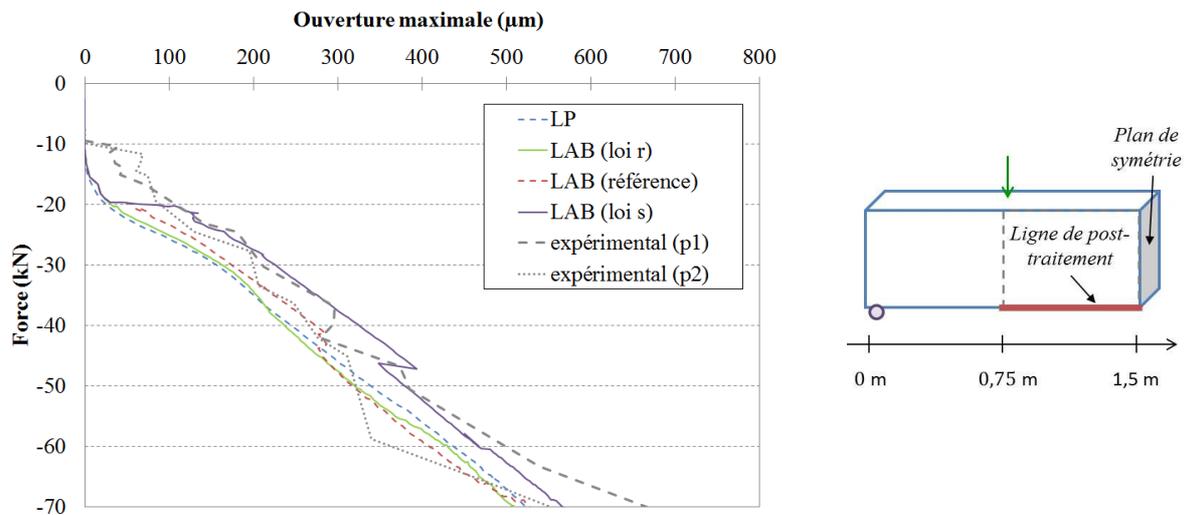


Figure 4-63 : Evolution de l'ouverture maximale de fissure en fonction de la force de réaction (ligne basse)

- Ouverture de fissure

La Figure 4-63 présente l'évolution de l'ouverture de fissure au cours du chargement. On peut observer que l'ouverture maximale simulée à partir de la loi « souple » est supérieure à celles des autres simulations. Ce résultat peut être expliqué par la présence d'un plus petit nombre de fissures (répartition de la déformation de la poutre sur un plus petit nombre de fissures). Le comportement simulé à l'aide de la loi rigide se rapproche quant à lui de celui décrit à l'aide de l'hypothèse de liaison parfaite.

Pour la caractérisation de la fissuration, on retient que le choix de la loi d'adhérence (loi d'entrée du modèle proposé) doit être fait avec précaution. En effet, l'usage d'une loi trop « souple » peut être à l'origine d'une modification du comportement de la poutre (nombre de fissures par exemple)

### 3-4. Conclusions

En conclusion, l'analyse des différentes simulations menées au cours de cette partie et leur confrontation aux résultats expérimentaux relevés au cours de la campagne d'essai ont montré que :

- Le comportement global de la poutre (évolution force-flèche, déformée globale...) était correctement simulé dans tous les cas. Sur ce seul critère de comparaison, c'est la

simulation utilisant la loi la plus « souple » qui semble se rapprocher le plus du comportement expérimental

- Le nombre de fissures à l'état final et leur position est identique pour toutes les simulations à l'exception de celle utilisant la loi d'adhérence la plus « souple » (3 fissures de moins sur la poutre complète). Cette simulation semble donc devoir être écartée et permet de mettre en évidence la prudence qu'il faut conserver sur le choix de la loi d'adhérence et sur les conclusions qui peuvent être parfois menées uniquement sur la représentativité du comportement global.
- pour les trois simulations restantes (liaison parfaite, liaison acier béton avec la loi « rigide » et la loi de référence), la description de la fissuration est correctement simulée (bons ordres de grandeurs). La prise en compte de la liaison acier-béton et l'usage de la loi d'adhérence de référence permettent cependant de s'approcher des relevés expérimentaux tout particulièrement au cours de la phase d'apparition des fissures.

## 4. Conclusions

Ce dernier chapitre a permis de proposer une application du modèle de liaison acier-béton sur un élément structurel. Cette étude s'est décomposée en deux temps.

Une campagne expérimentale sur des essais de flexion quatre points a tout d'abord été présentée. Elle permet de compléter les résultats de la littérature en décrivant :

- le comportement global de la structure : force-flèche, déformée
- l'évolution de la fissuration : ordre d'apparition des fissures, mesures d'espacement, mesures d'ouverture de fissure...

Ce deuxième point est étudié à partir de mesures de champ de déplacements effectuées par corrélation d'images qui permettent d'avoir accès à des informations locales sur une zone étendue de la structure. Le faciès de fissuration a ainsi été observé tout au long du chargement rendant possible une caractérisation fine de la dégradation locale de la structure.

Les résultats expérimentaux ont été présentés pour deux poutres ferrillées de manière identique. On retient que :

- le comportement global de ces deux poutres est très comparable (courbe force-flèche et déplacement vertical le long de la poutre)
- l'évolution de la fissuration suit un schéma identique sur les deux poutres même si le nombre de fissures final diffère légèrement.

Une simulation de l'essai a ensuite été proposée. Un des objectifs était d'évaluer l'influence de la prise en compte du modèle de liaison acier-béton. Plusieurs modélisations ont donc été comparées. Dans un premier temps, une simulation utilisant l'hypothèse de liaison parfaite (déplacements identiques entre l'acier et le béton : hypothèse actuellement utilisée pour les structures de grandes dimensions) est comparée à une simulation tenant compte de la liaison acier-béton. Les grandes tendances qui se détachent de cette première comparaison peuvent se décomposer en quatre grands points. On retient en effet :

- un comportement global simulé (force-flèche, déformée) très comparable d'une simulation à l'autre et reproduisant correctement les résultats expérimentaux : la liaison acier-béton n'a que peu d'influence sur la réponse force-flèche
- un comportement local (développement de la fissuration) en bonne adéquation avec les essais. Les ordres de grandeurs du nombre de fissures, d'espacement et d'ouvertures

sont correctement représentés. En phase de fissuration « stabilisée », le modèle de liaison acier-béton n'a que peu d'influence sur les caractéristiques des fissures

- une meilleure caractérisation de la première phase de fissuration pour la simulation tenant compte de la liaison acier-béton. Le modèle de liaison acier-béton améliore la description de la phase de « fissuration active »
- un écart plus marqué sur le comportement des deux simulations à proximité du renfort d'acier que sur la face externe de la poutre. Si peu de différences sont observées sur les faces externes de la structure, le comportement au voisinage des renforts est influencé par le modèle de liaison. L'écart entre les deux modélisations (liaison parfaite et liaison acier-béton) pourrait donc être plus important pour des structures comportant une épaisseur d'enrobage plus faible.

Concernant ce dernier point, on retient en particulier que l'usage de la liaison acier-béton permet de limiter l'évolution de l'endommagement le long du renfort tout en introduisant le glissement entre les deux matériaux.

L'influence de la loi d'adhérence utilisée en entrée du modèle de liaison a ensuite été étudiée. La phase pré-pic de cette loi a ainsi été rigidifiée ou assouplie en fonction des simulations. On retient que :

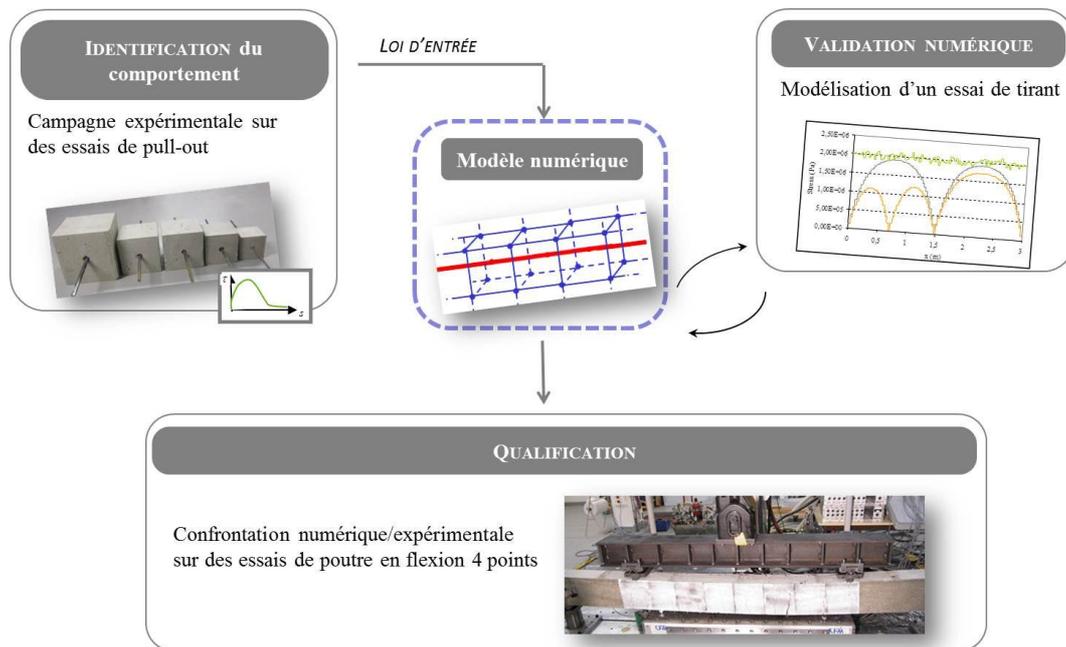
- l'usage d'une loi d'adhérence trop « souple » réduit le nombre de fissures présentes sur la structure et entraîne, par conséquence directe, une augmentation de l'ouverture de fissure maximale (même déplacement horizontal cumulé se répartissant sur un nombre de fissures plus faible)
- l'usage d'une loi trop « rigide » fait tendre le comportement de la poutre vers celui modélisé à l'aide de la liaison parfaite.

Cette étude confirme ainsi la nécessité de caractériser finement le comportement de la liaison acier-béton et tout particulièrement au cours de la phase pré-pic. Ce point est d'autant plus délicat à appréhender qu'il concerne des glissements de l'ordre de quelques dizaines de micromètres pour lesquels la pertinence de la mesure et la reproductibilité du comportement reste à évaluer.

On retiendra cependant que, pour ce type de chargement (essai de flexion quatre points), l'hypothèse de liaison parfaite permet de représenter de manière convenable le comportement externe de la poutre. L'influence du modèle de liaison est cependant observée à proximité du renfort et pendant la phase de fissuration active. La pertinence d'introduire le modèle dépendra donc des objectifs et du domaine d'application visés.

# Conclusions générales et Perspectives

L'objectif de ce travail a été de proposer une nouvelle approche de modélisation du comportement de la liaison acier-béton dans un cadre adapté aux structures de grandes dimensions. La méthodologie adoptée au cours de cette thèse peut se résumer par le schéma de la Figure i.



**Figure i : Méthodologie adoptée au cours de la thèse**

La première étape de ce travail (« Modèle numérique » de la Figure i) a donc été de proposer un nouveau modèle de liaison acier-béton. Pour être adapté aux simulations de structures de grandes dimensions, ce modèle a été développé dans le cadre de la méthode aux éléments finis et à l'aide du code de calcul Cast3M. Il permet ainsi de relier l'acier et le béton dans le cas où :

- le maillage d'acier est représenté à l'aide d'éléments barre (1D)
- le maillage du béton est représenté à l'aide d'éléments volumiques (cas le plus général) ou encore par des éléments 2D ou 1D.
- les deux maillages sont construits de façon indépendante et ne sont donc pas forcément coïncidents

Le principe de ce nouveau modèle de liaison repose sur l'introduction d'efforts additionnels appliqués aux nœuds des deux matériaux. Ces efforts nodaux permettent de représenter les

différentes interactions mécaniques ayant lieu à l'interface entre l'acier et le béton. Les étapes de calcul de ces efforts et l'implémentation dans un code éléments finis ont ainsi été présentées.

Le modèle a ensuite été appliqué à deux tirants (« Validation numérique » de la Figure i). Le premier, entièrement maillé à l'aide d'éléments unidirectionnels (éléments barre), a permis :

- de valider l'implémentation numérique du modèle à partir d'une comparaison entre simulation et résolution analytique
- de valider le comportement qualitatif de la liaison acier-béton et tout particulièrement son rôle sur la dégradation mécanique de la structure (transfert progressif d'efforts entre l'acier et le béton le long de l'armature, répartition régulière d'un nombre fini de fissures...) à partir d'une comparaison entre le modèle de liaison acier-béton et l'hypothèse de liaison parfaite (hypothèse actuellement utilisée pour les applications sur des structures de grandes dimensions)

La seconde application a été menée dans le cadre plus général d'une représentation volumique du béton (cadre pour lequel le modèle a principalement été formulé) et a ainsi pu clôturer la validation numérique et qualitative du modèle de liaison proposé.

Afin de tenir compte de l'évolution des interactions mécaniques à l'interface acier-béton au cours du chargement, les efforts nodaux de liaison sont calculés à partir d'une loi d'entrée, appelée loi d'adhérence. Cette loi représente le comportement de l'interface à partir de l'évolution de la contrainte d'adhérence en fonction du glissement entre l'acier et le béton dans la direction des armatures. Dans le troisième chapitre, une attention particulière a donc été portée au choix de cette loi (« Indentification du comportement » de la Figure i). Une première campagne expérimentale (essais de pull-out) a donc été menée de manière à caractériser à la fois la forme de la loi et les différents paramètres influents. Les résultats de cette campagne, complétés de différentes simulations numériques et d'analyses bibliographiques, ont permis de mesurer l'effet

- du diamètre du renfort (pas d'influence significative pour la plage de diamètres de renfort testés)
- du confinement actif (contrainte extérieure) et passif (épaisseur d'enrobage) du béton (augmentation de la contrainte d'adhérence maximale  $\tau_{max}$  avec le rapport de l'enrobage sur le diamètre du renfort ( $c/d_a$ ) pour les faibles valeurs de  $c/d_a$  jusqu'à une valeur seuil à partir de laquelle  $\tau_{max}$  n'évolue plus.

- des caractéristiques matériaux du béton (une évolution de  $\tau_{max}$  en deux phases :  $\tau_{max}$  dépend de la résistance en traction du béton  $f_t$  dans le cas d'une rupture par éclatement du béton et de la résistance en compression  $f_c$  pour une rupture par arrachement du renfort)

Un modèle de loi d'adhérence tenant compte des caractéristiques matériaux du béton (résistance en traction et compression) et de la géométrie de la structure (épaisseur d'enrobage) a finalement été proposé. Il se décompose en trois étapes :

- l'évaluation de  $\tau_{max}$  sous la forme d'une fonction :  $\tau_{max} = f\left(\frac{c}{d_a}, f_t, f_c\right)$
- l'évaluation de  $g(\tau_{max})$  (glissement associé à  $\tau_{max}$ ) comme une fonction :  

$$g(\tau_{max}) = f\left(\frac{c}{d_a}\right)$$
- la caractérisation de la forme de la loi à partir d'une loi normalisée :  $\frac{\tau}{\tau_{max}} = f\left(\frac{g}{g(\tau_{max})}\right)$

La dernière étape de validation du modèle (« Qualification » de la Figure i) a consisté à vérifier son comportement quantitatif et sa capacité à représenter à la fois le comportement global et la dégradation locale (caractérisation de sa fissuration) d'un élément structural. Cette phase de validation, nécessitant des données expérimentales précises concernant la fissuration d'une structure, a été effectuée en deux temps. Une campagne expérimentale sur des essais de flexion quatre points a tout d'abord été présentée. Elle a permis de compléter les résultats de la littérature en décrivant :

- le comportement global de la structure : force-flèche, déformée
- l'évolution de la fissuration : ordre d'apparition de fissure, profil de fissuration, mesures d'espacement, mesures d'ouverture de fissure à partir d'une méthode de corrélation d'images.

Une simulation de l'essai a ensuite été proposée. Une comparaison entre une première poutre modélisée à partir du modèle de liaison acier-béton et une seconde représentée à l'aide de l'hypothèse de liaison parfaite a permis d'aboutir aux conclusions suivantes. Pour ce cas de chargement (essai de flexion quatre points)

- les deux choix de modélisation permettent de représenter le comportement global de la structure (force-flèche) et la phase de fissuration stabilisée de façon comparable (même nombre final de fissures et ouverture de fissure comparable sur la face externe)
- le modèle de liaison acier-béton apporte une meilleure caractérisation de la phase de fissuration active (apparition des fissures)

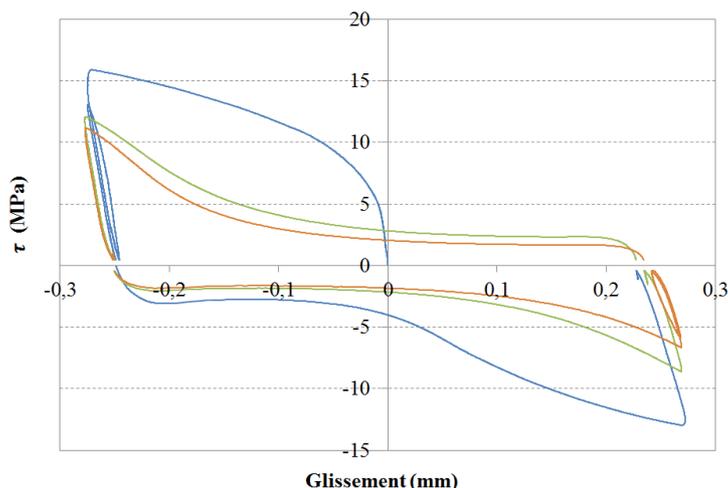
On retient également que, si le comportement observé à l'extérieur de la poutre (face externe) est globalement comparable pour ces deux choix de modélisation, il diffère cependant localement à proximité du renfort d'acier. L'usage de la liaison acier-béton a permis en particulier d'introduire la notion de glissement entre les deux matériaux et de limiter la propagation de l'endommagement du béton le long du renfort.

Enfin, une étude paramétrique sur la loi d'adhérence utilisée en entrée du modèle a mis en évidence la nécessité de caractériser finement la première phase de la loi d'adhérence.

Ces travaux de thèse ont également permis de mettre en évidence un certain nombre de pistes qui constituent les perspectives de ce travail.

L'algorithme de résolution de Newton-Raphson utilise, pour la partie liaison, une matrice de rigidité élastique. Ce choix s'est avéré suffisant pour les différentes applications proposées et n'a pas amené de difficulté de convergence de l'algorithme. Il ne semble cependant pas totalement optimisé. La rapidité de convergence de la méthode pourrait par exemple être améliorée par l'usage d'un opérateur tangent qui nécessite une réactualisation de la matrice à chaque itération.

L'étape de caractérisation de la loi d'adhérence qui constitue la loi d'entrée de notre modèle s'est tout particulièrement concentrée sur la contrainte d'adhérence maximale. Une loi décrivant l'évolution du glissement associé à cette contrainte a également été proposée, elle mériterait cependant d'être validée et complétée par une étude plus approfondie. De plus, la simulation de l'essai de flexion a mis en évidence la nécessité de caractériser très finement le comportement de la loi d'adhérence sur le début de la phase pré-pic. Ce point est d'autant plus délicat qu'il concerne des glissements de quelques dizaines de  $\mu m$ , dans une zone où la reproductibilité du comportement n'est pas forcément garantie. Il mériterait d'être étudié plus en détail. Dans les travaux de cette thèse, la liaison acier-béton est uniquement soumise à des sollicitations monotones. Pouvoir appliquer le modèle à des cas de chargement plus complexes comme des chargements alternés reste donc une voie d'amélioration de cette étude. Il s'agira en réalité de proposer une loi d'adhérence caractérisant le comportement de la liaison acier-béton sous ce type de sollicitations. On pourra alors se baser sur les résultats d'essais de *pull-out* menés dans la thèse sous chargement alterné (Figure ii). De plus, l'effet du confinement actif, mis en évidence dans ces travaux (augmentation de  $\tau_{max}$  pour les faibles valeurs de  $c/d_a$  et augmentation de la raideur initiale) mériterait d'être introduit explicitement dans la définition de la loi d'adhérence.



**Figure ii : Exemple de loi d'évolution de la loi d'adhérence au cours des cycles de chargement résultats d'un essai effectué au cours de la thèse**

Enfin, les différentes applications proposées dans cette thèse se sont limitées au cadre de structures dont les armatures principales étaient toutes parallèles. Appliquer le modèle au cas d'armatures plus complexes (treillis d'armatures par exemple) serait une étape de plus à la validation du modèle proposé.

La phase de qualification consistant à appliquer le modèle de liaison acier- béton à un élément structural (essai de flexion 4 points) a également apporté quelques interrogations. Un des objectifs du modèle de liaison acier-béton est de pouvoir représenter plus finement la fissuration de la structure en tenant compte de la dégradation mécanique de l'interface entre l'acier et le béton au cours du chargement. Cet objectif ne peut cependant être rempli qu'à condition que la dégradation mécanique du béton soit elle-même correctement représentée. Cela passe donc par une étude plus approfondie concernant le choix d'un modèle de béton adapté au mode de chargement de la structure étudiée (à l'image du benchmark proposé dans le chapitre 3 visant à comparer deux lois de comportement pour le béton dans le cas de la mise en pression d'un cylindre épais) et à l'étude de l'effet de la densité de maillage sur le comportement local de la structure (étude détaillée de l'effet des méthodes de régularisation énergétiques par exemple). Enfin, la validation quantitative du modèle de liaison devra être complétée par d'autres applications de manière à détecter son influence plus ou moins marquée sur le comportement global ou local des structures. On pourra par exemple s'intéresser à des applications concernant les zones d'ancrage ou de recouvrement des renforts d'acier.



# Références

L. Abosrra, A. F. Ashour, M. Youseffi. « Corrosion of steel reinforcement in concrete of different compressive strengths », *Constructions and Building Materials*, vol 25, p. 3915-3925, 2011.

D.A. Abrams. « Tests of bond between concrete and steel »; *University of Illinois Bulletin*, Bulletin N°71, December 1913.

ACI Comitee 408. « A guide for Determination of Bond Strength in Beam Specimens »; *Journal Proceedings*, vol 61 , N°2, p. 129-136, 1964.

M.T.G. Barbosa, E. Sanchez, T. Oliveira, W.J. Santos. « Analysis of the Relative Rib Area of Reinforcing Bars Pull Out Tests »; *Materials research*; vol 11, p. 453-457, December 2008.

G. Besnard, F. Hild, S. Roux. « "Finite-element" displacement fields analysis from digital images : Application to Portevin-Le Châtelier bands » ; *Experimental Mechanics*, vol 46, N° 6, p. 789-804, 2006.

L. Bouzaoui, A. Li. « Analysis of steel/concrete interfacial shear stress by means of pull out test »; *International Journal of Adhesion & Adhesives*, vol 28, p. 101-108, 2008.

A. Boulkertous. Interaction feu/Ouvrage en béton armé dans le cas d'un incendie confiné : prédiction de la fissuration. Application de la problématique des installations nucléaires ; Thèse de doctorat de l'ENS Cachan, 2009.

A. Casanova, L. Jason, L. Davenne. « Bond slip model for the simulation of reinforced concrete structures ». *Engineering Structures*, vol 39, p. 66-78, June 2012a.

A. Casanova, L. Jason, L. Davenne, X. Pinelli. «Confinement effects on the steel-concrete bond strength based on pull-out tests », (second review) *Engineering Fracture Mechanics*, 2012b.

A. Castel, T. Vidal, K. Viriyametanont, R. François. « Effect of Reinforcing Bar Orientation and Location on Bond with Self-Consolidating Concrete » ; *ACI Structural Journal*, vol 103, N°4, p. 559-567, July-August 2006.

Cast3M. <http://www-cast3m.cea.fr>, 2012 ;

S. Cattaneo, G. Rosati. « Bond between steel and self-consolidating concrete: experiments and modeling », *ACI Structural Journal*, vol 106, p. 540-550, 2009.

CEB- FIB. *fib Model Code 2010*, Final draft, vol 1, 2012.

J.L. Clément. Interface acier-béton et comportement des structures en béton armé- Caractérisation- Modélisation. Thèse de doctorat de l'université Paris 6, 1987.

M. Collepari, A. Borsoi, S. Collepari, R. Troli ; « Strength, shrinkage and creep of SCC and flowing concrete », *Proc. Of SCC2005 Conf. Center for Advanced Cement Based Materials*, USA Northwestern University, p. 911-920, 2005.

J.V. Cox, L.R. Herrmann. « Development of a plasticity bond model for steel reinforcement » ; *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, vol 3, p. 155-180, 1998.

A. Daoud, M. Lorrain, M. Elgonnoui. « Résistance à l'arrachement d'armatures ancrée dans le béton autoplaçant » ; *Materials and structures*, vol 35, p. 395-401, August 2002.

A. Daoud. Etude expérimentales de la liaison entre l'acier et le béton autoplaçant – Contribution à la modélisation ; Thèse de doctorat de l'INSA de Toulouse, 2003.

A. Daoud, M. Lorrain. « Influence de la position des armatures sur l'adhérence des bétons autoplaçants : interprétation par analyse d'image » ; *Matériaux et Constructions* ; vol 36, p231-237, May 2003.

D. Darwin, E.K. Graham. « Effect of Deformation Height and Spacing on Bond Strength of Reinforcing Bars » ; *ACI Structural Journal*, vol 90, p. 646-657, November-December 1993.

P. Desnerck, G. de Schutter, L. Taerwe. « A local bond stress-slip model for reinforcing bars in self-compacted concrete »; *Proceedings of FraMCoS-7: Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures-Assessment, Durability, Monitoring and Retrofitting of Concrete Structures*, p. 771-778, 23-28 May 2010.

N. Dominguez. Etude de la liaison Acier-Béton : De la modélisation du phénomène à la formulation d'un Elément Fini Enrichi « Béton Armé » ; Thèse de doctorat de l'ENS de Cachan, 2005.

F. Dufour, G. Pijaudier-Cabot, M. Choinska, A. Huerta. « Extraction of a crack opening from a continuous approach using regularized damage models » ; *Computers & Concrete*, vol 5, N°4, p. 375-388, 2008.

R. Eligehausen, V.V. Bertero, E.P. Popov. « Hysteretic behavior of reinforcing deformed hooked bar in R/C joints » ; *Proceedings of Seventh European Conference on Earthquake Engineering*, Athens, p. 171-178, September 1982.

R. Eligehausen, E.P. Popov, V.V. Bertero. Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized excitations, University of California, Report N° UCB/EERC-83/23, October 1983.

M.R. Esfahani, B.V. Rangan. « Local bond strength of reinforcing bars in normal strength and high-strength concrete (HSC) » ; *ACI Structural Journal*, vol 95, p. 96-106, 1998.

Eurocode 2. Calcul des Structures en béton ; NF-EN-1992, 2007.

B. Farra, J.P. Jaccoud. Influence du béton et de l'armature sur la fissuration des structures en béton – Rapport des essais de tirants sous déformation imposée de courte durée ; Publication IBAP, N° 140, EPF de Lausanne, Novembre 1993.

S. Ghavamian, I. Carol, A. Delaplace. «Discussions over MECA project results » ; *Revue française de génie civil*, vol 7, N° 5, p. 543-581, 2003.

Y. Goto. « Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars » ; *ACI Journal* ; vol 68, p. 244-251, April 1971.

B.S. Hamad. « Bond Strength Improvement of Reinforcing Bars with Specially Designed Rib Geometries » ; *ACI Structural Journal*, vol 92, N°1, p. 3-13, January-February 1995.

M.H. Harajli. « Development/Splice Strength of Reinforcing Bars Embedded in Plain and Fiber-Reinforced Concrete » ; *ACI Structural Journal*, vol 91, N°5, p. 511-520, September-October 1994.

A. Hillerborg. Analysis of a single crack, *Fracture Mechanics of concrete* ; éd. F. H.Wittman, Elsevier Pubs, p. 223-249, 1983.

J.P. Jaccoud, H. Charif. Armature minimale pour le contrôle de la fissuration- Essais série C; Publication IBAP, N° 109, EPF de Lausanne, Septembre 1985.

S. Khalfallah, M. Ouchenane. « Numerical simulation of bond for pull-out test : the direct problem » ; *Asian Journal of civil engineering* ; vol 8, p. 491-505, 2007.

H.G. Kwak, S.P. Kim. « Bond-slip behavior under monotonic uniaxial loads » ; *Engineering Structures*, vol 23; p. 298-309, 2001.

C. La Borderie, G. Pijaudier-Cabot. « Influence of the state of stress in concrete on the behavior of the steel concrete interface » ; *Concrete Fracture mechanics of structures*, Colorado, USA, 1992.

L.A. Lutz, P. Gergely. « Deformed Bars Concrete » ; *ACI Journal*, vol 64, p. 711-721, November 1967.

L.J. Malvar. « Bond of Reinforcement Under Controlled Confinement » ; *ACI Materials Journal*, vol 89; p. 593-601, November-December 1992.

M. Matallah, C. La Borderie, O. Maurel. « A practical method to estimate crack openings in concrete structures » ; *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol 34, p. 1615-1633, 2010.

J. Mazars. Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure ; Thèse d'Etat de l'Université Pierre et Marie Curie, 1984.

P. Mivelaz. Etanchéité des structures en béton armé - Fuites au travers d'un élément fissuré ; Thèse de doctorat de L'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1996.

S. Morinaga. Prediction of service lives of reinforced concrete buildings based on rate of corrosion of reinforcing steel ; Special report of institute of technology, Shimizu corporation , N°23, June 1988.

D. Ngo, A.C. Scordelis. « Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams » ; *ACI Journal*, vol 64, p.152-163, March 1967.

A.H. Nilson. « Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete by the Finite Element Method » ; *ACI Journal*, vol 65, p. 757-766, September 1968.

M. Raous, M.A. Karray. « Model coupling friction and adhesion for steel-concrete interfaces » ; *International Journal of Computer Applications in Technology* ; vol 34, N°1, p. 41-50, 2009.

H.W. Reinhardt, J. Blaauwendraad, E.Vos. « Prediction of bond between steel and concrete by numerical analysis » ; *Matériaux et Constructions*, vol 17, N° 100, p. 311-320, 1984.

B. Richard, F. Ragueneau, C. Cremona, L. Adélaïde, J.L. Tailhan. « A Three-dimensional steel/concrete interface model including corrosion effects » ; *Engineering Fracture mechanics*, vol 77, N°6, April 2010.

Rilem. « Essai portant sur l'adhérence des armatures de béton – Essai par traction » ; *Matériaux et Constructions*, vol 3, N°15, p. 175-178, 1970a.

Rilem. « Essai portant sur l'adhérence des armatures de béton – Essai par flexion » ; *Matériaux et Constructions*, vol 3, N°15, p. 169-174, 1970b.

P. Soroushian, K.B. Choi, G.H. Park, F. Aslani. « Bond of Deformed Bars to Concrete : Effect of Confinement and Strength of Concrete » ; *ACI Materials Journal*, vol 88, p. 227-232, May-June 1991.

T.A. Söylev, R. François. « Effect of bar-placement conditions on steel-concrete bond » ; *Materials and Structures*, vol 39, p. 211-220, 2006.

R.P. Tastani, S.J. Pantazopoulou. « Experimental evaluation of the direct tension-pullout bond test » ; *Bond in Concrete- from research to standards*, Budapest, 2002.

R. Tepfers. « Cracking of concrete cover along anchored deformed reinforcing bars » ; *Magazine of Concrete Research*, vol 31, N°106, p. 3-12, 1979.

B.H. Tran, Y. Berthaud, F. Ragueneau. « Essai P.I.A.F. : Pour Identifier l'Adhérence et le Frottement » , *AUGC XXVII<sup>ème</sup> Rencontres Universitaires de Génie Civil*, 2009.

J.A. Uijl, A.J. Bigaj. A bond model for rebbed bars based on concrete confinement, Heron English Edition, Vol 41, p201-226, 1996.

R. E. Untrauer, R. L. Henry. « Influence of Normal Pressure on Bond Strength » ; *Journal of the American Concrete Institute*, vol 62, p. 577-585, May 1965.

M. Valcuende, C. Parra. « Bond behaviour of reinforcement in self-compacting concretes » ; *Constructions and Building Materials*, vol 23, p. 162-170, 2009.

P.R. Walker, M.K. Batayneh, P.E. Regan. « Bond strength tests on deformed reinforcement in normal weight concrete » ; *Materials and Structures*, vol 30, p. 424-429, August-September 1997.

X. Wang, X. Liu. « A strain-softening model for steel-concrete bond » ; *Cement and Concrete Research*, vol 33, p. 1669-1673, 2003.

J. Xiao, H. Falkner. « Bond behaviour between recycled aggregate concrete and steel rebars » ; *Constructions and Building Materials*, vol 21, p. 395-401, 2007.

D.Z. Yankelevsky, M.A. Adin and D.N. Farhey. « Mathematical Model for Bond-Slip Behavior under Cyclic Loading » ; *ACI Structural Journal*, vol 89, p. 692-698, November-December 1992.

D.Z. Yankelevsky. « A Two-phase one dimensional model for steel-concrete interaction » ; *Computers & Structures*, vol 65, N°6, p. 781-794, 1997.

J. Zuo et D. Darwin. « Bond Slip of High Relative Rib Area Bars under Cyclic Loading » ; *ACI Structural Journal*, vol 97, p. 331-335, March-April 2000.