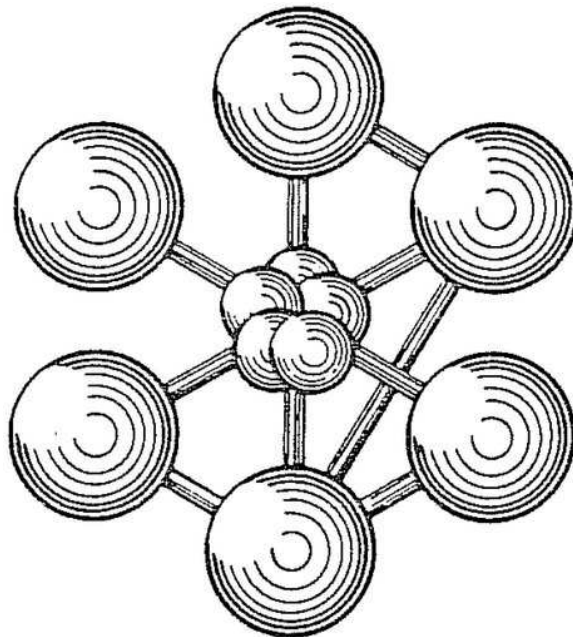


UTILISER CAST3M

F. DI PAOLA

LISTE DES MODÈLES EN
MÉCANIQUE NON LINÉAIRE



ÉDITION 2011

Documentation Cast3M 2011

<http://www-cast3m.cea.fr>

Cast3M est un logiciel de calcul par la méthode des éléments finis pour la mécanique des structures et des fluides. Cast3M est développé au Département de Modélisation des Systèmes et Structures (DM2S) de la Direction de l'Énergie Nucléaire du Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives (CEA).

Le développement de Cast3M entre dans le cadre d'une activité de recherche dans le domaine de la mécanique dont le but est de définir un instrument de haut niveau, pouvant servir de support pour la conception, le dimensionnement et l'analyse de structures et de composants.

Dans cette optique, Cast3M intègre non seulement les processus de résolution (solveur) mais également les fonctions de construction du modèle (pré-processeur) et d'exploitation des résultats (post-traitement). Cast3M est un logiciel « boîte à outils » qui permet à l'utilisateur de développer des fonctions répondant à ses propres besoins.

Cast3M est notamment utilisé dans le secteur de l'énergie nucléaire, comme outil de simulation ou comme plateforme de développement d'applications spécialisées. En particulier, Cast3M est utilisé par l'Institut de Radioprotection et de Sécurité Nucléaire (IRSN) dans le cadre des analyses de sûreté des installations nucléaires françaises.



Table des matières

1	Introduction	13
2	Formulation MECANIQUE PLASTIQUE	15
2.1	PARFAIT	15
2.1.1	Description du modèle	15
2.1.2	Description des paramètres	15
2.2	ISOTROPE	15
2.2.1	Description du modèle	15
2.2.2	Description des paramètres	15
2.3	CINEMATIQUE	15
2.3.1	Description du modèle	15
2.3.2	Description des paramètres	15
2.4	DRUCKER_PARFAIT	15
2.4.1	Description du modèle	15
2.4.2	Description des paramètres	16
2.5	DRUCKER_PRAGER	16
2.5.1	Description du modèle	16
2.5.2	Description des paramètres	16
2.6	DRUCKER_PRAGER_2	17
2.6.1	Description du modèle	17
2.6.2	Description des paramètres	17
2.7	BETON	17
2.7.1	Description du modèle	17
2.7.2	Description des paramètres	17
2.8	CHABOCHE1	18
2.8.1	Description du modèle	18
2.8.2	Description des paramètres	18
2.9	CHABOCHE2	19
2.9.1	Description du modèle	19
2.9.2	Description des paramètres	19
2.10	TUYAU_FISSURE	20
2.10.1	Description du modèle	20
2.10.2	Description des paramètres	20
2.11	ENDOMMAGEABLE	20
2.11.1	Description du modèle	20
2.11.2	Description des paramètres	20
2.12	GAUVAIN	20
2.12.1	Description du modèle	20
2.12.2	Description des paramètres	20
2.13	BILIN_MOMY et BILIN_EFFZ	21

2.13.1	Description du modèle	21
2.13.2	Description des paramètres	21
2.14	TAKEMO_MOMY et TAKEMO_EFFZ	21
2.14.1	Description du modèle	21
2.14.2	Description des paramètres	21
2.15	LINESPRING	21
2.15.1	Description du modèle	21
2.15.2	Description des paramètres	21
2.16	UBIQUITOUS	22
2.16.1	Description du modèle	22
2.16.2	Description des paramètres	22
2.17	GLOBAL	22
2.17.1	Description du modèle	22
2.17.2	Description des paramètres	22
2.18	CAM_CLAY	23
2.18.1	Description du modèle	23
2.18.2	Description des paramètres	23
2.19	HUJEU	23
2.19.1	Description du modèle	23
2.19.2	Description des paramètres	24
2.20	GURSON	24
2.20.1	Description du modèle	24
2.20.2	Description des paramètres	24
2.21	JOINT_DILATANT	24
2.21.1	Description du modèle	24
2.21.2	Description des paramètres	25
2.22	JOINT_SOFT	25
2.22.1	Description du modèle	25
2.22.2	Description des paramètres	25
2.23	JOINT_COAT	25
2.23.1	Description du modèle	25
2.23.2	Description des paramètres	25
2.24	ANCRAGE_ELIGEHAUSEN	25
2.24.1	Description du modèle	25
2.24.2	Description des paramètres	25
2.25	RICJOI (2D et 3D)	26
2.25.1	Description des modèles	26
2.25.2	Description des paramètres	26
2.26	COULOMB	26
2.26.1	Description du modèle	26
2.26.2	Description des paramètres	26
2.27	AMADEI	27
2.27.1	Description du modèle	27
2.27.2	Description des paramètres	27
2.28	ACIER_UNI	27
2.28.1	Description du modèle	27
2.28.2	Description des paramètres	27
2.29	ACIER_ANCRAGE	28
2.29.1	Description du modèle	28
2.29.2	Description des paramètres	28
2.30	BETON_UNI	28



2.30.1	Description du modèle	28
2.30.2	Description des paramètres	28
2.31	BETON_BAEL	29
2.31.1	Description du modèle	29
2.31.2	Description des paramètres	29
2.32	MAZARS	29
2.32.1	Description du modèle	29
2.32.2	Description des paramètres	29
2.33	UNILATERAL	29
2.33.1	Description du modèle	29
2.33.2	Description des paramètres	30
2.34	FRAGILE_UNI	30
2.34.1	Description du modèle	30
2.34.2	Description des paramètres	30
2.35	STRUT_UNI	30
2.35.1	Description du modèle	30
2.35.2	Description des paramètres	30
2.36	CISAIL_NL	31
2.36.1	Description du modèle	31
2.36.2	Description des paramètres	31
2.37	INFILL_UNI	31
2.37.1	Description du modèle	31
2.37.2	Description des paramètres	31
2.38	PARFAIT_UNI	32
2.38.1	Description du modèle	32
2.38.2	Description des paramètres	32
2.39	PARFAIT_ANCRAGE	32
2.39.1	Description du modèle	32
2.39.2	Description des paramètres	32
2.40	OTTOSEN	33
2.40.1	Description du modèle	33
2.40.2	Description des paramètres	33
2.41	BETON_INSA	33
2.41.1	Description du modèle	33
2.41.2	Description des paramètres	33
2.42	PARFAIT_INSA	33
2.42.1	Description du modèle	33
2.42.2	Description des paramètres	34
2.43	ECROUIS_INSA	34
2.43.1	Description du modèle	34
2.43.2	Description des paramètres	34
2.44	BETOCYCL	34
2.44.1	Description du modèle	34
2.44.2	Description des paramètres	34
2.45	STEINBERG	35
2.45.1	Description du modèle	35
2.45.2	Description des paramètres	35
2.46	ZERILLI	36
2.46.1	Description du modèle	36
2.46.2	Description des paramètres	36
2.47	PRESTON	36

2.47.1	Description du modèle	36
2.47.2	Description des paramètres	38
2.48	INTIMP	38
2.48.1	Description du modèle	38
2.48.2	Description des paramètres	39
2.49	HINTE	39
2.49.1	Description du modèle	39
2.49.2	Description des paramètres	40
2.50	J2	40
2.50.1	Description du modèle	40
2.50.2	Description des paramètres	40
2.51	RH_COULOMB	40
2.51.1	Description du modèle	40
2.51.2	Description des paramètres	41
2.52	MRS_LADE	41
2.52.1	Description du modèle	41
2.52.2	Description des paramètres	43
2.53	VMT_FEFP	43
2.53.1	Description du modèle	43
2.53.2	Description des paramètres	43
2.54	RHMC_FEFP	44
2.54.1	Description du modèle	44
2.54.2	Description des paramètres	44
2.55	POWDER_FEFP	44
2.55.1	Description du modèle	44
2.55.2	Description des paramètres	44
2.56	POWDERCAP_FEFP	44
2.56.1	Description du modèle	44
2.56.2	Description des paramètres	44
3	Formulation MECANIQUE ENDOMMAGEMENT	45
3.1	MAZARS	45
3.1.1	Description du modèle	45
3.1.2	Description des paramètres	45
3.2	UNILATERAL	46
3.2.1	Description du modèle	46
3.2.2	Description des paramètres	46
3.3	ROTATING_CRACK	46
3.3.1	Description du modèle	46
3.3.2	Description des paramètres	46
3.4	SIC_SIC	46
3.4.1	Description du modèle	46
3.4.2	Description des paramètres	47
3.5	MVM	47
3.5.1	Description du modèle	47
3.5.2	Description des paramètres	48
3.6	SICSCAL	48
3.6.1	Description du modèle	48
3.6.2	Description des paramètres	48
3.7	SICTENS	49
3.7.1	Description du modèle	49



3.7.2	Description des paramètres	49
3.8	DESMORAT	50
3.8.1	Description du modèle	50
3.8.2	Description des paramètres	50
3.9	FATSIN	50
3.9.1	Description du modèle	50
3.9.2	Description des paramètres	51
3.10	RICRAG (2D et 3D)	51
3.10.1	Description du modèle	51
3.10.2	Description des paramètres	52
4	Formulation MECANIQUE PLASTIQUE_ENDOM	53
4.1	PSURY	53
4.1.1	Description du modèle	53
4.1.2	Description des paramètres	54
4.2	ROUSSELIER	54
4.2.1	Description du modèle	54
4.2.2	Description des paramètres	54
4.3	GURSON2	55
4.3.1	Description du modèle	55
4.3.2	Description des paramètres	56
4.4	DRAGON	56
4.4.1	Description du modèle	56
4.4.2	Description des paramètres	57
4.5	BETON_INSA	57
4.5.1	Description du modèle	57
4.5.2	Description des paramètres	57
4.6	BETON_DYNAR_LMT	57
4.6.1	Description du modèle	57
4.6.2	Description des paramètres	57
4.7	ENDO_PLAS	58
4.7.1	Description du modèle	58
4.7.2	Description des paramètres	58
5	Formulation MECANIQUE FLUAGE	59
5.1	NORTON	59
5.1.1	Description du modèle	59
5.1.2	Description des paramètres	59
5.2	BLACKBURN	59
5.2.1	Description du modèle	59
5.2.2	Description des paramètres	60
5.3	BLACKBURN_2	60
5.3.1	Description du modèle	60
5.3.2	Description des paramètres	60
5.4	RCCMR_316	60
5.4.1	Description du modèle	60
5.4.2	Description des paramètres	60
5.5	RCCMR_304	61
5.5.1	Description du modèle	61
5.5.2	Description des paramètres	61
5.6	LEMAITRE	61

5.6.1	Description du modèle	61
5.6.2	Description des paramètres	61
5.7	POLYNOMIAL	62
5.7.1	Description du modèle	62
5.7.2	Description des paramètres	62
5.8	CERAMIQUE	62
5.8.1	Description du modèle	62
5.8.2	Description des paramètres	62
5.9	MAXWELL	62
5.9.1	Description du modèle	62
5.9.2	Description des paramètres	63
5.10	MAXOTT	63
5.10.1	Description du modèle	63
5.10.2	Description des paramètres	63
5.11	COMETE	63
5.11.1	Description du modèle	63
5.11.2	Description des paramètres	63
5.12	CCPL	63
5.12.1	Description du modèle	63
5.12.2	Description des paramètres	64
5.13	SODERBERG	64
5.13.1	Description du modèle	64
5.13.2	Description des paramètres	64
5.14	X11	64
5.14.1	Description du modèle	64
5.14.2	Description des paramètres	65
6	Formulation MECANIQUE VISCOPLASTIQUE	67
6.1	GUIONNET	67
6.1.1	Description du modèle	67
6.1.2	Description des paramètres	68
6.2	CHABOCHE	68
6.2.1	Description du modèle	68
6.2.2	Description des paramètres	69
6.3	OHNO	70
6.3.1	Description du modèle	70
6.3.2	Description des paramètres	71
6.4	VISCODOMMAGE	72
6.4.1	Description du modèle	72
6.4.2	Description des paramètres	73
6.5	PARFAIT	73
6.5.1	Description du modèle	73
6.5.2	Description des paramètres	73
6.6	POUDRE_A	73
6.6.1	Description du modèle	73
6.6.2	Description des paramètres	74
6.7	DDI	74
6.7.1	Description du modèle	74
6.7.2	Description des paramètres	75
6.8	KOCKS	76
6.8.1	Description du modèle	76



6.8.2	Description des paramètres	76
6.9	NOUAILLAS_A	77
6.9.1	Description du modèle	77
6.9.2	Description des paramètres	78
6.10	NOUAILLAS_B	79
6.10.1	Description du modèle	79
6.10.2	Description des paramètres	79
6.11	VISK2	80
6.11.1	Description du modèle	80
6.11.2	Description des paramètres	80
6.12	VISCOHINT	80
6.12.1	Description du modèle	80
6.12.2	Description des paramètres	81
6.13	MISTRAL	81
6.13.1	Description du modèle	81
6.13.2	Description des paramètres	82
6.14	GATT_MONERIE	83
6.14.1	Description du modèle	83
6.14.2	Description des paramètres	85
6.15	UO2	87
6.15.1	Description du modèle	87
6.15.2	Description des paramètres	87
6.16	VISCODD	88
6.16.1	Description du modèle	88
6.16.2	Description des paramètres	89
Index		91



Chapitre 1

Introduction

Ce document présente les modèles de comportement mécanique non linéaires disponibles dans Cast3M. La formulation d'un modèle de comportement mécanique, linéaire ou non, se fait via l'opérateur `MODEle` en précisant une formulation `MECANIQUE` et un (ou plusieurs) mot(s) clé(s) définissant le type de matériau. Précisons que ce sont les notices des opérateurs `MODE` et `MATE` qui font foi pour la documentation des modèles et non ce document.

Exemple : pour un matériau élastique linéaire isotrope

```
MOD1      = MAIL1 MODE 'MECANIQUE' 'ELASTIQUE' 'ISOTROPE' ;
```

Exemple : pour un matériau élasto-plastique avec un critère de plasticité de Gurson

```
MOD1      = MAIL1 MODE 'MECANIQUE' 'ELASTIQUE' 'PLASTIQUE' 'GURSON' ;
```

Les paramètres du modèle sont alors à déclarer à l'aide de l'opérateur `MATERiau`. Nous ne présentons ici que les paramètres à introduire en plus de ceux concernant l'élasticité. Il existe plusieurs mots clés pour une formulation `MECANIQUE ELASTIQUE` :

- ISOTROPE ;
- ORTHOTROPE ;
- ANISOTROPE ;
- POREUX ;
- HOMOGENEISE ;
- UNIDIRECTIONNEL ;
- SECTION ;
- ARMATURE ;
- MODAL ;
- STATIQUE.

Enfin, notons que pour un matériau élastique, linéaire, isotrope (par défaut), on peut renseigner les paramètres suivant :

- YOUN : module de Young.
- NU : coefficient de Poisson.
- RHO : masse volumique.
- ALPH : coefficient de dilatation thermique.



Chapitre 2

Formulation MECANIQUE PLASTIQUE

2.1 PARFAIT

2.1.1 Description du modèle

Modèle de Von Mises sans écrouissage.

2.1.2 Description des paramètres

– SIGY : limite élastique.

2.2 ISOTROPE

2.2.1 Description du modèle

Modèle de Von Mises à écrouissage isotrope (option par défaut).

2.2.2 Description des paramètres

– TRAC : EVOLUTION, avec en abscisse les déformations et en ordonnée les contraintes. Elle doit contenir comme premier point, le point (0,0) et comme second point, le point correspondant à la limite élastique.

2.3 CINEMATIQUE

2.3.1 Description du modèle

Modèle de Von Mises à écrouissage cinématique linéaire.

2.3.2 Description des paramètres

– SIGY : limite élastique.
– H : module d'écrouissage.

2.4 DRUCKER_PARFAIT

2.4.1 Description du modèle

Modèle de Drucker-Prager à écoulement associé et sans écrouissage.

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes
- σ_{eq} : contrainte équivalente au sens de Von Mises

Critère de plasticité :

$$\alpha \cdot Tr(\underline{\underline{\sigma}}) + \sigma_{eq} = K$$

avec $\alpha = \frac{|LCS| - LTR}{|LCS| + LTR}$ et $K = 2 \cdot |LCS| \cdot \frac{LTR}{|LCS| + LTR}$.

2.4.2 Description des paramètres

- LTR : limite en traction simple.
- LCS : limite en compression simple.

2.5 DRUCKER_PRAGER

2.5.1 Description du modèle

Modèle de Drucker-Prager à écoulement non associé et écrouissage.

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes
- σ_{eq} : contrainte équivalente au sens de Von Mises
- p : déformation plastique équivalente cumulée

Équations du modèle :

- Critère initial :

$$f_{ini} = ALFA \cdot Tr(\underline{\underline{\sigma}}) + BETA \cdot \sigma_{eq} - K$$

- Critère ultime :

$$f_{ult} = ETA \cdot Tr(\underline{\underline{\sigma}}) + MU \cdot \sigma_{eq} - KL$$

- Écrouissage :

$$dK = H \cdot dp$$

- Potentiel d'écoulement :

$$g = GAMM \cdot Tr(\underline{\underline{\sigma}}) + DELT \cdot \sigma_{eq}$$

2.5.2 Description des paramètres

- ALFA.
- BETA.
- K.
- ETA.
- MU.
- KL.
- H.
- GAMM.
- DELT.



2.6 DRUCKER_PRAGER_2

2.6.1 Description du modèle

Modèle de plasticité adoucissant pour les bétons à deux surfaces seuils : un critère de Rankine en traction et un critère de Drucker-Prager adoucissant en compression.

2.6.2 Description des paramètres

- GF : énergie de fissuration
- LTR : résistance en traction
- LCS : résistance en compression uni-axiale
- LBI : résistance en compression bi-axiale
- SIGY : limite d'élasticité en compression uni-axiale
- EPM : déformation au pic en compression uni-axiale
- EPU : déformation ultime en compression uni-axiale
- LCAR : longueur caractéristique

2.7 BETON

2.7.1 Description du modèle

Modèle béton.

2.7.2 Description des paramètres

En contraintes planes :

- LTR1 : limite en traction dans la première direction (par défaut $YOUN*1.2 E-4$).
- ETR1 : déformation à rupture en traction dans la première direction (par défaut $3.*LTR1/YOUN$).
- LTR2 : limite en traction dans la seconde direction (par défaut LTR1).
- ETR2 : déformation à rupture en traction dans la seconde direction (par défaut $3.*LTR2/YOUN$).
- BETR : coefficient de réduction du module de cisaillement en cas de fissuration (compris entre 0 et 1, par défaut 0.1).
- VF1X, VF1Y : deux composantes du vecteur VF1 définissant la direction associée à LTR1 (par défaut 1 et 0 respectivement).
- LCS : limite en compression simple (par défaut $YOUN*1.2 E-3$).
- ECS : déformation à rupture en compression simple (par défaut $10.*LCS/YOUN$).
- LBIC : limite en bi-compression.

En déformations planes, axisymétrique et 3D (le comportement du béton est non linéaire dans le domaine des tractions et linéaire par ailleurs) :

- LTR1 : limite en traction dans la première direction (par défaut $YOUN*1.2 E-4$).
- ETR1 : déformation à rupture en traction dans la première direction (par défaut $3.*LTR1/YOUN$).
- LTT1 : limite de transition en traction dans la première direction (par défaut 0).
- ETT1 : déformation correspondant à LTT1 (par défaut ETR1).
- ERS1 : déformation résiduelle en traction dans la première direction (par défaut 0).
- VF1X, VF1Y, VF1Z : trois composantes du vecteur VF1 définissant la direction associée à LTR1.
- LTR2 : limite en traction dans la seconde direction (par défaut LTR1).
- ETR2 : déformation à rupture en traction dans la seconde direction (par défaut $3.*LTR2/YOUN$).
- LTT2 : limite de transition en traction dans la seconde direction (par défaut 0).
- ETT2 : déformation correspondant à LTT2 (par défaut ETR2).
- ERS2 : déformation résiduelle en traction dans la seconde direction (par défaut 0).

- VF2X, VF2Y, VF3Y : trois composantes du vecteur VF2 définissant la direction associée à LTR2.
- LTR3 : limite en traction dans la 3-ème direction (par défaut LTR1).
- ETR3 : déformation à rupture en traction dans la troisième direction (par défaut 3*LTR3/YOUN).
- LTT3 : limite de transition en traction dans la troisième direction (par défaut 0).
- ETT3 : déformation correspondant à LTT3 (par défaut ETR3).
- ERS3 : déformation résiduelle en traction dans la troisième direction (par défaut ERS1).
- VF3X, VF3Y, VF3Z : trois composantes du vecteur VF3 définissant la direction associée à LTR3, nécessaires uniquement en 3D si besoin.
- BETR : coefficient de réduction du module de cisaillement en cas de fissuration (compris entre 0 et 1, par défaut 0.1).

Remarques :

- Les vecteurs VF1, VF2 et VF3 doivent être orthogonaux.
- Dans le cas d'un calcul avec une limite en traction différente des deux autres, il est obligatoire de définir le vecteur correspondant à cette limite VF1, VF2 ou VF3.
- Dans le cas où LTR1, LTR2 et LTR3 sont données, les deux vecteurs VF1 et VF2 sont obligatoires pour définir les directions 1, 2 et 3.
- On peut introduire des valeurs non nulles traduisant des ouvertures initiales des fissures dans les directions 1, 2 et 3 à l'aide de la table TAB1 utilisée dans la procédure NONLIN au moyen de : TAB1.'VARI'. 'OUV1', TAB1.'VARI'. 'OUV2', TAB1.'VARI'. 'OUV3'.

2.8 CHABOCHE1

2.8.1 Description du modèle

Modèle Chaboche à un centre (et écrouissage isotrope).

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes
- $\underline{\underline{X}}$: variable d'écrouissage cinématique
- $\underline{\underline{\epsilon}}^p$: tenseur des déformations plastiques
- p : déformation plastique équivalente cumulée
- J_2 : second invariant du déviateur d'un tenseur

Équations du modèle :

- Critère :

$$J_2 \left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}} \right) = R(p)$$

- Écrouissage :

$$d\underline{\underline{X}} = C. \left(\frac{2}{3} A. \phi(p). d\underline{\underline{\epsilon}}^p - \underline{\underline{X}}. dp \right)$$

$$dR = B. (RM - R). dp$$

$$R(0) = R0$$

$$\phi(p) = 1 + (PSI - 1). e^{-OMEG.p}$$

2.8.2 Description des paramètres

Cas sans écrouissage isotrope :

- A, C : paramètres liées à l'évolution du centre.
- PSI, OMEG : paramètres liées au terme de rappel.



- R0 : limite élastique.

Cas avec écrouissage isotrope :

- A, C : paramètres liés à l'évolution du centre.
- PSI, OMEG : paramètres liés au terme de rappel.
- R0 : limite élastique initiale.
- RM : limite élastique finale.
- B : constante liée à l'évolution de la limite élastique.

2.9 CHABOCHE2

2.9.1 Description du modèle

Modèle Chaboche à deux centres (et écrouissage isotrope).

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes
- $\underline{\underline{X}}_1, \underline{\underline{X}}_2$: variables d'écrouissage cinématique
- $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$: tenseur des déformations plastiques
- p : déformation plastique équivalente cumulée
- J_2 : second invariant du déviateur d'un tenseur

Équations du modèle :

- Critère :

$$J_2 \left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}} \right) = R(p)$$

- Écrouissage :

$$d\underline{\underline{X}}_1 = C1. \left(\frac{2}{3} A1. \phi(p). d\underline{\underline{\varepsilon}}^p - \underline{\underline{X}}_1. dp \right)$$

$$d\underline{\underline{X}}_2 = C2. \left(\frac{2}{3} A2. \phi(p). d\underline{\underline{\varepsilon}}^p - \underline{\underline{X}}_2. dp \right)$$

$$dR = B. (RM - R). dp$$

$$R(0) = R0$$

$$\underline{\underline{X}} = \underline{\underline{X}}_1 + \underline{\underline{X}}_2$$

$$\phi(p) = 1 + (PSI - 1). e^{-OMEG.p}$$

2.9.2 Description des paramètres

Cas sans écrouissage isotrope :

- A1, C1 : paramètres liés à l'évolution du premier centre.
- A2, C2 : paramètres liés à l'évolution du second centre.
- PSI, OMEG : paramètres liés au terme de rappel.
- R0 : limite élastique.

Cas avec écrouissage isotrope :

- A1, C1 : paramètres liés à l'évolution du premier centre.
- A2, C2 : paramètres liés à l'évolution du second centre.
- PSI, OMEG : paramètres liés au terme de rappel.
- R0 : limite élastique initiale.

- RM : limite élastique finale.
- B : constante liée à l'évolution de la limite élastique.

2.10 TUYAU_FISSURE

2.10.1 Description du modèle

Modèle de plasticité parfaite, ou avec écrouissage, pour les éléments TUYAU FISSURE.

2.10.2 Description des paramètres

Modèle plastique parfait :

- SIGF : contrainte limite d'écoulement.
- JIC : valeur de J à l'initiation.
- T : module de déchirure.

Modèle plastique écrouissable :

- JDA : EVOLUTION, courbe J-Da avec en abscisse la propagation et en ordonnée J.
- TRAC : EVOLUTION, courbe de traction avec en abscisse les rotations (en radians) et en ordonnée les moments. La procédure TRACTUFI permet de fabriquer une telle courbe en cas de non propagation. La procédure PROPAG permet de fabriquer une telle courbe en cas de propagation.

2.11 ENDOMMAGEABLE

2.11.1 Description du modèle

Modèle de matériau élasto-plastique endommageable (type Lemaitre Chaboche). L'écrouissage et l'endommagement sont isotropes. Le critère de Von Mises est couplé à l'endommagement.

2.11.2 Description des paramètres

- TRAC : EVOLUTION, courbe de traction avec en abscisse les déformations et en ordonnée les contraintes. Elle doit contenir l'origine.
- EPSD : Seuil d'endommagement, il s'agit de la déformation plastique à partir de laquelle le matériau s'endommage.
- DC : Valeur critique de la variable D décrivant l'endommagement. DC caractérise la rupture du matériau.
- EPSR : Déformation plastique à rupture du matériau.

2.12 GAUVAIN

2.12.1 Description du modèle

Modèle de Gauvain. Il s'agit d'un modèle de plasticité globale pour les poutres en béton armé soumises à des chargements de flexion dominante.

2.12.2 Description des paramètres

- TRAC : EVOLUTION, courbe(s) de traction avec en abscisse des déformations et en ordonnée des contraintes. Chaque courbe doit décrire une loi moment-courbure, depuis les valeurs négatives (4 points) jusqu'aux valeurs positives (4 points), en passant par l'origine, soit 9 points au total. On transforme les moments en contraintes et les courbures en déformations par les formules classiques en prenant comme



distance à la fibre moyenne, la demi-hauteur de la poutre. Si une seule courbe est fournie, on l'utilise pour les deux directions de flexion.

- STOR : contrainte limite élastique en torsion.
- SCOM : contrainte limite élastique en compression.

2.13 BILIN_MOMY et BILIN_EFFZ

2.13.1 Description du modèle

Modèles de plasticité de flexion bi-linéaire pour les poutres (éléments POUT ou TIMO) agissant sur la composante locale MOMY ou bien sur la composante locale EFFZ.

2.13.2 Description des paramètres

- EAYI : module après plastification.
- YMOM : moment de plastification.

2.14 TAKEMO_MOMY et TAKEMO_EFFZ

2.14.1 Description du modèle

Modèles de plasticité-endommagement de flexion de Takeda pour les poutres (éléments POUT ou TIMO) agissant sur la composante locale MOMY ou bien sur la composante locale EFFZ.

2.14.2 Description des paramètres

- TRAC : EVOLUTION, courbe de base décrivant la loi moment-courbure. Si le comportement est symétrique, cette courbe tri-linéaire comprend 4 points : origine, crackage, plastification et un point définissant le comportement après plastification. Si le comportement est non symétrique, la courbe comprend 7 points, depuis les valeurs négatives (3 points) jusqu'aux valeurs positives (3 points), en passant par l'origine.
- SFDP, SFDN : dégradation de raideur pour des courbures positives ou négative (SFDN est égal à SFDP dans le cas symétrique).
- PINP, PINN : « pinching » pour des courbures positives ou négative (PINN est égal à PINP dans le cas symétrique).
- SRDP, SRDN : adoucissement cyclique pour des courbures positives ou négative (SRDP est égale à SRDN dans le cas symétrique).

2.15 LINESPRING

2.15.1 Description du modèle

Modèle de plasticité (parfaite)/(écrouissage) pour les éléments LINESPRING.

2.15.2 Description des paramètres

- EPAI : épaisseur de la coque.
- FISS : profondeur de l'entaille.
- VX, VY, VZ : composantes du vecteur normal au plan de la coque (son sens indique le coté de la coque où s'ouvre l'entaille).

Remarque : Il ne doit pas y avoir d'angle inférieur à 175° ou supérieur à 185° entre les éléments dans leur plan (défini à l'aide du vecteur normal).

2.16 UBIQUITOUS

2.16.1 Description du modèle

Modèle de plasticité pour des matériaux présentant une ou deux directions de faiblesse. Selon chaque direction, le critère est de type Mohr-Coulomb avec écoulement éventuellement non associé. Ce modèle ne fonctionne qu'en bidimensionnel.

2.16.2 Description des paramètres

- NCRI : nombre de directions de faiblesse (1 ou 2).
- ANG1 : angle de la première direction avec Ox (en degrés).
- TRA1 : limite en traction selon la première direction.
- PHI1 : angle de frottement pour la première direction (en degrés).
- PSI1 : angle de dilataance la première direction (en degrés).
- ANG2 : angle de la seconde direction avec Ox (en degrés).
- TRA2 : limite en traction selon la seconde direction.
- PHI2 : angle de frottement la seconde direction (en degrés).
- PSI2 : angle de dilataance la seconde direction (en degrés).

2.17 GLOBAL

2.17.1 Description du modèle

Modèle de plasticité pour les poutres en béton armé qui permet la prise en compte des lois de comportement globales, différentes selon les types de sollicitation (axiale, flexion et cisaillement).

2.17.2 Description des paramètres

- COMP : EVOLUTIO_n, courbe de comportement pour des sollicitations axiales, avec en abscisse des déplacements et en ordonnée des forces axiales.
- FLXY : EVOLUTIO_n, courbe de comportement pour des sollicitations en flexion dans le plan xOz, avec en abscisse des produits (rotation \times longueur de l'élément) et en ordonnée des moments de flexion.
- FLXZ : EVOLUTIO_n, courbe de comportement pour des sollicitations en flexion dans le plan xOy, avec en abscisse des produits (rotation \times longueur de l'élément) et en ordonnée des moments de flexion.
- CISY : EVOLUTIO_n, courbe de comportement pour des sollicitations en cisaillement dans le plan xOy, avec en abscisse des déplacements et en ordonnée des efforts tranchants.
- CISZ : EVOLUTIO_n, courbe de comportement pour des sollicitations en cisaillement dans le plan xOz, avec en abscisse des déplacements et en ordonnée des efforts tranchants.

Remarques :

- Il faut définir au moins une loi pour un matériau.
- Pour un matériau on ne peut définir qu'une loi en flexion (FLXY ou FLXZ) et qu'une loi en cisaillement (CISY ou CISZ).
- Pour des lois de comportement en compression-traction et en flexion l'élément fini peut être POUT ou TIMO, pour les lois en cisaillement on ne peut utiliser que l'élément TIMO.
- les objets de type EVOLUTIO_n doivent décrire les lois depuis les valeurs négatives (2 ou 3 points) jusqu'aux valeurs positives (2 ou 3 points), en passant par l'origine, soit 5 ou 7 points au total.



2.18 CAM_CLAY

2.18.1 Description du modèle

Modèle ayant un comportement élastique non-linéaire en volume et plastique en volume et en distorsion.

2.18.2 Description des paramètres

- E0 : indice des vides initial.
- M : coefficient de frottement.
- COHE : cohésion.
- P0 : pression de pré-consolidation.
- KAPA : pente élastique dans un diagramme e-log(p).
- LAMD : pente plastique dans un diagramme e-log(p).
- G1 : module de cisaillement.

2.19 HUJEUX

2.19.1 Description du modèle

Modèle de comportement de sols et de certains milieux granulaires (pour les sables et certaines argiles), ayant un comportement plastique en volume et en distorsion.

Notations :

- $\underline{\underline{\xi}}^e$: tenseur des déformations élastiques
- $\underline{\underline{\xi}}^p$: tenseur des déformations inélastiques
- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes
- e^p : trace de $\underline{\underline{\xi}}^p$ ($e^p = Tr(\underline{\underline{\xi}}^p)$)
- e^q : second invariant du déviateur de $\underline{\underline{\xi}}^p$ ($e^q = J_2(\underline{\underline{\xi}}^p)$)
- P : pression hydrostatique ($P = (1/3)Tr(\underline{\underline{\sigma}})$)
- q : second invariant du déviateur de $\underline{\underline{\sigma}}$ ($q = J_2(\underline{\underline{\sigma}})$)
- K_1 : module d'incompressibilité
- G_1 : module de cisaillement

Équations du modèle :

- Élasticité :

$$dp = K_1 \cdot P_1 \cdot \left(\left(-\frac{P}{P_1} \right)^N \cdot Tr(d\underline{\underline{\xi}}^e) \right)$$

$$dq = 3G_1 \cdot P_1 \cdot \left(\left(-\frac{P}{P_1} \right)^N \cdot \left(d\underline{\underline{\xi}}^e - \left(\frac{1}{3} Tr(d\underline{\underline{\xi}}^e) \right) \underline{\underline{1}} \right) \right)$$

- Critère :

$$f = \frac{q}{M} \cdot (COHE - P) + R \cdot \left(B \cdot \ln \left(\frac{COHE - P}{COHE + P_c} \cdot e^{-1/B} \right) - 1 \right)$$

- Écrouissage :

$$R = R_0 + \frac{e^q}{e^q + A}$$

$$P_c = (P_0 + COHE) \cdot e^{-BETA \cdot e^p} - COHE$$

- Potentiel d'écoulement :

$$g = \frac{q}{M} \cdot (\text{COHE} - P) + \ln(\text{COHE} - P)$$

2.19.2 Description des paramètres

- M : coefficient de frottement.
- COHE : cohésion.
- P0 : pression de pré-consolidation (> 0).
- E1 : module d'élasticité de référence.
- P1 : pression correspondant à la valeur E1 fournie.
- BETA : module de compressibilité plastique.
- A : coefficient dans la loi d'écrouissage.
- B : coefficient différent de 0.
- R0 : valeur initiale de R.
- N : exposant de la loi élastique non linéaire (compris entre 0 et 1, mais différent de 1).

2.20 GURSON

2.20.1 Description du modèle

Modèle plastique basée sur la surface de Gurson qui dépend de la pression. La porosité est introduite comme variable interne. Ce modèle est utilisé pour la rupture ductile par croissance de cavités. Il n'est implanté qu'en 3D et en axisymétrie.

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes.
- $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$: tenseur des déformations plastiques.
- σ_{eq} : contrainte équivalente au sens de Von Mises
- P : pression hydrostatique $\left(P = (1/3)Tr(\underline{\underline{\sigma}}) \right)$
- ε_{eq}^p : déformation plastique équivalente $\left(\varepsilon_{eq}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{\varepsilon}}^p : \underline{\underline{\varepsilon}}^p} \right)$

Critère :

$$f = \sigma_{eq} - (\text{SIGY} + H \cdot \varepsilon_{eq}^p) \cdot \left(1 + \text{PORO}^2 - 2 \cdot \text{PORO} \cdot \cosh \left(-1.5 \frac{P}{\text{SBAR}} \right) \right)$$

2.20.2 Description des paramètres

- SIGY : limite élastique initiale.
- H : coefficient d'écrouissage (Prandtl-Reuss).
- SBAR : limite élastique hétérogène.
- PORO : porosité initiale.

2.21 JOINT_DILATANT

2.21.1 Description du modèle

Modèle de joint avec critère de type Mohr-Coulomb et écoulement non associé (en 2D contraintes planes, déformations planes).



2.21.2 Description des paramètres

- PHI : angle de frottement (utilisé dans le critère).
- MU : angle de dilatance (utilisé dans le potentiel d'écoulement).
- FTRC : résistance maximale en traction.

2.22 JOINT_SOFT

2.22.1 Description du modèle

Modèle de joint avec critère de type Mohr-Coulomb et adoucissement en traction et en cisaillement. L'écoulement se fait sans dilatance (en 2D contraintes planes, déformations planes).

2.22.2 Description des paramètres

- PNOR : position de la pointe (hypothétique) du cône.
- SJTB : EVOLUTION, relation contrainte normale - ouverture du joint en traction (valeur positive pour la traction).
- SJCB : EVOLUTION, relation contrainte normale - fermeture du joint en traction (valeur positive pour la traction).
- SJSB : EVOLUTION, relation contrainte de cisaillement - glissement en cisaillement pour une contrainte normale nulle.
- BETA : paramètre contrôlant la décharge en cisaillement.
- CPLG : définition des couplages.

2.23 JOINT_COAT

2.23.1 Description du modèle

Modèle de joint en cisaillement avec critère de plasticité isotrope, adoucissement et endommagement (en 2D contraintes planes, déformations planes).

2.23.2 Description des paramètres

- SJSB : EVOLUTION, relation contrainte de cisaillement - glissement en cisaillement.
- BETA : paramètre contrôlant la décharge.

2.24 ANCRAGE_ELIGEHAUSEN

2.24.1 Description du modèle

Modèle de glissement acier/béton reprenant la loi d'Eligehausen (sous chargement monotone). La relation contrainte de cisaillement - glissement possède un plateau puis est adoucissante de façon linéaire. Le comportement du joint en traction/compression est linéaire élastique.

2.24.2 Description des paramètres

- S1T : glissement au début du plateau.
- S2T : glissement à la fin du plateau.
- S3T : glissement à la fin de l'adoucissement.
- T1T : contrainte de cisaillement sur le plateau.
- T3T : contrainte de cisaillement résiduelle après la fin de l'adoucissement.

- ALFA : paramètre définissant la première partie de la courbe située avant le plateau (valeur conseillée : 0.4).
- PERI : périmètre de la barre d'acier.

2.25 RICJOI (2D et 3D)

2.25.1 Description des modèles

Modèles d'interface acier/béton avec (ou sans) prise en compte de la corrosion. Leur support sont les éléments joints 2D et 3D. Ils sont bien adaptés aux cas des chargements complexes (monotones, cycliques alternés).

Références :

- RICHARD B., RAGUENEAU F., CREMONA C. and ADELAIDE L., « A three-dimensional steel/concrete model including corrosion effects », *Engineering Fracture Mechanics*, **77**, pp. 951-973, (2010).
- ADELAIDE L., RICHARD B., RAGUENEAU F. and CREMONA C., « Thermodynamical admissibility of a set of constitutive equations coupling elasticity, isotropic damage and internal sliding. Comptes Rendus Mécanique. **338**, pp. 158-153, (2010).

2.25.2 Description des paramètres

Paramètres mécaniques (sans corrosion) :

- AD : fragilité (1. E-5).
- Y0 : seuil en énergie pour l'endommagement (50).
- ALPA : coefficient de couplage des modes I et II (6).
- GAIN : module d'écrouissage cinématique 1 (2 E9).
- AAIN : module d'écrouissage cinématique 2 (5 E-7).

Paramètres liés au phénomène de corrosion :

- Q1CO : coefficient critère de Gurson 1 (3.5).
- Q2CO : coefficient critère de Gurson 2 (0.9).
- Q3CO : coefficient critère de Gurson 3 (0.1).
- SYCO : contrainte d'activation du critère de Gurson (-1 E6 Pa).
- NCOE : coefficient d'écrouissage 1 (2).
- KCOE : coefficient d'écrouissage 1 (1 E10).
- TC : degré de corrosion macroscopique (perte de section).
- GONF : 0 si pas de gonflement et 1 sinon.

2.26 COULOMB

2.26.1 Description du modèle

Modèle de joint dilatant avec critère de type Mohr-Coulomb et écoulement associé (en 3D isotrope, 2D axisymétrie, contraintes planes, déformations planes).

2.26.2 Description des paramètres

- EF : seconde raideur normale.
- ECN : seuil de déformation en dessous duquel la raideur normale passe de KN à EF (à rentrer en valeur absolue).
- COHE : cohésion (utilisé dans le critère).



- FRIC : angle de friction (utilisé dans le critère).
- (FTRC) : résistance maximale en traction (0 par défaut).

2.27 AMADEI

2.27.1 Description du modèle

Modèle de joint à comportement incrémental non linéaire et comportement post-pic adoucissant en cisaillement (en 3D isotrope, 2D axisymétrie, déformations planes).

2.27.2 Description des paramètres

- FIMU : angle de frottement entre les aspérités.
- SGMT : valeur limite en compression pure.
- I0 : angle initial d'inclinaison des aspérités.
- S0 : cohésion.
- B0 : rapport entre les cisaillements résiduel et pic pour les faibles compressions.
- UP : valeur du déplacement tangentiel associé au pic.
- UR : valeur du déplacement tangentiel associé au début du comportement en cisaillement résiduel.
- KNI : raideur normale initiale du joint.
- FIO : angle de frottement résiduel entre les aspérités.
- VM : déplacement normal correspondant à la fermeture maximale du joint et compté positivement en compression.

2.28 ACIER_UNI

2.28.1 Description du modèle

Modèle de comportement uni-axial de l'acier de Menegotto-Pinto modifié pour prendre en compte le flambage du ferrailage. Utilisable pour les éléments modélisant une section de poutre (modèle à fibre) et les éléments de barre.

2.28.2 Description des paramètres

- STSY : contrainte de plasticité.
- STSU : contrainte ultime.
- EPSH : déformation de début d'écrouissage.
- EPSU : déformation ultime.
- ROFA : coefficient R0.
- BFAC : rapport de la rigidité d'écrouissage cyclique avec la rigidité élastique.
- A1FA : coefficient A1.
- A2FA : coefficient A2.
- FALD : rapport de la longueur entre deux renfort de cisaillement avec le diamètre de la barre.
- A6FA : coefficient A6.
- CFAC : coefficient C.
- AFAC : coefficient A.

2.29 ACIER_ANCRAGE

2.29.1 Description du modèle

Modèle de comportement d'ancrage ou de recouvrement basé sur de le modèle d'acier ACIER_UNI et le modèle de glissement acier/béton ANCRAGE_ELIGEHAUSEN. Ce modèle est basé sur l'équilibre entre la traction dans les aciers et les contraintes de cisaillement à l'interface acier-béton (supposées uniforme sur toute la longueur d'ancrage). Cet équilibre est réalisé de façon itérative. Cette loi uni-axiale est valable pour les éléments modélisant une section de poutre (modèle à fibre) et les éléments de barre.

2.29.2 Description des paramètres

- LANC : longueur d'ancrage.
- SECT : section d'une barre d'acier.

Données relatives au modèle de glissement :

- G12 : module de cisaillement.
- S1T : glissement au début du plateau.
- S2T : glissement à la fin du plateau.
- S3T : glissement à la fin de l'adoucissement.
- T1T : contrainte de cisaillement sur le plateau.
- T3T : contrainte de cisaillement résiduelle après la fin de l'adoucissement.
- ALFA : paramètre définissant la première partie de la courbe située avant le plateau (valeur conseillée : 0.4).

Données relatives au modèle d'acier :

- STSY : contrainte de plasticité.
- STSU : contrainte ultime.
- EPSH : déformation de début d'érouissage.
- EPSU : déformation ultime.
- ROFA : coefficient R0.
- BFAC : rapport de la rigidité d'érouissage cyclique avec la rigidité élastique.
- A1FA : coefficient A1.
- A2FA : coefficient A2.
- FALD : rapport de la longueur entre deux renfort de cisaillement avec le diamètre de la barre.
- A6FA : coefficient A6.
- CFAC : coefficient C.
- AFAC : coefficient A.

2.30 BETON_UNI

2.30.1 Description du modèle

Modèle de comportement du béton de Hognestad, avec ou sans confinement, utilisable pour les éléments modélisant une section de poutre (modèle à fibre) et les éléments de barre.

2.30.2 Description des paramètres

- STFC : contrainte de compression au pic.
- EZER : déformation de compression au pic.
- STFT : contrainte de traction au pic.
- ALF1 : paramètre de confinement.



2.31. BETON_BAEL

- OME1 : paramètre de confinement.
- ZETA : pente de la partie descendante de la courbe de compression.
- ST85 : plateau de la courbe de compression.
- TRAF : facteur définissant l'adoucissement de traction.
- STPT : contrainte résiduelle en traction.

Paramètres définissant la courbe de fermeture et d'ouverture de la fissure :

- FAMX : facteur F1 (définissant le point de refermeture). FAMX doit être positif pour avoir un sens physique. Si sa valeur est négative, la loi de fermeture de fissure raide est prise et les paramètres STPT, FAMX, FACL, FAM1 et FAM2 ne sont pas pris en compte par le modèle.
- FACL : facteur F2 (définissant le point d'ouverture complète).
- FAM1 : facteur F1' (définissant la pente associée à F1).
- FAM2 : facteur F2' (définissant la pente associée à F2).

2.31 BETON_BAEL

2.31.1 Description du modèle

Cette loi uni-axiale reprend la loi donnée pour le béton par le BAEL pour la compression. Le modèle est plastique en compression et unilatéral en traction (avec résistance nulle). Utilisable pour les éléments modélisant une section de poutre (modèle à fibre) et les éléments de barre.

2.31.2 Description des paramètres

- FC : résistance en compression.

2.32 MAZARS

2.32.1 Description du modèle

Modèle d'endommagement scalaire isotrope pour le béton (bien adapté aux chargements monotones) pour les éléments modélisant une section de poutre (modèle à fibre). Ce modèle a été implémenté dans le modèle à fibre dans sa formulation 3D complète et non pas uni-axiale.

2.32.2 Description des paramètres

- KTR0 : seuil en déformation pour la traction (1. E-04).
- ACOM : paramètre pour la compression (1.4).
- BCOM : paramètre pour la compression (1900).
- ATRA : paramètre pour la traction (0.8).
- BTRA : paramètre pour la traction (17000).
- BETA : correction pour le cisaillement (1.06).

2.33 UNILATERAL

2.33.1 Description du modèle

Modèle d'endommagement scalaire isotrope à deux variables pour le béton, avec gestion des refermetures de fissures (bien adapté aux chargements cycliques) pour les éléments modélisant une section de poutre (modèle à fibre) et les éléments de barre (modèle de Laborderie).

2.33.2 Description des paramètres

- YS1 : seuil en énergie pour la traction (2.5 E-4 MPa)
- YS2 : seuil en énergie pour la compression (1.5 E-3 MPa)
- A1 : paramètre pour la traction (5000 MPa)
- B1 : paramètre pour la traction (1.5)
- A2 : paramètre pour la compression (10 MPa)
- B2 : paramètre pour la compression (1.5)
- BET1 : gère les déformations inélastiques en traction (1 MPa)
- BET2 : gère les déformations inélastiques en compression (-40 MPa)
- SIGF : contrainte de refermeture de fissures (-3.5 MPa)

2.34 FRAGILE_UNI

2.34.1 Description du modèle

Modèle d'endommagement et unilatéral fragile en traction et en compression. L'adoucissement est hyperbolique avec possibilité de contrainte résiduelle. Utilisable pour les éléments modélisant une section de poutre (modèle à fibre).

2.34.2 Description des paramètres

- FC : résistance en compression.
- FC_R : contrainte résiduelle en compression.
- STRC : déformation contrôlant l'adoucissement en compression.
- FT : résistance en traction.
- FT_R : contrainte résiduelle en traction.
- STRT : déformation contrôlant l'adoucissement en traction.

2.35 STRUT_UNI

2.35.1 Description du modèle

Modèle de diagonale et tirant pour un comportement en cisaillement non-linéaire. Utilisable pour les éléments modélisant une section de poutre (modèle à fibre).

2.35.2 Description des paramètres

Pour le béton :

- STFC : contrainte de compression au pic.
- EZER : déformation de compression au pic.
- STFT : contrainte de traction au pic.
- ALF1 : paramètre de confinement.
- OME1 : paramètre de confinement.
- ZETA : pente de la partie descendante de la courbe de compression.
- ST85 : plateau de la courbe de compression.
- TRAF : facteur définissant l'adoucissement de traction.
- STPT : contrainte résiduelle en traction.
- FAMX : facteur F1 (définissant le point de refermeture).
- FACL : facteur F2 (définissant le point d'ouverture complète).
- THET : inclinaison de la diagonale (en degré).



Pour l'acier :

- YOUS : module d'élasticité
- STSY : contrainte de plasticité
- STSU : contrainte ultime
- EPSH : déformation de début d'écrouissage
- EPSU : déformation ultime
- ROFA : coefficient R0
- BFAC : rapport de la rigidité d'écrouissage cyclique avec la rigidité élastique
- A1FA : coefficient A1
- A2FA : coefficient A2
- ROST : Densité volumique de cadre
- EULT : Déformation ultime utilisée pour le calcul de l'indice d'endommagement. Si $|EULT| > 1$, les indices d'endommagement des deux bielles valent 0. Si $EULT < 0$, les indices sont fonctions de la déformation maximale en compression dans le béton. Si $EULT > 0$, les indices sont fonctions de la position de l'axe neutre.

2.36 CISAIL_NL

2.36.1 Description du modèle

Modèle non linéaire d'endommagement-plasticité avec adoucissement reliant cisaillement et effort tranchant. Cette loi peut être utilisée sur un élément de poutre TIMO comme modèle global ou comme matériau d'une section de poutre (modèle à fibre). La loi est non linéaire dans la direction Oz du repère local de la poutre.

2.36.2 Description des paramètres

- DELP : déformation limite du domaine élastique (sens positif).
- DELM : déformation limite du domaine élastique (sens négatif).
- DMAP : endommagement maximum lors de la plastification (sens positif).
- DMAN : endommagement maximum lors de la plastification (sens négatif).
- BETA : paramètre de pincement.
- ALFA : paramètre réglant la vitesse de la dégradation de résistance sous chargement cyclique.
- TETA : fraction de la résistance résiduelle après complète dégradation sous chargement cyclique.
- MONP : évolution de l'effort tranchant (ou de la contrainte de cisaillement) en fonction de la déformation plastique (sens positif).
- MONN : évolution de l'effort tranchant (ou de la contrainte de cisaillement) en fonction de la déformation plastique (sens négatif).

2.37 INFILL_UNI

2.37.1 Description du modèle

Modèle non linéaire d'endommagement-plasticité uni-latéral avec adoucissement en compression et sans résistance en traction (élément de barre uniquement). Cette loi peut être utilisée sur deux éléments de barre comme modèle global pour modéliser les murs de remplissage en maçonnerie.

2.37.2 Description des paramètres

- DELA : déformation limite du domaine élastique.
- DMAX : endommagement maximum lors de la plastification.
- BETA : paramètre de pincement.

- GAMM : paramètre réglant la position du point de rechargement.
- GAMP : paramètre réglant la position du point de rechargement.
- ALFA : paramètre réglant la vitesse de la dégradation de résistance sous chargement cyclique.
- TETA : fraction de la résistance résiduelle après complète dégradation sous chargement cyclique.
- MONO : évolution de la force axiale de compression en fonction de la déformation plastique (attention, la compression est prise positive).

2.38 PARFAIT_UNI

2.38.1 Description du modèle

Modèle d'acier élasto-plastique avec écrouissage cinématique. Utilisable pour les éléments modélisant une section de poutre.

2.38.2 Description des paramètres

- SIGY : limite élastique.
- H : module d'écrouissage (H=0 pour un modèle plastique parfait).

2.39 PARFAIT_ANCRAGE

2.39.1 Description du modèle

Modèle de comportement d'ancrage ou de recouvrement basé sur de le modèle d'acier PARFAIT_UNI et le modèle de glissement acier/béton ANCRAGE_ELIGEHAUSEN. Cette loi uni-axiale est basée sur l'équilibre entre la traction dans les aciers et les contraintes de cisaillement à l'interface acier-béton (supposées uniforme sur toute la longueur d'ancrage). Cet équilibre est réalisé de façon itérative. Utilisable pour les éléments modélisant une section de poutre (modèle à fibre) et les éléments de barre.

2.39.2 Description des paramètres

- LANC : longueur d'ancrage.
- SECT : section d'une barre d'acier.

Données relatives au modèle de glissement :

- G12 : module de cisaillement
- S1T : glissement au début du plateau
- S2T : glissement à la fin du plateau
- S3T : glissement à la fin de l'adoucissement
- T1T : contrainte de cisaillement sur le plateau
- T3T : contrainte de cisaillement résiduelle après la fin de l'adoucissement
- ALFA : paramètre définissant la première partie de la courbe située avant le plateau (valeur conseillée : 0.4)

Données relatives au modèle d'acier :

- SIGY : limite élastique
- H : module d'écrouissage (H=0 pour un modèle plastique parfait)



2.40 OTTOSEN

2.40.1 Description du modèle

Modèle de comportement des matériaux fragiles écrit selon l'approche des modèles de fissuration fictive. Lorsque l'endommagement est localisé, le modèle tient compte d'un paramètre de taille donnant une mesure de la zone dégradée afin d'assurer un calcul objectif vis à vis du choix du maillage.

2.40.2 Description des paramètres

- LTR : limite en traction (par défaut $YOUN*1.2 E-4$).
- GFTR : taux de restitution d'énergie, nommé aussi énergie de fissuration (par défaut $LTR*3.9 E-5$, mais cette valeur correspond à des unités SI).
- GS : module traduisant la perte de résistance au cisaillement d'une fissure avec son ouverture (usuellement compris entre 2 et 6 MPa et par défaut $YOUN*1.8 E-4$).
- BTR : fraction non recouvrable de l'ouverture d'une fissure (par défaut 0.2).
- LCS : limite en compression simple (par défaut le matériau est élastique en compression).
- LCBI : limite en bi-compression (par défaut $1.15*LCS$).
- EPCM : déformation plastique au pic, en compression simple (par défaut $4.*LCS/(3.*YOUN)$).
- EPCU : déformation plastique ultime, en compression simple (par défaut $5.*EPCM$).

Remarques : Il faut obligatoirement adjoindre au MCHAML de de sous-type CARACTERISTIQUES construit par l'opérateur MATE, le MCHAML résultat de l'opérateur TAILle appliqué au modèle de calcul. Par ailleurs, en déformations planes et en axisymétrique, on peut définir en plus :

- EPSR : déformation à rupture dans la direction normale au plan de représentation.

2.41 BETON_INSA

2.41.1 Description du modèle

Modèle de béton. Fonctionne en contraintes planes (2D ou coques minces), en déformations planes ou en axisymétrie.

2.41.2 Description des paramètres

- ALFA : rapport des contraintes ultimes en traction simple et en compression simple (par défaut 0.1).
- LCS : contrainte ultime en compression simple (par défaut $YOUN*1. E-3$).
- EMAX : déformation de rupture en compression simple (par défaut $10.*LCS/YOUN$).
- EPUT : déformation de rupture en traction simple (par défaut $3*ALFA*LCS/YOUN$).
- ICOM : choix du type de comportement à l'intérieur du domaine ultime. Si $ICOM = 0$, le comportement est élasto-plastique écrouissable. Si $ICOM = 1$, le comportement est élastique. La valeur, par défaut, est 0.
- FTC : coefficient résiduel de réduction du module de cisaillement en cas de fissuration (compris entre 0 et 1, par défaut 0.1)
- GFTR : énergie de fissuration (si EPUT n'est pas donnée, la valeur par défaut de GFTR est 0.15) si GFTR est donnée il n'est pas nécessaire de donner EPUT.

2.42 PARFAIT_INSA

2.42.1 Description du modèle

Modèle plastique parfait pour le comportement orthotrope découplé de coques minces.

2.42.2 Description des paramètres

- SIG1 : limite élastique dans la première direction d'orthotropie.
- SIG2 : limite élastique dans la deuxième direction d'orthotropie.

2.43 ECROUIS_INSA

2.43.1 Description du modèle

Modèle plastique écrouissable pour le comportement orthotrope découplé de coques minces.

2.43.2 Description des paramètres

- TRA1 : EVOLUTION, courbe de traction dans la première direction d'orthotropie, avec en abscisse les déformations et en ordonnée les contraintes. Elle doit contenir comme premier point, le point (0,0) et comme second point, le point correspondant à la limite élastique.
- TRA2 : EVOLUTION, courbe de traction dans la deuxième direction d'orthotropie, avec en abscisse les déformations et en ordonnée les contraintes. Elle doit contenir comme premier point, le point (0,0) et comme second point, le point correspondant à la limite élastique.

2.44 BETOCYCL

2.44.1 Description du modèle

Modèle plastique reproduisant la dégradation de résistance en compression sous chargement cyclique. Le modèle comporte deux surfaces (une « intérieure » et une « extérieure ») ayant chacune un mécanisme de traction et un de compression du type Rankine. Une partie de l'écrouissage isotrope du mécanisme de compression de la grande surface est due à l'écrouissage cinématique de la petite surface. Ce modèle a été développé pour la modélisation de structures planes en maçonnerie soumises à des chargements cycliques (en 2D contraintes planes).

2.44.2 Description des paramètres

- HHH1 : module d'écrouissage cinématique de la petite surface.
- FTPE : limite originelle de traction de la petite surface
- FCPE : limite originelle de compression de la petite surface
- FTGR : limite originelle de traction de la grande surface
- FCGR : limite originelle de compression de la grande surface
- WOR0 : travail cyclique de référence
- TREV : EVOLUTION, évolution de l'écrouissage isotrope de traction
- COEV : EVOLUTION, évolution de l'écrouissage isotrope de compression
- LCAT : longueur associée à la courbe de traction
- LCAC : longueur associée à la courbe de compression
- EPSO : paramètre d'endommagement cyclique (déformation)

Remarques : Les huit premiers paramètres sont calculés par la procédure IDENTI à partir des courbes de traction, de compression simples, du maillage et des autres paramètres. L'utilisation de longueurs associées aux courbes de traction et compression permet de limiter la dépendance vis-a-vis du maillage.



2.45 STEINBERG

2.45.1 Description du modèle

Modèle de comportement de Steinberg-Cochran-Guinan utilisable pour des éléments massifs. Ce modèle a été élaboré pour reproduire le comportement sous choc des solides métalliques.

Notations :

- $\underline{\underline{e}}^p$: déviateur du tenseur des déformations plastiques
- $\underline{\underline{\sigma}}$: le tenseur des contraintes
- P : la pression hydrostatique $\left(P = -(1/3)Tr(\underline{\underline{\sigma}})\right)$
- ϵ_{eq}^p : déformation plastique équivalente $\left(\epsilon_{eq}^p = \sqrt{\frac{2}{3}\underline{\underline{\epsilon}}^p : \underline{\underline{\epsilon}}^p}\right)$.
- G : module de cisaillement.
- T : température (en Kelvin)
- T_M : température de fusion
- ρ : densité courante du matériau
- ρ_0 : densité initiale du matériau
- η : la compression ($\eta = \rho/\rho_0$)

Équations du modèle :

- Limite d'écoulement Y :

$$Y = SIGY \cdot (1 + BETA \cdot (\epsilon_{eq}^p + EPSI))^{N \cdot G/G_0}$$

$$SIGY \cdot (1 + BETA \cdot (\epsilon_{eq}^p + EPSI))^N < YMAX$$

- Module de cisaillement G :

$$G = G_0 + G'_p \cdot \frac{P}{\eta^{1/3}} + G'_T \cdot (T - 300)$$

$$G_0 = \frac{E_0}{2 \cdot (1 + \nu_0)}$$

avec : E_0 le module d'élasticité initial, ν_0 le coefficient de Poisson (constant) et G_0 le module de cisaillement initial.

- Température de fusion :

$$T_M = TM_0 \cdot \frac{e^{2 \cdot MU \cdot (1 - \frac{1}{\eta})}}{\eta^{2/3}}$$

si $T > T_M$, alors :

$$G = Y = 0$$

dès lors, la trace de la déformation plastique est nulle et le déviateur des déformations élastiques est nul. Le module de cisaillement G est donné sécant, c'est-à-dire :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \mathbb{C} : \underline{\underline{\epsilon}} \quad \text{et} \quad d\underline{\underline{\sigma}} = \mathbb{C} : d\underline{\underline{\epsilon}} + d\mathbb{C} : \underline{\underline{\epsilon}}$$

2.45.2 Description des paramètres

- SIGY : limite d'écoulement initial.
- BETA : coefficient BETA de l'écrouissage.
- N : coefficient N de l'écrouissage.
- EPSI : déformation plastique équivalente initiale.
- GP : pente du module de cisaillement par rapport à la pression (sans unité, correspond au terme G'_p).

- GT : EVOLUTIO_n, terme corrigeant le module de cisaillement en fonction de la température (homogène au module de cisaillement, correspond au terme $G'_T \cdot (T - 300)$ de la loi constitutive).
- YMAX : limite d'écoulement maximale à module de cisaillement constant.
- TMO : température de fusion du matériau pour $\eta = 1$.
- MU : coefficient intervenant dans le calcul de la température de fusion.

2.46 ZERILLI

2.46.1 Description du modèle

Modèle de comportement de Zerilli-Armstrong utilisable pour des éléments massifs. Il propose une formulation mathématique de la contrainte d'écoulement au sens de Von Mises s'appuyant sur la théorie des dislocations.

Notations

- T : la température
- $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}$: tenseur des vitesses de déformation
- $\underline{\underline{\epsilon}}^p$: tenseur des déformations plastiques
- $\dot{\epsilon}_{eq}$: vitesse de déformation totale équivalente ($\dot{\epsilon}_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}}$)
- ϵ_{eq}^p : déformation plastique équivalente ($\epsilon_{eq}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{\epsilon}}^p : \underline{\underline{\epsilon}}^p}$)

Équations du modèle

- Limite d'élasticité Y pour les matériaux cubiques à faces centrées (CFC) :

$$Y = \text{DYG} + C'_2 \cdot \sqrt{\epsilon_{eq}^p} \cdot e^{-C'_3 \cdot T + C'_4 \cdot T \cdot \ln(\dot{\epsilon}_{eq})} + \text{K} \cdot \text{L}^{-1/2}$$

- Limite d'élasticité Y pour les matériaux cubiques centrés (CC) :

$$Y = \text{DYG} + C'_1 \cdot e^{-C'_3 \cdot T + C'_4 \cdot T \cdot \ln(\dot{\epsilon}_{eq})} + C'_5 \cdot (P')^N + \text{K} \cdot \text{L}^{-1/2}$$

2.46.2 Description des paramètres

- DYG.
- C1 : coefficient C'_1 .
- C2 : coefficient C'_2 .
- C3 : EVOLUTIO_n, terme correspondant à $C'_3 \cdot T$ en fonction de la température.
- C4 : EVOLUTIO_n, terme correspondant à $C'_4 \cdot T$ en fonction de la température.
- C5 : coefficient C'_5 .
- N.
- K.
- L : diamètre moyen d'un grain.
- TYPE : type de structure du matériau. Si la structure est CFC : TYPE=0. Si la structure est CC : TYPE=1.

2.47 PRESTON

2.47.1 Description du modèle

Modèle de comportement de Preston-Tonks-Wallace utilisable pour des éléments massifs. Il propose une formulation mathématique de la contrainte d'écoulement s'appuyant, d'une part sur la théorie des dislocations et d'autres part sur la théorie de l'analyse dimensionnelle.

**Notations :**

- $\underline{\dot{\underline{\epsilon}}}$: vitesse de déformation totale
- $\dot{\underline{\epsilon}}_{eq}$: vitesse de déformation totale équivalente $\left(\dot{\underline{\epsilon}}_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3}\underline{\dot{\underline{\epsilon}}} : \underline{\dot{\underline{\epsilon}}}}\right)$
- $\underline{\underline{\epsilon}}^p$: déformation plastique
- $\underline{\underline{\epsilon}}_{eq}^p$: déformation plastique équivalente $\left(\underline{\underline{\epsilon}}_{eq}^p = \sqrt{\frac{2}{3}\underline{\underline{\epsilon}}^p : \underline{\underline{\epsilon}}^p}\right)$
- G : module de cisaillement.
- T : température (en Kelvin)
- T_M : température de fusion
- ρ : densité courante du matériau
- ρ_0 : densité initiale du matériau
- η : la compression ($\eta = \rho/\rho_0$)
- $X = \frac{1}{6}\sqrt{\frac{4}{\pi}}\omega$
- ω : pulsation de Debye $\left(\omega = \sqrt{\frac{G}{\rho}}\right)$

Équations du modèle :

- Termes adimensionnels :

$$Y' = \frac{Y}{G}$$

$$T' = \frac{T}{T_M}$$

$$\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}'_{eq} = \frac{\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}_{eq}}{X}$$

- Terme adimensionnel de contrainte de saturation Y_S :

$$S_1 = S_0 - (S_0 - S_{INF}).\text{erf}\left(K'.T'.\ln\left(\frac{g}{\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}'_{eq}}\right)\right)$$

$$S_2 = S_0.\frac{\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}'_{eq} \text{ BETA}}{g}$$

$$Y_S = \max(S_1, S_2)$$

- Terme adimensionnel de limite d'élasticité Y_L :

$$L_1 = Y_0 - (Y_0 - Y_{INF}).\text{erf}\left(K'.T'.\ln\left(\frac{g}{\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}'_{eq}}\right)\right)$$

$$L_2 = Y_1.\left(\frac{\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}'_{eq}}{g}\right)^{Y_2}$$

$$Y_L = \max(L_1, \min(L_2, S_2))$$

- Terme adimensionnel de contrainte d'écoulement Y' dans le cas de matériaux Cubiques Centrés (CC) : $P=0$

$$Y' = Y_S - (Y_S - Y_L).e^{-\text{TAU}.\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}'_{eq}/(Y_S - Y_L)}$$

- Terme adimensionnel de contrainte d'écoulement Y' dans le cas des autres matériaux : $P \neq 0$

$$C_1 = (S_0 - Y_L).\left(e^{P.(Y_S - Y_L)/(S_0 - Y_L)} - 1\right)$$

$$C_2 = 1 - e^{-P.(Y_S - Y_L)/(S_0 - Y_L)}$$

$$Y' = Y_S + \frac{(S_0 - Y_L)}{P}.\ln\left(1 - C_2.e^{-P.\text{TAU}.\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}'_{eq}/C_1}\right)$$

– Module de cisaillement G :

$$G = G_0 + G'_p \cdot \frac{P}{\eta^{1/3}} + G'_T \cdot (T - 300)$$

$$G_0 = \frac{E_0}{2 \cdot (1 + \nu_0)}$$

avec : E_0 le module d'élasticité initial, ν_0 le coefficient de Poisson (constant) et G_0 le module de cisaillement initial.

– Température de fusion :

$$T_M = T_{M0} \cdot \frac{e^{2 \cdot \text{MU} \cdot (1 - \frac{1}{\eta})}}{\eta^{2/3}}$$

si $T > T_M$, alors :

$$G = Y = 0$$

dès lors, la trace de la déformation plastique est nulle et le déviateur des déformations élastiques est nul. Le module de cisaillement G est donné sécant, c'est-à-dire :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad \text{et} \quad d\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}} : d\underline{\underline{\varepsilon}} + d\underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}}$$

2.47.2 Description des paramètres

- RHO : densité initiale du matériau.
- TAU : paramètre sans dimension utilisé dans la loi d'écroûissage du modèle.
- P : paramètre sans dimension. Si $P=0$, on est dans le cas des matériaux à structure cubique centré (CC). Sinon, on est dans le cas des matériaux à structure cristallographique différente.
- S0 : paramètre sans dimension (donne la contrainte de saturation pour $T = 0\text{K}$).
- SINFINF : paramètre sans dimension (donne la contrainte de saturation pour T infini).
- K : EVOLUTION, paramètre sans dimension $K' \cdot T'$ utilisé dans le calcul de la contrainte de saturation et la limite élastique (en fonction de la température).
- G : paramètre sans dimension g utilisé dans le calcul de la contrainte de saturation et la limite élastique.
- Y0 : paramètre sans dimension (donne la limite d'élasticité pour $T = 0\text{K}$).
- YINFINF : paramètre sans dimension (donne la limite d'élasticité pour T infini).
- Y1 : paramètre sans dimension utilisé dans le calcul de la limite d'élasticité.
- Y2 : paramètre sans dimension utilisé dans le calcul de la limite d'élasticité.
- BETA : paramètre sans dimension utilisé dans le calcul de la limite d'élasticité et de la contrainte de saturation.
- GP : pente du module de cisaillement par rapport à la pression (sans unité, correspond au terme G'_p)
- GT : EVOLUTION, terme corrigeant le module de cisaillement en fonction de la température (homogène au module de cisaillement, correspond au terme $G'_T \cdot (T - 300)$ de la loi constitutive).
- TMO : température de fusion du matériau pour $\eta = 1$.
- MU : coefficient intervenant dans le calcul de la température de fusion.

2.48 INTIMP

2.48.1 Description du modèle

Modèle d'acier corrodé avec prise en compte de la dégradation de l'interface acier/béton sans/avec corrosion.



2.48.2 Description des paramètres

Modèle d'acier :

- SOCT : section d'acier (fonction de l'acier).
- SOGS : limite d'élasticité (400 MPa).
- DCS : endommagement critique (0.2).
- TCS : degré de corrosion en terme de perte de section lié à l'acier (0).
- MS : exposant d'écroûissage (2.786).
- KS : facteur d'écroûissage (500 MPa).

Modèle d'interface :

- GCEO : module de Coulomb (15 GPa).
- AD : fragilité (7.5 E-5).
- GAMC : coefficient d'écroûissage cinématique 1 (7. E9).
- ACOE : coefficient d'écroûissage cinématique 2 (5. E-7).
- LCCO : longueur d'ancrage (fonction de la longueur des éléments, 1 si CA).
- EPSC : déformation seuil de l'endommagement (1. E-4).
- TCI : degré de corrosion en terme de perte de section lié à l'acier (1) .
- CALA : indicateur de calcul (0 si modèle couplé, 1 si modèle d'interface seul, 2 si modèle d'acier seul).

2.49 HINTE

2.49.1 Description du modèle

Modèle de joint dédié au délaminage de structures composites stratifiés. On suppose les deux modes d'endommagement Y_1 en cisaillement et Y_2 en ouverture de fissure entre plis. Ce modèle d'endommagement est indépendant du temps. Il a comme support géométrique les éléments raccord (en 2D).

Équations du modèle :

- Énergie dissipée :

$$E = Y_1 \frac{d1}{dt} + Y_2 \frac{d2}{dt}$$

$d1$ et $d2$ sont deux variables internes d'endommagement.

$$\text{Si : } d2 < 1 \text{ et } Y < YR, \text{ alors } d1 = d2 = w(Y) \\ \text{sinon, } d1 = d2 = 1$$

- Un endommagement isotrope est introduit sous la forme :

$$Y = \sup (Y_2^{\text{AL}} + ((\text{GAM1} \cdot Y_1)^{\text{AL}}))^{1/\text{AL}}$$

- La fonction de délaminage est :

$$w(Y) = \frac{\left(\left(\frac{n}{n+1}\right)^n\right)^n}{(Y_C - Y_0)^n}$$

- La force thermodynamique à rupture associée à l'endommagement ultime D_R est :

$$Y_R = Y_0 + \frac{n+1}{n} \cdot (Y_C - Y_0) \cdot \text{DCRI}^{1/n}$$

2.49.2 Description des paramètres

- $Y0$: seuil d'endommagement.
- YC : énergie critique d'endommagement.
- $GAM1$: paramètre de couplage entre énergies de cisaillement et d'ouverture.
- AL : gouverne la forme et le lieu de rupture en mode mixte.
- NN : correspond au terme n , caractérise la plus ou moins grande fragilité de l'interface (plus n est grand, plus l'interface est fragile).
- $DCRI$: permet de simuler une rupture fragile (par défaut $DCRI=1$).
- KS : rigidité d'interface en cisaillement.
- KN : rigidité d'interface normale.

2.50 J2

2.50.1 Description du modèle

Modèle de Von Mises avec écrouissage isotrope exponentiel/linéaire et écoulement associé. Matrice tangente consistante disponible. Options de calcul : déformations planes, axisymétrie.

Référence : SIMO J.C. and HUGHES T.J.R., *Computational Inelasticity*, Springer-Verlag, New York, (1997)

Notations :

- J_2 : deuxième invariant du déviateur des contraintes
- σ_Y : limite d'élasticité
- $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$: tenseur des déformations plastiques
- ε_{eq}^p : déformation plastique équivalente $\left(p = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{\varepsilon}}^p : \underline{\underline{\varepsilon}}^p} \right)$

Équations du modèle :

- Critère de plasticité :

$$f = \sqrt{3J_2} - \sigma_Y(\varepsilon_{eq}^p)$$

- Loi d'écrouissage :

$$\sigma_Y(\varepsilon_{eq}^p) = SIG0 + KISO \cdot \varepsilon_{eq}^p + (SIGI - SIG0) \cdot \left(1 - e^{-VELO \cdot \varepsilon_{eq}^p} \right)$$

2.50.2 Description des paramètres

- $SIG0$: limite élastique.
- $SIGI$: contrainte ultime.
- $KISO$: module d'écrouissage linéaire.
- $VELO$: paramètre de vitesse.

2.51 RH_COULOMB

2.51.1 Description du modèle

Modèle de Mohr Coulomb approché hyperbolique, plasticité parfaite et associée. Matrice tangente consistante disponible. Sous-découpage disponible (voir SSTE). Options de calcul : déformations planes, axisymétrie.

Référence : ABBO A.J. and SLOAN S.W., « A smooth hyperbolic approximation to the Mohr-Coulomb yield criterion », *Computers and Structures*, **54**, 3, pp. 427-441, (1995).

Notations :



- I_1 : premier invariant du tenseur des contraintes
- J_2 : deuxième invariant du déviateur des contraintes
- θ : angle de Lode (de -30° à $+30^\circ$)

Équations du modèle :

- Critère de plasticité :

$$f = \frac{I_1}{3} \cdot D_0 \cdot \sin(\text{PHI}) - \text{COHE} \cdot \cos(\text{PHI}) + \sqrt{J_2 \cdot k_\theta(\theta)^2 + (a_r \cdot \text{COHE})^2}$$

- Paramètres :

$$a_r = 0.05 \cdot \cos(\text{PHI})$$

$$k_\theta(\theta) = \begin{cases} a_a - b_b \cdot \sin(3\theta) & \text{si } |\theta| > 25^\circ \\ \cos(\theta) - \sin(\text{PHI}) \cdot \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{3}} & \text{si } |\theta| \leq 25^\circ \end{cases}$$

$$a_a = a_a(\text{PHI}, 25^\circ)$$

$$b_b = b_b(\text{PHI}, 25^\circ)$$

2.51.2 Description des paramètres

- COHE : cohésion.
- PHI : angle de friction.

2.52 MRS_LADE**2.52.1 Description du modèle**

Modèle de MRS-Lade pour les matériaux granulaires sans cohésion. Cap-modèle, écrouissage conique non associé. Matrice tangente consistante disponible. Sous-découpage disponible (voir SSTE). Options de calcul : déformations planes, axisymétrie.

Références :

- STURE S., RUNESSON K. and MACARI-PASQUALINO E.J., « Analysis and calibration of a three-invariant plasticity model for granular materials », *Ing. Archiv*, **59**, pp. 253-266, (1989).
- PEREZ-FOGUET A. and HUERTA A., « Plastic flow potential for the cone region of the MRS-Lade model », *J. Engr. Mech*, **125**, pp. 364-367, (1999).
- PEREZ-FOGUET A., RODRIGUEZ-FERRAN A. and HUERTA A., « Numerical differentiation for local and global tangent operators in computational plasticity », *Comp. Meth. App. Mech. Engrg.*, **189**, pp. 277-296, (2000).
- PEREZ-FOGUET A., RODRIGUEZ-FERRAN A. and HUERTA A., « Numerical differentiation for non-trivial consistent tangent matrices : an application to the MRS-Lade model », *Int. J. Num. Met. Engrg.*, **48**, pp. 159-184, (2000).

Notations :

- I_1 : premier invariant du tenseur des contraintes
- J_2 : deuxième invariant du déviateur des contraintes
- P : pression hydrostatique ($P = -I_1/3$)
- $q = \sqrt{3J_2}$
- θ : angle de (de 0° à 60°)
- k_{con} : variable interne du cône
- k_{cap} : variable interne de la fermeture
- dk_{con} : incrément de k_{con}

- dk_{cap} : incrément de k_{cap}
- dW_p : incrément du travail plastique
- f_{con} : équation du cône
- f_{cap} : équation de la fermeture
- g_{con} : potentiel d'écoulement du cône
- g_{cap} : potentiel d'écoulement de la fermeture

Équations du modèle :

- Équation du cône :

$$f_{con} = \text{wwf}(\theta, E) \cdot q \cdot \left(1 + \frac{q}{QA}\right)^{\text{EXPM}} - \eta_{con}(k_{con}) \cdot P$$

$$\text{wwf}(\theta, E) = W - W \text{ function}$$

- Équation de la fermeture :

$$f_{cap} = \left(\frac{P - c_{pm} \cdot p_{cap}^f(k_{cap})}{c_{pr} \cdot p_{cap}^f(k_{cap})}\right)^2 + \left(\text{wwf}(\theta, E) \cdot q \cdot \frac{\left(1 + \frac{q}{QA}\right)^{\text{EXPM}}}{\eta_{con}(k_{con}) \cdot c_{fr} \cdot p_{cap}^f(k_{cap})}\right)^2 - 1$$

$$c_{pm} = c_{pm}(\text{PHI}, \text{ALP})$$

$$c_{pr} = c_{pr}(\text{PHI}, \text{ALP})$$

$$c_{fr} = c_{fr}(\text{PHI}, \text{ALP})$$

- Loi d'écrouissage du cône :

$$\eta_{con}(k_{con}) = aaa \cdot e - bbb \cdot k_{con} (\text{K1} + k_{con})^{1/\text{EXPV}} + \text{K2} \cdot \text{ETAB} \frac{k_{con}}{\text{EPSI} + k_{con}}$$

$$aaa = aaa(\text{EXPV}, \text{K1}, \text{K2}, \text{EPSI})$$

$$bbb = bbb(\text{EXPV}, \text{K1}, \text{K2}, \text{EPSI})$$

- Loi d'écrouissage de la fermeture :

$$p_{cap}^f(k_{cap}) = \text{PCAP} \cdot \left(1 + k_{cap}^{1/\text{EXPR}}\right)$$

- Évolution des variables internes :

$$dk_{con} = \frac{(P/PA)^{-\text{EXPL}}}{\text{CCON} \cdot PA} dW_p$$

$$dk_{cap} = \frac{(\text{PCAP}/PA)^{-\text{EXPR}}}{\text{CCAP} \cdot PA} dW_p$$

- Potentiel d'écoulement du cône :

$$g_{con} = \text{wwf}(\theta, E) \cdot q \cdot \left(1 + \frac{q}{QA}\right)^{\text{EXPM}} - \text{N} \cdot \eta_{con}(k_{con}) \cdot (p - 2 \cdot \text{ALP} \cdot p_{cap}^f(k_{cap}) \cdot \ln(p + \text{ALP} \cdot p_{cap}^f(k_{cap})))$$

- Potentiel d'écoulement de la fermeture (plasticité associée) :

$$g_{cap} = f_{cap}$$



2.52.2 Description des paramètres

- PC : doit être nul. Seuls les matériaux sans cohésion sont implémentés.
- PA : paramètre d'échelle (habituellement 1).
- QA : paramètre d'échelle (habituellement 1).
- EXPM : paramètre de l'équation du cône (≥ 0). Si EXPM=0, alors la relation est linéaire p-q dans la région du cône et alors $\eta_{con}(k_{con})$ est identique à l'angle de friction.
- E : forme sur le plan déviatorique. De 1 (circulaire) à 0.5 (triangulaire). Habituellement égal à 0.7.
- K1 : paramètre d'écroissage du cône (> 0).
- K2 : paramètre d'écroissage du cône (> 0). K2*ETAB est la valeur résiduelle (atteinte pour $k_{con} = \infty$) de $\eta_{con}(k_{con})$.
- ETAB : valeur maximale de $\eta_{con}(k_{con})$, fonction corrélée avec l'angle de friction. (> 0). Elle est atteinte pour $k_{con} = 1$.
- EXPV : paramètre d'écroissage du cône (> 0).
- EPSI : paramètre d'écroissage du cône (> 0).
- N : degré de non-associativité à l'apex ($P = 0$). De 0 (incompressibilité dans toute la région du cône) à -1 (écoulement associé pour $P = 0$).
- CCON : paramètre d'évolution de la variable interne du cône (> 0).
- EXPL : paramètre d'évolution de la variable interne du cône (> 0).
- PCAP : valeur initiale de la contrainte limite isotrope $p_{cap}^f(k_{cap})$, (intersection de la fermeture avec l'axe P).
- EXPR : paramètre d'évolution de la variable interne de la fermeture (> 0).
- CCAP : paramètre d'évolution de la variable interne de la fermeture (> 0).
- PHI : doit être nul, l'incompressibilité est imposée à l'intersection du cône fermeture.
- ALP : forme de la fonction de fermeture (> 0). L'intersection du cône de fermeture est localisée à $P = ALP \cdot p_{cap}^f(k_{cap})$.

2.53 VMT_FEFP

2.53.1 Description du modèle

Modèle de Von Mises-Tresca avec écroissage isotrope exponentiel/linéaire, hyper-élasticité (Hencky) et déformations finies. Matrice tangente consistante disponible (voir ECFE). Options de calcul : déformations planes, axisymétrie.

Références :

- SIMO J.C., « Numerical analysis of classical plasticity », in P.G. Ciarlet and J.J. Lions, editors, Handbook of Numerical Analysis, vol. IV, Elsevier, Amsterdam, (1998).
- PÉREZ-FOGUET A. and ARMERO F., « On the formulation of closest-point projection algorithms. Part II : Globally convergent schemes », *Int. J. Num. Meth. Engrg.*, **53**, pp. 331-374, (2002).

2.53.2 Description des paramètres

- SIG0 : limite élastique.
- SIGI : contrainte ultime.
- KISO : module d'écroissage linéaire.
- VELO : paramètre de vitesse.
- MSHA : forme de la section déviatorique, de 1 (Von Mises), à 20 (Tresca).

2.54 RHMC_FEFP

2.54.1 Description du modèle

Modèle de Mohr Coulomb plastique approché hyperbolique avec hyper-élasticité (Hencky) et déformations finies, plasticité parfaite et associée. Matrice tangente consistante disponible (voir ECFE). Options de calcul : déformations planes, axisymétrie.

2.54.2 Description des paramètres

- COHE : cohésion.
- PHI : angle de friction.

2.55 POWDER_FEFP

2.55.1 Description du modèle

Modèle de plasticité elliptique dépendant de la densité relative avec hyper-élasticité (Hencky) et déformations finies, utilisé pour la simulation de compaction de poudre à froid. Matrice tangente consistante disponible (voir ECFE). Options de calcul : déformations planes, axisymétrie.

Référence : PEREZ-FOGUET A., RODRIGUEZ-FERRAN A. and HUERTA A., « Consistent tangent matrices for density-dependent plasticity models », Int. J. Ana. Num. Met. Geomech., **25**, pp. 1045-1075, (2001).

2.55.2 Description des paramètres

- SIGY : limite élastique du matériau entièrement compacté.
- NNN1 : paramètre du critère (dépendance de l'ellipse avec la densité).
- NNN2 : paramètre du critère (dépendance de l'ellipse avec la densité).
- ETA0 : densité relative initiale.

2.56 POWDERCAP_FEFP

2.56.1 Description du modèle

Modèle de plasticité elliptique dépendant de la densité relative avec hyper-élasticité (Hencky) et déformations finies, utilisé pour la simulation de compaction de poudre à froid (voir le modèle POWDER_FEFP). Matrice tangente consistante disponible (voir ECFE). Options de calcul : déformations planes, axisymétrie.

2.56.2 Description des paramètres

- SIGY : limite élastique du matériau entièrement compacté.
- NNN1 : paramètre du critère (dépendance de l'ellipse avec la densité).
- NNN2 : paramètre du critère (dépendance de l'ellipse avec la densité).
- ETA0 : densité relative initiale.
- COHE : densité du matériau entièrement compacté.
- PHI0 : angle de friction initial.
- PHI : angle de friction du matériau entièrement compacté.
- NNNC : paramètre du critère (dépendance de la cohésion avec la densité).



Chapitre 3

Formulation MECANIQUE ENDOMMAGEMENT

3.1 MAZARS

3.1.1 Description du modèle

Modèle d'endommagement scalaire isotrope pour le béton (bien adapté aux chargements monotones). Ce modèle est utilisable en non local. Voir la procédure IDENTI pour l'aide à l'identification des paramètres.

3.1.2 Description des paramètres

- KTR0 : seuil en déformation pour la traction (1. E-04).
- ACOM : paramètre pour la compression (1.4).
- BCOM : paramètre pour la compression (1900).
- ATRA : paramètre pour la traction (0.8).
- BTRA : paramètre pour la traction (17000).
- BETA : correction pour le cisaillement (1.06).

Remarques : Deux lois d'évolution complémentaires sont proposées pour le comportement en traction de façon à pouvoir utiliser une régularisation de type HILLERBORG :

- Pour $-10 < ATRA < 0$, évolution exponentielle :

$$D_T = 1 - \frac{KTR0}{\tilde{\epsilon}} e^{BTRA \cdot (KTR0 - \tilde{\epsilon})}$$

Dans ce cas, on peut calculer BTRA en fonction de l'énergie de fissuration G_F : $BTRA = H \cdot F_T / G_F$ avec F_T la contrainte de rupture du matériau en traction et H la taille de l'élément fini. Voir également le cas test mazars2 et

<http://web.univ-pau.fr/~clb/HDR/hdrnew.pdf>.

- Pour $ATRA < -10$, évolution linéaire :

$$D_T = 1 - \frac{KTR0}{\tilde{\epsilon}} e^{BTRA \cdot (KTR0 - \tilde{\epsilon})}$$

BTRA représente alors la déformation équivalente pour laquelle l'endommagement atteint 1.

- $\tilde{\epsilon}$ est la déformation équivalente définie par :

$$\tilde{\epsilon} = \sqrt{\langle \epsilon_I \rangle_+^2 + \langle \epsilon_{II} \rangle_+^2 + \langle \epsilon_{III} \rangle_+^2}$$

où $\langle x \rangle_+$ désigne la partie positive de x .

3.2 UNILATERAL

3.2.1 Description du modèle

Modèle d'endommagement scalaire isotrope à deux variables pour le béton, avec gestion des refermetures de fissures (bien adapté aux chargements cycliques)

3.2.2 Description des paramètres

- YS1 : seuil en énergie pour la traction (2.5 E-4 MPa).
- YS2 : seuil en énergie pour la compression (1.5 E-3 MPa).
- A1 : paramètre pour la traction (5000 MPa).
- B1 : paramètre pour la traction (1.5).
- A2 : paramètre pour la compression (10 MPa).
- B2 : paramètre pour la compression (1.5).
- BET1 : gère les déformations inélastiques en traction (1 MPa).
- BET2 : gère les déformations inélastiques en compression (-40 MPa).
- SIGF : contrainte de refermeture de fissures (-3.5 MPa).

3.3 ROTATING_CRACK

3.3.1 Description du modèle

Modèle d'endommagement pour le béton, de type « smeared crack » dans lequel la direction de fissuration change à chaque pas. Seul l'endommagement du matériau par traction est décrit.

3.3.2 Description des paramètres

- EPCR : déformation au début de l'endommagement dans un essai de traction uni-axiale.
- MUP : rapport du module tangent au module de Young, la courbe de traction uni-axiale étant modélisée de façon bilinéaire.

3.4 SIC_SIC

3.4.1 Description du modèle

Modèle d'endommagement scalaire anisotrope spécifique pour le composite céramique SiC/SiC. Ce modèle est utilisable seulement en 3D massif. L'endommagement est décrit par trois variables scalaires correspondant aux trois directions d'orthotropie du matériau. Les données matériau sont fournies à l'aide de la directive ORTHOTROPE.

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes
- $\underline{\underline{\epsilon}}$: tenseur des déformations
- $\underline{\underline{C}}$: tenseur de rigidité
- \mathbb{K}_i : tenseurs caractéristiques du matériau (obtenus à partir du tenseur de Hooke)
- $h(-E_i)$: fonction de Heavyside ($h = 0$ si $-E_i < 0$, $h = 1$ si $-E_i > 0$)
- P_i : tenseurs liés aux directions d'endommagement
- d_i : variables d'endommagement

Équations du modèle :



– Relation contraintes-déformations :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{C}}^{\text{eff}} : \underline{\underline{\varepsilon}}$$

$$\underline{\underline{C}}^{\text{eff}} = d_i \underline{\underline{K}}_i - d_i h(-E_i) \cdot (P_i : \underline{\underline{K}}_i : P_i) \quad (\text{Somme sur } i = 1, 3)$$

– Force thermodynamique liée à l'endommagement :

$$Y_i = \frac{1}{2} \underline{\underline{\varepsilon}} : \underline{\underline{K}}_i : \underline{\underline{\varepsilon}}$$

$$Y_{eq} = \langle Y_1 \rangle + \langle Y_2 \rangle + \langle Y_3 \rangle$$

avec $\langle x \rangle$ la partie positive de x .

– Lois d'évolution de l'endommagement :

$$d_i = \text{GiDC} \cdot \left(1 - e^{-\left\langle \frac{\sqrt{Y_{eq}} - \text{GiY0}}{\text{GiYC}} \right\rangle^{\text{GiP}}} \right) \quad (i = 1, 3)$$

3.4.2 Description des paramètres

Paramètres décrivant les lois d'endommagement :

- G1DC, G1Y0, G1YC, G1P : pour la première direction.
- G2DC, G2Y0, G2YC, G2P : pour la deuxième direction.
- G3DC, G3Y0, G3YC, G3P : pour la troisième direction.

Remarque : Ce modèle a été développé à l'ONERA. Pour plus de détail sur le modèle et son identification, voir les rapports du Project Brite Euram BE-5462. L'identification du modèle a été conduite sur un composite 2D produit par la SEP. Les paramètres des lois d'endommagement pour ce composite sont : $\text{GiDC} = 0.6$, $\text{GiY0} = 1.3$, $\text{GiYC} = 4$ et $\text{GiP} = 1$ (pour $i = 1, 3$).

3.5 MVM

3.5.1 Description du modèle

Modèle d'endommagement de Von Mises modifié, dommage scalaire non local pour les matériaux quasi-fragile.

Références :

- PEERLINGS R.H.J., DE BORST R., BREKELMANS W.A.M. and GEERS M.D., « Gradient-enhanced damage modelling of concrete fracture », *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, **3**, pp. 323-342, (1998).
- RODRIGUEZ-FERRAN A., HUERTA A., « Error estimation and adaptivity for nonlocal damage models ». *International Journal of Solids and Structures*, **37**, pp. 7501-7528, (2000).

Notations :

- I_1 : premier invariant du tenseur des contraintes
- J_2 : deuxième invariant du tenseur des contraintes
- D : endommagement
- Y : variable d'état local
- Y_{iil} : variable d'état non local
- k : rapport des résistances en compression et en traction
- ν : coefficient de Poisson

Équations du modèle :

- Loi des variables d'état :

$$Y = \frac{(k-1)}{2k(1-2\nu)} I_1 + \frac{1}{2k} \sqrt{\left(\frac{(k-1)}{1-2\nu} I_1\right)^2 + \frac{12k}{(1+\nu)^2} J_2}$$

- Loi d'endommagement (deux lois au choix) :

loi exponentielle

$$D = 1 - \frac{Y_0 \cdot (1 - B_2)}{Y_{til}} - B_2 \cdot e^{-B_1 \cdot (Y_{til} - Y_0)}$$

loi polynomiale

$$D = 1 - \frac{1}{1 + B_1 \cdot (Y_{til} - Y_0) + B_2 \cdot (Y_{til} - Y_0)^2}$$

3.5.2 Description des paramètres

- Y_0 : seuil d'endommagement.
- B_1 : paramètre associé à la pente au sommet de la courbe contrainte-déformation.
- B_2 : paramètre associé à la contrainte résiduelle de la courbe contrainte-déformation.
- $RATI$: rapport des résistances en compression et en traction (terme k).
- LOI : égal à 1 si la loi d'endommagement est exponentielle, ou égal à 0 si la loi d'endommagement est polynomiale.

3.6 SICSCAL
3.6.1 Description du modèle

Modèle scalaire d'endommagement pour le composite tissé SiCf/SiC développé à l'ONERA avec 3 variables d'endommagement correspondant à des fissures dans les plans perpendiculaires aux directions des fibres (d_1 et d_2) et dans le plan du pli (d_3). La loi de comportement ainsi que sa validation sont détaillés dans la référence SEMT/LM2S/05-034. Les directions d'anisotropie sont définies telles que les fibres sont selon les directions 1 et 2.

Équations du modèle :

- Loi de comportement :

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \mathbb{S}^{\text{eff}} : \underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{\epsilon}}^{th} + \underline{\underline{\epsilon}}^r + \underline{\underline{\epsilon}}^s$$

où $\underline{\underline{\epsilon}}$ est la déformation, $\underline{\underline{\sigma}}$ la contrainte, \mathbb{S}^{eff} le tenseur des souplesses effectives. $\underline{\underline{\epsilon}}^{th}$, $\underline{\underline{\epsilon}}^r$ et $\underline{\underline{\epsilon}}^s$ sont respectivement la déformation thermique, résiduelle et stockées.

- Souplesse effective :

$$\mathbb{S}^{\text{eff}} = \mathbb{S}^0 + (\nu_i d_i \mathbb{H}_i^0) \quad (\text{somme sur } i = 1, 3)$$

avec \mathbb{S}^0 le tenseur des souplesses non endommagé, \mathbb{H}_i^0 le tenseur d'ordre 4 représentant l'effet du dommage d_i sur la souplesse et ν_i les indices d'activation.

3.6.2 Description des paramètres

- $H1N, H1HP, H1P, H2N, H2HP, H2P, H3N, H3P$: intervenant dans le calcul des \mathbb{H}_i^0 . Les valeurs par défaut sont : $H1N = 1, H1HP = 0.7, H1P = 0.45, H2N = 1, H2HP = 0.7, H2P = 0.45, H3N = 1, H3P = 0.7$
- $DTAL, TER0, SIF1, SIF2, SIF3, AIF1, AIF2, AIF3$: intervenant dans le calcul des ν_i . Les valeurs par défaut sont $SIF1 = SIF2 = SIF3 = 3 \cdot 10^{-4}$ et $AIF1 = AIF2 = AIF3 = 0$.
- $ETA1, ETA2, ETA3$: intervenant dans le calcul des déformations résiduelles. Les valeurs par défaut sont $ETA1 = ETA2 = 0.1$ et $ETA3 = 0$.



- DCT1, DCT2, DCT3, DCN1, DCN2, DCN3, YCT1, YCT2, YCT3, YCN1, YCN2, YCN3, Y01T, Y02T, Y03T, Y01N, Y02N, Y03N, PT1, PT2, PT3, PN1, PN2, PN3 : paramètres intervenant dans les lois d'évolution de l'endommagement. Les valeurs par défaut sont $DCT1 = DCT2 = DCT3 = DCN1 = DCN2 = DCN3 = 4$, $YCT1 = YCT2 = YCT3 = YCN1 = YCN2 = YCN3 = 1870,83$ (en $\text{Pa}^{0.5}$), $Y01T = Y02T = 31.6$ (en $\text{Pa}^{0.5}$), $Y03T = Y01N = Y02N = Y03N = 173.2$ (en $\text{Pa}^{0.5}$), $PT1 = PT2 = 1.2$, $PT3 = PN1 = PN2 = PN3 = 1$.
- B : paramètre de couplage (valeur par défaut = 1).

3.7 SICTENS

3.7.1 Description du modèle

Modèle « pseudo-tensoriel » d'endommagement pour le composite tissé SiCf/SiC développé à l'ONERA avec 5 variables d'endommagement correspondant à des fissures dans les plans perpendiculaires aux directions des fibres (d1 et d2), dans le plan du pli (d3) et dans les plans perpendiculaires aux directions à + et - 45° des fibres (d4 et d5). La loi de comportement ainsi que sa validation sont détaillés dans la référence SEMT/LM2S/05-034. Les directions d'anisotropie sont définies telles que les fibres sont selon les directions 1 et 2.

Équations du modèle :

- Loi de comportement :

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \mathbb{S}^{\text{eff}} : \underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{\epsilon}}^{th} + \underline{\underline{\epsilon}}^r + \underline{\underline{\epsilon}}^s$$

où $\underline{\underline{\epsilon}}$ est la déformation, $\underline{\underline{\sigma}}$ la contrainte, \mathbb{S}^{eff} le tenseur des souplesses effectives. $\underline{\underline{\epsilon}}^{th}$, $\underline{\underline{\epsilon}}^r$ et $\underline{\underline{\epsilon}}^s$ sont respectivement la déformation thermique, résiduelle et stockées.

- Souplesse effective :

$$\mathbb{S}^{\text{eff}} = \mathbb{S}^0 + (v_i d_i \mathbb{H}_i^0) \quad (\text{somme sur } i = 1, 5)$$

avec \mathbb{S}^0 le tenseur des souplesses non endommagé, \mathbb{H}_i^0 le tenseur d'ordre 4 représentant l'effet du dommage d_i sur la souplesse et v_i les indices d'activation.

3.7.2 Description des paramètres

- H1N, H1HP, H1P, H2N, H2HP, H2P, H3N, H3P, H4N, H4HP, H4P, H5N, H5HP, H5P : intervenant dans le calcul des \mathbb{H}_i^0 . Les valeurs par défaut sont : $H1N = 1$, $H1HP = 0.7$, $H1P = 0.45$, $H2N = 1$, $H2HP = 0.7$, $H2P = 0.45$, $H3N = 1$, $H3P = 0.7$, $H4n = 1$, $H4HP = 0.7$, $H4P = 1.2$, $H5N = 1$, $H5HP = 0.7$, $H5P = 1.2$
- DTAL, TER0, SIF1, SIF2, SIF3, SIF4, SIF5, AIF1, AIF2, AIF3, AIF4, AIF5 : intervenant dans le calcul des v_i . Les valeurs par défaut sont $SIF1 = SIF2 = SIF3 = SIF4 = SIF5 = 3$. E-4, $AIF1 = AIF2 = AIF3 = 0.5$ et $AIF4 = AIF5 = 1$.
- ETA1, ETA2, ETA3, ETA4, ETA5 : intervenant dans le calcul des déformations résiduelles. Les valeurs par défaut sont $ETA1 = ETA2 = ETA4 = ETA5 = 0.1$ et $ETA3 = 0$.
- DC1, DC2, DC3, DC4, DC5, YC1, YC2, YC3, YC4, YC5, Y01, Y02, Y03, Y04, Y05, PY1, PY2, PY3, PY4, PY5 : paramètres intervenant dans les lois d'évolution de l'endommagement. Les valeurs par défaut sont $DC1 = DC2 = DC3 = DC4 = DC5 = 4$, $YC1 = YC2 = YC3 = 1870.83$ (en $\text{Pa}^{0.5}$), $YC4 = YC5 = 3464.1$ (en $\text{Pa}^{0.5}$), $Y01 = Y02 = Y03 = 173.2$ (en $\text{Pa}^{0.5}$), $Y04 = Y05 = 173.2$ (en $\text{Pa}^{0.5}$), $PY1 = PY2 = PY3 = 1$, $PY4 = PY5 = 1.2$
- B1, B2, B3 : paramètres de couplage (valeur par défaut = 1).

3.8 DESMORAT

3.8.1 Description du modèle

Modèle d'endommagement anisotrope pour le béton (bien adapté aux chargements monotones). Ce modèle est utilisable en non local.

3.8.2 Description des paramètres

- K_0 : seuil en déformation pour la traction (5 E-05).
- A : paramètre d'endommagement (5 E3).
- a : paramètre d'endommagement de l'ordre de grandeur des déformations atteintes en compression (2.93 E-4).
- etaC : paramètre de sensibilité hydrostatique en compression (0).
- etaT : paramètre de sensibilité hydrostatique en traction (3).
- D_c : valeur critique de l'endommagement pour la gestion de la rupture (0.9 à 0.999).

3.9 FATSIN

3.9.1 Description du modèle

Modèle d'endommagement scalaire isotrope de matériaux en FATigue SINusoidale (implanté en local ou non local). En tout point, les champs mécaniques de déplacement, de déformation et de contrainte sont pseudo-sinusoidaux et peuvent s'écrire sous la forme générique :

$$x = x_a \sin\left(\frac{2\pi N}{T} \frac{t}{T}\right)$$

où x_a est l'amplitude de la grandeur x , T la période et N le nombre de cycles. Le modèle permet de calculer l'endommagement atteint après l'application de N cycles de chargements. Basé sur l'élasticité isotrope (module de Young et coefficient de Poisson), l'intégration temporelle de l'endommagement est réalisée à l'échelle macroscopique des cycles. Le chargement de la structure est statique de valeur égale à l'amplitude de la sollicitation appliquée (positive) sans décrire le cycle de sinus.

Références :

- BODIN D., « Modèle d'endommagement cyclique : Application à la fatigue des enrobés bitumineux », thèse de doctorat de l'École Centrale de Nantes, (2002)
- BODIN D., PIJAUDIER-CABOT G., DE LA ROCHE C., PIAU J.-M. and CHABOT A., « A Continuum Damage Approach to Asphalt Concrete Fatigue Modelling », **J. Engrg. Mech.**, **130**, 6, pp. 700-708, (2004)
- PAAS R.H.J.W., SCHEURS P.J.G. and BREKELMANS W.A.M., « Continuum approach to brittle and fatigue damage : Theory and numerical procedures », *Int. J. Solids Struct.*, **30**, 4, pp. 579-599, (1993)

Notations :

- ϵ_{eq} : amplitude de déformation équivalente
- ϵ_{moy} : moyenne non locale intégrale de ϵ_{eq} , dépend de la longueur caractéristique l_c (cf. NLOC)
- σ_i : amplitude de contrainte principale
- $\langle x \rangle$: partie positive de x ($\langle x \rangle = 0.5(x + |x|)$)
- E_0 : module de Young du matériau vierge (lorsque $D = 0$)
- N : nombre de cycles
- D : endommagement atteint au cycle N

**Équations du modèle :**

- Déformation équivalente :

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\sum \left(\frac{\langle \sigma_i \rangle}{E_0(1-D)} \right)^2}$$

- Loi d'endommagement, expression du taux d'endommagement par cycle d'expression générale :

$$\frac{dD}{dN} = f(D) \frac{\varepsilon_{moy}^{BETA+1} - KTR0^{BETA+1}}{BETA + 1}$$

Deux choix possibles de la fonction $f(D)$:

- Loi classique L2R :

$$f(D) = C.D^{ALFA}$$

- Loi phénoménologique L3R (plus spécifiquement développée pour les bétons bitumineux) :

$$f(D) = \frac{ALFA2}{ALFA1.ALFA3} \left(\frac{D}{ALFA2} \right)^{1-ALFA3} e^{\left(\frac{D}{ALFA2} \right)^{ALFA3}}$$

3.9.2 Description des paramètres

- KTR0 : seuil d'endommagement lié à la limite d'endurance.
- BETA : paramètre associé à la pente p de la droite de fatigue $\log(N_f)$ vs $\log(\varepsilon_a)$ suivant la relation $BETA = -(p + 1)$.
- LOI : égal à 2 si la loi d'endommagement est L2R, égal à 3 si la loi d'endommagement est L3R.

Dans le cas de la loi L2R :

- ALFA : paramètre lié à la concavité de la courbe d'endommagement.
- C : paramètre associé à la durée de vie.

Dans le cas de la loi L3R :

- ALFA1 : paramètre associé à la durée de vie.
- ALFA2 : paramètre pilotant le niveau d'endommagement pour lequel le taux d'endommagement diminue puis ré-augmente.
- ALFA3 : paramètre lié à la concavité de la courbe d'endommagement.

Remarque : il est conseillé d'attribuer la valeur 0 aux paramètres non utilisés.

3.10 RICRAG (2D et 3D)**3.10.1 Description du modèle**

Modèles d'endommagement scalaire pour le béton (adaptés aux cas de chargements monotones et cycliques alternés à niveau modéré de charge) pour les éléments volumiques 2D (en déformations planes et en contraintes planes) et 3D.

Références :

- RICHARD B., RAGUENEAU F., CREMONA C. and ADELAIDE L., « Isotropic continuum damage mechanics for concrete under cyclic loading : stiffness recovery, inelastic strains and frictional sliding », *Engineering Fracture Mechanics*, **77**, pp. 1203-1223, (2010).
- ADELAIDE L., RICHARD B., RAGUENEAU F. and CREMONA C., « Thermodynamical admissibility of a set of constitutive equations coupling elasticity, isotropic damage and internal sliding. *Comptes Rendus Mécanique*. **338**, pp. 158-153, (2010).

3.10.2 Description des paramètres

- FT : résistance équivalente en traction (3.6 MPa).
- ALDI : fragilité en traction uni-axiale (1 E-2).
- ALIN : fragilité en compression uni-axiale (5 E-4).
- GAM1 : module d'écroissage cinématique 1 (de 7 E7 à 7 E9).
- A1 : module d'écroissage cinématique 2 (7 E-7).



Chapitre 4

Formulation MECANIQUE PLASTIQUE_ENDOM

4.1 PSURY

4.1.1 Description du modèle

Modèle d'endommagement tri-axial P/Y . L'écrouissage est isotrope (cf. modèle PLASTIQUE ISOTROPE).

Notations :

- ρ : densité du matériau
- P : pression hydrostatique ($P = Tr(\underline{\underline{\sigma}})/3$)
- Y : contrainte équivalente au sens de Von Mises

Équations du modèle :

- Pseudo porosité :

$$A = \frac{\rho_f - \rho}{\rho_f}$$

avec ρ_f la densité du matériau lorsqu'on a commencé à endommager (lorsqu'on a atteint la courbe de début d'endommagement pour la première fois).

- Variable d'endommagement D :

$$D = f(A)$$

f est une fonction entrée par l'utilisateur.

- Fonction d'endommagement g :

$$g(A) = \begin{cases} 1 & \text{si } A < 0 \\ 1 - D & \text{si } A > 0 \end{cases}$$

- Formulation du modèle :

phases de charge (A augmente) :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_{PL} \cdot g(A)$$

phases de décharge (A diminue) :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{cases} \underline{\underline{\sigma}}_{PL} \cdot g(A_{max}) & \text{si } A > 0 \\ \underline{\underline{\sigma}}_{PL} & \text{si } A < 0 \end{cases}$$

avec : $\underline{\underline{\sigma}}$ le tenseur des contraintes final, $\underline{\underline{\sigma}}_{PL}$ le tenseur des contraintes issu du calcul élasto-plastique et A_{max} la valeur maximale de A .

4.1.2 Description des paramètres

- RHO : la densité initiale du matériau.
- TRAC : EVOLUTIO_n, courbe de traction élasto-plastique du matériau.
- EVOL : EVOLUTIO_n, courbe de début d'endommagement du matériau, c'est-à-dire le rapport P/Y en fonction de la déformation plastique équivalente. Au dessus de cette courbe, il y a endommagement du matériau, en dessous on n'endommage pas.
- COMP : EVOLUTIO_n, courbe d'évolution de l'endommagement en fonction de la pseudo porosité (fonction f).

4.2 ROUSSELIER

4.2.1 Description du modèle

Modèle d'endommagement ductile de Rousselier (écoulement plastique isotrope).

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes
- P : pression hydrostatique ($P = Tr(\underline{\underline{\sigma}})/3$)
- p : déformation plastique cumulée
- $R(p)$: courbe de traction du matériau sain
- ρ : rapport entre la densité courante et la densité initiale

Équations du modèle :

- Critère de plasticité :

$$f = J_2 \left(\frac{\underline{\underline{\sigma}}}{\rho} \right) - R(p) + B(\beta) \cdot D \cdot e^{P/(\rho \cdot \text{SIG1})}$$

- Fonction d'endommagement $B(\beta)$:

$$B(\beta) = \text{SIG1} \frac{F \cdot e^\beta}{1 - F + F \cdot e^\beta}$$

- Rapport de densité ρ :

$$\rho = \frac{1}{1 - F + F \cdot e^\beta}$$

- Variable d'endommagement β :

$$d\beta = dp \cdot D \cdot e^{P/(\rho \cdot \text{SIG1})}$$

- Si F (fraction volumique de cavités) est supérieur à FC, alors : $\underline{\underline{\sigma}} = 0$

4.2.2 Description des paramètres

- TRAC : EVOLUTIO_n, courbe de traction élasto-plastique du matériau sain.
- SIG1 : paramètre σ_1 intervenant dans le calcul de l'endommagement.
- D : paramètre intervenant dans le calcul de l'endommagement.
- F : fraction volumique de cavités initiale dans le matériau.
- FC : fraction volumique de cavités limite, au delà de laquelle les contraintes et la rigidité du matériau sont nulles.



4.3 GURSON2

4.3.1 Description du modèle

Modèle d'endommagement ductile de Gurson modifié par Needleman et Tvergaard.

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes
- $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$: tenseur des déformations plastiques
- P : pression hydrostatique ($P = Tr(\underline{\underline{\sigma}})/3$)
- p_{mat} : déformation plastique cumulée dans la matrice
- $R(p_{mat})$: courbe de traction du matériau sain

Équations du modèle :

- Critère de plasticité :

$$f = J_2(\underline{\underline{\sigma}})^2 - R(p_{mat})^2 G_{end}$$

$$G_{end} = 1 + (Q.f^*)^2 - 2.Q.f^* \cdot \cosh\left(\frac{3P}{2R(p_{mat})}\right)$$

- Fonction d'endommagement f^* :

$$f^* = \begin{cases} f & \text{si } f < FC \\ f_c + (f - FC) \frac{FU - FC}{FF - FC} & \text{sinon} \end{cases}$$

- Déformation plastique cumulée dans la matrice p_{mat} :

$$(1 - f) \cdot R(p_{mat}) \cdot dp_{mat} = \underline{\underline{\sigma}} : d\underline{\underline{\varepsilon}}^p$$

- Fraction de cavité f :

$$df = df_g + df_n$$

$$df_g = (1 - f) \cdot Tr(d\underline{\underline{\varepsilon}}^p)$$

$$df_n = B_b \cdot (dR(p_{mat}) + dP) + D_d \cdot dp_{mat}$$

avec :

- si $(R(p_{mat}) + P)$ dépasse sa valeur maximale atteinte :

$$B_b = \frac{FNS}{SNS\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-0.5((R(p_{mat}) + SMT - SIGN)/SNS)^2}$$

sinon $B_b = 0$

- si p_{mat} dépasse sa valeur maximale atteinte :

$$D_d = \frac{FNE}{SNE\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-0.5((p_{mat} - EPSN)/SNE)^2}$$

sinon $D_d = 0$

4.3.2 Description des paramètres

- TRAC : EVOLUTIO_n, courbe de traction du matériau sain.
- Q
- FU : valeur ultime de f^* (en général vaut $1/Q$).
- FF : f_f valeur ultime de f , au delà le matériau est rompu (les contraintes sont nulles).
- FC : f_c valeur de f au dessus de laquelle les cavités coalescent.
- FNS : valeur maximale de la fraction des cavités nucléées, contrôlée par les contraintes.
- FNE : valeur maximale de la fraction des cavités nucléées, contrôlée par les déformations.
- SNS : écart autour de SIGN pour lequel on a nucléation, contrôlé par les contraintes.
- SNE : écart autour de EPSN pour lequel on a nucléation, contrôlé par les déformations.
- SIGN : contrainte moyenne pour laquelle apparait la nucléation.
- EPSN : déformation plastique moyenne pour laquelle apparait la nucléation.
- F0 : fraction de cavités initiale.

Remarques : modification SRMA (1999)

- Déformation plastique cumulée dans la matrice p_{mat} :

$$(1 - f_g).R(p_{mat}).dp_{mat} = \underline{\underline{\sigma}} : d\underline{\underline{\epsilon}}^p$$

- Fraction de cavité f :

$$\begin{aligned} df &= df_g + df_n \\ df_g &= (1 - f_g).Tr\left(d\underline{\underline{\epsilon}}^p\right) \\ df_n &= B_b.(dR(p_{mat}) + dP) + D_d.dp_{mat} \end{aligned}$$

- Contrainte dans le matériau :

$$P = (1 - f).K. \left(\rho \frac{1 - f_g}{1 - f_0} - 1 \right)$$

- Paramètre supplémentaire SRMA : égal à 1 pour tenir compte de la modification.

4.4 DRAGON

4.4.1 Description du modèle

Modèle d'endommagement quasi-fragile de Dragon.

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes
- $\underline{\underline{\epsilon}}$: tenseur des déformations
- $\underline{\underline{I}}$: tenseur identité
- $\underline{\underline{D}}$: tenseur d'endommagement (variable interne)
- λ et μ : coefficients de Lamé
- $\underline{\underline{\epsilon}}^+$: tenseur des déformations positives
- d_l : pseudo-multiplicateur plastique

Équations du modèle :

- Relation contrainte-déformation :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \lambda.Tr\left(\underline{\underline{\epsilon}}\right)\underline{\underline{I}} + 2\mu\underline{\underline{\epsilon}} + ALFA. \left(Tr\left(\underline{\underline{\epsilon}}.\underline{\underline{D}}\right)\underline{\underline{I}} + Tr\left(\underline{\underline{D}}\right).\underline{\underline{I}} \right) + 2.BETA.(\underline{\underline{\epsilon}}.\underline{\underline{D}} + \underline{\underline{D}}.\underline{\underline{\epsilon}}) + G.\underline{\underline{D}}$$



- Force thermodynamique liée à l'endommagement :

$$F = -G.\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}} - 2.BETA.(\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}) - ALFA.Tr(\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}).\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}$$

- Critère d'endommagement :

$$f(F, \underline{\underline{\underline{D}}}) = \sqrt{\frac{1}{2}(G.\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}) : (G.\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}) - B.(G.\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}) : \underline{\underline{\underline{D}}} - (C0 + C1.Tr(\underline{\underline{\underline{D}}}))} = 0$$

- Loi d'évolution :

$$d\underline{\underline{\underline{D}}} = d_l \frac{df}{dF}$$

4.4.2 Description des paramètres

- ALFA, BETA, g, C0, C1, B : coefficients du matériau.

4.5 BETON_INSA

4.5.1 Description du modèle

Modèle de béton. Fonctionne en contraintes planes (2D ou coques minces), en déformations planes ou en axisymétrie.

4.5.2 Description des paramètres

- ALFA : rapport des contraintes ultimes en traction simple et en compression simple (par défaut 0.1).
- LCS : contrainte ultime en compression simple (par défaut YOUN*1. E-3).
- EMAX : déformation de rupture en compression simple (par défaut 10.*LCS/YOUN).
- EPUT : déformation de rupture en traction simple (par défaut 3*ALFA*LCS/YOUN).
- ICOM : choix du type de comportement à l'intérieur du domaine ultime. Si ICOM = 0, le comportement est élasto-plastique écrouissable. Si ICOM = 1, le comportement est élastique. La valeur, par défaut, est 0.
- FTC : coefficient résiduel de réduction du module de cisaillement en cas de fissuration (compris entre 0 et 1, par défaut 0.1)
- GFTR : énergie de fissuration (si EPUT n'est pas donnée, la valeur par défaut de GFTR est 0.15) si GFTR est donnée il n'est pas nécessaire de donner EPUT.

4.6 BETON_DYNAR_LMT

4.6.1 Description du modèle

Modèle visco-plastique visco-endommageable de béton en dynamique rapide.

4.6.2 Description des paramètres

- F0 : porosité initiale du béton (0.3).
- Q1 : paramètre du critère de Gurson modifié par Needleman et Tvergaard (0.5 à 2).
- Q2 : paramètre du critère de Gurson modifié par Needleman et Tvergaard (0.5 à 2).
- Q3 : paramètre du critère de Gurson modifié par Needleman et Tvergaard (0.5 à 2).
- SGM0 : résistance de la matrice cimentaire sans les pores (70 MPa).
- XN : exposant du seuil de visco-plasticité (15).
- NVP : paramètre de la visco-plasticité de type Perzyna (1.5).

- MVP : paramètre de la visco-plasticité de type Perzyna (1.D-2).
- K : influence l'évolution de la porosité (15 à 60).
- MDT : paramètre de viscosité de l'endommagement de traction (0.5D-4).
- NDT : paramètre de viscosité de l'endommagement de traction (5).
- MDC : paramètre de viscosité de l'endommagement de compression (0.5 E-3).
- NDC : paramètre de viscosité de l'endommagement de compression (20).
- ED0 : seuil en déformation pour la traction (1 E-4).
- AC : paramètre pour la compression (3000).
- BC : paramètre pour la compression (4).
- AT : paramètre pour la traction (20000).
- BT : paramètre pour la traction (1.6).

4.7 ENDO_PLAS

4.7.1 Description du modèle

Modèle de béton plastique endommageable.

4.7.2 Description des paramètres

- AC : paramètre de la partie endommagement pour la compression (asymptote finale).
- AT : paramètre de la partie endommagement pour la traction (asymptote finale).
- BC : paramètre de la partie endommagement pour la compression (courbe post-pic).
- BT : paramètre de la partie endommagement pour la traction (courbe post-pic).
- EPD0 : seuil d'endommagement en déformation pour la traction.
- RC : maximum des contraintes effectives en compression pour la plasticité.
- RT : maximum des contraintes effectives en traction pour la plasticité.
- P : paramètre de la partie plasticité pour la compression.
- AH : paramètre de la partie plasticité (valeur recommandée 7 E-5).
- BH : paramètre de la partie plasticité pour la compression.
- CH : paramètre de la partie plasticité pour le confinement.
- GAMA : paramètre de la partie plasticité (valeur recommandée 0.99).
- ALFA : paramètre de la partie plasticité (valeur recommandée 0.5).
- A : paramètre de la partie plasticité pour le confinement (seuil d'apparition de la plasticité).
- K0 : paramètre pour la partie plasticité (valeur recommandée 0.1).



Chapitre 5

Formulation MECANIQUE FLUAGE

Les modèles de fluage disponibles sont décrits ci-dessous, par l'équation modélisant le résultat d'un essai de fluage à contrainte constante, avec les notations suivantes :

- ε_f : déformation de fluage équivalente
- σ : contrainte équivalente
- t : temps

Seul les modèles POLYNOMIAL, CCPL, X11 et SODERBERG sont décrits par le développement de la vitesse de fluage v_f en fonction de la contrainte équivalente. Dans les calculs, l'hypothèse d'un écroutissage par la déformation est faite.

5.1 NORTON

5.1.1 Description du modèle

Modèle de fluage de Norton.

Équations du modèle :

$$\varepsilon_f = AF1 \cdot \sigma^{AF2} \cdot t^{AF3}$$

5.1.2 Description des paramètres

- AF1, AF2, AF3.
- SMAX : contrainte de référence (égale par défaut à YOUN*1 E-3).

5.2 BLACKBURN

5.2.1 Description du modèle

Modèle de fluage de Blackburn.

Équations du modèle :

$$\begin{aligned}\varepsilon_f &= A (1 - e^{-R \cdot t}) + B \cdot t \\ A &= AF1 \cdot e^{-AF2 \cdot \sigma} + AF3 \cdot \sigma^{AF4} \\ R &= RF1 \cdot e^{-RF2 \cdot \sigma} + RF3 \cdot \sigma^{RF4} \\ B &= BF1 \cdot (\sinh(BF2 \cdot \sigma))^{BF3} + BF4 \cdot e^{-BF5 \cdot \sigma}\end{aligned}$$

5.2.2 Description des paramètres

- AF1, AF2, AF3, AF4.
- RF1, RF2, RF3, RF4.
- BF1, BF2, BF3, BF4, BF5.
- SMAX : contrainte de référence (égale par défaut à YOUN*1 E-3).

5.3 BLACKBURN_2

5.3.1 Description du modèle

Modèle de fluage de Blackburn.

Équations du modèle :

$$\begin{aligned}\varepsilon_f &= A (1 - e^{-R.t}) + B.t \\ A &= AF1.e^{-AF2.\sigma} + AF3.\sigma^{AF4} \\ R &= RF1.e^{-RF2.\sigma} + RF3.\sigma^{RF4} \\ B &= BF1.(\sinh(BF2.\sigma))^{BF3} + BF4.\sigma^{BF5}\end{aligned}$$

5.3.2 Description des paramètres

- AF1, AF2, AF3, AF4.
- RF1, RF2, RF3, RF4.
- BF1, BF2, BF3, BF4, BF5.
- SMAX : contrainte de référence (égale par défaut à YOUN*1 E-3).

5.4 RCCMR_316

5.4.1 Description du modèle

Modèle de fluage RCC-MR pour l'acier 316-SS.

Équations du modèle :

$$\begin{aligned}\varepsilon_f &= AF1.\sigma^{AF2}.t^{AF3} && \text{si } t < T_f \\ \varepsilon_f &= BF1.\sigma^{BF2} && \text{si } t > T_f\end{aligned}$$

avec $T_f = TF1.\sigma^{TF2}$.

5.4.2 Description des paramètres

- AF1, AF2, AF3.
- BF1, BF2.
- TF1, TF2.
- SMAX : contrainte de référence (égale par défaut à YOUN*1 E-3).



5.5 RCCMR_304

5.5.1 Description du modèle

Modèle de fluage RCC-MR pour l'acier 304-SS.

Équations du modèle :

$$\varepsilon_f = A_1 \cdot (1 - e^{-R \cdot t}) + A_2 \cdot (1 - e^{-S \cdot t}) + B \cdot t$$

avec :

$$B = BF1 \cdot \left(\sinh \left(\frac{BF2}{BF3} \sigma \right) \right)^{BF3}$$

$$R = RF1 \cdot \left(\sinh \left(\frac{RF2}{RF3} \sigma \right) \right)^{RF3}$$

$$A_1 = AF1 \cdot \frac{B}{R}$$

$$S = R \frac{SF1}{RF1}$$

$$A_2 = \begin{cases} AF2 + AF3 \cdot \sigma & \text{si } \sigma > SF2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

5.5.2 Description des paramètres

- AF1, AF2, AF3.
- BF1, BF2, BF3.
- RF1, RF2, RF3s.
- SF1, SF2.
- SMAX : contrainte de référence (égale par défaut à YOUN*1 E-3).

5.6 LEMAITRE

5.6.1 Description du modèle

Modèle de fluage de Lemaitre.

Équations du modèle :

$$\varepsilon_f = AF1 \cdot (X^{AF2} + Y)$$

avec :

$$\frac{dX}{dt} = \left(\frac{\sigma}{KXF} \right)^{AF3/AF2} \cdot AF4^{1/AF2}$$

$$\frac{dY}{dt} = \left(\frac{\sigma}{KYF} \right)^{AF3} \cdot AF4$$

5.6.2 Description des paramètres

- KXF, KYF.
- AF1, AF2, AF3, AF4.
- SMAX : contrainte de référence (égale par défaut à YOUN*1 E-3).

5.7 POLYNOMIAL

5.7.1 Description du modèle

Modèle de fluage polynomial.

Équations du modèle :

$$v_f = AF0 + AF1.\sigma^{AF2} + AF3.\sigma^{AF4} + AF5.\sigma^{AF6}$$

5.7.2 Description des paramètres

- AF0, AF1, AF2, AF3, AF4, AF5, AF6.
- SMAX : contrainte de référence (égale par défaut à YOUN*1 E-3).

5.8 CERAMIQUE

5.8.1 Description du modèle

Modèle de comportement pour les céramiques.

Équations du modèle :

- Au dessus d'une température de transition, le matériau flue selon la loi de Norton :

$$\varepsilon_f = AF1.\sigma^{AF2}.t^{AF3}$$

- Au dessous de cette température, le matériau se comporte selon le modèle d'Ottosen.

5.8.2 Description des paramètres

- TTRA : température de transition.
- ENDG : déformation totale au delà de laquelle on a perte de la rigidité des éléments en fluage.
- AF1, AF2, AF3.
- SMAX : contrainte de référence (égale par défaut à YOUN*1 E-3).
- LTR : limite en traction (par défaut YOUN*1.2 E-4).
- GFTR : taux de restitution d'énergie, nommé aussi énergie de fissuration (par défaut LTR*3.9 E-5, mais cette valeur correspond à des unités SI).
- GS : module traduisant la perte de résistance au cisaillement d'une fissure avec son ouverture (usuellement compris entre 2 et 6 MPa et par défaut YOUN*1.8 E-4).
- BTR : fraction non recouvrable de l'ouverture d'une fissure (par défaut 0.2).

Remarques : Il faut obligatoirement adjoindre au MCHAML de de sous-type CARACTERISTIQUES construit par l'opérateur MATE, le MCHAML résultat de l'opérateur TAILle appliqué au modèle de calcul. Par ailleurs, en déformations planes et en axisymétrique, on peut définir en plus :

- EPSR : déformation à rupture dans la direction normale au plan de représentation.

5.9 MAXWELL

5.9.1 Description du modèle

Modèle de Maxwell généralisé. Il possède 4 branches obligatoires (en plus de la branche purement élastique) et 4 branches facultatives.



5.9.2 Description des paramètres

Pour chaque branche, les paramètres à fournir sont le module d'élasticité EM_i et le temps de relaxation TR_i (i variant de 1 à 4,5,6,7 ou 8). Pour la branche au comportement élastique, seul le module EM_0 est à fournir.

Remarque : La procédure IDENTI permet d'identifier les paramètres du modèle pour le comportement du béton selon les règlements EUROCODE 2 ou BPEL ou suivant le modèle de fluage du LCPC.

5.10 MAXOTT

5.10.1 Description du modèle

Modèle de comportement couplant le modèle OTTOSEN pour le comportement fragile et le modèle de MAXWELL pour le comportement de fluage.

5.10.2 Description des paramètres

Les paramètres de ce modèle de comportement sont les paramètres du modèle de MAXWELL et les paramètres du modèle OTTOSEN.

5.11 COMETE

5.11.1 Description du modèle

Équations du modèle :

$$\varepsilon_f = AF1 \cdot \sigma^{AF2} \cdot t^{AF3} + BF1 \cdot \sigma^{BF2} \cdot BF3^{BF5} \cdot t^{BF4}$$

5.11.2 Description des paramètres

- AF1, AF2, AF3.
- BF1, BF2, BF3, BF4, BF5.
- SMAX : contrainte de référence (égale par défaut à $YOUN * 1 E-3$).

5.12 CCPL

5.12.1 Description du modèle

Équations du modèle :

$$v_f = (1 + AL1 \cdot FII) \cdot \min(\max(v_{f1}, v_{f2}), v_{f3}) + DF1 \cdot \sigma^{DF2} \cdot FII \cdot DF3$$

avec :

$$v_{f1} = AF1 \cdot \sigma^{AF2} \cdot AF3$$

$$v_{f2} = BF1 \cdot \sigma^{BF2} \cdot BF3$$

$$v_{f3} = CF1 \cdot \sigma^{CF2} \cdot CF3$$

5.12.2 Description des paramètres

- AF1, AF2, AF3.
- BF1, BF2, BF3.
- CF1, CF2, CF3.
- AL1, FII.
- SMAX : contrainte de référence (égale par défaut à YOUN*1 E-3).

5.13 SODERBERG

5.13.1 Description du modèle

Équations du modèle :

$$\varepsilon_f = v_s \cdot t + E_f \cdot (1 - e^{-R \cdot t})$$

$$v_s = (1 + AL1 \cdot FII) \cdot \min(\max(v_{f1}, v_{f2}), v_{f3}) + DF1 \cdot \sigma^{DF2} \cdot FII \cdot DF3$$

avec :

$$v_{f1} = AF1 \cdot \sigma^{AF2} \cdot AF3$$

$$v_{f2} = BF1 \cdot \sigma^{BF2} \cdot BF3$$

$$v_{f3} = CF1 \cdot \sigma^{CF2} \cdot CF3$$

$$E_f = (EF1 \cdot e^{EF2 \cdot \sigma}) + EF3$$

$$R = (RF1 + RF2 \cdot \sigma)^{RF3}$$

5.13.2 Description des paramètres

- AF1, AF2, AF3.
- BF1, BF2, BF3.
- CF1, CF2, CF3.
- DF1, DF2, DF3.
- AL1, FII.
- EF1, EF2, EF3.
- SMAX : contrainte de référence (égale par défaut à YOUN*1 E-3).

5.14 X11

5.14.1 Description du modèle

Équations du modèle :

$$v_f = v_s + (v_p - v_s) \cdot e^{-e_f/E_0}$$

avec :

$$v_p = v_{p0} \cdot v_{pf}$$

$$v_s = v_{s0} \cdot v_{sf}$$

$$E_0 = EP01 \cdot \tanh(EP02 \cdot \sigma)$$

$$v_{p0} = VP01 \cdot \sinh(VP02 \cdot \sigma)$$

$$v_{s0} = VS01 \cdot \sinh(VS02 \cdot \sigma)$$

$$v_{pf} = VPF0 \cdot e^{-VPF1 \cdot FII} + (1 - VPF0) \cdot e^{-VPF2 \cdot FII}$$

$$v_{sf} = (1 - VSF0) \cdot e^{-VSF1 \cdot FII} + VSF0$$



5.14.2 Description des paramètres

- EP01, EP02.
- VP01, VP02.
- VS01, VS02.
- VPF0, VPF1, VPF2.
- VSF1, VSF2.
- FII.
- SMAX : contrainte de référence (égale par défaut à $YOUN*1 E-3$).



Chapitre 6

Formulation MECANIQUE VISCOPLASTIQUE

6.1 GUIONNET

6.1.1 Description du modèle

Modèle visco-plastique de Guionnet.

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes
- J_2 : second invariant du déviateur d'un tenseur
- $\underline{\underline{X}}$: variables d'écrouissage cinématiques
- α_i : variables internes, $i \in \{2, 3, 4\}$
- $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$: tenseur des déformations plastiques
- p : déformation plastique équivalente cumulée
- p_1 : $dp_1 = dp$ mais $p_1 = 0$ à chaque inversion de charge
- p_1 : valeur de p_1 à l'inversion de charge
- $\underline{\underline{n}}$: normale au critère f
- t : temps
- $\langle a \rangle$: partie positive de a

Équations du modèle :

- Critère :

$$f = J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) - R - K_K$$

- Écrouissage :

$$d\underline{\underline{X}} = M \cdot p_1^{(M-1)} \cdot \left(\frac{2}{3} (A \cdot \alpha_2 + \alpha_1) \underline{\underline{\varepsilon}}^p : \underline{\underline{n}} - (C_1 - C \cdot \alpha_4) \underline{\underline{X}} : \underline{\underline{n}} \right) d\underline{\underline{\varepsilon}}^p \\ - (C_0 \cdot \langle p_1 - P_1 M_0 \rangle + C \cdot \alpha_4) \underline{\underline{X}} \cdot dp - G \cdot J_2(\underline{\underline{X}})^R \cdot \underline{\underline{X}} \cdot dt$$

avec :

$$R = R_0 \cdot (1 - CD) + R_0 \cdot CD \cdot \alpha_2$$

$$K_K = K \cdot (1 + CK \cdot \alpha_2)$$

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = \frac{3}{2} \left\langle \frac{f}{K_K} \right\rangle^N \cdot \underline{\underline{n}}$$

– Écoulement :

$$\begin{aligned} \text{si } p_1 > p_1 : d\alpha_2 = d\alpha_4 = NN \cdot p_1^{(NN-1)} \cdot dp \\ \text{si } p_1 < p_1 : \begin{cases} d\alpha_2 = C2 \cdot (Q \cdot p_1^{NN} - \alpha_2) \cdot dp - G1 \cdot \alpha_2^{R1} \cdot dt \\ d\alpha_4 = -BETA \cdot \alpha_4 \cdot \frac{dp}{p} \end{cases} \end{aligned}$$

6.1.2 Description des paramètres

On donne, à titre indicatif, les valeurs des paramètres pour un acier 316L à 600 °C.

- N : exposant du seuil de visco-plasticité (20).
- K : facteur initial de normalisation du seuil (10 MPa).
- CK : constante dans la loi d'évolution de K (3.87).
- R0 : valeur initiale de la limite élastique (80 MPa).
- CD : constante dans la loi d'évolution de R (0).

Loi d'évolution du centre \underline{X} :

- A : coefficient de α_2 (15000 MPa).
- M : exposant de la déformation plastique (0.8, inférieur à 1)
- A1 : coefficient de la déformation plastique (200000 MPa)
- C : coefficient de α_4 (40)
- C1 : coefficient du terme de rappel (180)
- C0 : réglage pour déformation progressive (0)
- P1M0 : seuil pour terme de réglage
- G : coefficient du terme de restauration (1.5 E-10 s⁻¹)
- R : exposant du terme de restauration (4)

Loi d'évolution des variables internes α_2 et α_4 :

- NN : exposant de la déformation plastique (0.075)
- C2 : coefficient de la déformation plastique (4)
- Q : coefficient de la déformation plastique (3.43)
- G1 : coefficient du terme de restauration (1.5 E-6)
- R1 : exposant de α_2 (4)
- BETA : coefficient de α_4 (0.4)

6.2 CHABOCHE

6.2.1 Description du modèle

Modèle visco-plastique unifié de Chaboche.

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes
- $\underline{X}_1, \underline{X}_2$: variables d'écrouissage cinématique
- $\underline{\underline{\epsilon}}^p$: tenseur des déformations plastiques
- p : déformation plastique équivalente cumulée
- q : variable isotrope de la surface mémoire en déformation
- Y : variable cinématique de la surface mémoire en déformation
- I_2 : second invariant d'un tenseur
- J_2 : second invariant du déviateur d'un tenseur
- \underline{n}_f : normale au critère f



- \underline{n}_g : normale au seuil g
- t : temps
- $\langle a \rangle$: partie positive de a
- $\underline{X} = \underline{X}_1$ dans le cas d'un seul centre, $\underline{X} = \underline{X}_1 + \underline{X}_2$ dans le cas de deux centres
- $R_R = \text{ALFR} \cdot R$
- $K = K_0 + \text{ALFK} \cdot R$
- $Q(0) = Q_0$

Équations du modèle :

- Critère :

$$f = J_2 \left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}} \right) - R_R - \text{KK}$$

- Écrouissages :

$$d\underline{\underline{X}}_i = \begin{cases} \frac{2}{3} \text{Ai} \cdot \text{Ci} \cdot d\underline{\underline{\epsilon}}^p - \text{Ci} \cdot \underline{\underline{X}}_i \cdot p' \cdot dp - \left(\frac{J_2(\underline{\underline{X}}_i)}{\text{BETi}} \right)^{\text{Ri}-1} \cdot \underline{\underline{X}}_i \cdot dt & \text{si BETi non nul} \\ \frac{2}{3} \text{Ai} \cdot \text{Ci} \cdot d\underline{\underline{\epsilon}}^p - \text{Ci} \cdot \underline{\underline{X}}_i \cdot p' \cdot dp & \text{sinon} \end{cases} \quad i = 1, 2$$

avec :

$$p' = \text{PHI} + (1 - \text{PHI}) e^{-\text{B} \cdot p}$$

$$dp = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^N \cdot e^{\text{ALF} \cdot \langle f/K \rangle^{N+1}}$$

$$dR = \text{B} \cdot (Q - R) \cdot dp + \text{GAMA} \cdot \text{Sign}(Q_R - R) \cdot |Q_R - R|^M \cdot dt$$

- Écoulement :

$$d\underline{\underline{\epsilon}}^p = \frac{3}{2} \frac{\langle \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}} \rangle}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} \cdot dp$$

- Mémoire en déformation inélastique :

$$g = I_2 \left(\underline{\underline{\epsilon}}^p - \underline{\underline{Y}} \right) - q < 0$$

$$dQ = 2 \cdot \text{MU} \cdot (\text{QMAX} - Q) \cdot dq$$

$$dq = \text{ETA} \cdot \langle \underline{\underline{n}}_f \cdot \underline{\underline{n}}_g \rangle \cdot dp$$

$$d\underline{\underline{Y}} = \sqrt{\frac{3}{2}} (1 - \text{ETA}) \cdot \langle \underline{\underline{n}}_f \cdot \underline{\underline{n}}_g \rangle \cdot \underline{\underline{n}}_g \cdot dp$$

$$Q_R = Q - \text{QSTA} \cdot \left(1 - \left(\frac{\text{QMAX} - Q}{\text{QMAX}} \right)^2 \right)$$

6.2.2 Description des paramètres

On donne, à titre indicatif, les valeurs des paramètres pour un acier 316L à 600 °C.

Loi d'évolution du seuil :

- N : exposant du seuil de visco-plasticité (24).
- KK : valeur initiale de la limite élastique (10 MPa).
- K0 : facteur initial de normalisation du seuil (116 MPa).
- ALFK : coefficient d'évolution isotrope de K (1.5).
- ALFR : coefficient d'évolution isotrope du seuil (0.35).
- ALF : coefficient de viscosité (2 E6).

Loi d'évolution des centres \underline{X}_1 et \underline{X}_2 :

- A1 : coefficient de la déformation plastique (67.5 MPa).
- C1 : coefficient du terme de rappel (1300).
- BET1 : facteur de normalisation pour la restauration (4807 MPa).
- R1 : exposant du terme de restauration (4).
- A2 : coefficient de la déformation plastique (80 MPa).
- C2 : coefficient du terme de rappel (45).
- BET2 : facteur de normalisation pour la restauration (58480 MPa).
- R2 : exposant du terme de restauration (4).
- PHI : coefficient multiplicatif du terme de rappel (1).

Loi d'évolution de l'écrouissage isotrope :

- B : coefficient d'écrouissage isotrope (12).
- GAMA : coefficient de l'effet de restauration (2 E-7).
- M : exposant du terme de restauration (2).

Loi d'évolution de la mémoire de la déformation plastique :

- QMAX : valeur maximale de Q (455 MPa).
- QSTA : valeur stabilisée de Q (200 MPa).
- MU : coefficient de la loi d'évolution de Q (19).
- ETA : facteur liant q à la déformation plastique (0.06).

Reamrque : il faut initialiser la variable interne Q (valeur Q_0). Pour cela, il convient de créer un champ par élément de variables internes à une composante de nom QQ et de valeur Q_0 . Ce champ sera passé dans la table argument de PASAPAS. $Q_0=30$ MPa pour l'acier 316.

6.3 OHNO

6.3.1 Description du modèle

Modèle visco-plastique de Ohno (Chaboche modifié par Ohno).

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes
- $\underline{X}_1, \underline{X}_2$: variables d'écrouissage cinématique
- $\underline{\underline{\epsilon}}^p$: tenseur des déformations plastiques
- p : déformation plastique équivalente cumulée
- q : variable isotrope de la surface mémoire en déformation
- Y : variable cinématique de la surface mémoire en déformation
- I_2 : second invariant d'un tenseur
- J_2 : second invariant du déviateur d'un tenseur
- \underline{n}_f : normale au critère f
- \underline{n}_g : normale au seuil g
- t : temps
- $\langle a \rangle$: partie positive de a
- $\underline{X} = \underline{X}_1$ dans le cas d'un seul centre, $\underline{X} = \underline{X}_1 + \underline{X}_2$ dans le cas de deux centres
- $R_R = \text{ALFR}.R$
- $K = K_0 + \text{ALFK}.R$
- $Q(0) = Q_0$

Équations du modèle :



– Critère :

$$f = J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) - R_R - KK$$

– Écrouissages :

$$d\underline{\underline{X}}_i = \begin{cases} \frac{2}{3} Ai.Ci.d\underline{\underline{\epsilon}}^p - Ci.p'.\langle d\underline{\underline{\epsilon}}^p : \underline{\underline{K}}_i \rangle \cdot \left(\frac{J_2(\underline{\underline{X}}_i)}{L_i} \right)^{EXPi} - \left(\frac{J_2(\underline{\underline{X}}_i)}{BETi} \right)^{Ri-1} \cdot \underline{\underline{X}}_i . dt & \text{si BETi non nul} \\ \frac{2}{3} Ai.Ci.d\underline{\underline{\epsilon}}^p - Ci.\underline{\underline{X}}_i.p'.dp & \text{sinon} \end{cases} \quad i = 1, 2$$

avec :

$$p' = PHI + (1 - PHI)e^{-B.p}$$

$$L_i = \frac{Ai}{p'} \quad i = 1, 2$$

$$\underline{\underline{K}}_i = \frac{\underline{\underline{X}}_i}{J_2(\underline{\underline{X}}_i)} \quad i = 1, 2$$

$$dp = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^N . e^{ALF.<f/K>^{N+1}}$$

$$dR = B.(Q - R).dp + GAMA.Sign(Q_R - R).|Q_R - R|^M . dt$$

– Écoulement :

$$d\underline{\underline{\epsilon}}^p = \frac{3}{2} \frac{\langle \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}} \rangle}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} . dp$$

– Mémoire en déformation inélastique :

$$g = I_2(\underline{\underline{\epsilon}}^p - \underline{\underline{Y}}) - q < 0$$

$$dQ = 2.MU.(QMAX - Q).dq$$

$$dq = ETA.\langle \underline{\underline{n}}_f . \underline{\underline{n}}_g \rangle . dp$$

$$d\underline{\underline{Y}} = \sqrt{\frac{3}{2}}(1 - ETA).\langle \underline{\underline{n}}_f . \underline{\underline{n}}_g \rangle . \underline{\underline{n}}_g . dp$$

$$Q_R = Q - QSTA. \left(1 - \left(\frac{QMAX - Q}{QMAX} \right)^2 \right)$$

6.3.2 Description des paramètres

On donne, à titre indicatif, les valeurs des paramètres pour un acier 316L à 600 °C.

Loi d'évolution du seuil :

- N : exposant du seuil de visco-plasticité (24).
- KK : valeur initiale de la limite élastique (10 MPa).
- K0 : facteur initial de normalisation du seuil (116 MPa).
- ALFK : coefficient d'évolution isotrope de K (1.5).
- ALFR : coefficient d'évolution isotrope du seuil (0.35).
- ALF : coefficient de viscosité (2 E6).

Loi d'évolution des centres $\underline{\underline{X}}_1$ et $\underline{\underline{X}}_2$:

- A1 : coefficient de la déformation plastique (67.5 MPa).

- C1 : coefficient du terme de rappel (1300).
- BET1 : facteur de normalisation pour la restauration (4807 MPa).
- R1 : exposant du terme de restauration (4).
- A2 : coefficient de la déformation plastique (80 MPa).
- C2 : coefficient du terme de rappel (45).
- BET2 : facteur de normalisation pour la restauration (58480 MPa).
- R2 : exposant du terme de restauration (4).
- PHI : coefficient multiplicatif du terme de rappel (1).
- EXP1 : exposant du terme de rappel (2).
- EXP2 : exposant du terme de rappel (2).

Loi d'évolution de l'écrouissage isotrope :

- B : coefficient d'écrouissage isotrope (12).
- GAMA : coefficient de l'effet de restauration (2 E-7).
- M : exposant du terme de restauration (2).

Loi d'évolution de la mémoire de la déformation plastique :

- QMAX : valeur maximale de Q (455 MPa).
- QSTA : valeur stabilisée de Q (200 MPa).
- MU : coefficient de la loi d'évolution de Q (19).
- ETA : facteur liant q à la déformation plastique (0.06).

Reamrque : il faut initialiser la variable interne Q (valeur Q_0). Pour cela, il convient de créer un champ par élément de variables internes à une composante de nom QQ et de valeur Q_0 . Ce champ sera passé dans la table argument de PASAPAS. $Q_0=30$ MPa pour l'acier 316.

6.4 VISCODOMMAGE

6.4.1 Description du modèle

Modèle visco-plastique endommageable de Lemaitre et Chaboche.

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes
- $\underline{\underline{s}}$: déviateur du tenseur des contraintes
- $\underline{\underline{\epsilon}}^p$: tenseur des déformations plastiques
- p : déformation plastique équivalente cumulée
- $J_0(\underline{\underline{\sigma}})$: contrainte principale maximale
- σ_{eq} : contrainte équivalente au sens de Von Mises
- D : variable d'endommagement
- $X(\underline{\underline{\sigma}})$: contrainte équivalente de fluage



Équations du modèle :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = \frac{3}{2} dp \frac{\underline{\underline{s}}}{\sigma_{eq}}$$

$$dq = dp(1 - D)$$

$$dq = \left(\frac{\sigma_{eq}}{(1 - D) \cdot KK \cdot (q^{1/M})} \right)^N$$

$$dD = \left\langle \frac{X(\underline{\underline{\sigma}})}{A} \right\rangle^R \cdot ((1 - D)^{-k})$$

avec k fonction de $X(\underline{\underline{\sigma}})$.

$$X(\underline{\underline{\sigma}}) = ALP1 \cdot J_0(\underline{\underline{\sigma}}) + BLP1 \cdot \frac{Tr(\underline{\underline{\sigma}})}{3} + (1 - ALP1 - BLP1) \cdot \sigma_{eq} = \begin{cases} 0 & \text{si } y < 0 \\ y & \text{si } y > 0 \end{cases}$$

6.4.2 Description des paramètres

- N, M, KK : paramètres définissant la loi de fluage.
- A, R : paramètres définissant la loi d'évolution du dommage D .
- ALP1, BLP1 : paramètres définissant la contrainte équivalente de fluage $X(\underline{\underline{\sigma}})$.
- EVOL : EVOLUTION, courbe définissant l'évolution du paramètre k avec la contrainte équivalente de fluage $X(\underline{\underline{\sigma}})$. Si k est constant, définir une évolution constante.
- SMAX : contrainte de référence (égale par défaut à YOUN*1 E-3).

6.5 PARFAIT

6.5.1 Description du modèle

Modèle visco-plastique parfait. La variation de la déformation visco-plastique est donnée par :

$$\frac{d\varepsilon^{vp}}{dt} = \left(\frac{\sigma - SIGY}{K} \right)^N \frac{\sigma'}{\sigma}$$

6.5.2 Description des paramètres

- SIGY : limite élastique (le modèle marche même lorsque SIGY=0).
- K : constante de viscosité.
- N : exposant de la loi.

6.6 POUDRE_A

6.6.1 Description du modèle

Modèle visco-plastique d'Abouaf pour les poudres.

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes
- $\underline{\underline{s}}$: déviateur du tenseur des contraintes

- $\underline{\underline{\epsilon}}^{vp}$: tenseur des déformations visco-plastiques
- $\underline{\underline{\sigma}}_{eq}$: contrainte équivalente
- I_1 : premier invariant du tenseur des contraintes
- J_2 : second invariant du déviateur du tenseur des contraintes
- ρ : densité relative du matériau poreux
- f : fonction de la densité relative
- c : fonction de la densité relative
- t : temps
- T : température
- $\underline{\underline{I}}$: tenseur unité

Équations du modèle :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{eq} = \sqrt{f \cdot I_1^2 + \frac{3}{2} \cdot c \cdot J_2^2}$$

$$\frac{d\underline{\underline{\epsilon}}^{vp}}{dt} = \rho \cdot A \cdot e^{-Q/(RT)} \cdot \underline{\underline{\sigma}}_{eq}^{N-1} \cdot \left(f \cdot I_1 \cdot \underline{\underline{I}} + \frac{3}{2} c \cdot \underline{\underline{s}} \right)$$

$$Tr \left(\frac{d\underline{\underline{\epsilon}}^{vp}}{dt} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$$

6.6.2 Description des paramètres

- A : coefficient de la loi de fluage en puissance.
- N : exposant de la loi de fluage en puissance.
- QSRT : énergie d'activation.
- F0, F1, F2, F3, F4, F5 : paramètres définissant la fonction f .
- C0, C1, C2, C3, C4, C5 : paramètres définissant la fonction c .
- RHOR : densité relative initiale du matériau.

6.7 DDI
6.7.1 Description du modèle

Modèle visco-plastique à deux déformations inélastiques.

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes
- $\underline{\underline{\epsilon}}^p$: tenseur des déformations plastiques
- $\underline{\underline{\epsilon}}^v$: tenseur des déformations visco-plastiques
- p : déformation plastique équivalente cumulée
- v : déformation visco-plastique équivalente cumulée
- $\underline{\underline{X}}^p$ et $\underline{\underline{X}}^v$: variables d'écrouissage cinématique ($i = 1, 2$)
- $\underline{\underline{R}}^p$ et $\underline{\underline{R}}^v$: variables d'écrouissage isotrope
- J_2 : second invariant du déviateur d'un tenseur
- $\underline{\underline{n}}_p$: normale au critère f_p
- $\underline{\underline{n}}_v$: normale au critère f_v
- t : temps
- $\langle a \rangle$: partie positive de a
- $\underline{\underline{X}}^p = \underline{\underline{X}}_1^p$ et $\underline{\underline{X}}^v = \underline{\underline{X}}_1^v$ dans le cas d'un seul centre.
- $\underline{\underline{X}}^p = \underline{\underline{X}}_1^p + \underline{\underline{X}}_2^p$ et $\underline{\underline{X}}^v = \underline{\underline{X}}_1^v + \underline{\underline{X}}_2^v$ dans le cas de deux centres.

Équations du modèle :



– Critères :

$$f_p = J_2 \left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}^p \right) - R^p$$

$$f_v = J_2 \left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}^v \right) - R^v$$

– Écrouissages :

$$\underline{\underline{X}}_1^p = \frac{2}{3} \text{CP1} \cdot \underline{\underline{\alpha}}_1^p + \frac{2}{3} \text{CVP1} \cdot \underline{\underline{\alpha}}_1^v$$

$$\underline{\underline{X}}_2^p = \frac{2}{3} \text{CP2} \cdot \underline{\underline{\alpha}}_2^p + \frac{2}{3} \text{CVP2} \cdot \underline{\underline{\alpha}}_2^v$$

$$\underline{\underline{X}}_1^v = \frac{2}{3} \text{CV1} \cdot \underline{\underline{\alpha}}_1^v + \frac{2}{3} \text{CVP1} \cdot \underline{\underline{\alpha}}_1^p$$

$$\underline{\underline{X}}_2^v = \frac{2}{3} \text{CV2} \cdot \underline{\underline{\alpha}}_2^v + \frac{2}{3} \text{CVP2} \cdot \underline{\underline{\alpha}}_2^p$$

$$d\underline{\underline{\alpha}}_i^p = d\underline{\underline{\varepsilon}}^p - \frac{3 \text{DPi}}{2 \text{CPI}} \cdot \underline{\underline{X}}_i^p \cdot dp \quad (i = 1, 2)$$

$$d\underline{\underline{\alpha}}_i^v = d\underline{\underline{\varepsilon}}^v - \frac{3 \text{DVi}}{2 \text{CVi}} \cdot \underline{\underline{X}}_i^v \cdot dv \quad (i = 1, 2)$$

$$R^p = \text{RP0} + \text{QP} \cdot (1 - e^{-\text{BP} \cdot p})$$

$$R^v = \text{RV0} + \text{QV} \cdot (1 - e^{-\text{BV} \cdot v})$$

– Écoulement :

dp vérifie $df_p = 0$

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = \frac{3}{2} \frac{\langle \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}^p \rangle}{J_2 \left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}^p \right)} dp$$

$$dv = \left(\frac{\langle f_v \rangle}{\text{KS}} \right)^N$$

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^v = \frac{3}{2} \frac{\langle \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}^v \rangle}{J_2 \left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}^v \right)} dv$$

6.7.2 Description des paramètres

On donne, à titre indicatif, les valeurs des paramètres pour le Zirconium alpha à 200° C :

- CP1 : coefficient de $\underline{\underline{\alpha}}_1^p$ (34000 MPa).
- CP2 : coefficient de $\underline{\underline{\alpha}}_2^p$ (60000 MPa).
- CV1 : coefficient de $\underline{\underline{\alpha}}_1^v$ (24000 MPa).
- CV2 : coefficient de $\underline{\underline{\alpha}}_2^v$ (9000 MPa).
- CVP1 : coefficient de couplage visco-plastique (0).
- CVP2 : coefficient de couplage visco-plastique (0).

Loi d'évolution des variables internes ALPHApi et ALPHAvi :

- DP1 : coefficient de $\underline{\underline{\alpha}}_1^p \cdot dp$ (250).
- DP2 : coefficient de $\underline{\underline{\alpha}}_2^p \cdot dp$ (3000).
- DV1 : coefficient de $\underline{\underline{\alpha}}_1^v \cdot dv$ (300).
- DV2 : coefficient de $\underline{\underline{\alpha}}_2^v \cdot dv$ (3000).

Loi d'évolution de l'érouissage isotrope :

- BP : coefficient de p (120).
- QP : coefficient de l'érouissage isotrope plastique (-60 MPa).
- RP0 : valeur initiale du seuil plastique (135 MPa).
- BV : coefficient de ν (10).
- QV : coefficient de l'érouissage isotrope visco-plastique (-20 MPa).
- RV0 : valeur initiale du seuil visco-plastique (70 MPa).

Loi d'évolution de ν :

- KS : coefficient de normalisation du seuil (960 MPa).
- N : exposant du seuil de visco-plasticité (3.4).

6.8 KOCKS

6.8.1 Description du modèle

Modèle visco-élasto-visco-plastique anisotherme de Kocks.

Notations :

- S : résistance isotrope à la déformation (variable interne)
- \dot{S} : variation de la variable interne
- J_2 : deuxième invariant du déviateur du tenseur des contraintes
- $\dot{\epsilon}^P$: taux de variation de déformation plastique équivalente
- T : la température

Équations du modèle :

- Loi d'écoulement :

$$\dot{\epsilon}^P = A. \left(\sinh \left(B. \frac{J_2}{S} \right) \right)^{1/M} . e^{-Q/RT}$$

- Variation de la variable interne :

$$\dot{S} = H0. \left| \frac{S_{sat} - S}{S_{sat} - S0} \right|^{AP} \text{Sign}(S_{sat} - S0). \dot{\epsilon}^P$$

$$S_{sat} = SB \left(\frac{Z}{A} \right)^N$$

$$Z = \dot{\epsilon}^P . e^{Q/R.T}$$

6.8.2 Description des paramètres

- A : facteur pré-exponentiel.
- B : facteur de normalisation de la variable S .
- M : exposant de la loi d'écoulement.
- Q : énergie d'activation.
- R : constante des gaz parfaits.
- H0 : taux d'érouissage athermique initial.
- AP : exposant de la loi d'érouissage.
- SB : coefficient de la loi de saturation de S .
- N : exposant de la loi de saturation de S .
- S0 : valeur initiale de S .



6.9 NOUAILLAS_A

6.9.1 Description du modèle

Modèle visco-plastique de Nouaillas. Similaire au modèle CHABOCHE, la différence se situe sur la manière de calculer les $\underline{\underline{X}}$.

Référence : NOUAILHAS D., « A viscoplastic modelling applied to stainless steel behaviour », *Second Inter. Conf. on Constitutive Laws for Engineering Materials*, University of Arizona, Tucson, pp. 717-724, (1987).

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes
- $\underline{\underline{A}}_1, \underline{\underline{A}}_2$: variables pour l'érouissage cinématique
- $\underline{\underline{X}}_1, \underline{\underline{X}}_2$: érouissage cinématique
- $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$: tenseur des déformations plastiques
- p : déformation plastique équivalente cumulée
- q : variable isotrope de la surface mémoire en déformation
- Y : variable cinématique de la surface mémoire en déformation
- I_2 : second invariant d'un tenseur
- J_2 : second invariant du déviateur d'un tenseur
- $\underline{\underline{n}}_f$: normale au critère f
- $\underline{\underline{n}}_g$: normale au seuil g
- t : temps
- $\langle a \rangle$: partie positive de a
- $\underline{\underline{X}} = \underline{\underline{X}}_1$ dans le cas d'un seul centre, $\underline{\underline{X}} = \underline{\underline{X}}_1 + \underline{\underline{X}}_2$ dans le cas de deux centres
- $R_R = \text{ALFR} \cdot R$
- $K = K_0 + \text{ALFK} \cdot R$
- $Q(0) = Q_0$

Équations du modèle :

- Critère :

$$f = J_2 \left(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}} \right) - R_R - K$$

- Érouissages :

$$\underline{\underline{X}}_i = \frac{2}{3} \text{CLi} \cdot \underline{\underline{A}}_i$$

$$d\underline{\underline{A}}_i = \begin{cases} d\underline{\underline{\varepsilon}}^p - \text{DNLi} \cdot \underline{\underline{A}}_i \cdot p' \cdot dp - \frac{3}{2} \left(\frac{J_2(\underline{\underline{X}}_i)}{\text{GDMi}} \right)^{\text{PTMi}} \frac{\underline{\underline{X}}_i}{J_2(\underline{\underline{X}}_i)} \cdot dt & \text{si GDMi non nul} \\ d\underline{\underline{\varepsilon}}^p - \text{DNLi} \cdot \underline{\underline{A}}_i \cdot p' \cdot dp & \text{sinon} \end{cases} \quad i = 1, 2$$

avec :

$$p' = \text{PHI} + (1 - \text{PHI}) e^{-B \cdot p}$$

$$dp = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^N \cdot e^{\text{ALF} \cdot \langle f/K \rangle^{N+1}}$$

$$dR = B \cdot (Q - R) \cdot dp + \text{GAMA} \cdot \text{Sign}(Q_R - R) \cdot |Q_R - R|^M \cdot dt$$

- Écoulement :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = \frac{3}{2} \frac{\langle \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}} \rangle}{J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} \cdot dp$$

– Mémoire en déformation inélastique :

$$\begin{aligned}
 g &= I_2 \left(\underline{\underline{\epsilon}}^p - \underline{\underline{Y}} \right) - q < 0 \\
 dQ &= 2 \cdot \text{MU} \cdot (\text{QMAX} - Q) \cdot dq \\
 dq &= \text{ETA} \cdot \langle \underline{\underline{n}}_f \cdot \underline{\underline{n}}_g \rangle \cdot dp \\
 d\underline{\underline{Y}} &= \sqrt{\frac{3}{2}} (1 - \text{ETA}) \cdot \langle \underline{\underline{n}}_f \cdot \underline{\underline{n}}_g \rangle \cdot \underline{\underline{n}}_g \cdot dp \\
 Q_R &= Q - \text{QSTA} \cdot \left(1 - \left(\frac{\text{QMAX} - Q}{\text{QMAX}} \right)^2 \right)
 \end{aligned}$$

6.9.2 Description des paramètres

Loi d'évolution du seuil :

- N : exposant du seuil de visco-plasticité.
- KK : valeur initiale de la limite élastique.
- K0 : facteur initial de normalisation du seuil.
- ALFK : coefficient d'évolution isotrope de K.
- ALFR : coefficient d'évolution isotrope du seuil.
- ALF : coefficient de viscosité.

Loi d'évolution des centres $\underline{\underline{X}}_1$ et $\underline{\underline{X}}_2$:

- CL1 : coefficient de la déformation plastique
- DNL1 : coefficient du terme de rappel.
- GDM1 : facteur de normalisation pour la restauration.
- PTM1 : exposant du terme de restauration.
- CL2 : coefficient de la déformation plastique
- DNL2 : coefficient du terme de rappel.
- GDM2 : facteur de normalisation pour la restauration.
- PTM2 : exposant du terme de restauration.
- PHI : coefficient multiplicatif du terme de rappel.

Loi d'évolution de l'écrouissage isotrope :

- B : coefficient d'écrouissage isotrope.
- GAMA : coefficient de l'effet de restauration.
- M : exposant du terme de restauration.

Loi d'évolution de la mémoire de la déformation plastique :

- QMAX : valeur maximale de Q.
- QSTA : valeur stabilisée de Q.
- MU : coefficient de la loi d'évolution de Q.
- ETA : facteur liant q à la déformation plastique.

Remarque : il faut initialiser la variable interne Q (valeur Q_0). Pour cela, il convient de créer un champ par élément de variables internes à une composante de nom QQ et de valeur Q_0 . Ce champ sera passé dans la table argument de PASAPAS.



6.10 NOUAILLAS_B

6.10.1 Description du modèle

Modèle visco-plastique de Nouaillas. La différence avec le modèle de NOUAILLAS_A se situe sur l'évolution de l'érouissage isotrope. Par ailleurs la restauration par le temps n'est possible que sur le calcul de $\underline{\underline{X}}_1$.

Référence : NOUAILHAS D., « A viscoplastic modelling applied to stainless steel behaviour », *Second Inter. Conf. on Constitutive Laws for Engineering Materials*, University of Arizona, Tucson, pp. 717-724, (1987).

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes
- $\underline{\underline{A}}_1, \underline{\underline{A}}_2$: variables pour l'érouissage cinématique
- $\underline{\underline{X}}_1, \underline{\underline{X}}_2$: érouissage cinématique
- $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$: tenseur des déformations plastiques
- p : déformation plastique équivalente cumulée
- I_2 : second invariant d'un tenseur
- J_2 : second invariant du déviateur d'un tenseur
- t : temps
- $\langle a \rangle$: partie positive de a
- $\underline{\underline{X}} = \underline{\underline{X}}_1$ dans le cas d'un seul centre, $\underline{\underline{X}} = \underline{\underline{X}}_1 + \underline{\underline{X}}_2$ dans le cas de deux centres

Équations du modèle :

- Critère :

$$f = J_2 (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) - R_R$$

- Érouissages :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{X}}_1 &= \frac{2}{3} \text{CL1} \cdot \underline{\underline{A}}_1 \\ d\underline{\underline{A}}_1 &= \begin{cases} d\underline{\underline{\varepsilon}}^p - \text{DNL1} \cdot \underline{\underline{A}}_1 \cdot p' \cdot dp - \frac{3}{2} \left(\frac{J_2(\underline{\underline{X}}_1)}{\text{GDM1}} \right)^{\text{PTM1}} \frac{\underline{\underline{X}}_1}{J_2(\underline{\underline{X}}_1)} \cdot dt & \text{si GDM1 non nul} \\ d\underline{\underline{\varepsilon}}^p - \text{DNL1} \cdot \underline{\underline{A}}_1 \cdot p' \cdot dp & \text{sinon} \end{cases} \\ \underline{\underline{X}}_2 &= \frac{2}{3} \text{CL2} \cdot \underline{\underline{A}}_2 \\ d\underline{\underline{A}}_2 &= d\underline{\underline{\varepsilon}}^p - \text{DNL2} \cdot \underline{\underline{A}}_2 \cdot p' \cdot dp \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned} p' &= \text{PHI} + (1 - \text{PHI}) e^{-B \cdot p} \\ dp &= \left\langle \frac{f}{K0} \right\rangle^N \cdot e^{\text{ALF} \cdot \langle f/K0 \rangle^{N+1}} \\ R_R &= \text{KK} + (\text{RMAX} - \text{KK}) \cdot (1 - e^{-BR \cdot p}) \end{aligned}$$

- Écoulement :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = \frac{3}{2} \frac{\langle \underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}} \rangle}{J_2 (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} \cdot dp$$

6.10.2 Description des paramètres

Loi d'évolution du seuil :

- N : exposant du seuil de visco-plasticité.
- KK : valeur initiale de la limite élastique.
- K0 : facteur initial de normalisation du seuil.
- ALF : coefficient de viscosité.

Loi d'évolution des centres \underline{X}_1 et \underline{X}_2 :

- CL1 : coefficient de la déformation plastique
- DNL1 : coefficient du terme de rappel.
- GDM1 : facteur de normalisation pour la restauration.
- PTM1 : exposant du terme de restauration.
- CL2 : coefficient de la déformation plastique
- DNL2 : coefficient du terme de rappel.
- PHI : coefficient multiplicatif du terme de rappel.
- B : coefficient d'écrouissage cinématique.

Loi d'évolution de l'écrouissage isotrope :

- RMAX : valeur maximale de R.
- BR : coefficient d'écrouissage isotrope.

6.11 VISK2

6.11.1 Description du modèle

Modèle visco-plastique à deux variables internes basé sur le modèle plastique à écrouissage cinématique. En deca du seuil, le comportement est élastique. Au-delà, on cumule un effet d'écrouissage cinématique, et un effet de viscosité de type Maxwell, étendu par la possibilité d'utiliser une loi polynomiale.

6.11.2 Description des paramètres

- SIGY : limite élastique.
- H : écrouissage cinématique.
- ETA : coefficient de viscosité.
- HVIS : module lie à la viscosité.
- N : exposant de la loi.

6.12 VISCOHINT

6.12.1 Description du modèle

Il s'agit d'un modèle de JOIN avec dégradation jusqu'à la phase ultime de la rupture. Ce modèle d'endommagement est dépendant du temps. Il a comme support géométrique les éléments RACCORD. Les lois du modèle sont les même que pour le modèle HINTE. Seules la variation de l'endommagement est modifiée.

Équations du modèle :

- Énergie dissipée :

$$E = Y_1 \frac{d1}{dt} + Y_2 \frac{d2}{dt}$$



$d1$ et $d2$ sont deux variables internes d'endommagement.

$$\text{Si : } d2 < 1 \text{ et } Y^{\text{MM}}, w(Y) < 1, \text{ alors } \frac{d1}{dt} = \frac{d2}{dt}$$

$$\text{sinon, } d2 = 1$$

– Un endommagement isotrope est introduit sous la forme :

$$Y = \sup (Y_2^{\text{AL}} + ((\text{GAM1} \cdot Y_1)^{\text{AL}}))^{1/\text{AL}}$$

– La fonction de délaminage est :

$$w(Y) = \frac{\left(\left(\frac{n}{n+1}\right)^n\right)^n}{(Y_C - Y_0)^n}$$

– La force thermodynamique à rupture associée à l'endommagement ultime D_R est :

$$Y_R = Y_0 + \frac{n+1}{n} \cdot (Y_C - Y_0) \cdot \text{DCRI}^{1/n}$$

6.12.2 Description des paramètres

- Y_0 : seuil d'endommagement.
- Y_C : énergie critique d'endommagement.
- GAM1 : paramètre de couplage entre énergies de cisaillement et d'ouverture.
- AL : gouverne la forme et le lieu de rupture en mode mixte.
- NN : correspond au terme n , caractérise la plus ou moins grande fragilité de l'interface (plus n est grand, plus l'interface est fragile).
- DCRI : permet de simuler une rupture fragile (par défaut $\text{DCRI}=1$).
- KS : rigidité d'interface en cisaillement.
- KN : rigidité d'interface normale.
- MM : paramètre de l'effet de retard (par défaut $\text{MM}=1$).
- KK : temps caractéristique.

6.13 MISTRAL

6.13.1 Description du modèle

Modèle général de déformation MISTRAL. Applicable à un matériau orthotrope, le modèle traite l'ensemble des déformations suivantes :

- dilatation thermique ;
- déformation élastique ;
- 0 ou 1 déformation plastique instantanée à seuil ;
- de 0 à 3 (dans version actuelle) déformations viscoplastiques ;
- croissance sous irradiation.

De ce fait, pour tout matériau traité par MISTRAL :

- la dilatation thermique existant par ailleurs dans Cast3M doit être mise à zéro :
'ALP1' 0. 'ALP2' 0. 'ALP3' 0. ;
- les coefficients d'élasticité doivent être définis de la façon générale existant dans Cast3M pour un matériau orthotrope :
'YG1' 'E1 'YG2' 'E2 'YG3' 'E3
'NU12' NU12 'NU23' NU23 'NU13' NU13
'G12' MU12 'G13' MU13 'G23' MU23 ;

mais les objets E1, E2, E3, NU12, NU23, NU13, MU12, MU23, MU13 sont nécessairement des EVOLUTIONS donnant les coefficients d'élasticité en fonction de la température absolue (en K).

Le modèle MISTRAL fonctionne pour des éléments massifs et pour les types de calcul suivants : tridimensionnel, axisymétrie, déformations planes, contraintes planes et déformations planes généralisées.

Référence : rapport DMN/SEMI/LEMO/RT/01-010/A

6.13.2 Description des paramètres

- DILT : liste de réels contenant les paramètres des fonctions traduisant l'évolution des coefficients de dilatation thermique en fonction de la température.
- NDIM : liste de 4 entiers en format réel contenant : le nombre de déformations plastiques instantanées à seuil (0 ou 1), le nombre de déformations viscoplastiques (0 à 3), le numéro maximal de niveau de contraintes internes pour toute déformation plastique précédente (0 à 2 dans version actuelle), le niveau 0 correspondant aux contraintes internes (directement) mesurables, 1 ou 0 selon qu'il existe ou non des couplages par les contraintes internes entre déformations plastiques de natures différentes.
- COHI : liste de réels contenant les paramètres des fonctions traduisant l'évolution des coefficients d'anisotropie plastique (de Hill) en fonction de la température et de la fluence de neutrons rapides*.
- ACOU : liste de réels contenant les paramètres relatifs à la loi d'écoulement**.
- ECRI : liste de réels contenant les paramètres relatifs à la loi d'écrouissage isotrope*.
- ECRC : liste de réels contenant les paramètres relatifs à la loi d'écrouissage cinématique*.
- DUR1 : liste de réels contenant les paramètres relatifs à la variable de durcissement d'irradiation*.
- CROI : liste de réels contenant les paramètres de la loi de croissance sous irradiation.
- INCR : liste de réels contenant les incréments maximaux autorisées pour la détermination automatique du pas de temps lors de l'intégration des équations d'évolution des variables matériau par MISTRAL.

* Pour toutes les déformations plastiques.

** Pour toutes les déformations viscoplastiques.

Avec certains types de calcul de Cast3M, toutes les bases de l'espace à 3 dimensions ne sont pas accessibles pour la base principale d'orthotropie, par exemple : la base (radiale, circonférentielle, axiale) n'est pas accessible en mode axisymétrique (la direction circonférentielle est toujours en 3^e position). Or les lois des gaines des combustibles sont habituellement exprimées dans cette base.

C'est pourquoi on doit fournir les deux nombres suivants pour définir la base principale d'orthotropie pour MISTRAL (toujours dans l'espace à 3 dimensions) par rapport à la base principale d'orthotropie pour Cast3M (il s'agit d'une simple permutation des axes avec éventuel changement de sens pour conserver l'orientation de l'espace) :

- SIP1 : numéro d'ordre de la 1^{re} direction de la base MISTRAL dans la base Cast3M, affecté du signe – s'il y a changement de sens.
- SIP2 : numéro d'ordre de la 2^e direction de la base MISTRAL dans la base Cast3M, affecté du signe – s'il y a changement de sens.

Avant l'appel à l'opérateur MATE, les données peuvent être lues sur un fichier, et en plus mises en forme adaptée à Cast3M pour les coefficients d'élasticité, par la procédure @MISTPAR de la façon suivante :

```
fichier = 'nom du fichier de donn\'ees' ;
PDILT E1 E2 E3 NU12 NU23 NU13 MU12 MU23 MU13
NDIME PCOHI PECOU PECRI PECRC PDURI PCROI PINCR
      = @MISTPAR fichier SENSIP1 SENSIP2 ;
```



Les nombres SENSIP1 et SENSIP2, affecté à SIP1 et SIP2 dans l'opérateur MATE, sont arguments de cette procédure pour transformer les coefficients d'élasticité de la base d'orthotropie MISTRAL à celle de Cast3M.

6.14 GATT_MONERIE

6.14.1 Description du modèle

Modèle visco-plastique de Gatt-Monerie pour le comportement du combustible UO_2 standard ou dopé au chrome. Il fonctionne pour des éléments massifs et pour les types de calcul suivants : tridimensionnel, axisymétrie, déformations planes, contraintes planes et déformations planes généralisées.

Équations du modèle (élasticité) :

- Le module de Young E s'écrit sous la forme :

$$E = E_m(T).E_f(f)$$

où $E_m(T)$ est une fonction de la température (éventuellement constante) T exprimée en Kelvin et $E_f(f)$ est une fonction de la porosité f du matériau (variable interne du modèle, éventuellement constante).

- Le module de cisaillement G s'écrit sous la forme :

$$G = G_m(T).G_f(f)$$

où $G_m(T)$ est une fonction de la température et $G_f(f)$ est une fonction de la porosité du matériau.

- Le coefficient de Poisson ν est obtenu à partir de l'expression :

$$\nu = \frac{E}{2G} - 1$$

- Le coefficient de dilatation thermique α s'écrit sous la forme :

$$\alpha = \alpha_m(T).\alpha_f(f)$$

où $\alpha_m(T)$ est une fonction de la température et $\alpha_f(f)$ est une fonction de la porosité du matériau.

Dans le cadre de ce modèle, les données à introduire et relatives au comportement élastique sont donc les suivantes :

- YOUN : module de Young E .
- NU : coefficient de Poisson ν .
- ALPH : coefficient de dilatation thermique α .
- RHO : masse volumique initiale.

La déformation visco-plastique $\underline{\underline{\epsilon}}^{vp}$ comprend un fluage d'origine thermique primaire et secondaire et un fluage induit par l'irradiation.

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur de contraintes
- $I_1 = (1/3)Tr(\underline{\underline{\sigma}})$
- $\underline{\underline{I}}$: tenseur identité
- $\underline{\underline{s}}$: déviateur du tenseur des contraintes.
- σ_{eq} : contrainte équivalente au sens de Von Mises ($\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2}\underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}}$)
- $\underline{\underline{\epsilon}}^{vp}$: tenseur des déformations visco-plastiques
- $\epsilon_{eq}^{vp} = \sqrt{\frac{2}{3}\underline{\underline{\epsilon}}^{vp} : \underline{\underline{\epsilon}}^{vp}}$

– ϕ flux de fissions

Équations du modèle (visco-plasticité) :

– Fluage d'origine thermique.

La vitesse de fluage primaire d'origine thermique s'exprime par :

$$\underline{\dot{\varepsilon}}_0^{vp} = \frac{3}{2} K' \cdot \frac{\sigma_{eq}^{AP-1}}{(\underline{\varepsilon}_{eq}^{vp})_{BP}^{\underline{\varepsilon}}}$$

Le fluage secondaire d'origine thermique fait intervenir deux mécanismes (de diffusion et de dislocation). Pour chacun de ces deux mécanismes de fluage, le potentiel thermodynamique ψ_i s'écrit sous la forme ($i = 1$: premier mécanisme / $i = 2$: second mécanisme) :

$$\psi_i = \frac{Ak_i}{Ni+1} \cdot \left(A_i(f) \cdot \left(\frac{3}{2} I_1 \right)^2 + B_i(f) \cdot \sigma_{eq}^2 \right)^{(Ni+1)/2}$$

avec :

$$\begin{aligned} K' &= KP \cdot e^{-QP/R.T} \\ A_i(f) &= \left(Ni \cdot \left(f^{-1/Ni} - 1 \right) \right)^{-2 \cdot Ni / (Ni+1)} \\ B_i(f) &= \frac{1 + \frac{2f}{3}}{(1-f)^{2 \cdot Ni / (Ni+1)}} \\ Ak_1 &= Wc_1 \cdot K1 \cdot DG^{M1} \cdot e^{-Q1/R.T} \\ Wc_1 &= 1 + CR1 \cdot \frac{1 + \tanh\left(\frac{CR-CR2}{CR3}\right)}{2} \\ Ak_2 &= Wc_2 \cdot K2 \cdot DG^{M2} \cdot e^{-Q2/R.T} \\ Wc_2 &= 2 \left(1 - \cos\left(\frac{DG}{DG0}\right) \right) \end{aligned}$$

Pour chaque mécanisme, la vitesse de fluage thermique $\underline{\dot{\varepsilon}}_i^{vp}$ se calcule par :

$$\begin{aligned} \underline{\dot{\varepsilon}}_i^{vp} &= \frac{1}{3} \frac{d\psi_i}{dI_1} \underline{I} + \frac{3}{2} \frac{d\psi_i}{d\sigma_{eq}} \frac{\underline{\varepsilon}}{\sigma_{eq}} \\ &= \frac{1}{2} Ak_i \cdot \left(\left(A_i(f) \cdot \left(\frac{3}{2} I_1 \right)^2 + B_i(f) \cdot \sigma_{eq}^2 \right)^{(Ni-1)/2} \right) \cdot \left(A_i(f) \cdot \frac{3}{2} \cdot \underline{I} + 3B_i(f) \cdot \underline{\varepsilon} \right) \end{aligned}$$

Le potentiel thermodynamique ψ est le résultat du couplage entre ces deux mécanismes via la fonction de couplage statique θ_0 ou dynamique θ :

$$\begin{aligned} \psi &= (1 - \theta_0) \psi_1 + \theta_0 \psi_2 \\ \text{ou } \psi &= (1 - \theta) \psi_1 + \theta \psi_2 \end{aligned}$$



La fonction de couplage statique θ_0 est définie par :

$$\theta_0(T, G_{eq}^\sigma) = \frac{1}{2} \text{BETA} \cdot \left(1 + \tanh \left(\frac{T - (\text{OMEG} \cdot (G_{eq}^\sigma)^{-Q})}{H} \right) \right)$$

$$\frac{d\theta_0}{d\sigma} = \frac{1}{2} \text{BETA} \cdot \text{Q} \cdot \frac{\text{OMEG}}{H} \cdot (G_{eq}^\sigma)^{-Q-2} \cdot \left(1 - \tanh \left(\left(\frac{T - (\text{OMEG} \cdot (G_{eq}^\sigma)^{-Q})}{H} \right)^2 \right) \right)$$

$$G_{eq}^\sigma = \sqrt{\frac{B1}{B1 + \frac{A1}{4}} \sigma_{eq}^2 + \frac{9A1}{4B1 + A1} I_1^2}$$

La vitesse de la fonction de couplage dynamique θ est définie par :

$$\dot{\theta}(T, \sigma_{eq}) = \text{Sign}(\theta_0 - \theta) \cdot \frac{(\theta_0 - \theta)^2}{\theta_0} \tau_0$$

où τ_0 est le temps caractéristique constant, dépendant de la taille de grain pour le combustible UO_2 , et valant :

$$\tau_0 = \text{DYN1} \cdot \left(1 + \tanh \left(\frac{\text{DYN2} - T}{\text{DYN3}} \right) \right) + 1$$

pour le combustible AFA3GLAA. La vitesse de fluage thermique secondaire $\underline{\dot{\epsilon}}_{12}^{vp}$ issue des deux mécanismes et du couplage statique entre eux est :

$$\underline{\dot{\epsilon}}_{12}^{vp} = (1 - \theta_0) \underline{\dot{\epsilon}}_1^{vp} + \theta_0 \underline{\dot{\epsilon}}_2^{vp} + \frac{d\theta_0}{d\sigma} (\psi_2 - \psi_1)$$

La vitesse de fluage thermique secondaire $\underline{\dot{\epsilon}}_{12}^{vp}$ issue des deux mécanismes et du couplage dynamique entre eux est :

$$\underline{\dot{\epsilon}}_{12}^{vp} = (1 - \theta) \underline{\dot{\epsilon}}_1^{vp} + \theta \underline{\dot{\epsilon}}_2^{vp}$$

La vitesse de fluage thermique (primaire et secondaire) est :

$$\underline{\dot{\epsilon}}^{vp} = \underline{\dot{\epsilon}}_0^{vp} + \underline{\dot{\epsilon}}_{12}^{vp}$$

Cette vitesse de fluage thermique est par ailleurs multipliée par un facteur d'accélération dont l'expression est : $1 + K \cdot \phi$ avec ϕ flux de fissions.

– Fluage induit par l'irradiation.

La vitesse $\underline{\dot{\epsilon}}_{ir}^{vp}$ de fluage induit par l'irradiation est de la forme :

$$\underline{\dot{\epsilon}}_{ir}^{vp} = A \cdot \phi \cdot \left(\underline{\sigma}^{N3-1} \right) \cdot e^{-Q3/(R \cdot T)} \cdot \frac{3}{2} \underline{\sigma}$$

6.14.2 Description des paramètres

- R : constante des gaz parfaits.
- DG : taille de grain.
- DG : taille de grain.

Pour le fluage primaire (origine thermique) :

- KP : constante du modèle.
- AP : constante du modèle.
- BP : constante du modèle.
- QP : énergie d'activation du fluage primaire.

Pour le mécanisme 1 (fluage secondaire, origine thermique) :

- K1 : constante du modèle.
- M1 : constante du modèle.
- Q1 : énergie d'activation du mécanisme 1.
- N1 : constante du modèle.
- CR : concentration en Chrome.
- CR1 : constante du modèle.
- CR2 : constante du modèle.
- CR3 : constante du modèle.

Pour le mécanisme 2 (fluage secondaire, origine thermique) :

- K2 : constante du modèle.
- M2 : constante du modèle.
- Q2 : énergie d'activation du mécanisme 2.
- N2 : constante du modèle.
- DG0 : constante du modèle.

Pour le couplage entre les deux mécanismes :

- OMEG : constante du modèle.
- Q : constante du modèle.
- H : constante du modèle.
- BETA : 1 ou 0 selon la présence ou non de couplage.

Pour l'accélération du fluage thermique :

- K : constante du modèle

Pour le fluage induit par l'irradiation :

- A : constante du modèle.
- Q3 : énergie d'activation du système.
- N3 : constante du modèle.

Remarques :

- La vitesse de déformation liée au gonflement solide s'écrit :

$$\dot{\epsilon}^{gs} = \frac{1}{3} \text{KGON} \frac{dB_u}{dt} I$$

- La vitesse de déformation liée à la densification se calcule par :

$$\dot{\epsilon}^d = \frac{1}{3} \frac{d}{dt} \left[- \frac{(1 + \text{KGON} \cdot B_u) \cdot A \cdot \ln(B_u / \text{BUMI})}{1 - \text{POR0} + A \cdot \ln(B_u / \text{BUMI})} \right] \cdot I$$

Le coefficient A est obtenu par un processus itératif qui nécessite les données suivantes :

- ADEN : donnée spécifique du matériau.
- KGON : coefficient de gonflement.
- BUMI : valeur seuil du taux de combustion en dessous de laquelle la masse volumique est constante.



B_u est le taux de combustion (variable interne du modèle). Son calcul à partir de l'évolution temporelle du flux de fissions ϕ nécessite les données suivantes :

- RHO : masse volumique initiale.
- EFIS : énergie moyenne dégagée par fission .
- POR0 : porosité initiale.

- Données optionnelles :
 - TYPE : 0 (par défaut) si combustible UO₂, 1 si combustible AFA3GLAA.
 - COMP : 0 (par défaut) si combustible compressible, 1 sinon.
 - DYN : 0 (par défaut) si couplage statique, 1 si couplage dynamique.

Pour combustible UO₂ :

- DYN1 : constante de la fonction de couplage dynamique τ .

Pour combustible AFA3GLAA :

- DYN1 : constante de la fonction de couplage dynamique.
- DYN2 : constante de la fonction de couplage dynamique.
- DYN3 : constante de la fonction de couplage dynamique.

- Avant l'appel à l'opérateur MATE, les données peuvent être lues sur un fichier, et de plus mises en forme adaptée à Cast3M, par la procédure @GATTPAR de la façon suivante (se reporter à la notice de la procédure @GATTPAR) :
fichier = 'nom du fichier de donn\'ees' ;
tata = '@GATTPAR' fichier ;

6.15 UO2

6.15.1 Description du modèle

Le modèle UO2 décrit la visco-plasticité du combustible UO₂ standard ou dopé au chrome avec possibilité de fissuration en traction. Il s'agit d'un couplage entre le modèle de fissuration proposé par OTTOSEN et le modèle visco-plastique GATT_MONERIE. Il fonctionne :

- pour des éléments massifs et pour les types de calcul tridimensionnel, axisymétrique, en déformations planes, en contraintes planes et en déformations planes généralisées ;
- pour des éléments de type coques minces avec ou sans cisaillement transverse en tridimensionnel.

Pour la description des données à introduire dans le cadre de ce modèle, on se reportera au chapitre relatif au modèle GATT_MONERIE en ce qui concerne les caractéristiques de visco-plasticité.

6.15.2 Description des paramètres

- LTR : limite en traction (par défaut YOUN*1.2E-4).
- LTR1 : limite en traction pour la première direction de fissuration (par défaut LTR).
- LTR2 : limite en traction pour la deuxième direction de fissuration (par défaut LTR).
- LTR3 : limite en traction pour la troisième direction de fissuration (par défaut LTR). Sans objet en contraintes planes et pour les coques minces.
- GFTR : taux de restitution d'énergie ou énergie de fissuration (par défaut LTR*3.9E-5).
- GFT1 : énergie de fissuration pour la première direction de fissuration (par défaut GFTR).
- GFT2 : énergie de fissuration pour la deuxième direction de fissuration (par défaut GFTR).
- GFT3 : énergie de fissuration pour la troisième direction de fissuration (par défaut GFTR). Sans objet en contraintes planes et pour les coques minces.

- GS : module traduisant la perte de résistance au cisaillement d'une fissure avec son ouverture (par défaut $YOUN * 1.8E-4$).
- GS1 : pour la première direction de fissuration, module traduisant la perte de résistance au cisaillement de la fissure avec son ouverture (par défaut GS).
- GS2 : pour la deuxième direction de fissuration, module traduisant la perte de résistance au cisaillement de la fissure avec son ouverture (par défaut GS).
- GS3 : pour la troisième direction de fissuration, module traduisant la perte de résistance au cisaillement de la fissure avec son ouverture (par défaut GS). Sans objet en contraintes planes et pour les coques minces.
- EPSR : déformation à rupture dans la direction normale au plan de représentation pour les calculs axisymétriques, en déformations planes et en déformations planes généralisées (par défaut $3 * LTR / YOUN$).
- EPSB : déformation caractérisant le changement de pente dans le cas d'une relation contrainte/déformation d'ouverture bilinéaire dans la direction normale au plan de représentation, pour les calculs axisymétriques, en déformations planes et en déformations planes généralisées (par défaut 0).
- WRUP : ouverture déterminant la rupture d'une fissure (par défaut 0).
- WRU1 : ouverture déterminant la rupture d'une fissure pour la première direction de fissuration (par défaut WRUP ou $2 * GFT1 / LTR1$ si $WRUP=0$).
- WRU2 : ouverture déterminant la rupture d'une fissure pour la deuxième direction de fissuration (par défaut WRUP ou $2 * GFT2 / LTR2$ si $WRUP=0$).
- WRU3 : ouverture déterminant la rupture d'une fissure pour la troisième direction de fissuration (par défaut WRUP ou $2 * GFT3 / LTR3$ si $WRUP=0$). Sans objet pour les calculs axisymétriques, en déformations planes, en déformations planes généralisées, en contraintes planes et pour les coques minces.
- BILI : ouverture caractérisant le changement de pente dans le cas d'une relation contrainte/ouverture bilinéaire (par défaut 0).
- BIL1 : pour la première direction de fissuration, ouverture caractérisant le changement de pente dans le cas d'une relation contrainte/ouverture bilinéaire (par défaut BILI).
- BIL2 : pour la deuxième direction de fissuration, ouverture caractérisant le changement de pente dans le cas d'une relation contrainte/ouverture bilinéaire (par défaut BILI).
- BIL3 : pour la troisième direction de fissuration, ouverture caractérisant le changement de pente dans le cas d'une relation contrainte/ouverture bilinéaire (par défaut BILI). Sans objet pour les calculs axisymétriques, en déformations planes, en déformations planes généralisées, en contraintes planes et pour les coques minces.
- BTR : fraction non recouvrable de l'ouverture d'une fissure (par défaut 0.2).
- SIMP : conditionne le type de résolution souhaitée. Si $SIMP=0$, résolution exacte, si $SIMP=1$, résolution simplifiée à énergie de fissuration nulle (par défaut 0).

Remarques :

- Les valeurs par défaut sont fournies dans le système d'unités international.
- Dans un deuxième temps, il faut obligatoirement adjoindre au MCHAML de de sous-type CARACTERISTIQUES construit par l'opérateur MATE, le MCHAML résultat de l'opérateur TAILle appliqué au modèle de calcul.

6.16 VISCODD

6.16.1 Description du modèle

Modèle visco-plastique à écrouissage isotrope avec deux variables d'endommagements : une première ductile isotrope et une seconde de fluage anisotrope.

Notations :

- $\underline{\underline{\sigma}}$: tenseur des contraintes



- σ_{eq} : contrainte équivalente endommagée
- $\underline{\underline{\epsilon}}^p$: tenseur des déformations inélastiques
- p : déformation inélastique équivalente cumulée
- $\underline{\underline{M}}$: tenseur prenant en compte l'anisotropie de l'endommagement
- t : temps
- $\langle a \rangle$: partie positive de a
- r : variable d'érouissage isotrope
- R : érouissage isotrope
- D_d : endommagement isotrope ductile
- Y_d : taux de restitution d'énergie d'endommagement ductile
- D_c : endommagement anisotrope de fluage
- Y_c : taux de restitution d'énergie d'endommagement de fluage
- $H()$: fonction d'Heaviside

Équations du modèle :

- Calcul de σ_{eq} :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{M}} : \underline{\underline{\sigma}}}{(1 - D_d) \cdot (1 - D_c)}}$$

- Critère :

$$f = \sigma_{eq} - R - \text{SIGY}$$

- Érouissage :

$$dR = B \cdot (R - \text{RI}) \cdot dr$$

- Loi de viscosité :

$$dr = \left(\frac{\sigma_{eq} - R - \text{SIGY}}{K} \right)^N \cdot dt$$

- Écoulement :

$$d\underline{\underline{\epsilon}}^p = \frac{\underline{\underline{M}} : \underline{\underline{\sigma}}}{\sigma_{eq}(1 - D_d) \cdot (1 - D_c)} \cdot dr$$

- Loi d'endommagement ductile :

$$dD_d = \left(\frac{Y_d}{SD} \right)^{RD} \cdot dr \cdot H(p - PD)$$

- Loi d'endommagement de fluage :

$$dD_c = \left(\frac{Y_c}{SC} \right)^{RC} \cdot dr \cdot H(p - PC)$$

6.16.2 Description des paramètres

- N : exposant de loi de visco-plasticité.
- K : module de viscosité.
- B : facteur d'érouissage.
- R : valeur limite de l'érouissage.
- SIGY : limite d'élasticité.
- SD : facteur endommagement ductile.
- RD : exposant endommagement ductile.
- PD : seuil d'endommagement ductile.
- SC : facteur endommagement de fluage.

- RC : exposant endommagement de fluage.
- PC : seuil d'endommagement de fluage.

Remarque : l'exemple visco2d.dgibi traite du fluage d'une éprouvette en 16MND5 avec cette loi mais pour de plus amples renseignements il convient de se rapporter à la thèse de VEREECKE B. : « Analyse probabiliste du comportement d'une famille d'aciers pour cuve de REP en cas d'accident grave », Thèse de doctorat de l'Université Paris 6, LMT-Cachan, (2004).



Index

A		FRAGILE_UNI.....	24
ACIER_ANCRAGE.....	22	G	
ACIER_UNI.....	21	GATT_MONERIE.....	77
AMADEI.....	21	GAUVAIN.....	14
ANCRAGE_ELIGEHAUSEN.....	19	GLOBAL.....	16
B		GUIONNET.....	61
BETOCYCL.....	28	GURSON.....	18
BETON.....	11	GURSON2.....	49
BETON_BAEL.....	23	H	
BETON_DYNAR_LMT.....	51	HINTE.....	33
BETON_INSA.....	27, 51	HUJEU.....	17
BETON_UNI.....	22	I	
BILIN_EFFZ.....	15	INFILL_UNI.....	25
BILIN_MOMY.....	15	INTIMP.....	32
BLACKBURN.....	53	ISOTROPE.....	9
BLACKBURN_2.....	54	J	
C		J2.....	34
CAM_CLAY.....	17	JOINT_COAT.....	19
CCPL.....	57	JOINT_DILATANT.....	18
CERAMIQUE.....	56	JOINT_SOFT.....	19
CHABOCHE.....	62	K	
CHABOCHE1.....	12	KOCKS.....	70
CHABOCHE2.....	13	L	
CINEMATIQUE.....	9	LEMAITRE.....	55
CISAIL_NL.....	25	LINESPRING.....	15
COMETE.....	57	M	
COULOMB.....	20	MAXOTT.....	57
D		MAXWELL.....	56
DDI.....	68	MAZARS.....	23, 39
DESMORAT.....	44	MISTRAL.....	75
DRAGON.....	50	MRS_LADE.....	35
DRUCKER_PARFAIT.....	9	MVM.....	41
DRUCKER_PRAGER.....	10	N	
DRUCKER_PRAGER_2.....	11	NORTON.....	53
E		NOUAILLAS_A.....	71
ECROUIS_INSA.....	28	NOUAILLAS_B.....	73
ENDO_PLAS.....	52	F	
ENDOMMAGEABLE.....	14	F	
F		F	
FATSIN.....	44	F	

O		X	
OHNO.....	64	X11	58
OTTOSEN	27		
P		Z	
PARFAIT	9, 67	ZERILLI.....	30
PARFAIT_ANCRAGE	26		
PARFAIT_INSA	27		
PARFAIT_UNI	26		
POLYNOMIAL	56		
POUDRE_A.....	67		
POWDER_FEFP.....	38		
POWDERCAP_FEFP	38		
PRESTON	30		
PSURY	47		
R			
RCCMR_304.....	55		
RCCMR_316.....	54		
RH_COULOMB	34		
RHMC_FEFP	38		
RICJOI	20		
RICRAG2D	45		
RICRAG3D	45		
ROTATING_CRACK.....	40		
ROUSSELIER	48		
S			
SIC_SIC	40		
SICSCAL	42		
SICTENS	43		
SODERBERG	58		
STEINBERG.....	29		
STRUT_UNI	24		
T			
TAKEMO_EFFZ	15		
TAKEMO_MOMY	15		
TUYAU_FISSURE.....	14		
U			
UBIQUITOUS.....	16		
UNILATERAL.....	23, 40		
UO2.....	81		
V			
VISCODD	82		
VISCODOMMAGE.....	66		
VISCOHINT	74		
VISK2.....	74		
VMT_FEFP	37		