

# Non convergence

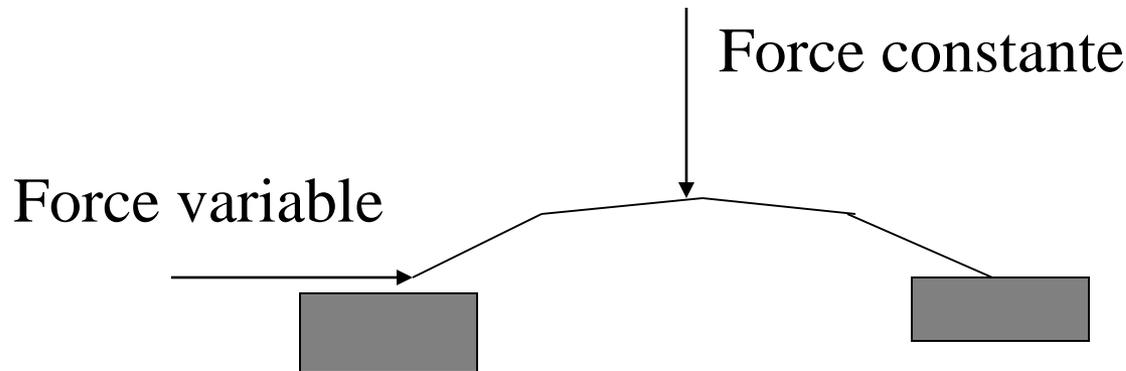
- Non existence de la solution physique
- Non unicité de la solution physique
- Non existence de la solution discrétisée
- Non convergence de l'algorithme

# Non existence de la solution physique

- Problème faux : mode d'ensemble excité ou conditions aux limites incompatibles
- Ruine de la structure
  - La non convergence n'est pas un bon critère
- Saut entre des états stables
  - En contraintes ou en déformations
  - Impossible de réduire le pas de chargement
  - Impossible de piloter car mauvais contrôle de la solution

# Saut dans la solution

- Exemple : retournement de fond sous contrôle d'une force latérale

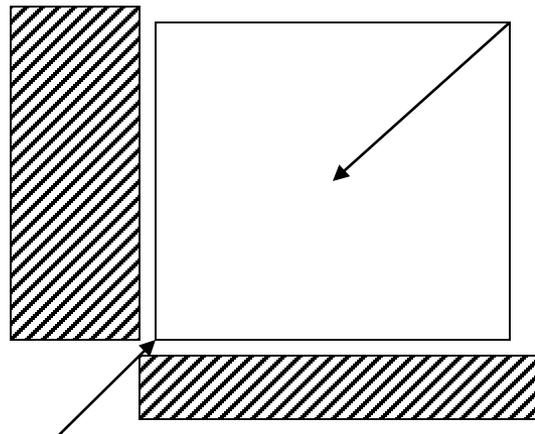


# Non unicité de la solution physique

- Unicité en linéaire, raideur définie positive
- Non unicité si existence mode d'ensemble non excité, infinité de solutions possibles
- Non unicité due au nl géométrique : flambage, 2 ou + branches possibles
- Non unicité due aux conditions de contact

# Contact et non unicité

- Structure tenue par les conditions de contact
- Brisure de symétrie liée aux modes d'ensemble (trois solutions possibles)



# Comportement et non unicité

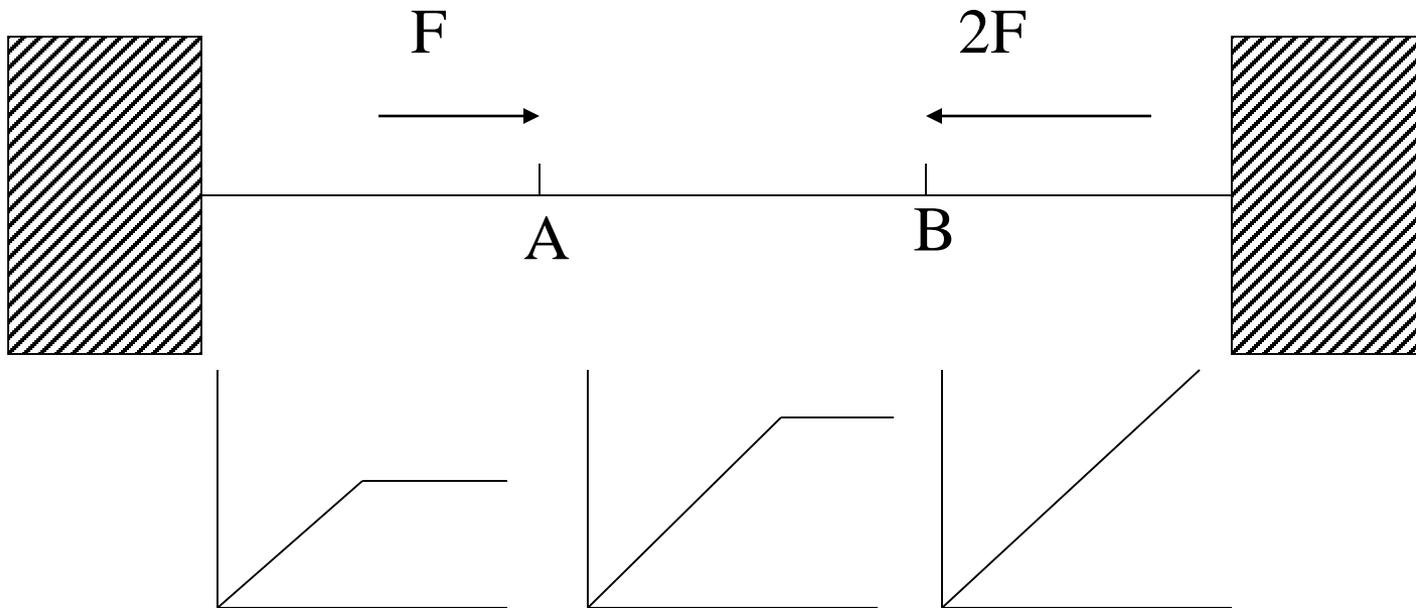
- En général unicité au niveau du modèle
  - si critère de plasticité convexe
  - (quoique : multicritère avec écrouissage négatif)
- Indétermination de la solution en plasticité
  - Dépendance du chemin de chargement
- Principe de dissipation plastique minimum
- Modèle de plasticité n'autorise pas charge plastique suivie de décharge élastique dans un pas de calcul

# Comportement (2)

- → unicité si chargement local croissant et écouissage positif
- Non unicité évidente si matériau fragile (écrouissage négatif)
- Chargement général croissant n'entraîne pas chargement local croissant
  - Possibilité obtenir localement charge suivie de décharge
- → Non unicité possible même si écouissage positif

# chargement local non monotone avec écoulement positif

Systeme à 3 éléments



# Systeme à trois éléments

- L'élément central a pour effet de limiter la force transmise depuis B à l'élément de gauche. La force appliquée en A lui est enlevée.
- Solution physique avec plasticité dans l'élément de gauche suivie d'une décharge
- Solution numérique sans plasticité dans l'élément de gauche (physiquement possible mais trajet de chargement extérieur non proportionnel)

# Convergence vers mauvaise solution

- La solution physique dépend du trajet de chargement local
- La solution numérique suppose un trajet de chargement local monotone
- → convergence vers solution non physique, associée à un trajet de chargement inconnu
- Tend vers la bonne solution en diminuant le pas de charge

# Symétrie

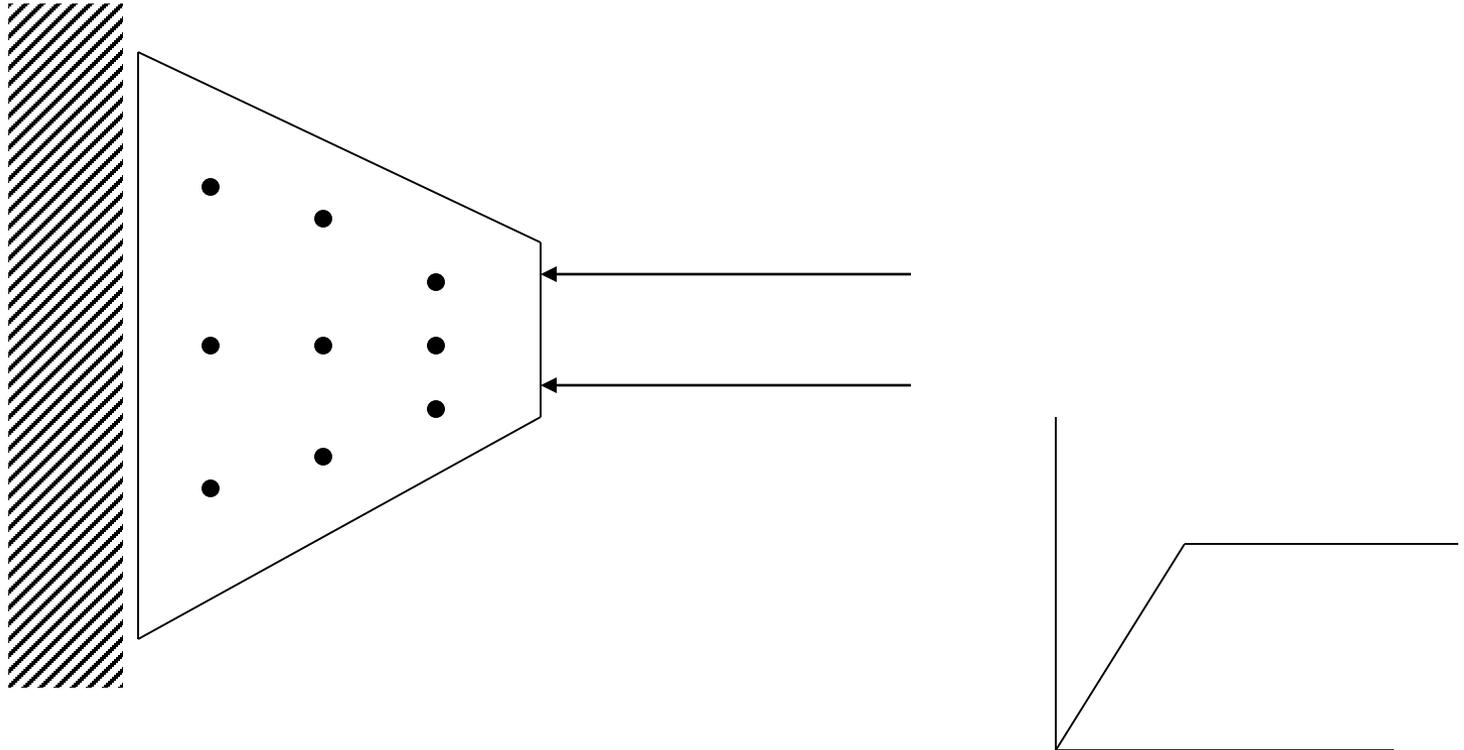
- Attention, structure symétrique et chargement symétrique n'entraînent pas symétrie de la solution en présence de non linéarités
- Contact, NL géométrique, comportement, pressions suivieuses, etc

# Non existence de la solution discrétisée

- L'espace des solutions possibles est basé sur l'interpolation éléments finis à partir des déplacements aux nœuds.
- L'hypothèse (dans le comportement) qu'on se situe sur le potentiel de plasticité n'est pas toujours compatible avec l'interpolation EF
- Oscillation entre plusieurs états non équilibrés ou convergence vers une solution en déséquilibre.
- Pas d'amélioration de convergence en diminuant le pas de charge

# Problème du à la discrétisation

Quadrangle à 8 nœuds 9 pts intégration

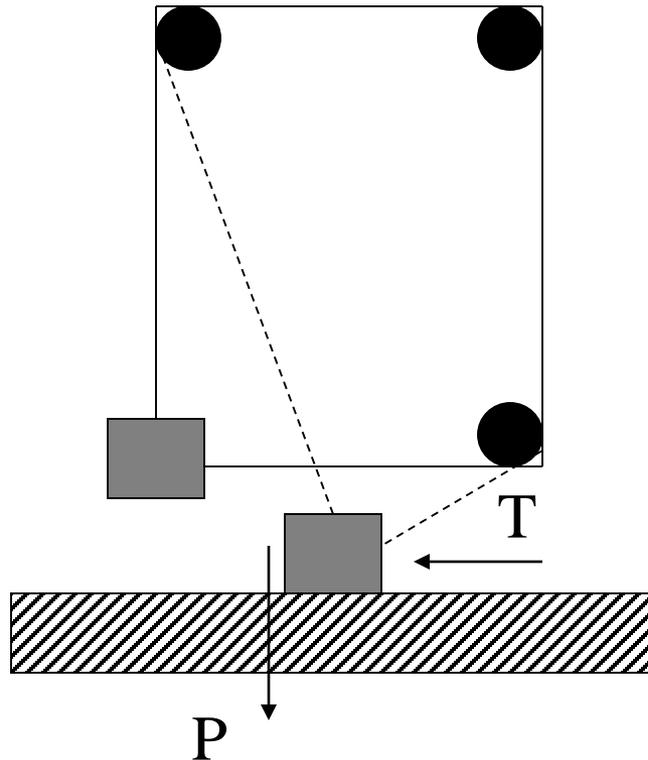


# Discrétisation - exemple

- Quand la contrainte sature dans l'élément (à cause de la plasticité), celui ci se déforme pour obtenir une solution en équilibre
- Cette déformation nécessite des forces verticales qui ne sont pas dans les forces extérieures
- → Convergence vers une solution en déséquilibre
- Existence d'une solution avec décharge élastique sur certains points de Gauss.
- Problème du à un état de contraintes non uniforme ne touche pas les éléments à contrainte constante

# Non convergence algorithme

- Exemple en contact frottement :



# NC Algorithme (2)

- Oscillation entre deux états en déséquilibre
- Existence d'une solution physique
- Possible aussi en NL matériau
- Du à un couplage entre 2 directions de contraintes
- Pas d'amélioration en diminuant le pas de charge

# Contact de Hertz

- Oscillation sur les réactions tangentielles due à la discrétisation en temps
- Problème de modélisation du comportement de frottement
- Incertitude sur l'instant initial de contact
- Convergence en réduisant le pas de temps

# Non convergence (conclusion)

- Problème sans solution ou mal posé  $\Leftrightarrow$  données incorrectes
- Peut être du à un problème de rayon de convergence ou d'instabilité. Possibilité diminution du pas de charge ou pilotage suivant un critère (déplacement ou déformation). Possibilité ajustement automatique dans le code de calcul

# Non convergence - remarque

- N'implique pas la ruine de la structure
- Exemple : voile en béton armé
  - Fissuration apparaît très tôt → non convergence (couplage traction cisaillement)
  - Reprise des efforts par les fers
  - Ruine par striction (ou perte d'adhérence) des fers pour une charge beaucoup plus élevée

# Traitement dans Cast3M

- Si il s'agit d'un problème de rayon de convergence et si le contrôle du système est bon : calcul automatique du pas de charge ou pilotage en déplacement ou déformation
- Sinon méthode de convergence forcée : rééquilibrage du système à partir de la solution en déséquilibre

# Convergence forcée (Cast3M)

- Détection non convergence
- Acceptation solution en déséquilibre
- Actualisation problème (géométrie, écrouissage)
- Pas d'incrément de charge, uniquement le déséquilibre
- Recommencer les itérations d'équilibre à partir du nouvel état initial

# Détection non convergence

- Mathématiquement :  $\exists \epsilon, \forall N \text{ Crit}(N) > \epsilon$
- Algorithmiquement :  $\exists \epsilon$  et  $\exists N \text{ Crit}(N) > \epsilon$
- Nombre d'itérations pas un bon critère car dépend de la vitesse de convergence
- Dans Cast3M : pas d'amélioration du critère au bout de  $\epsilon$  itérations :
  - $\forall N \text{ Crit}(N) > \text{Crit}(N - \epsilon)$
- 2 critères : convergence  $\epsilon$  et non convergence  $\epsilon$

# Acceptation solution

- En cas de non convergence, l'hypothèse de système tangent local ne s'applique plus.
- Désactivation accélération de convergence, itérations pour obtenir un critère de l'ordre du min obtenu dans les itérations
- Problème possible de rayon de convergence si solution itération trop éloignée de l'état initial

# Convergence forcée

- Relâchement de la condition de minimisation de dissipation plastique
- Autorise localement charge suivie de décharge dans le pas de charge
- Extension du domaine des solutions admissibles
- Convergence forcée du fait de l'irréversibilité de la déformation plastique (nécessite une solution physique)

# Convergence forcée (remarque)

- Dans les problèmes de flip flop numérique ou d'espace discrétisé insuffisant, une non convergence suffit
- Dans les problèmes de propagation de fissure, la fissure progresse d'un élément à chaque non convergence. Nécessité de plusieurs itérations de non convergence pour atteindre un état d'équilibre.
- Stabilité de la solution vis à vis du pas de charge.

# Non convergence (bilan)

- Convergence schéma contraintes initiales si chargement local monotone et écrouissage positif. Solution du problème physique avec chargement local proportionnel
- Problèmes en analyse limite avec élément à contrainte variable
- Problèmes si chargement local non monotone ou écrouissage négatif
- La convergence forcée trouve une solution respectant le comportement et l'équilibre, mais avec un trajet de chargement différent

# Non convergence et physique

- En situation de déséquilibre, l'hypothèse d'existence d'une solution statique peut être fausse, c'est l'inertie qui rend l'équilibre.
- Un calcul dynamique réel n'est pas envisageable
  - L'échelle de temps concernée est très petite
  - Il faudrait mettre de l'amortissement pour trouver une solution en équilibre
- Le schéma de convergence forcée est un schéma dynamique implicite en annulant la vitesse à chaque pas

# Conclusion

- La réduction du pas ou le pilotage permettent de résoudre les problèmes de rayon de convergence ou de stabilité si le chargement contrôle bien la solution
- La convergence forcée permet de résoudre les difficultés dues à la dissipation matérielle (plasticité ou rupture)
- Si il y a des grands sauts de déformations, il faut les contrôler.
- Il faut vérifier la solution obtenue et si le problème résolu est bien le problème posé