



DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE

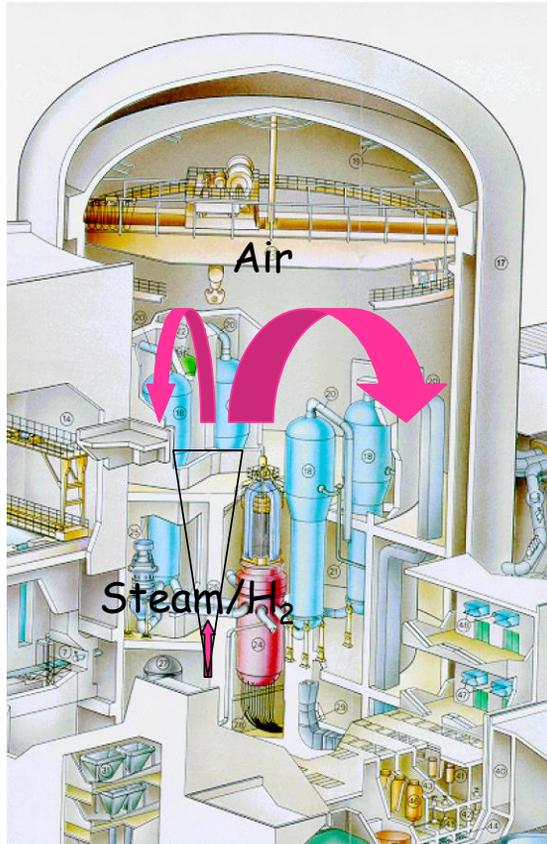
Sur une condition de stabilité pour les échanges thermiques fluide-structure

F. Dabbene

Club CAST3M, le 29 novembre 2019, Paris.

- Éléments de contexte
- Condition de stabilité
- Exemple
- Perspectives

- **Eléments de contexte**
- Condition de stabilité
- Exemple
- Perspectives



- Evaluation de la pression, de la température et de la composition du mélange dans l'enceinte de confinement durant un accident grave
- Enceinte initialement emplie d'air (de 50 à 80000 m³)
- Avant la dégradation du cœur (P&T):
 - Jet de vapeur chaude issu du primaire à la brèche (jet/panache)
 - Condensation en masse et en paroi en présence de gaz incondensables (air)
 - Convection mixte, naturelle à bas Mach
 - **Tenue de l'enceinte et des équipements**
- Après la dégradation du cœur (P&T, Xi):
 - Relâchement d'hydrogène (oxydation des gaines en Zircaloy) avec ou sans vapeur
 - **Risque h₂**

Des moyens de simulation

Des moyens d'essais

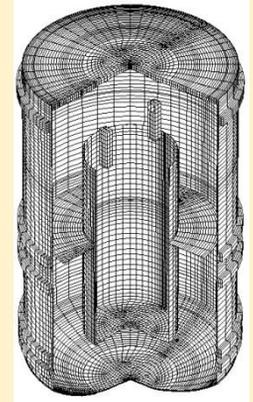
Développement dans **CAST3M** depuis 1996 d'opérateurs et d'applicatifs pour la mécanique des fluides :

- TONUS pour le civil
- NAUTILUS pour le militaire

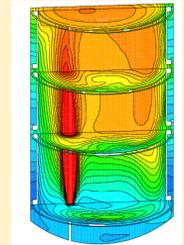
Types de problèmes résolus :

- Navier-Stokes multi-espèces (EF/0D)
- Couplage thermique fluide/structures
- Euler réactif (VF)

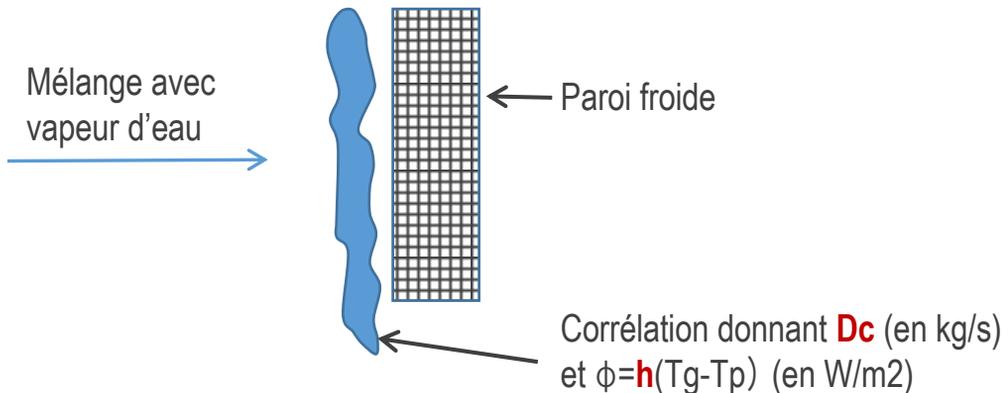
Enceinte **MISTRA** (100m³)



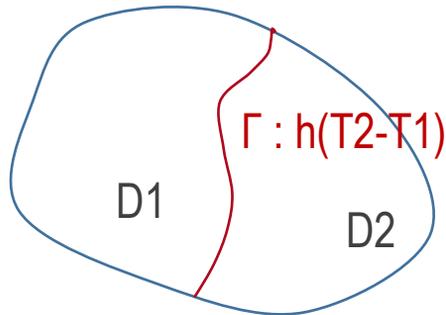
Validation des structures d'écoulement (jet / panache / stratifications thermique et massique), de la condensation en paroi, du spray et des PARs



- En accident grave, **la condensation en paroi** permet d'extraire de l'enceinte de confinement la puissance résiduelle et contribue à l'ordre 1 à l'intégrité de l'enceinte et des équipements en limitant P&T.
- Des **corrélations** sont souvent utilisées afin de calculer le débit D_c de vapeur condensée en paroi ainsi que le flux échangé entre le gaz et la paroi via le coefficient d'échange thermique h .



On considère donc D1 un domaine fluide et D2 un domaine solide échangeant au travers d'une interface Γ de l'énergie (condition mixte)



On peut résoudre NS et l'équation de la chaleur de façon **couplée** (force brute) ou **découplée** (Quarteroni et Valli, 1994) :

1. Résoudre D1 en supposant T_2 connu (Dirichlet)
2. Résoudre D2 en supposant le flux connu (Neumann)
3. Retour en 1. jusqu'à convergence

Nous allons voir qu'une condition de stabilité apparaît à l'étape 2.

- Éléments de contexte
- Condition de stabilité
- Exemple
- Perspectives

- La moyenne pondérée d'un ensemble de valeurs x_i pondérés par les poids θ_i s'écrit

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^N \theta_i x_i$$

- Si tous les poids θ_i sont positifs et inférieurs à 1, et de somme égale à 1 alors

$$\min\{x_i\}_{i=1}^N \leq \bar{x} \leq \max\{x_i\}_{i=1}^N$$

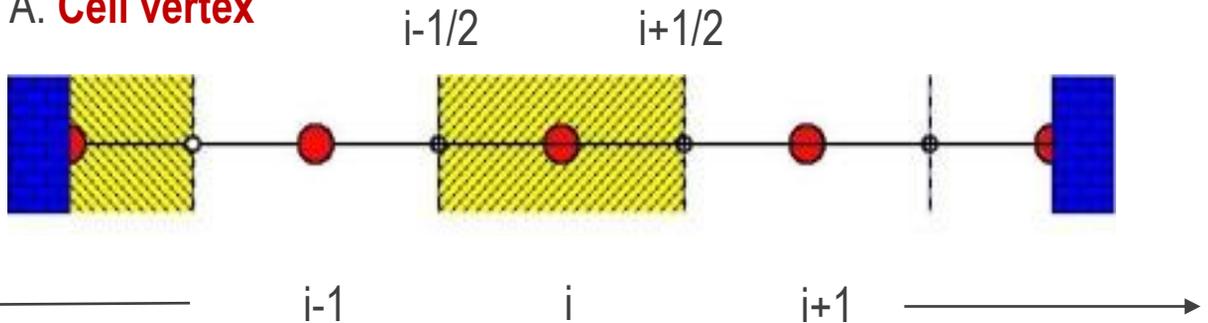
- Notations :

$$Fo = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \quad \text{avec} \quad \alpha = \lambda / \rho c_p$$

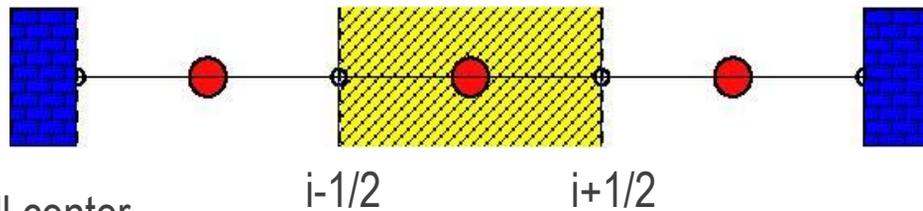
$$Bi = \frac{h \Delta x}{\lambda}$$

Maillage 1D de la paroi (Patankar, 1980)

A. Cell vertex



B. Cell center



Discrétisation de l'équation de la chaleur pour un élément générique de taille Δx

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = \text{div}(\lambda \nabla T)$$

- Intégration en temps et en espace

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \frac{\lambda \Delta t}{\rho c_p \Delta x} \left[\left(\frac{\Delta T}{\Delta x} \right)_{i+1/2}^{n(\theta)} - \left(\frac{\Delta T}{\Delta x} \right)_{i-1/2}^{n(\theta)} \right] \quad i = 1, N$$

- Flux

$$\lambda \left(\frac{\Delta T}{\Delta x} \right)_{i+1/2}^{n(\theta)} = \lambda \frac{T_{i+1}^{n(\theta)} - T_i^{n(\theta)}}{\Delta x}$$

$$\lambda \left(\frac{\Delta T}{\Delta x} \right)_{1/2} = h_{ext} (T_{\Gamma}^{n(\theta')} - T_{ext}), \quad \lambda \left(\frac{\Delta T}{\Delta x} \right)_{N+1/2} = 0.$$

$$T_i^{n+1} = T_i^n + Fo(T_{i+1}^{\theta(n)} - 2T_i^{\theta(n)} + T_{i-1}^{\theta(n)}), \quad i = 2, N - 1$$

Pour les schémas d'Euler explicite et implicite d'ordre 1 en temps, on obtient respectivement :

$$T_i^{n+1} = (1 - 2Fo)T_i^n + FoT_{i+1}^n + FoT_{i-1}^n$$

$$(1 + 2Fo)T_i^{n+1} = T_i^n + FoT_{i+1}^{n+1} + FoT_{i-1}^{n+1}$$

D'où le critère de stabilité **bien connu** en explicite (**Fo ≤ 1/2**), et la stabilité sans condition en implicite.

$$T_1^{n+1} = T_1^n + 2Fo(T_2^{\theta(n)} - T_1^{\theta(n)}) - 2FoBi(T_1^{\theta'(n)} - T_{ext})$$

Pour le schéma d'Euler explicite, on obtient suivant le choix à la frontière (explicite ou implicite) :

$$T_1^{n+1} = (1 - 2Fo - 2FoBi)T_1^n + 2FoT_2^n + 2FoBiT_{ext}$$

$$(1 + 2FoBi)T_1^{n+1} = (1 - 2Fo)T_1^n + 2FoT_2^n + 2FoBiT_{ext}$$

D'où un critère de stabilité plus contraignant en Euler explicite lorsque le flux à la frontière est explicite :

$$\mathbf{Fo(1+Bi) \leq 1/2}$$

$$T_1^{n+1} = T_1^n + 2Fo(T_2^{\theta(n)} - T_1^{\theta(n)}) - 2FoBi(T_1^{\theta'(n)} - T_{ext})$$

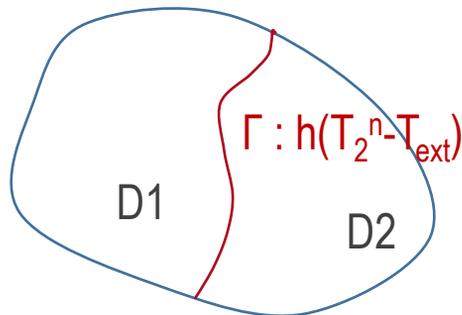
Pour le schéma d'Euler implicite, on obtient suivant le choix à la frontière (explicite ou implicite) :

$$(1 + 2Fo)T_1^{n+1} = (1 - 2FoBi)T_1^n + 2FoT_2^{n+1} + 2FoBiT_{ext}$$

$$(1 + 2Fo + 2FoBi)T_1^{n+1} = T_1^n + 2FoT_2^{n+1} + 2FoBiT_{ext}$$

D'où l'apparition d'un critère de stabilité pour Euler implicite lorsque le flux à la frontière est explicite :

$$\mathbf{FoBi} \leq \mathbf{1/2}$$



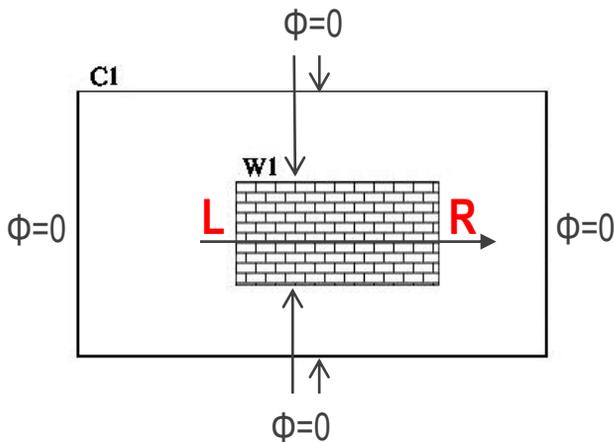
C'est pourquoi des problèmes de stabilité peuvent apparaître à l'étape 2 de l'algorithme de Quarteroni et Valli, 1994 :

1. Résoudre D1 en supposant T_2 connu (Dirichlet)
2. Résoudre D2 en supposant le flux connu (Neumann)
3. Retour en 1. jusqu'à convergence

Remarque : En notant Fo' et Bi' les nombres construits avec comme échelle de longueur $\Delta x/2$ au lieu de Δx les nouveaux critères de stabilité s'écrivent $Fo'(1+2Bi') \leq 2$ pour Euler explicite et $Fo'Bi' \leq 1$ pour Euler implicite.

- Eléments de contexte
- Condition de stabilité
- Exemple
- Perspectives

Une structure W1 est plongée dans un volume C1 contenant de l'air qu'on suppose homogène (0D)



Conditions initiales :

- C1 : $P_{air}=1\text{bar}$, $T=100^\circ\text{C}$
- W1 : $T=30^\circ\text{C}$

Conditions aux limites :

- C1 : imperméable et adiabatique
- W1 : imperméable et adiabatique sauf en L et R où $h=50\text{W/m}^2/\text{K}$

Solution stationnaire (bilan d'énergie) :

- Pour les data choisis $T_\infty=37.06^\circ\text{C}$

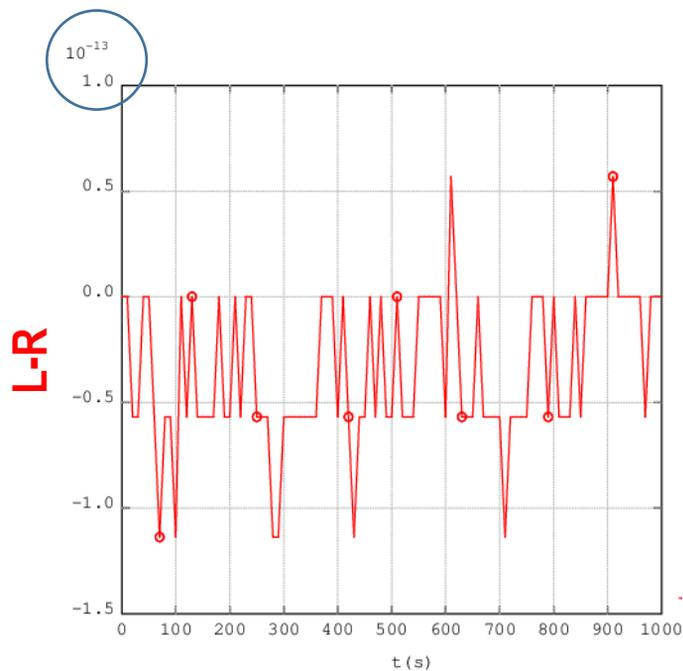
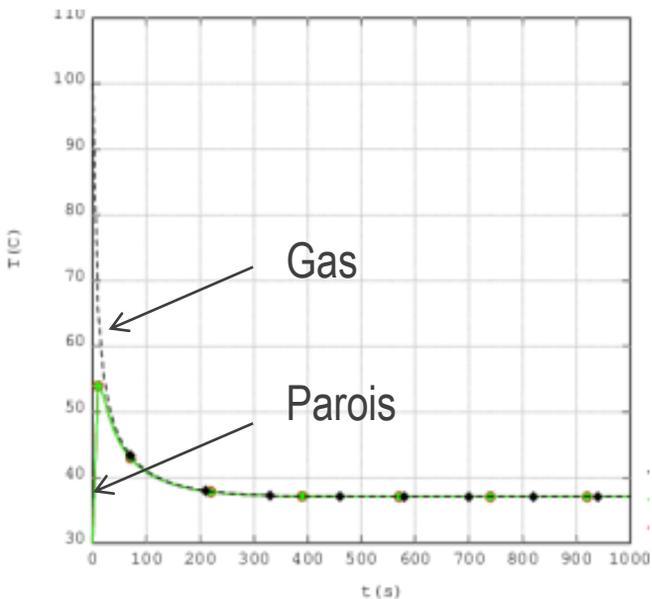
Schéma implicite / Couplage **implicite** ($Fo'Bi' \approx 3.7$)

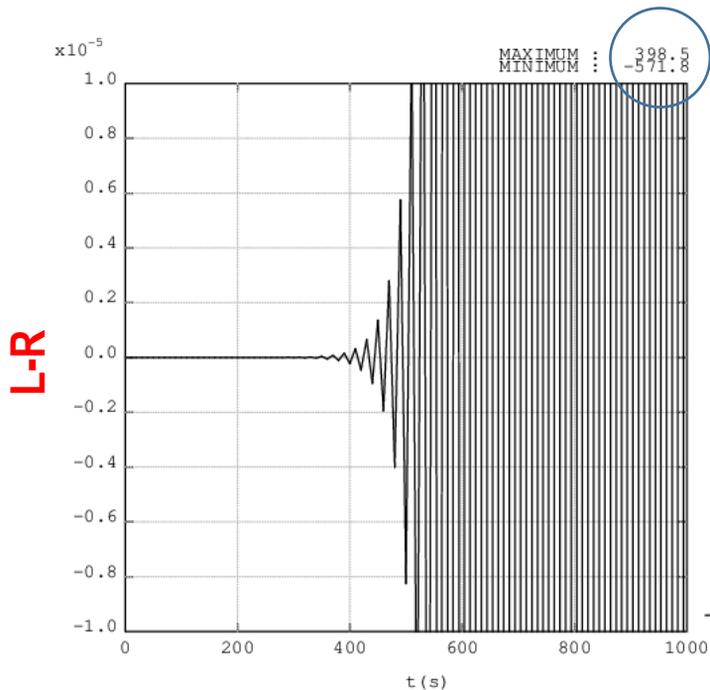
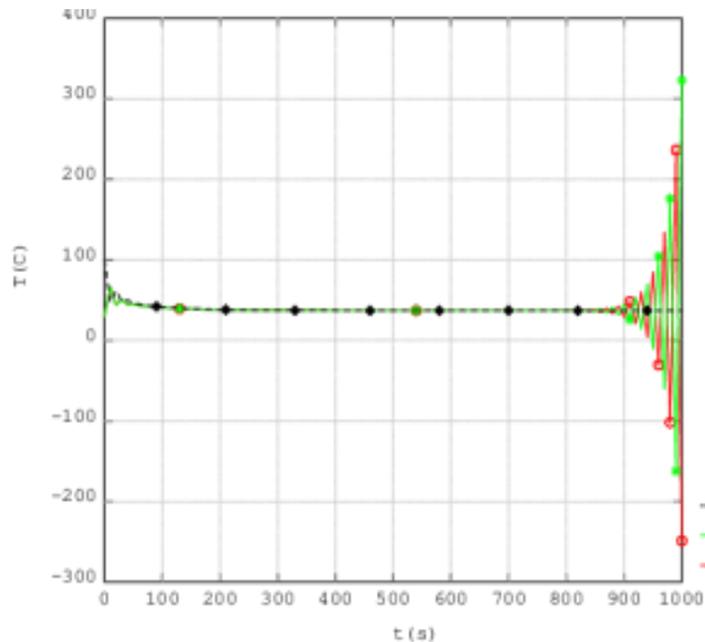
Schéma implicite / Couplage **explicite** ($Fo'Bi' \approx 3.7$)

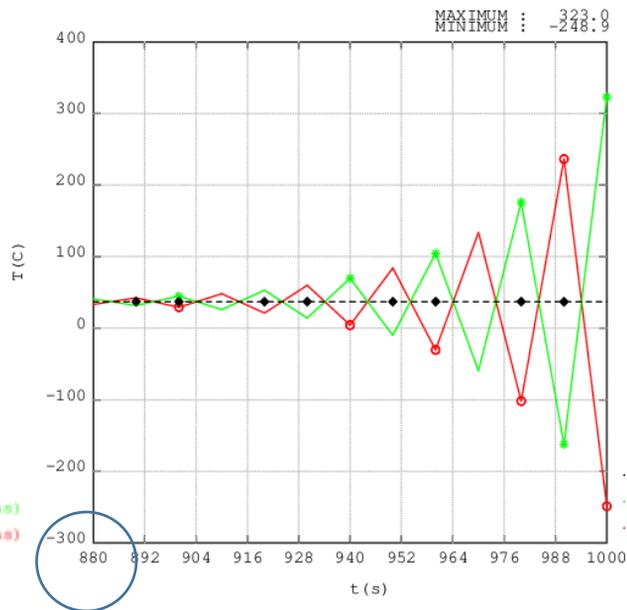
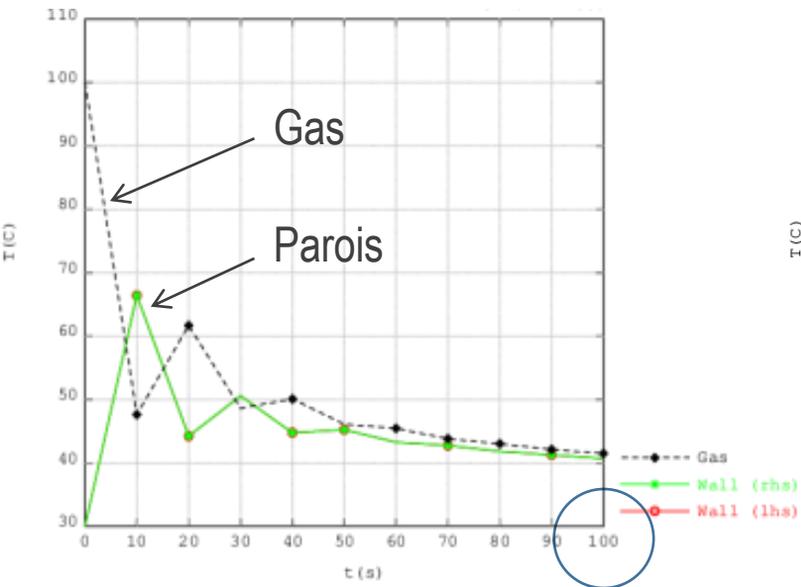
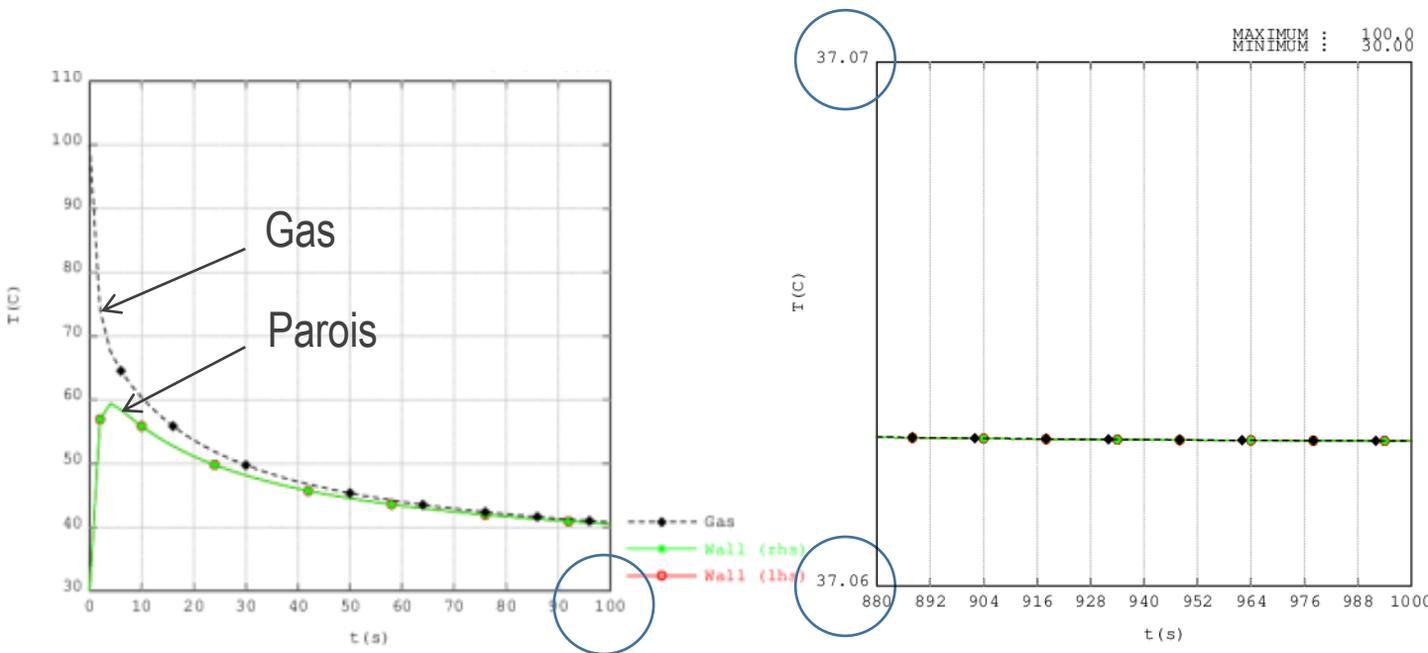
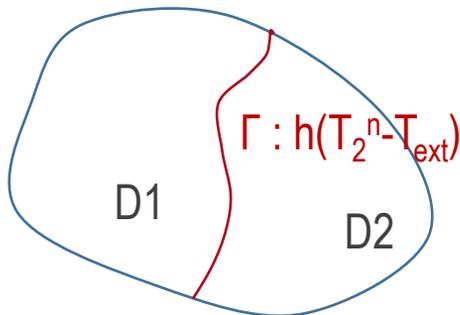
Schéma implicite / Couplage **explicite** ($Fo'Bi' \approx 3.7$)

Schéma implicite / Couplage **explicite** ($Fo'Bi' \approx 0.75$)

- Eléments de contexte
- Condition de stabilité
- Exemple
- Perspectives

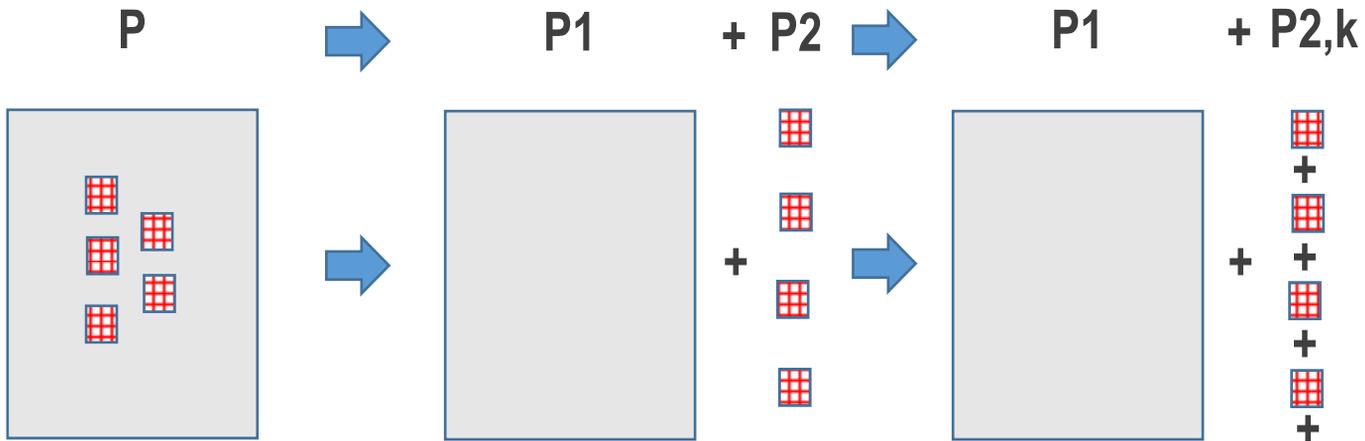


Compte tenu des capacités thermiques différentes du fluide et des structures, on peut **ne résoudre qu'une fois la thermique par Δt** :

1. Résoudre D1 en supposant T_2 connu (Dirichlet)
2. Retour en 1. jusqu'à convergence
3. Résoudre D2 en supposant le flux connu (Neumann)

Cela marche très bien en 0D. A expérimenter en CFD.

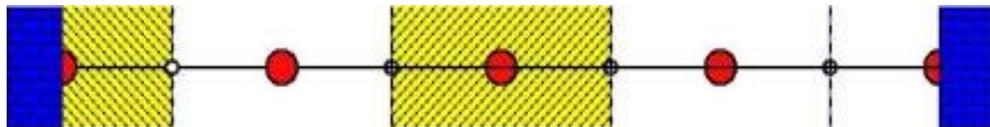
Résoudre en // les problèmes thermiques  : est-il plus intéressant de résoudre un problème linéaire avec n blocs indépendants ou n problèmes linéaires indépendants ?



- Compléments

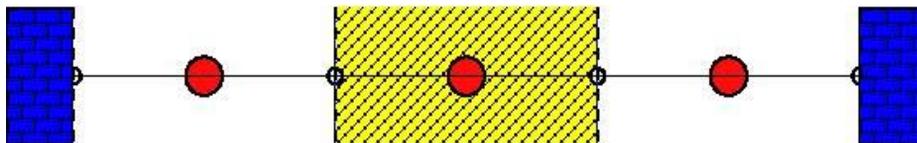
$$\text{FoBi} \leq 1/2$$

$$\frac{\Delta t}{\delta x} \leq \frac{\rho c_p}{h_{ext}}$$



$$\text{FoBi} \leq (2 + \text{Bi})/2$$

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{\rho c_p}{h} \left(1 + \frac{h \Delta x}{2\lambda} \right)$$



- Volume

$$V = 6.28 \text{ m}^3$$

$$P_0 = 1 \text{ bar}$$

$$T_0 = 100^\circ\text{C}$$

- Mur

$$e = 30 \text{ m (12 mailles)}$$

$$S = 12.56 \text{ m}^2$$

$$T_0 = 100^\circ\text{C}$$

$$\lambda = 40 \text{ W/m}^2/\text{K}$$

$$\rho = 100 \text{ kg/m}^3$$

$$C_p = 1 \text{ J/kg/K}$$

- Calcul

$$\Delta t = 10 \text{ s}$$

$$\Delta x = 2.7 \text{ m}$$

D'où :

$$Fo' = 2.2$$

$$Bi' = 1.7$$

$$Fo'Bi' = 3.7 > 1.$$

- Solution stationnaire

$$T_\infty = \frac{M_a c_{v,a} T_a(0) + M_w c_{p,w} T_w(0)}{M_a c_{v,a} + M_w c_{p,w}}$$