

Modélisation numérique du voilement par cisaillement des âmes des profilés métalliques par le logiciel Cast3M

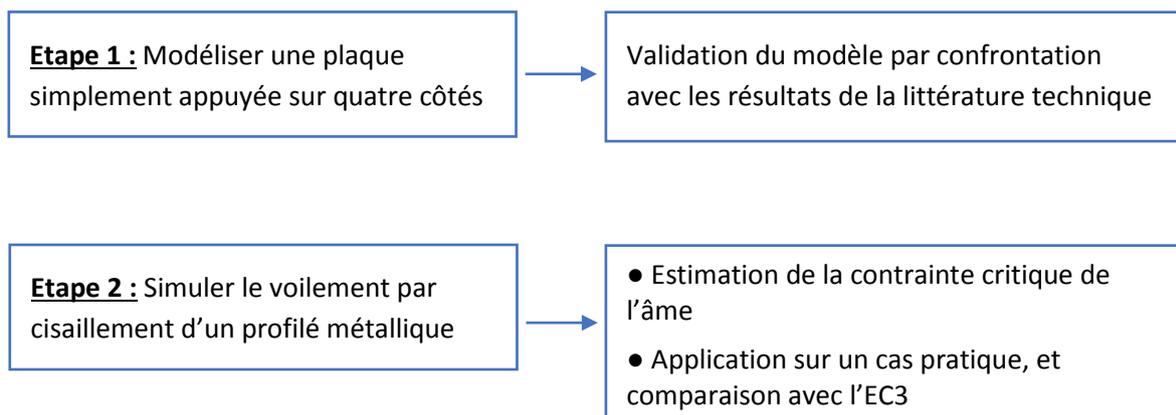
C. TALEB ^(1*), F. AMMARI ⁽²⁾, R. ADMAN ⁽²⁾, F. DJOUAHER ⁽¹⁾

* talebchemseddine@gmail.com

⁽¹⁾ Enseignant-chercheur, FGC, USTHB, Algérie

⁽²⁾ Professeur, FGC, USTHB, Algérie

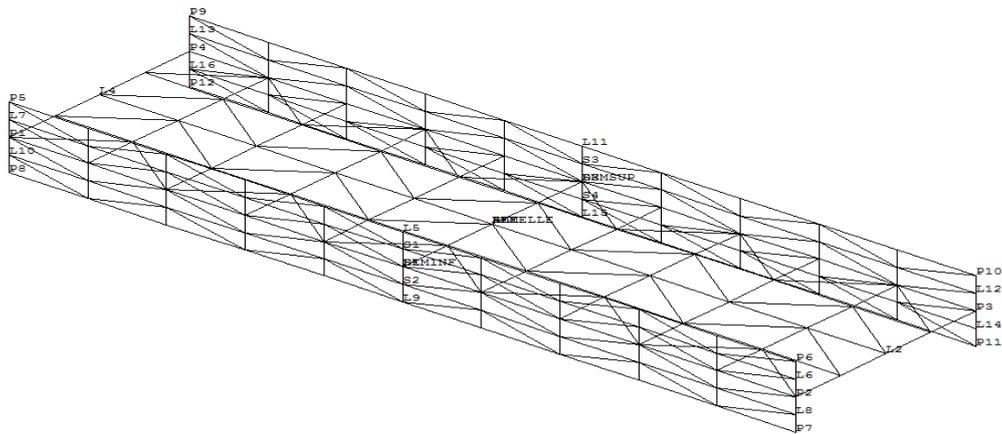
But du travail : Calcul de la contrainte critique de voilement de l'âme d'un profilé métallique, sous l'effet d'un effort de cisaillement.



Introduction :

Les profilés métalliques sont formés de parois planes, âmes et semelles. Chacune de ces parois est délimitée soit par plusieurs parois qui lui sont orthogonales ou par un bord libre. Une paroi qui est délimitée par deux autres parois qui lui sont orthogonales est dite « paroi interne ».

Lorsque cette paroi est sollicitée par cisaillement, une ruine peut intervenir par un phénomène d'instabilité assimilable à un flambement, suivant la diagonale de la paroi, appelé « *voilement par cisaillement* ». Le chargement critique pour lequel ce phénomène apparaît dépend des conditions aux limites de chaque paroi.



- Figure I : Profilé métallique modélisé par Cast3M -

Dans les codes de calcul des structures en acier [1, 2, 3], le voilement par cisaillement est pris en considération, en supposant les parois des profilés métalliques comme simplement appuyées sur les bords qui sont délimités par une autre paroi orthogonale. Cette hypothèse considère, sans aucune autre condition, que les parois orthogonales à une paroi donnée sont suffisamment rigides pour constituer des appuis fixes à celle-ci.

L'idée de notre travail de recherche consiste à discuter cette hypothèse, par le biais d'une modélisation numérique développée par le logiciel Cast3M. Cela permettra d'estimer la valeur du coefficient de voilement par cisaillement de la paroi interne adoptée par la réglementation : $k_{\tau}=5,34$ [1, 2, 3].

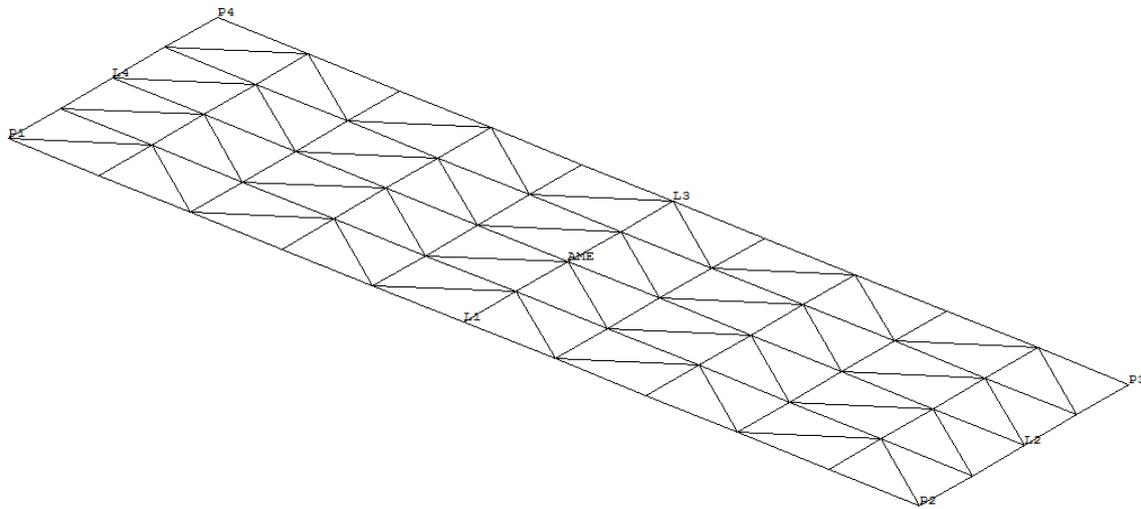
I- Modèle de voilement par cisaillement d'une plaque simplement appuyée sur son contour :

La première modélisation numérique simule le voilement d'une plaque simplement appuyée sur quatre côtés, et soumise à un chargement de cisaillement sur son contour. Ce programme a pour but de calculer la contrainte critique de voilement par cisaillement, afin de comparer les résultats estimés numériquement avec les ceux de la littérature [4, 5]. Cette démarche permet de valider le modèle numérique.

I-1 - Description du programme :

Le modèle porte sur une plaque en acier « Ame », de longueur « a », de largeur « b », et d'épaisseur « t », qui est formée par quatre droites sur son contour. Chacune de ces droites est limitée par deux points, dont chacun d'eux est un point en commun avec la droite adjacente

(Figure II). Un matériau élastique, isotrope et homogène est considéré afin d'approcher le comportement d'une paroi d'un profilé métallique.

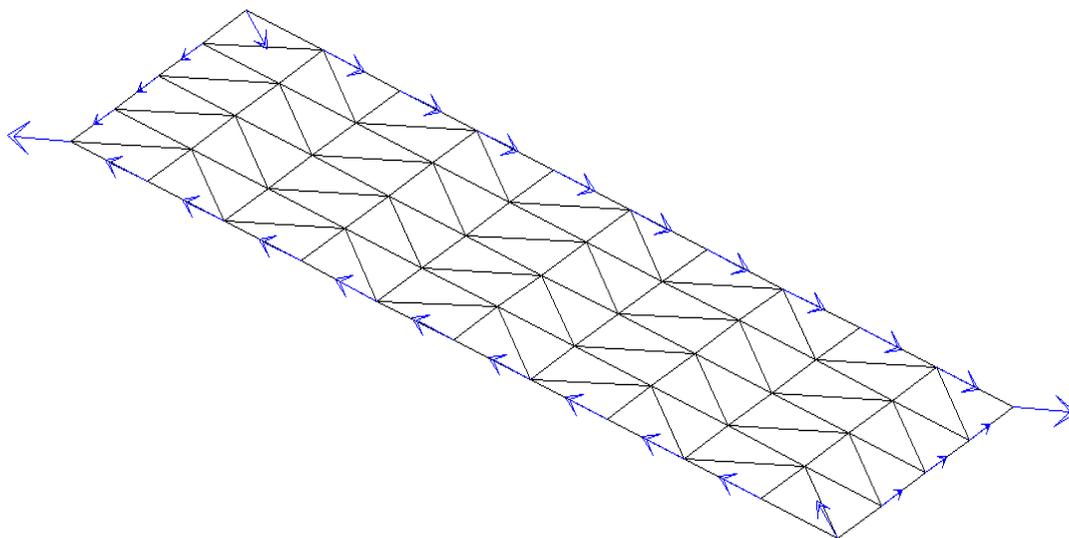


- Figure II : Modélisation numérique d'une plaque appuyée sur quatre côtés -

L'élément fini considéré est triangulaire à trois nœuds de type DKT (Discrete Kirchhoff Triangle), qui répond aux hypothèses de Kirchhoff sur les plaques minces [4]. Trois déplacements UX , UY et UZ ainsi que trois rotations RX , RY et RZ existent par nœud.

La plaque modélisée est simplement appuyée sur ses quatre côtés, et soumise à un chargement de cisaillement agissant suivant son contour. Afin de permettre la création des demi-ondes lors du voilement, le déplacement suivant x est libéré dans le sens longitudinal, et celui suivant y est libéré dans le sens transversal.

Notre plaque métallique est modélisée et ses caractéristiques sont définies, les matrices de masse et de rigidité globale sont ainsi formées.



- Figure III : Chargement de cisaillement sur une plaque simplement appuyée sur quatre côtés -

L'application des conditions aux limites permet d'éliminer les lignes et les colonnes des degrés de liberté bloqués, donc réduire le rang du problème à résoudre. Les déplacements de la plaque se calculent par la résolution du système d'équation (I) :

$$F = k \times W(x, y) \quad (I)$$

Sachant que « k » est la matrice de rigidité de la plaque et « R_g » sa matrice de rigidité géométrique, le calcul de la charge critique de voilement se fait par la résolution de l'équation:

$$\det[k + M_c R_g] = 0 \quad (II)$$

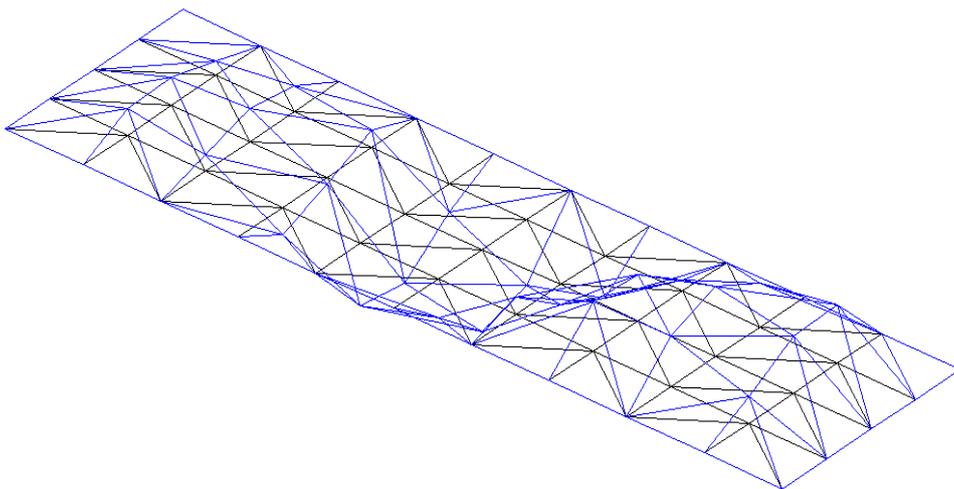
Résoudre l'équation (II) permet de calculer le coefficient multiplicateur de chargement, qui donne une valeur propre nulle pour cette équation.

Analytiquement, la contrainte critique de voilement est donnée dans la littérature technique [4, 5] par le biais de la formule suivante :

$$\sigma_{cr} = \frac{k_\tau \pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (III)$$

L'estimation numérique de la charge critique de voilement, permet de calculer la différence avec celle donnée par la formule analytique (en considérant un coefficient de voilement $k_\tau = 5,34$ [1, 2, 3]).

La déformée du voilement par cisaillement est tracée à la fin du programme, sous forme de demi-ondes de voilement. Il est constaté le plissement diagonal de la plaque, qui caractérise la déformée relative au voilement par cisaillement.



- Figure IV : Simulation numérique du voilement par cisaillement d'une plaque appuyée sur quatre côtés -

I-2- Validation du programme :

Soit une plaque de longueur $a=5\text{m}$ et d'épaisseur $t=13\text{mm}$. Pour plusieurs valeurs de la largeur « b », la contrainte critique de voilement par cisaillement est calculée, tout en comparant la valeur théorique et la valeur estimée par le programme numérique :

b (m)	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$\tau_{cr}(\text{MPa})$ numérique	1144	643	414	289	214	166
$\tau_{cr}(\text{MPa})$ théorique	1126	633	405	282	207	158
Erreur %	1,6	1,5	2,0	2,7	3,5	4,5

- Tableau I : Contrainte critique de voilement par cisaillement pour différentes valeurs de la largeur d'une plaque appuyée sur quatre côtés -

Soit le deuxième cas de l'exemple précédent ($b=0,4\text{m}$), la contrainte critique de voilement par cisaillement de la plaque est calculée pour différentes valeurs de son épaisseur « t ».

t (m)	0,005	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03
$\tau_{cr}(\text{MPa})$ numérique	162	647	1453	2576	4009	5746
$\tau_{cr}(\text{MPa})$ théorique	158	633	1425	2534	3959	5701
Erreur %	2,3	2,1	1,9	1,6	1,3	0,8

- Tableau II : Contrainte critique de voilement par cisaillement pour différentes valeurs de l'épaisseur d'une plaque appuyée sur quatre côtés -

Soit le troisième cas de l'exemple précédent ($t=0,01\text{m}$), la contrainte critique de voilement par cisaillement de la plaque est calculée en fonction de sa longueur « a ».

a (m)	4	6	8	10	12	14
$\tau_{cr}(\text{MPa})$ numérique	1470	1444	1434	1428	1425	1423
$\tau_{cr}(\text{MPa})$ théorique	1425	1425	1425	1425	1425	1425
Erreur %	3,1	1,3	0,6	0,2	0,0	0,2

- Tableau III : Contrainte critique de voilement par cisaillement pour différentes valeurs de la longueur d'une plaque appuyée sur quatre côtés -

Le programme numérique donne des valeurs correctes à chaque fois que l'épaisseur de la plaque ou sa longueur augmente, jusqu'à l'obtention d'une erreur très faible. Il est remarqué que l'erreur augmente en fonction de la largeur de la plaque « b ».

I-3- Influence du type de l'élément fini sur les résultats :

Dans le but de choisir l'élément fini qui s'adapte le mieux à notre modèle, la contrainte critique de voilement par cisaillement est calculée, en utilisant un élément de type COQ4 dans un premier temps, puis de type DKT par la suite.

Soit une plaque de longueur $a=7\text{m}$, et d'épaisseur $t=12\text{mm}$. Pour un modèle basé sur un élément fini de type quadrilatère à quatre nœuds COQ4, la contrainte critique de voilement par cisaillement est calculée, tout en comparant la valeur théorique et la valeur estimée par le programme numérique :

b (m)	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$\tau_{cr}(\text{MPa})$ numérique	1777	995	636	443	326	251
$\tau_{cr}(\text{MPa})$ théorique	1622	912	584	405	298	228
Erreur %	8,7	8,3	8,2	8,4	8,7	9,2

- Tableau IV : Contrainte critique de voilement par cisaillement d'une plaque, appuyée sur quatre côtés, modélisée par un élément fini COQ4 -

Soit le même exemple précédent, en changeant l'élément fini par le type triangulaire à trois nœuds DKT. La contrainte critique de voilement par cisaillement de la plaque est calculée, tout en comparant la valeur théorique et la valeur estimée par le programme numérique :

b (m)	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$\tau_{cr}(\text{MPa})$ numérique	1640	922	592	413	306	236
$\tau_{cr}(\text{MPa})$ théorique	1622	912	584	405	298	228
Erreur %	1,1	1,0	1,4	1,9	2,6	3,3

- Tableau V : Contrainte critique de voilement par cisaillement d'une plaque, appuyée sur quatre côtés, modélisée par un élément fini DKT -

Pour l'élément DKT, l'erreur entre la charge critique de voilement par cisaillement estimée numériquement, et celle calculée théoriquement est de l'ordre de 2%. Pour l'élément COQ4, l'erreur est de l'ordre de 8%. L'élément fini DKT est le mieux adapté pour notre modèle.

I-4 - Influence du maillage sur les résultats :

Dans le but d'évaluer l'influence du nombre d'éléments finis considérés dans la modélisation numérique, une plaque est étudiée de longueur $a=5\text{m}$, d'épaisseur $t=9\text{mm}$, et de largeur $b=0,45\text{m}$. Dans un premier temps, la variation de l'erreur sur l'estimation de la charge critique

de voilement par cisaillement de la plaque est représentée, en fonction du nombre des mailles dans le sens longitudinal :

M ₁	10	20	30	40	50	60	70	80
τ_{cr} (MPa) numérique	178	341	425	418	416	415	414	414
τ_{cr} (MPa) théorique	405	405	405	405	405	405	405	405
Erreur %	128,3	18,7	4,7	3,1	2,5	2,2	2,1	2,0

- Tableau VI : Influence du maillage longitudinal sur l'estimation de la contrainte critique de voilement par cisaillement d'une plaque appuyée sur quatre côtés -

De même, la variation de l'erreur sur l'estimation de la charge critique en fonction du nombre des mailles considérées dans le sens transversal de la plaque est suivie :

M ₂	2	4	6	8	10	12	14	16
τ_{cr} (MPa) numérique	671	440	420	415	414	414	414	414
τ_{cr} (MPa) théorique	405	405	405	405	405	405	405	405
Erreur %	39,6	7,9	3,4	2,3	2,0	2,0	2,0	2,0

- Tableau VII : Influence du maillage transversal sur l'estimation de la contrainte critique de voilement par cisaillement d'une plaque appuyée sur quatre côtés -

Dans le sens longitudinal de la plaque, le maillage optimal est donné pour un nombre d'élément fini de l'ordre de 80. Dans le sens transversal, le maillage optimal est de l'ordre de 10. Le maillage $M_1=8 \times M_2$ est considéré.

II- Modélisation du voilement par cisaillement d'un profilé métallique :

En se basant sur le modèle précédent, le voilement par cisaillement de l'âme d'un profilé métallique est développé. Les appuis dans le sens longitudinal de la plaque appuyée sur quatre côtés sont remplacés par deux plaques d'épaisseur « t_f » et de largeur « b_f ». La plaque initiale représente l'âme, et ceux rajoutées forment les semelles d'un profilé métallique.

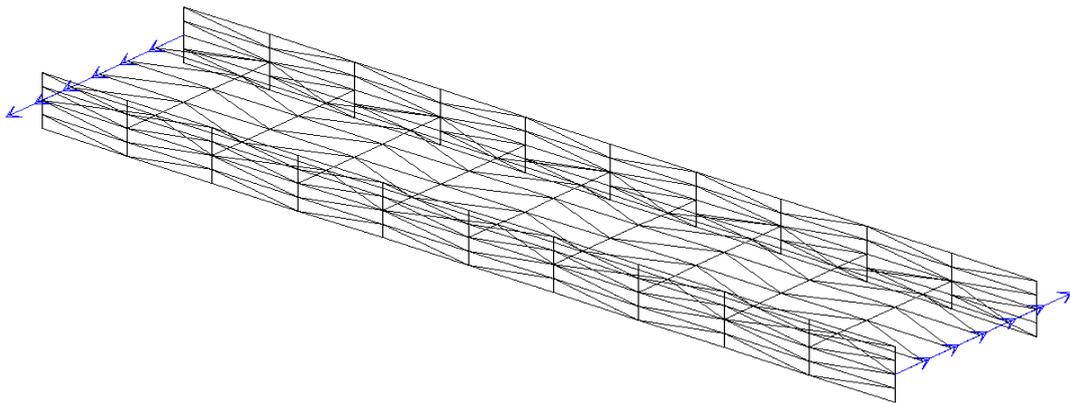
II-1- Description du programme :

Le modèle porte sur une plaque en acier « *Ame* » de longueur « a », de largeur « b », et d'épaisseur « t », ainsi que quatre plaques qui lui sont perpendiculaires formant les parties en console des « *Semelles* » de largeur « b_f » et d'épaisseur « t_f ». Le modèle est développé en trois dimensions.

Les semelles sont formées de quatre parties en console, qui sont jumelées avec l'âme sur ses bords longitudinaux, ce qui donne le tronçon en T d'un profilé métallique. Les points du maillage qui sont en double, tout le long de cette intersection, sont éliminés.

Le maillage M_1 est considéré suivant la longueur du profilé, M_2 suivant sa hauteur, et M_3 suivant la largeur de la partie en console de la semelle.

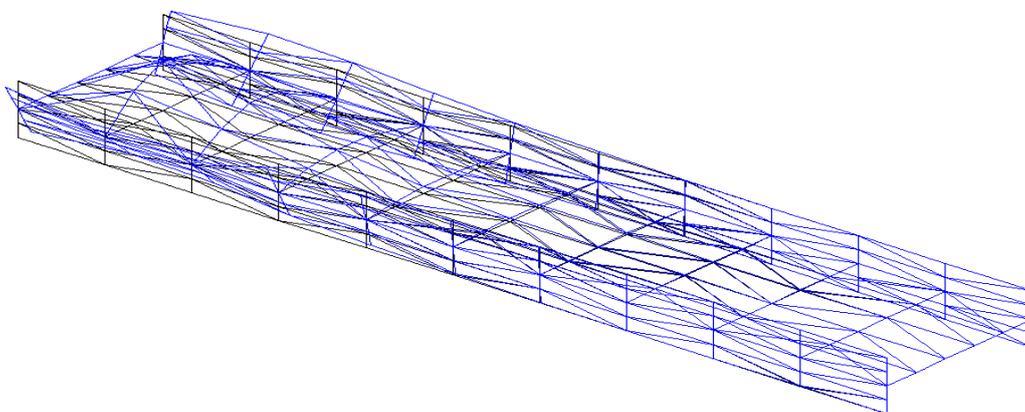
Le matériau introduit est élastique, avec les caractéristiques mécaniques de l'acier. L'âme du profilé est soumise à un chargement de cisaillement sur son contour.



- Figure V : Chargement de cisaillement sur l'âme d'un profilé métallique en H -

Afin de permettre la création des demi-ondes lors du voilement, un déplacement suivant la longueur du profilé est libéré. Des conditions aux limites sont rajoutées pour les semelles, afin de les empêcher de se déplacer suivant le sens longitudinal, tout en assurant des appuis simples pour l'âme.

Une fois que le modèle défini, ses conditions aux limites sont spécifiées, et son chargement est appliqué, la résolution se fait par les mêmes étapes que celles de la plaque appuyée sur quatre côtés. La déformée du profilé métallique est tracée sous l'effet du voilement par cisaillement de son âme :



- Figure VI : Simulation numérique du voilement par cisaillement d'un profilé métallique en H -

II-2- Estimation numérique de la contrainte critique de voilement par cisaillement de l'âme, et du coefficient de voilement correspondant :

Le voilement de l'âme d'un profilé métallique de 5m de longueur, formée d'une âme de 0.8m de hauteur et 6mm d'épaisseur, et des semelles de 6mm d'épaisseur est simulé. Pour plusieurs valeurs de la largeur des semelles « b_f », la contrainte critique de voilement de l'âme ainsi que le coefficient de voilement correspondant sont calculés :

b_f (m)	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
τ_{cr} (MPa)	77	71	72	73	74	75
k_τ	6,6	6,7	6,8	6,8	6,9	7,0

- Tableau VIII : Contrainte de voilement par cisaillement et le coefficient de voilement correspondant pour différentes valeurs de la largeur des semelles d'un profilé en H -

Soit le troisième cas de l'exemple précédent ($b_f=0,5m$), la contrainte critique de voilement par cisaillement de l'âme ainsi que le coefficient de voilement correspondant sont calculés, en faisant varier l'épaisseur « t_f » des semelles :

t_f (m)	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,09
τ_{cr} (MPa)	66	69	72	75	78	80
k_τ	6,2	6,5	6,8	7,0	7,3	7,5

- Tableau IX : Contrainte de voilement par cisaillement et le coefficient de voilement correspondant pour différentes valeurs de l'épaisseur des semelles d'un profilé en H -

Soit le troisième cas de l'exemple précédent ($t_f=0,006m$), la contrainte critique de voilement par cisaillement de l'âme est estimée, en faisant varier la longueur du profilé « a ».

a (m)	4	6	8	10	12	14
τ_{cr} (MPa)	72	72	72	72	72	72
k_τ	6,7	6,8	6,8	6,8	6,8	6,8

- Tableau X : Contrainte critique de voilement par cisaillement et le coefficient de voilement correspondant pour différentes valeurs de la longueur d'un profilé en H -

Toutes les valeurs du coefficient de voilement par cisaillement estimées numériquement dépassent la valeur adoptée dans la réglementation : $k_\tau=5.34$ [1, 2, 3].

III- Effet du voilement par cisaillement sur les panneaux d'âmes :

Dans le but d'évaluer l'incidence du voilement par cisaillement sur les panneaux d'âmes, la valeur du coefficient de voilement par cisaillement est estimée, en utilisant le programme numérique développé précédemment. Une plage de dimensions est adoptée, couvrant les profilés les moins et les plus élancés, avec des dimensions des semelles $3 \leq t_f \leq 40mm$, et $40 \leq b_f \leq 400mm$ et celles des âmes $3 \leq t \leq 15mm$ et $100 \leq b \leq 1500mm$.

Afin de compléter les données du modèle numérique, la longueur du profilé est prise égale à 6m. Le coefficient de voilement est estimé pour une valeur donnée de l'épaisseur de la semelle « t_f », en fonction de sa largeur « b_f ». De même, pour une hauteur donnée de l'âme « b », nous faisons varier son épaisseur « t ».

Les valeurs des coefficients de voilement par cisaillement, des âmes des profilés métalliques, sont données pour $6 \leq b/t \leq 100$ et $1 \leq t_f/t \leq 2.5$ dans le tableau ci-après.

b(mm)	t _f (mm) b _r (mm) t(mm)	3								20								40							
		40	100	150	200	250	300	350	400	40	100	150	200	250	300	350	400	40	100	150	200	250	300	350	400
100	3	10,46	10,67	10,35	10,19	10,09	10,02	9,97	9,93																
	9									10,49	9,77	9,60	9,52	9,48	9,45	9,43	9,41								
	15									10,21	9,62	9,41	9,30	9,23	9,19	9,16	9,13	10,21	9,62	9,41	9,30	9,23	9,19	9,16	9,13
300	3	6,35	6,67	6,83	6,95	7,04	7,12	7,19	7,25																
	9									7,49	8,00	8,25	8,43	8,58	8,70	8,80	8,89								
	15									6,45	6,99	7,22	7,37	7,50	7,60	7,69	7,77	7,11	7,69	7,95	8,13	8,28	8,40	8,50	8,59
500	3																								
	9									7,15	7,68	7,92	8,11	8,26	8,38	8,49	8,58								
	15									6,21	6,71	6,93	7,08	7,21	7,31	7,40	7,48	6,82	7,40	7,66	7,85	8,00	8,13	8,23	8,33
700	3																								
	9									6,93	7,43	7,66	7,83	7,98	8,10	8,20	8,30								
	15									6,07	6,53	6,74	6,88	6,99	7,09	7,17	7,25	6,62	7,17	7,42	7,60	7,74	7,86	7,96	8,06
900	3																								
	9									6,78	7,25	7,46	7,62	7,75	7,87	7,97	8,06								
	15									5,97	6,41	6,60	6,73	6,83	6,92	7,00	7,06	6,47	7,00	7,24	7,40	7,53	7,64	7,74	7,83
1100	3																								
	9																								
	15									5,89	6,32	6,50	6,62	6,72	6,80	6,87	6,93	6,36	6,87	7,10	7,25	7,38	7,48	7,57	7,65
1300	3																								
	9																								
	15									5,83	6,25	6,42	6,53	6,62	6,70	6,76	6,82	6,27	6,77	6,99	7,13	7,25	7,35	7,44	7,51
1500	3																								
	9																								
	15									5,78	6,17	6,34	6,45	6,53	6,60	6,66	6,71	6,19	6,68	6,88	7,03	7,14	7,23	7,32	7,39

- Tableau XI : Valeurs du coefficient de voilement par cisaillement des panneaux des âmes des profilés courants -

Les valeurs des coefficients de voilement par cisaillement des panneaux d'âmes, estimés numériquement, sont tirées directement du Tableau XII. Pour des valeurs intermédiaires des dimensions de profilé métallique, le coefficient de voilement par cisaillement de son âme peut être calculé par une interpolation linéaire.

Soit un profilé reconstitué soudé formé de la nuance d'acier S275 ($\varepsilon=0,92$), ayant une hauteur d'âme $b=700\text{mm}$ et une épaisseur de $t=9\text{mm}$, avec des semelles d'épaisseur $t_f=20\text{mm}$ et de largeur $b_f=300\text{mm}$. Le coefficient de voilement par cisaillement de son âme, estimé numériquement, est de 8,1.

Afin de vérifier la résistance de cette âme au voilement par cisaillement, la formule donnée dans la réglementation de construction en acier [1, 2, 3] est appliquée :

$$b/t \leq 30\varepsilon\sqrt{k_\tau} \quad (IV)$$

En appliquant cette formule sur l'exemple précédent, cela donne :

$$b/t = 77,8 < 30 \varepsilon \sqrt{k_\tau} = 78,6 \quad (V)$$

L'âme du PRS est vérifiée au voilement par cisaillement, selon notre approche numérique.

En considérant l'approche réglementaire, avec une valeur du coefficient de voilement par cisaillement $k_\tau=5,34$ [1, 2, 19], pour les profilés sans raidisseurs intermédiaires :

$$b/t = 77,8 > 30 \varepsilon \sqrt{k_\tau} = 63,8 \quad (VI)$$

L'âme du PRS n'est pas vérifiée vis-à-vis du voilement par cisaillement selon l'approche réglementaire. Ceci est dû au fait de considérer le coefficient de voilement $k_\tau=5,34$ selon les codes de calcul [1, 2, 3], alors que celui qui est estimé numériquement $k_\tau=8,1$.

IV- Conclusion :

Le recours à la modélisation numérique, a permis de simuler l'effet de l'instabilité par voilement sur les différentes parois des profilés métalliques. La confrontation des résultats du modèle numérique avec ceux de la formule analytique a montré des différences minimales entre les deux.

Les modélisations numériques confirment les conclusions de la littérature technique [4, 5]. Les parois longues affectées par le voilement se déforment en une seule demi-onde dans le sens transversale, et avec plusieurs demi-ondes dans le sens longitudinal. La valeur numérique du coefficient de voilement n'est pas influencée par la longueur de la plaque.

Les valeurs du coefficient de voilement des panneaux d'âmes, estimées numériquement, sont supérieures aux valeurs considérées dans la réglementation. Cela permet de mieux évaluer l'effet des dimensions des parois de semelles sur la stabilité de la paroi d'âme vis-à-vis du voilement par cisaillement.

Références bibliographiques :

- [1] CCM97, Règles de conception et de calcul des structures en acier, Document technique réglementaire DTRBC2.44, Ministère de l'habitat, 1997.
- [2] Eurocode 3: Calcul des structures en acier, NF EN 1993-1-1, P22-311-1, 2005.
- [3] Eurocode 3: Design of steel structures, BS EN 1993-1-1, 2005.
- [4] S.P. Timoshenko, J.M. Gere, Theory of Elastic Stability 2E, MCGRAW-HILL, 1961.
- [5] S.P. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger, Theory of plates and shells, Second Edition, MCGRAW-HILL BOOK COMPANY, 1959.
- [6] E. Le fichoux, Présentation et utilisation de CASTEM2000, ENSTA-LME, 1998.
- [7] D. Combescure, Modélisation des structures de génie civil sous chargement sismique à l'aide de CASTEM2000, Commissariat à l'Energie Atomique, 2001.
- [8] P. Pasquet, Mécanique des structures : calculs mécaniques - I, documentation CASTEM2000, 1999.
- [9] P. Pasquet, Mécanique des structures : calculs mécaniques - II, documentation CASTEM2000, 1999.
- [10] CASTEM 2000, Recueil d'exemples commentés, C.E.A / D.M.T / L.A.M.S, 1992.
- [11] C. Taleb, F. Ammari, R. Adman, Analytical study of buckling profile web stability, Structural Engineering and Mechanics, January 2015.
- [12] C. Taleb, F. Ammari, Etude de la stabilité des parois des profils métalliques vis-à-vis du phénomène de voilement, Doctorat en science, FGC, USTHB, 2016.