



DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE

Propagation de fissure de fatigue par une approche champ de phase couplée AMR/saut de cycle

Club Cast3M 2022 – 25/11/2022

Adrien Jaccon

Directeur de thèse :

- Anthony Gravouil

Encadrants :

- Benoit Prabel

- Gergely Molnár

- Joffrey Bluthé

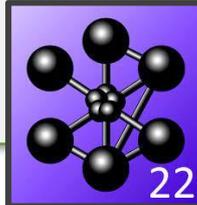


- **Contexte**
- **Champ de phase pour la fissuration en fatigue**
- **Schéma itératif de saut de cycle**
- **Raffinement adaptatif de maillage**
- **Applications numériques**
- **Perspectives**

LISN

Laboratoire d'Intégrité des Structures et de Normalisation

- Expérimentations
- Simulations avec Cast3M



Quelle approche pour modéliser la fissure ?

Approche habituelle → Discrète

- Traitement discret de la fissure
- Interaction de fissure ?
- Critère de propagation à ajouter

Approche testé → Diffuse, champ de phase

- Traitement diffus de la fissure
- Beaucoup de DDL
- Pas de critère en plus → Problème d'optimisation

➔ Couplage AMR et saut de cycle pour utilisation de la méthode sur des cas industriels

FABIME-2

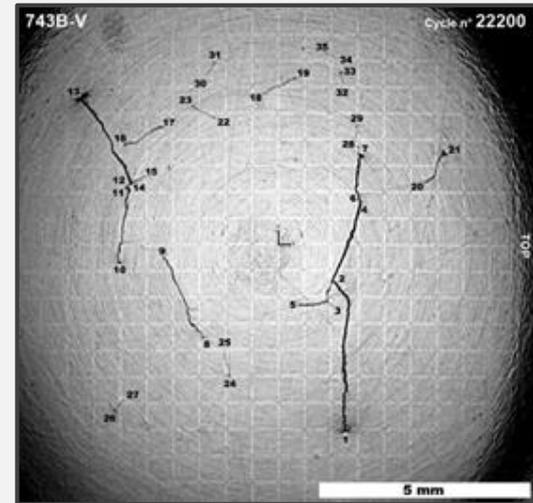
Essai de fatigue avec réseau de fissure

figure par Gourdin et Perez [1]

- Contexte
- **Champ de phase pour la fissuration en fatigue**
- Schéma itératif de saut de cycle
- Raffinement adaptatif de maillage
- Applications numériques
- Perspectives

Méthode champ de phase

Substituer la discontinuité par un paramètre de phase

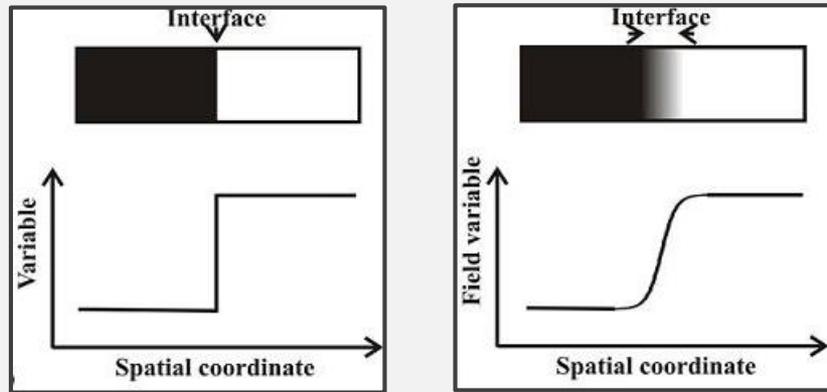
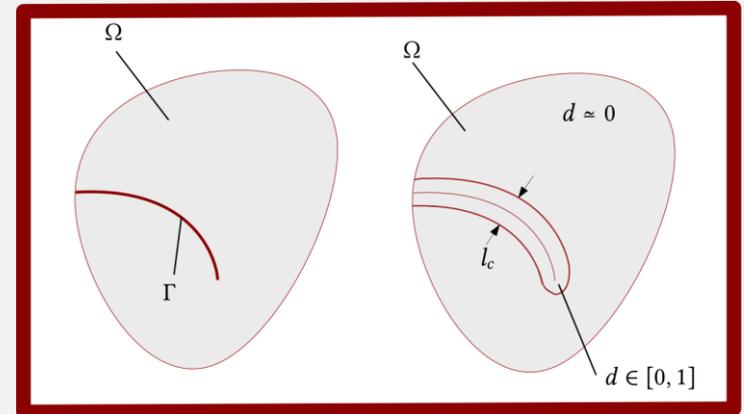


figure par Moelans

Appliqué à la fissuration

Traitement diffus de la fissure discrète



Modèle discret (Francfort et Marigot 1998) [2]

$$\Pi(u, \Gamma) = \int_{\Omega} \psi(u) dV + \int_{\Gamma} G_c d\Gamma$$

- ψ : densité d'énergie élastique
- G_c : Taux de restitution d'énergie critique

Modèle régularisé (Bourdin et al. 2000) [3]

$$\Pi_{l_c}(u, d) = \int_{\Omega} g(d)\psi(u) dV + \frac{G_c}{2} \cdot \int_{\Omega} \left(\frac{d^2}{l_c} + l_c \cdot |\nabla(d)|^2 \right) dV$$

- d : paramètre champ de phase
- G_c : Taux de restitution d'énergie critique

Cadre variationnel - fragile

- Modèle pour la rupture fragile élastique

$$\delta\Pi = 0$$

$$\operatorname{div}(g(d).\sigma) + b = 0$$

$$2.(d-1).\psi^+ + G_c \left(\frac{d}{l_c} - l_c.\Delta d \right) = 0$$

$$\nabla d.n = 0$$

$$\sigma.n = t$$

Etendu à la fatigue

Approche phénoménologique : Carrara et al. 2019 [4]

- Dégrader le seuil de rupture pour propager en fatigue

$$\operatorname{div}(g(d).\sigma) + b = 0$$

$$2.(d-1).\psi^+ + G_c.f(\bar{\alpha}) \left(\frac{d}{l_c} - l_c.\Delta d \right) = 0$$

$$\nabla d.n = 0$$

$$\sigma.n = t$$

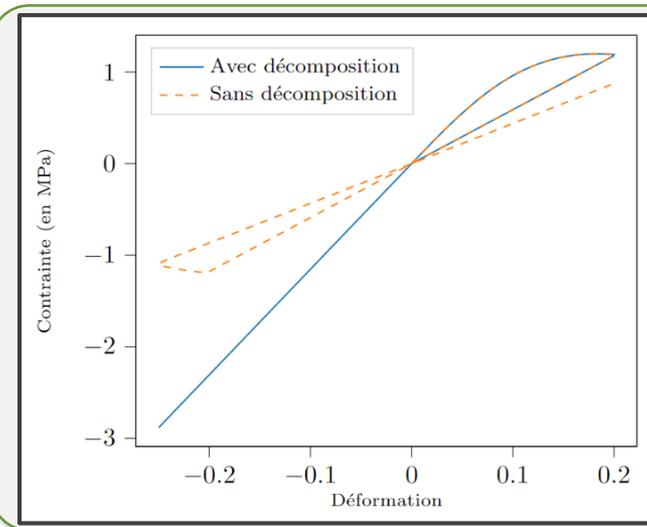
Décomposition de l'énergie

Prise en compte du comportement asymétrique en rupture

$$\int_{\Omega} g(d)\psi(u) dV$$



$$\int_{\Omega} (g(d).\psi^+(u) + \psi^-(u)) dV$$



Calcul d'un cycle

- Procédure employée à chaque cycle
→ n pas de temps par cycle
- Minimisation alternée
→ avec vérification de convergence globale

Boucle en temps

Boucle interne

Calcul mécanique

à endommagement constant

Calcul $\bar{\alpha}$ et $f(\bar{\alpha})$

Calcul endommagement

à mécanique constante

Convergence ?

énergie dissipée ou résidu mécanique

Pas suivant

mise à jour de H et $\bar{\alpha}$

Non convergence :

mise à jour u et d pour
boucle interne

Irréversibilité

Méthode du champ d'Histoire (Miehe et. al [5])

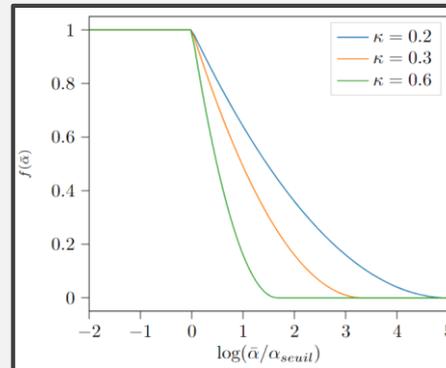
$$H_{n+1}(\epsilon) = \begin{cases} \psi^+(\epsilon) & \text{if } \psi^+(\epsilon) > H_n \\ H_n, & \text{sinon} \end{cases}$$

Cumul de l'énergie mécanique

$$\alpha = g(d) \cdot \psi^+(\epsilon)$$

$$\bar{\alpha}_N = \bar{\alpha}_{N-1} + \int_{N-1}^N \dot{\alpha} \cdot H(\alpha \dot{\alpha}) dt$$

Fonction de dégradation en fatigue



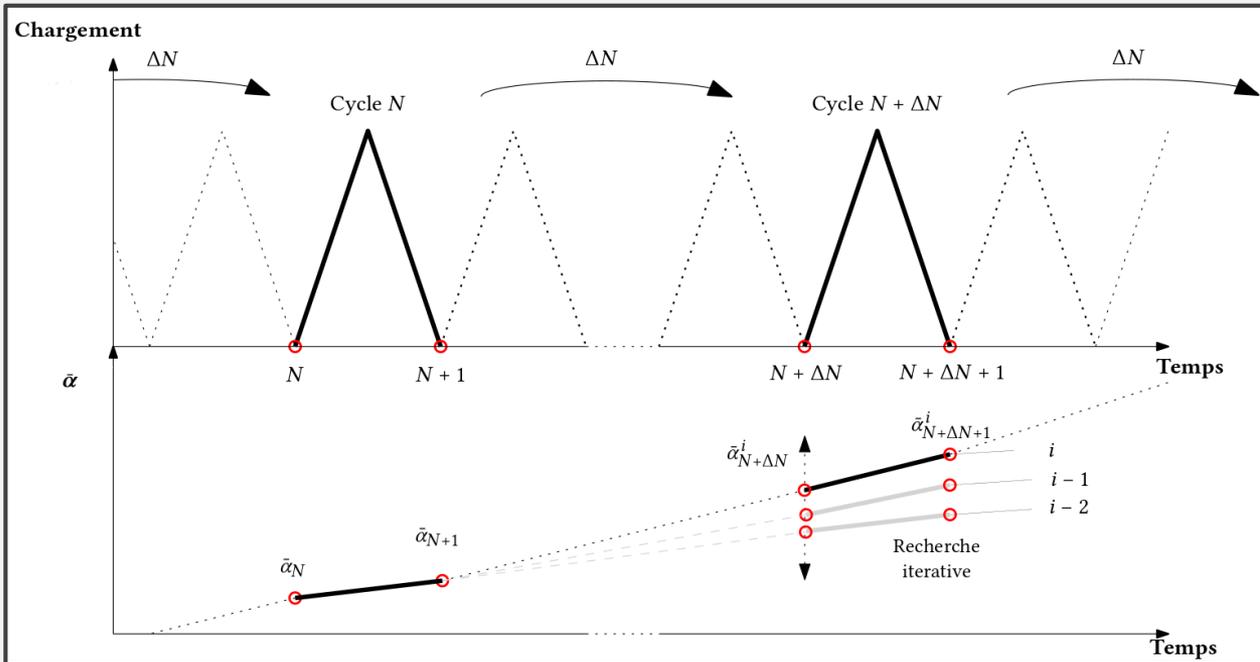
$$f(\bar{\alpha}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \bar{\alpha} > \alpha_T \\ \left(1 - \kappa \log\left(\frac{\bar{\alpha}}{\alpha_T}\right)\right)^2, & \text{si } \alpha_T < \bar{\alpha} < \alpha_T 10^{1/\kappa} \\ 0 & \text{si } \bar{\alpha} > \alpha_T 10^{1/\kappa} \end{cases}$$

- Fonction avec seuil
- Fonction avec 2 DDL
→ Pour recalage expérimental

- Contexte
- Champ de phase pour la fissuration en fatigue
- **Schéma itératif de saut de cycle**
- Raffinement adaptatif de maillage
- Applications numériques
- Perspectives

Idée générale de la méthode

Approche implicite : Loew et al. 2020 [6]



- Calcul d'un cycle de contrôle
- Première extrapolation explicite
- Calcul du cycle après le saut
- Schéma itératif pour vérifier extrapolation type trapèze :

$$\bar{\alpha}_{N+\Delta N} = \bar{\alpha}_N + \frac{\Delta N}{2} (\dot{\bar{\alpha}}_N + \dot{\bar{\alpha}}_{N+\Delta N})$$

Expression du résidu

$$R^{sc} = \left(\frac{\Delta N - 1}{2} \right) (\bar{\alpha}_{N+\Delta N+1} - \bar{\alpha}_N) + \left(1 + \frac{\Delta N - 1}{2} \right) (\bar{\alpha}_{N+1} - \bar{\alpha}_{N+\Delta N}) = 0$$

Variable extrapolée ?

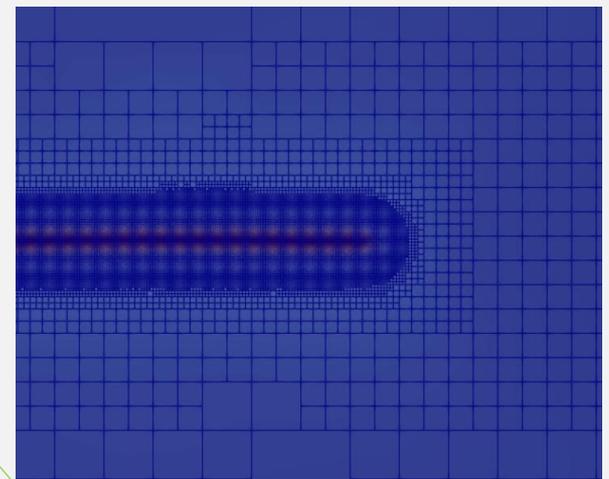
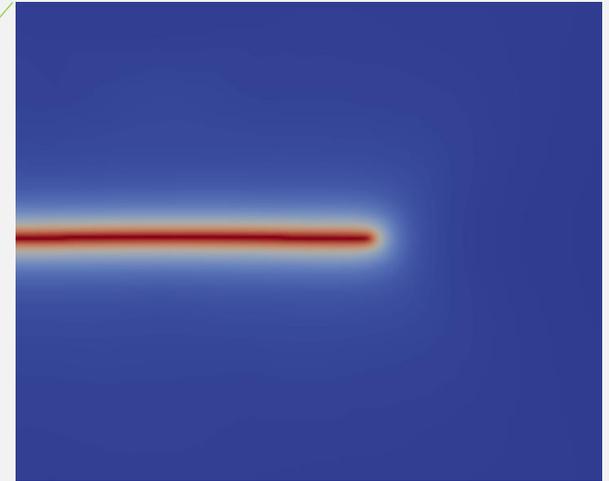
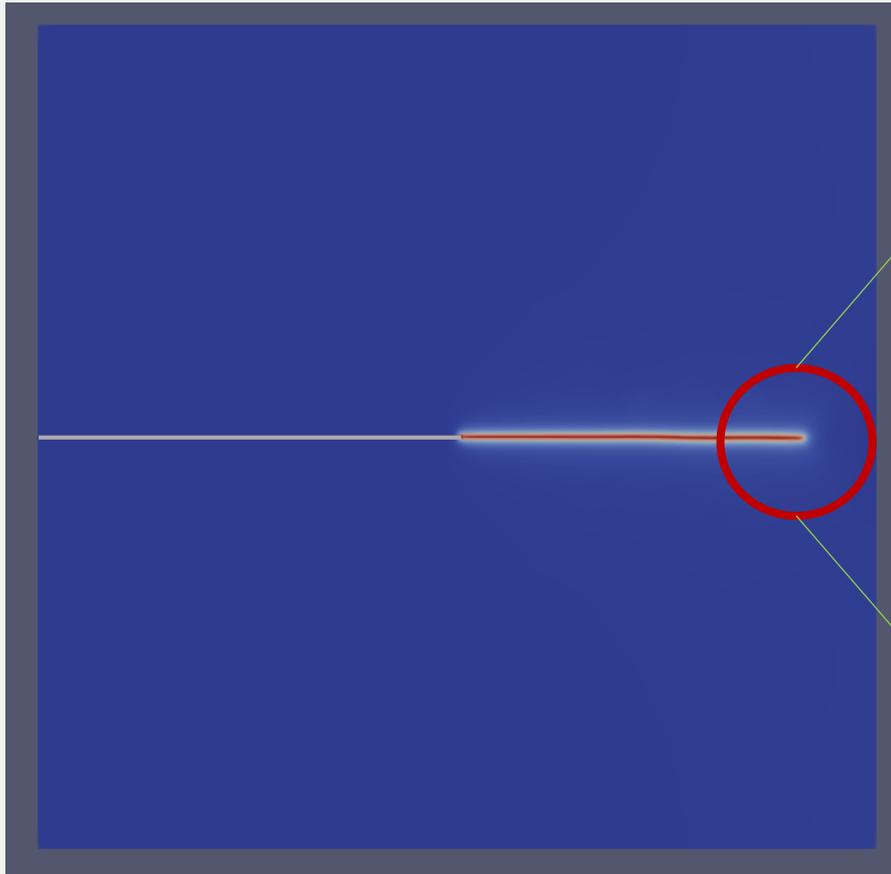
- $\bar{\alpha}$ uniquement est extrapolé
- $d_{N+\Delta N}$, $u_{N+\Delta N}$ et $H_{N+\Delta N}$ recalculés

Schéma type Newton-Raphson

$$\bar{\alpha}_{N+\Delta N}^{i+1} = \bar{\alpha}_{N+\Delta N}^i - \left(\frac{\partial R^{sc}}{\partial \bar{\alpha}} \Big|_{N+\Delta N} \right)^{-1} \cdot R^{sc}$$

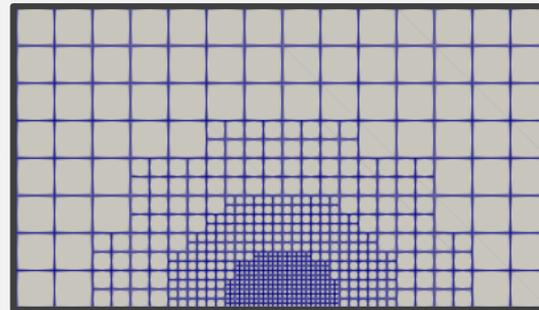
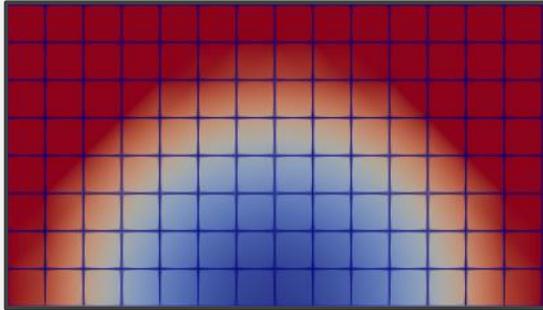
- Contexte
- Champ de phase pour la fissuration en fatigue
- Schéma itératif de saut de cycle
- **Raffinement adaptatif de maillage**
- Applications numériques
- Perspectives

- Miehe et. al (2010) [5] propose $l_c/2$ dans la zone endommagé
- Molnar et. al (2022) [7] propose encore plus petit pour compenser l'erreur de localisation
→ due au passage de l'endommagement aux points de Gauss



Opérateur RAFF.eso

Subdivision pour atteindre la densité cible

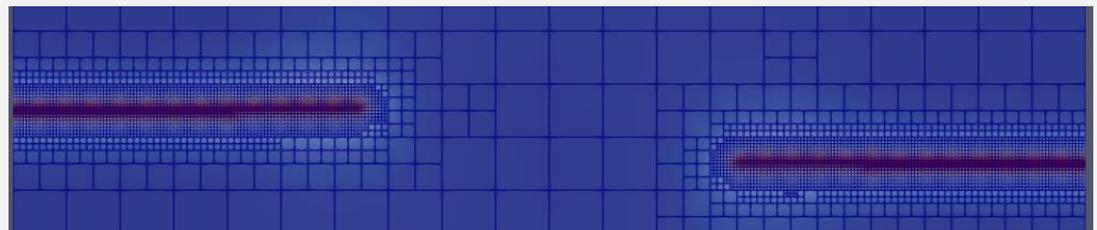


- Maillage grossier
- Densité cible de taille de maille

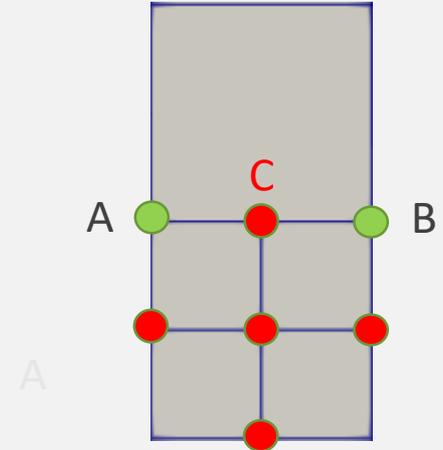
- Maillage raffiné non-conforme

Raffinement ciblé dans la zone endommagée

- Capturer le gradient de d dans la zone endommagée
- Raffinement à $\frac{l_c}{8}$ pour les éléments dont la moyenne des valeurs nodales d'endommagement dépasse 0.1
- Transition lisse entre zone raffinée et zone originale



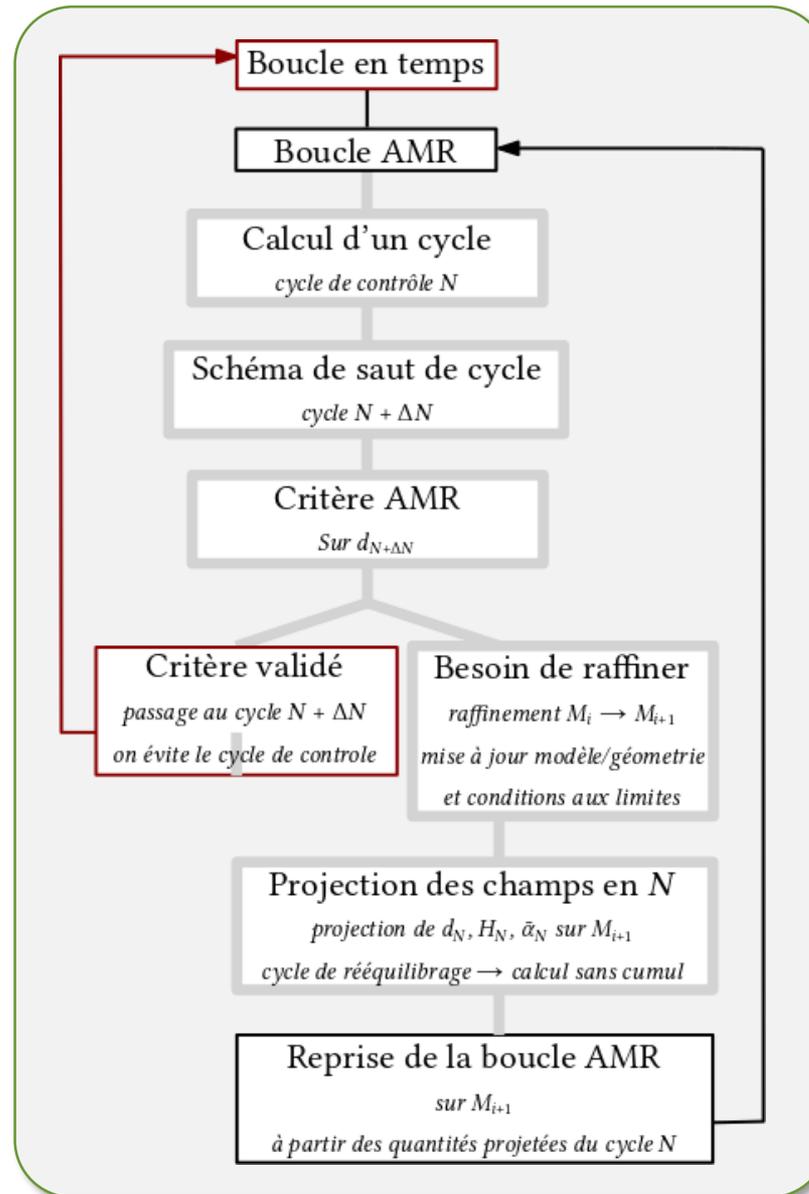
Hanging nodes



Relation de compatibilité

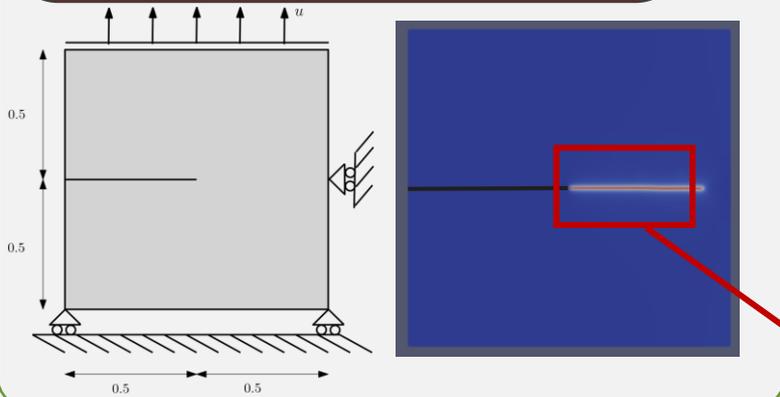
$$U_C = \frac{1}{2} (U_A + U_B)$$

- Imposé par multiplicateur de Lagrange

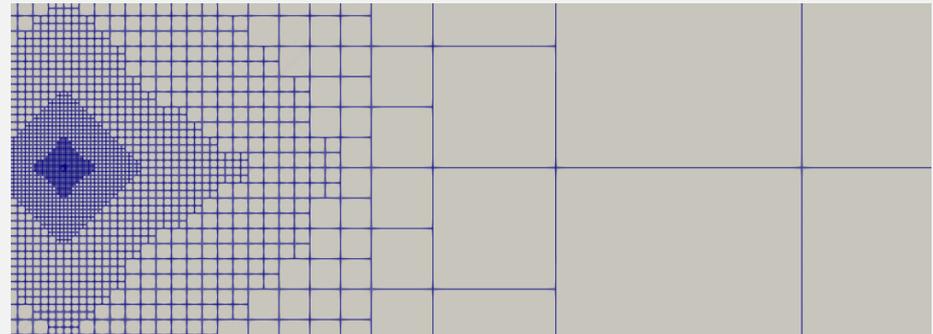


- Contexte
- Champ de phase pour la fissuration en fatigue
- Schéma itératif de saut de cycle
- Raffinement adaptatif de maillage
- **Applications numériques**
- Perspectives

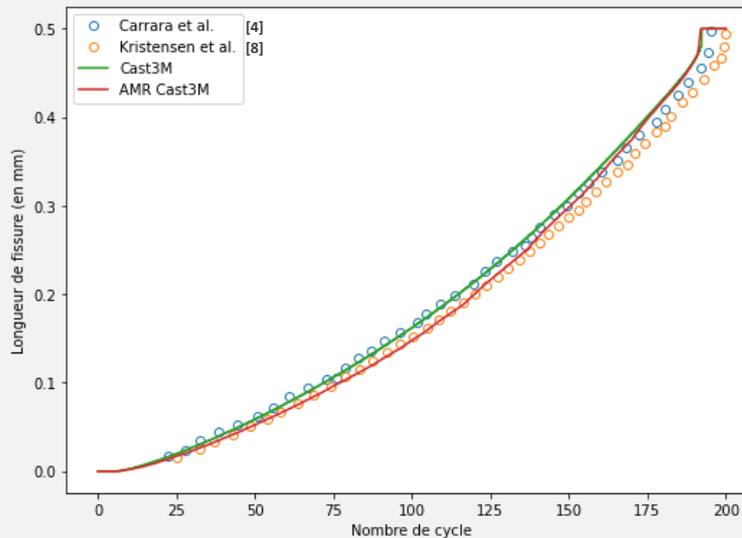
Echantillon SEN en traction



Evolution du maillage avec AMR



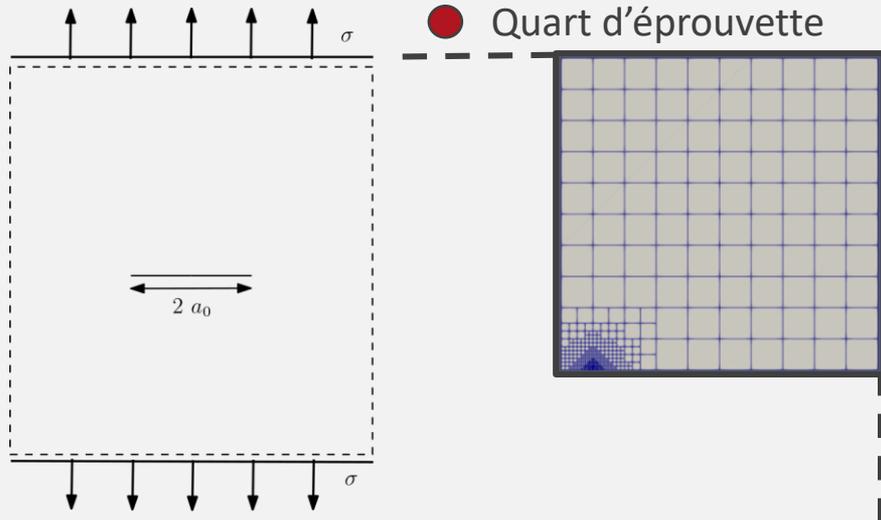
Validation du benchmark



Efficacité du couplage

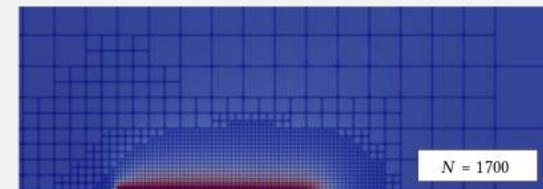
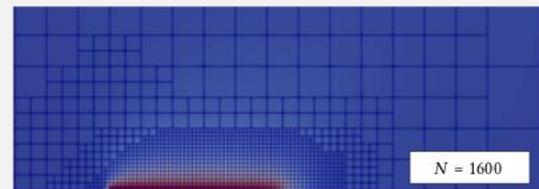
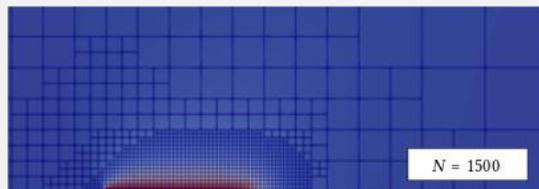
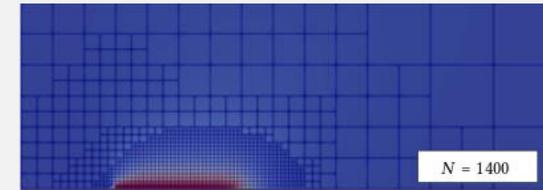
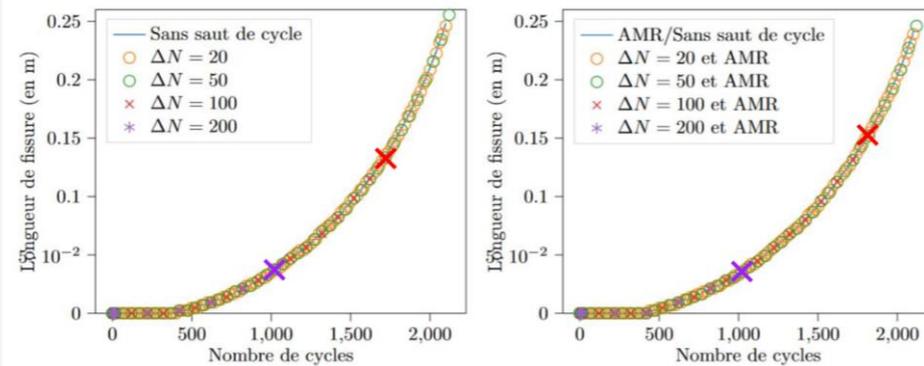
- Temps de calcul divisé par 8-10 avec l'AMR sur ce cas-test
- Pas de gain avec le saut de cycle sur aussi peu de cycle

Echantillon fissure en milieu infini

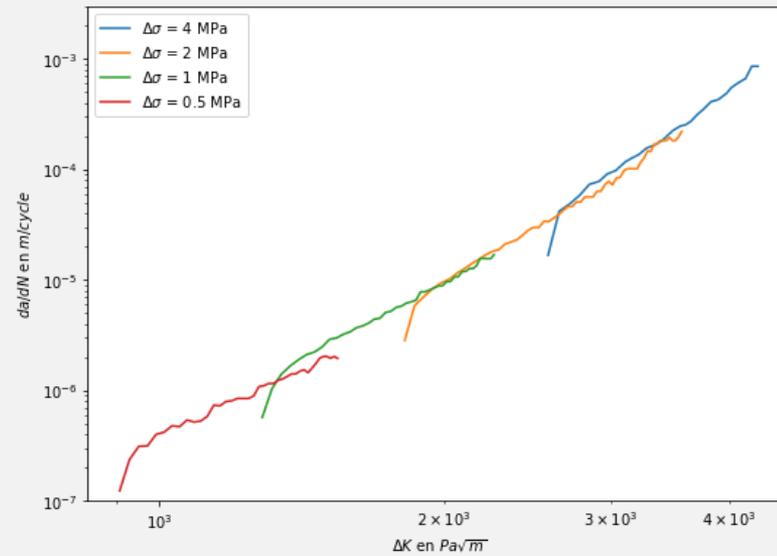
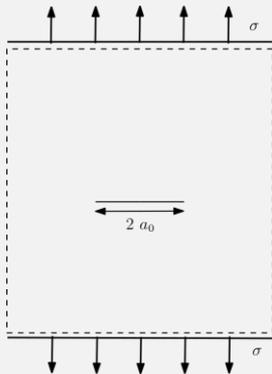


● Facteur d'accélération du temps de calcul obtenu

AMR	SC $\Delta N = 50$	SC $\Delta N = 100$	AMR et SC $\Delta N = 50$	AMR et SC $\Delta N = 100$
3,9	4,1	4,5	15	15,1

● Cas avec saut de cycle $\Delta N = 100$ et AMR – Champ d'endommagement sur maillages successifs

Fissure en milieu infini



Régimes de Paris

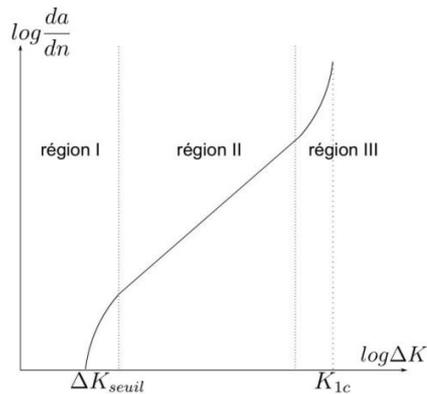
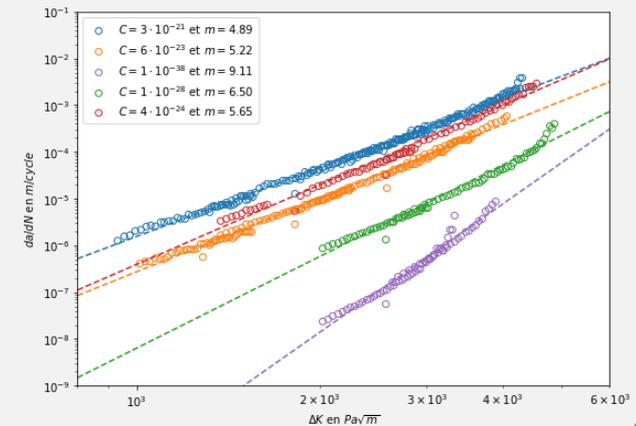
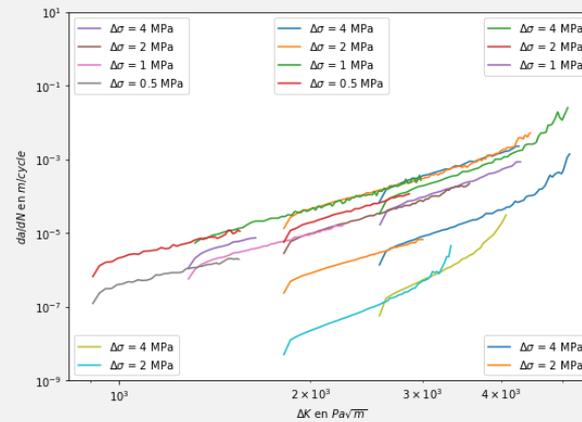
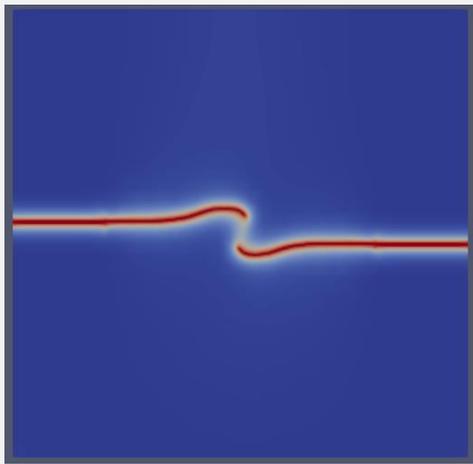
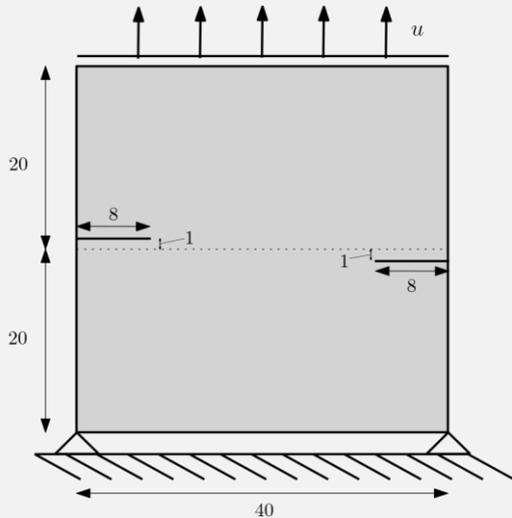


figure par Gibert [9]

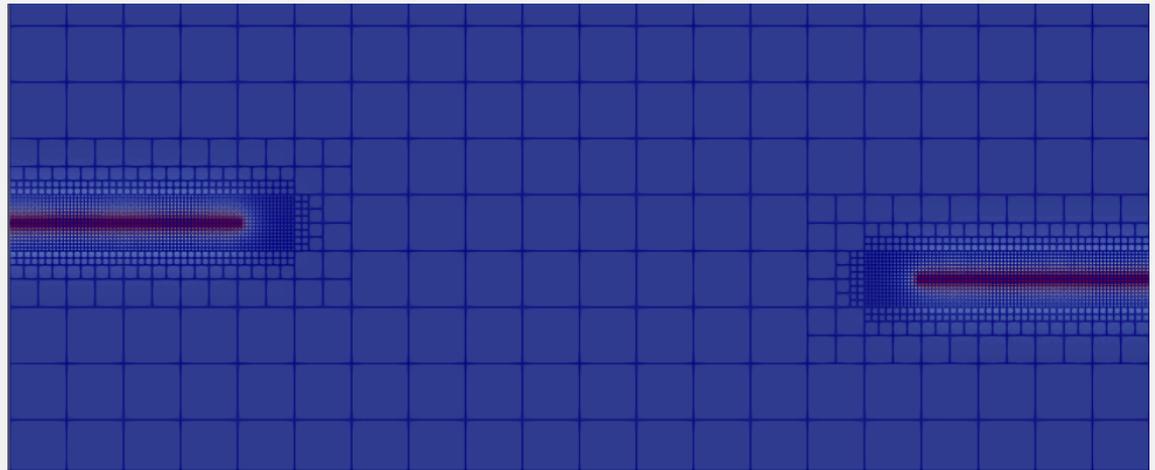
Influence des paramètres champ de phase



Géométrie « En passant »



Evolution du maillage



- Contexte
- Champ de phase pour la fissuration en fatigue
- Schéma itératif de saut de cycle
- Raffinement adaptatif de maillage
- Applications numériques
- **Perspectives**

Objectifs atteints

- Procédure de calcul de propagation de fissure en fatigue par une approche champ de phase
- Couplage avec deux outils d'accélération : AMR et schéma de saut de cycle
→ Optimisation de la discrétisation spatiale et temporelle
- Validation de l'implémentation sur un benchmark de la littérature
- Gains en temps de calcul significatifs

Perspectives

- Saut de cycle adaptatif plus élaboré
- Meilleures transitions entre les zones aux différents niveaux de raffinement
- Recalage des paramètres du modèle avec des paramètres matériaux
- Application du modèle à la prédiction d'une CT troué (mode mixte)
→ Comparaison aux essais numérique et expérimentaux de G. Gibert
- Application 3D
- Application multi-fissure type FABIME-2

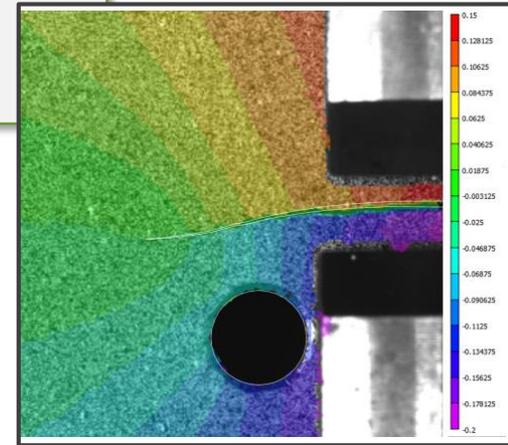


figure par Gibert [9]

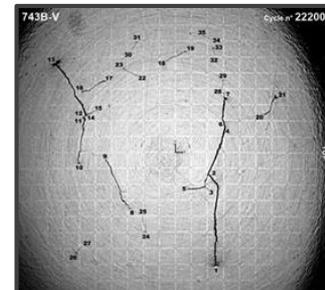


figure par Gourdin et Perez [1]



**Merci pour votre
attention**

Décomposition spectrale

- Méthode basée sur les composantes principales du tenseur de déformation

$$\epsilon = \sum_{i=1}^3 \epsilon^i n^i \otimes n^i$$

$$\psi_0^+(u) = \frac{\lambda}{2} (\langle \text{tr}(\epsilon) \rangle^+)^2 + \mu \cdot \sum_{i=1}^3 (\langle \epsilon^i \rangle^+)^2$$

$$\psi_0^-(u) = \frac{\lambda}{2} (\langle \text{tr}(\epsilon) \rangle^-)^2 + \mu \cdot \sum_{i=1}^3 (\langle \epsilon^i \rangle^-)^2$$

Matrice endommagée selon le signe des composantes principales : exemple 2D

- Écriture de la matrice dans la base principale puis rotation en base de référence

$$\mathbf{H} = \mathbf{T}_\sigma^{-1} \mathbf{H}^P \mathbf{T}_\sigma$$

- Termes loi de Hook endommagé dans la base principale
- Terme de cisaillement retrouvé par Molnar et al. [7]

$$\mathbf{H}^P = \begin{bmatrix} 2\mu \cdot g(a_1 d) + \lambda \cdot g(a_0 d) & \lambda \cdot g(a_0 d) & 0 \\ \lambda \cdot g(a_0 d) & 2\mu \cdot g(a_2 d) + \lambda \cdot g(a_0 d) & 0 \\ \lambda \cdot g(a_0 d) & \lambda \cdot g(a_0 d) & 0 \\ 0 & 0 & \mu \cdot \frac{|\epsilon_1| g(a_1 d) + |\epsilon_2| g(a_2 d)}{|\epsilon_1| + |\epsilon_2|} \end{bmatrix}$$

Projection de l'endommagement aux noeuds

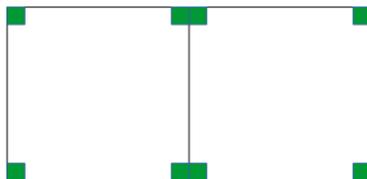
- Evaluation de l'interpolation de d aux nouveaux noeuds du maillage raffiné

Projection des champs définis aux points de Gauss



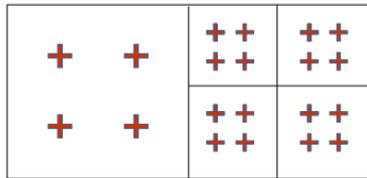
Champ par élément défini aux points de Gauss

CHAN



Passage à un champ par élément défini aux anciens noeuds via les fonctions de forme des éléments parents.

PROI



Projections sur les points de Gauss du nouveau maillage via les fonctions de forme des éléments parents.

figure par Gibert [9]

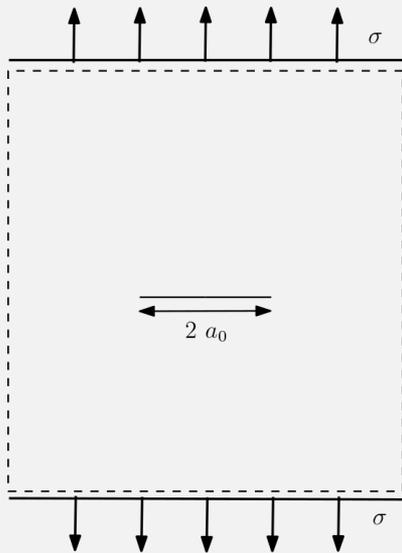
Irréversibilité après la projection ?

- Pas de comparaison locale possible aux nouveaux points de Gauss
- Evaluation de l'énergie dissipée dans la fissure

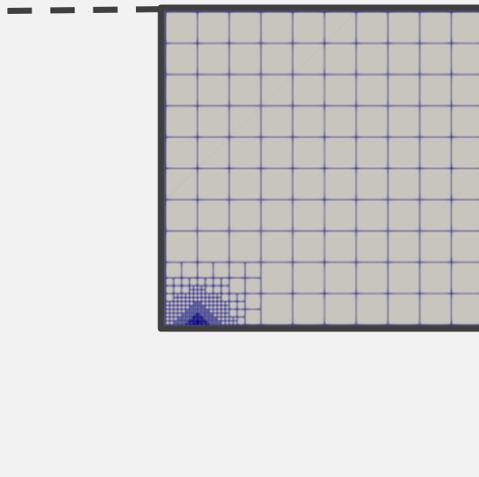
$$G_c \cdot \Gamma \simeq G_c \cdot \int_{\Omega} \left(\frac{d^2}{2l_c} + \frac{l_c |\nabla d|^2}{2} \right) dV$$

- Si la quantité décroît → On ne peut pas corriger localement

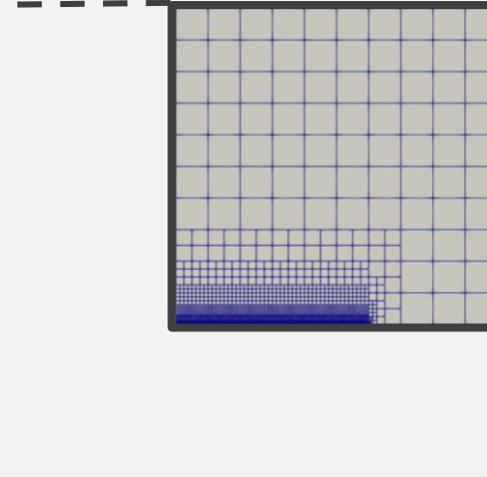
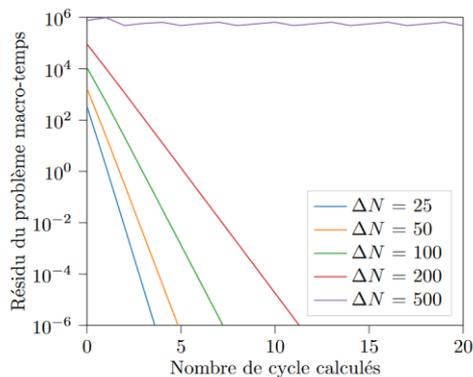
Echantillon fissure en milieu infini



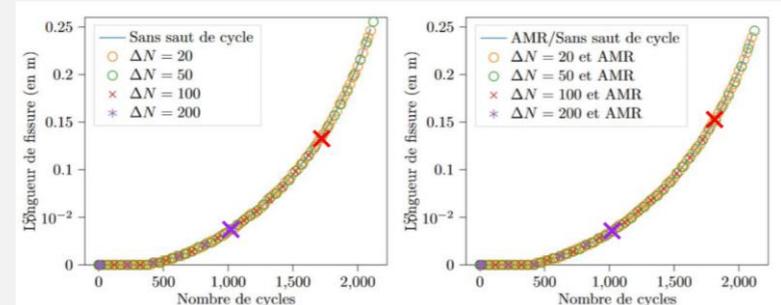
● Quart d'éprouvette



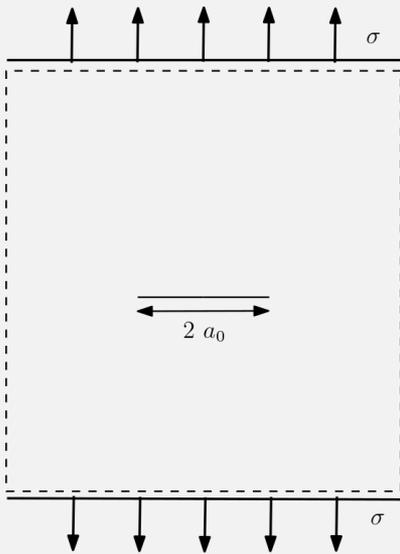
● Quart pré-raffiné

Convergence du résidu saut de cycle en fonction de ΔN 

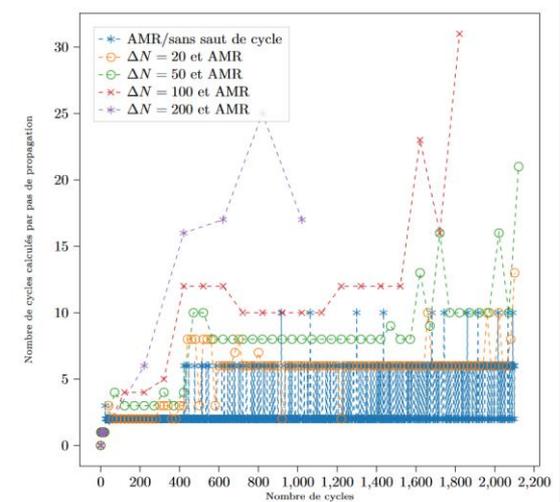
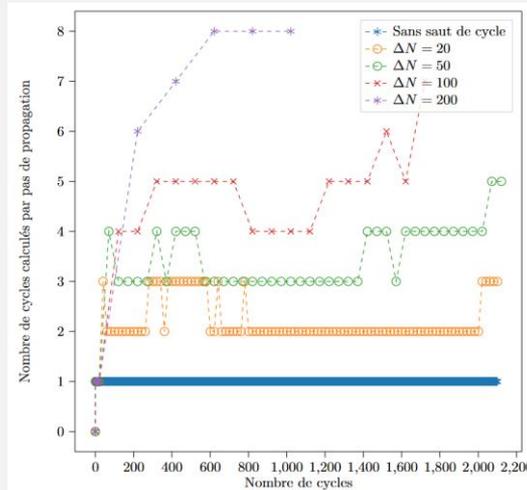
Saut de cycle
→ Si convergence
Alors bonne précision

Précision très bonne indépendante de ΔN 

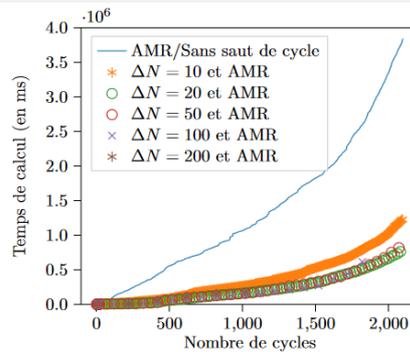
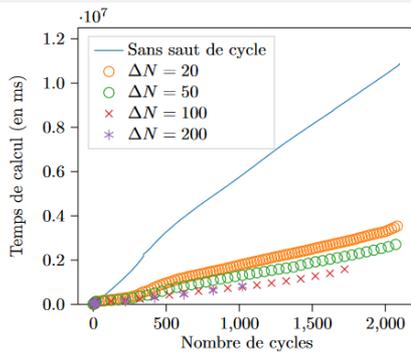
Echantillon fissure en milieu infini



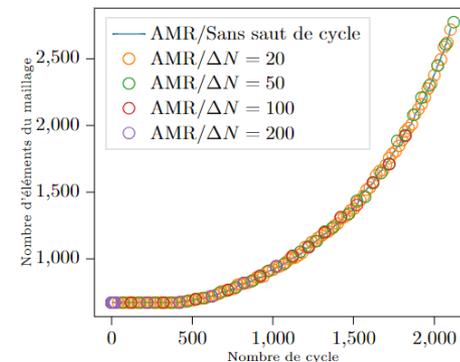
Cycle calculés par pas



Temps de calcul pendant la propagation



Nbre d'éléments



➔ Recherche d'un ΔN optimisé/adaptatif possible

- [1] **Gourdin et al** « *Fatigue crack observation under bi-axial mechanical loading* ». SMIRT 26 (2022)
- [2] **Francfort et Marigo** « *Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem* ». J. Mech. Phys. Solids (1998)
- [3] **Bourdin et al** « *Numerical experiments in revisited brittle fracture* ». J. Mech. Phys. Solids 48 (2000)
- [4] **Carrara et al.** « *A framework to model the fatigue behaviour of brittle materials on a variational phase field approach* ». Comp. Meth. in Applied Mechanics and Engineering (2019).
- [5] **Miehe et al.** « *Thermodynamically consistent phase-field models of fracture: Variational principles and multi-field FE implementations* » Internat. J Numer. Methods Engrg. (2010)
- [6] **Loew et al.** « *Accelerating fatigue simulations of a phase-field damage model for rubber* » Comp. Meth. in Applied Mechanics and Engineering (2020)
- [7] **Molnar et al.** « *Thermodynamically consistent linear-gradient damage model in Abaqus* », Engineering Fracture Mechanics (2022)
- [8] **Kristensen et al.** « *Phase field fracture modelling using quasi-Newton methods and a new adaptive step scheme* » Theoretical and Applied Fracture Mechanics (2020)
- [9] **Gibert** « *Propagation de fissures en fatigue par une approche X-FEM avec raffinement automatique de maillage* » Thèse de doctorat, INSA Lyon (2019)



Fin de présentation