

DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE



# DÉVELOPPEMENT D'UN SOLVEUR DE DIFFUSION NEUTRONIQUE MULTI-GROUPE POUR LE CALCUL DE CŒURS DÉFORMÉS.

**CLUB CAST3M 2014**

**Cyril Patricot<sup>1</sup>, Olivier Fandeur<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>CEA, DEN, DM2S, SERMA

<sup>2</sup>CEA, DEN, DM2S, SEMT

- Travaux s'inscrivant dans ma thèse, qui porte sur les techniques de couplage multi-physique, en particulier neutronique-mécanique.
- Les maillages des codes de neutroniques usuels ne sont pas déformables... contrairement à ceux de Cast3M.
- Autre avantage de Cast3M : environnement commun des disciplines couplées, ce qui permettra l'étude des techniques de couplage.

- I. Calcul critique**
  - I.1. Présentation du solveur**
  - I.2. Comparaison à Apollo3**
  
- II. Calcul cinétique**
  - II.1. Présentation du solveur**
  - II.2. Comparaison à Apollo3**
  
- III. Application à un cœur déformé**

## **I. Calcul critique**

### **I.1. Présentation du solveur**

### **I.2. Comparaison à Apollo3**

## **II. Calcul cinétique**

### **II.1. Présentation du solveur**

### **II.2. Comparaison à Apollo3**

## **III. Application à un cœur déformé**

## 1. Généralités

- Diffusion neutronique = lois de Fick couplées. De la forme :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \text{div}(-\alpha \text{grad}(\phi)) = \text{Sources}(\phi).$$

- Couplage par le terme source
- En stationnaire les sources sont linéaires en  $\phi$ , la solution est définie à un facteur multiplicatif près.
- Vocabulaire : Notre variable,  $\phi$ , s'appelle « flux »...

## 2. L'équation locale

- Diffusion stationnaire (= critique) pour le groupe d'énergie  $g$ , en  $x$  :

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{-\nabla(D^g(x)\nabla\phi^g(x))}_{\text{Diffusion ou transport}} + \underbrace{\sigma_{disp}^g(x)\phi^g(x)}_{\text{Disparitions}} \\
 = & \underbrace{\sum_{g' \neq g} \sigma_s^{g' \rightarrow g}(x)\phi^{g'}(x)}_{\text{Transferts}} + \underbrace{\frac{1}{K_{eff}} \chi^g(x) \sum_{g'} \nu \sigma_f^{g'}(x)\phi^{g'}(x)}_{\text{Fissions}}.
 \end{aligned}$$

$K_{eff}$ , ou coefficient multiplicateur, rajouté pour que l'équation ait une solution. L'état décrit est effectivement stationnaire lorsque  $K_{eff} = 1$ . Il doit être calculé en même temps que  $\phi$ .

## 3. Principe de la résolution :

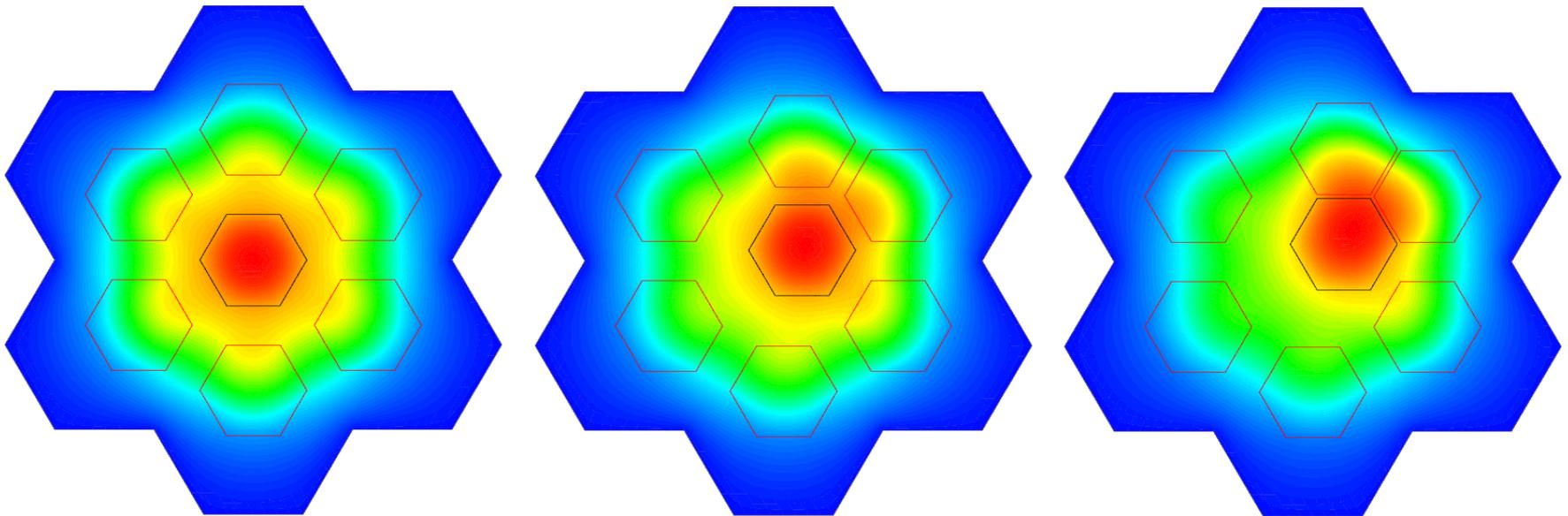
- Algorithme itératif :

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{-\nabla(D^g(x)\nabla\phi^g(x))}_{\text{Matrice de rigidité}} + \underbrace{\sigma_{disp}^g(x)\phi^g(x)}_{\text{Matrice de capacité}} \\
 = & \underbrace{\sum_{g' \neq g} \sigma_s^{g' \rightarrow g}(x)\phi^{g'}(x) + \frac{1}{K_{eff}}\chi^g(x) \sum_{g'} \nu\sigma_f^{g'}(x)\phi^{g'}(x)}_{\text{Sources}}.
 \end{aligned}$$

Itérations de Gauss-Seidel pour la convergence des sources et du  $K_{eff}$ .

## 4. Illustration

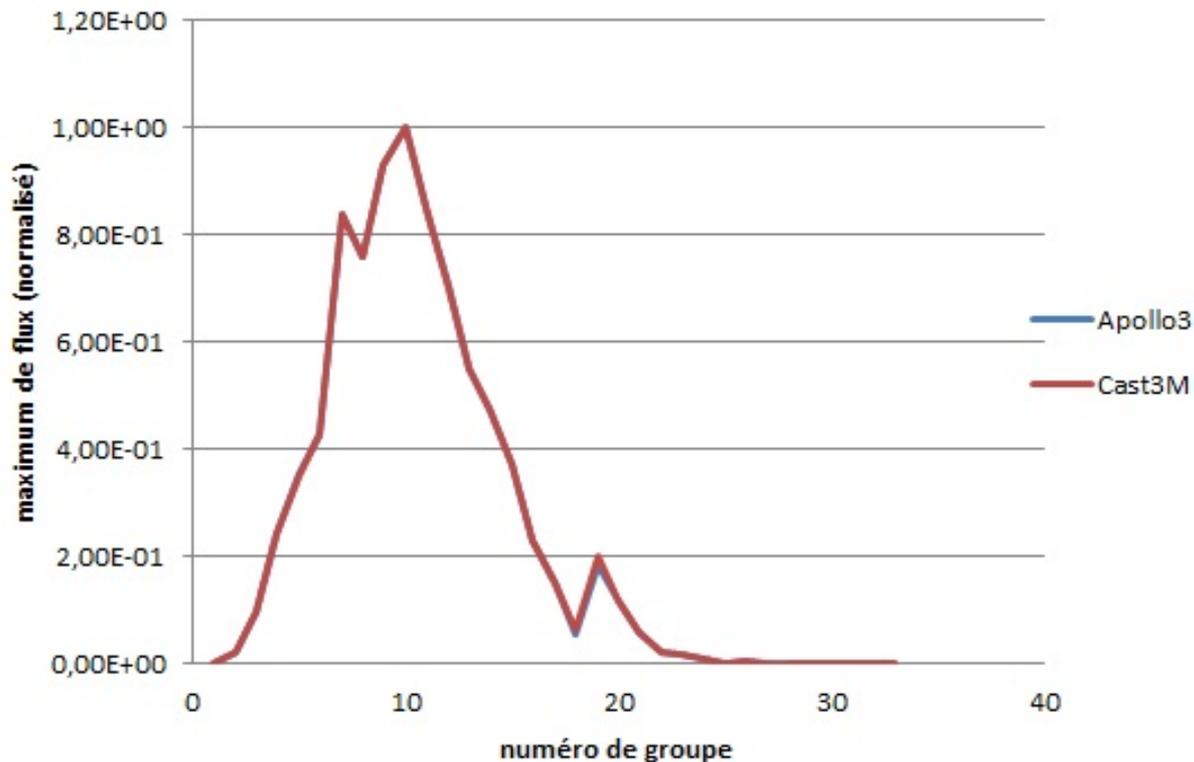
- Cas « pédagogique » à 7 assemblages très espacés, 2D, 2 groupes d'énergie.
- On remaille ici l'espace inter-assemblage. Les assemblages ont des déplacements rigides.



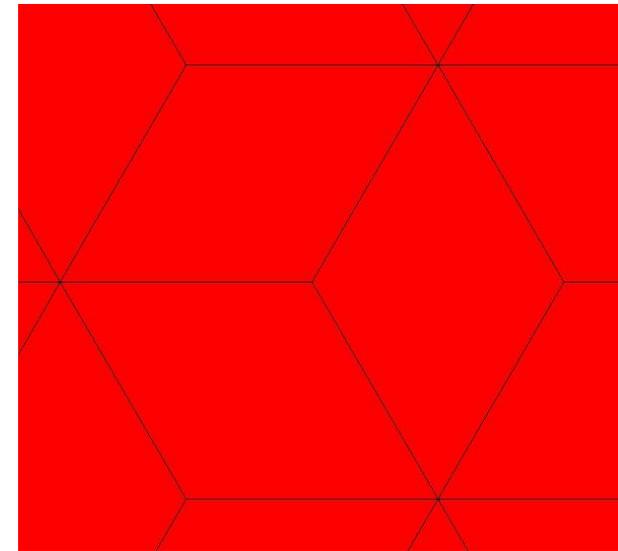
### 1. Phénix cœur neuf, 2D, 33 groupes, inter-assemblage homogénéisé

■  $K_{eff}$  : 1,1582 (Cast3M) contre 1,1588 (Apollo3). C'est un écart très faible.

■ Maximum des flux de chaque groupe :

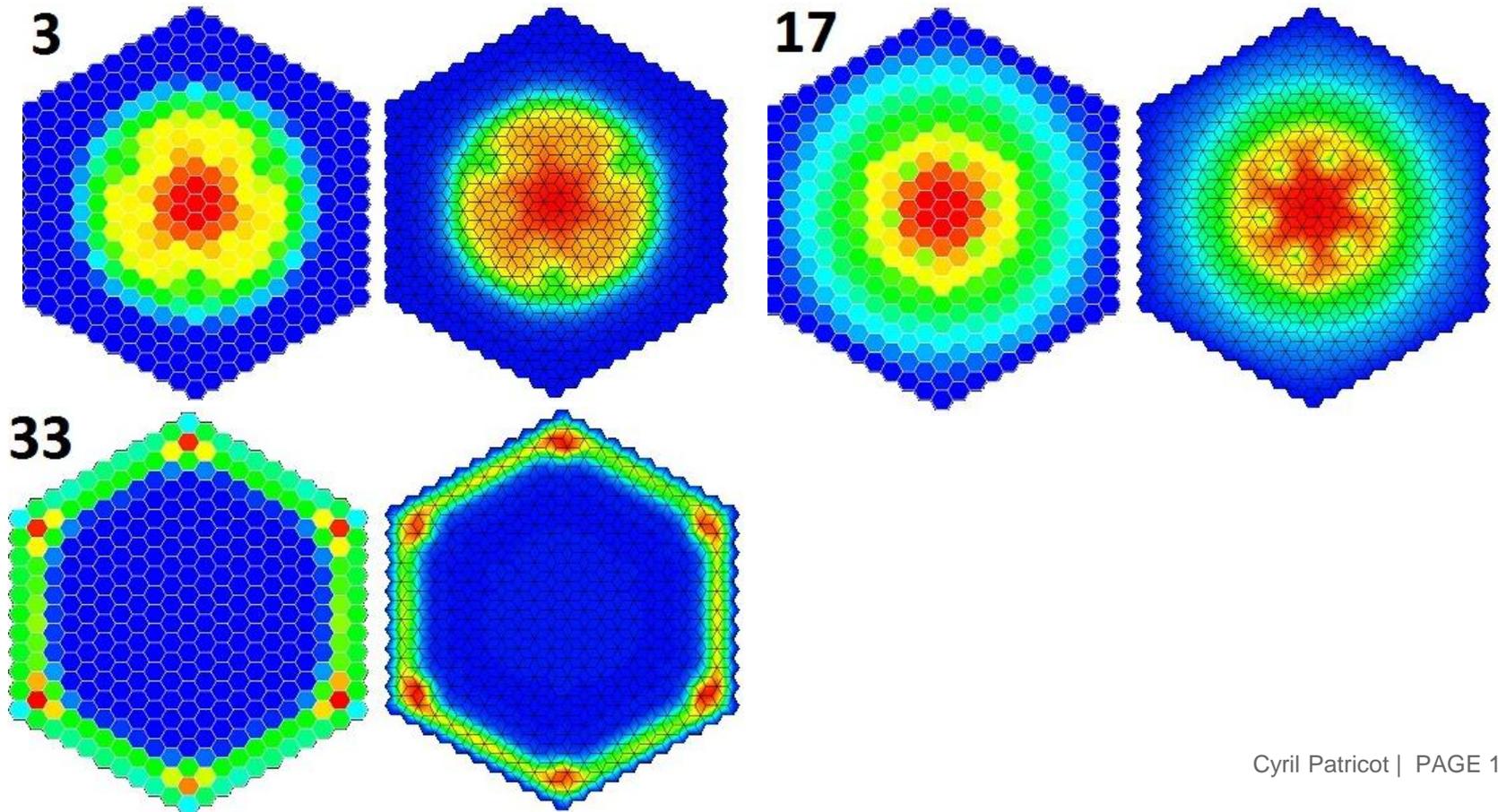


Maillage Cast3M:



## 1. Phénix cœur neuf, 2D, 33 groupes, inter-assemblage homogénéisé

■ Forme du flux de quelques groupes (Apollo3 à gauche, Cast3M à droite)



### 1. Phénix cœur neuf, 2D, 33 groupes, inter-assemblage homogénéisé

#### ■ Temps de calcul :

- Apollo3  $\approx$  1s : Code dédié, le maillage du solveur n'est pas générique.
- Cast3M  $\approx$  3min : Non optimisé et non accéléré, maillage générique.

## I. Calcul critique

### I.1. Présentation du solveur

### I.2. Comparaison à Apollo3

## II. Calcul cinétique

### II.1. Présentation du solveur

### II.2. Comparaison à Apollo3

## III. Application à un cœur déformé

## 1. L'équation locale

- Equation sur le flux pour le groupe d'énergie  $g$ , en  $x$  :

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{-\frac{1}{V^g} \frac{\partial \phi^g(x)}{\partial t}}_{\text{Evolution temporelle}} = \underbrace{\nabla(D^g(x)\nabla\phi^g(x))}_{\text{Diffusion ou transport}} - \underbrace{\sigma_{disp}^g(x)\phi^g(x)}_{\text{Disparitions}} + \\
 & \underbrace{\sum_{g' \neq g} \sigma_s^{g' \rightarrow g}(x)\phi^{g'}(x)}_{\text{Transferts}} + \underbrace{\chi_p^g(x)(1-\beta) \sum_{g'} \nu\sigma_f^{g'}(x)\phi^{g'}(x)}_{\text{Fissions}} + \underbrace{\sum_l \chi_l^g \lambda_l C_l^l}_{\text{Emissions de neutrons retardés}}.
 \end{aligned}$$

Le  $K_{eff}$ , a disparu, mais ce facteur multiplicatif est nouveau. Les neutrons « manquant » sont obtenus par décroissance radioactive (on dit qu'ils sont retardés).

## 1. L'équation locale

- Equation des précurseurs de neutrons retardés du groupe  $l$  en  $x$  :

$$\begin{array}{c}
 \text{Evolution} \\
 \text{temporelle} \\
 \underbrace{\frac{\partial C^l(x)}{\partial t}} \\
 = \underbrace{-\lambda_l C^l(x)}_{\text{Décroissance radioactive}} + \underbrace{\sum_{g'} \beta_l \nu \sigma_f^{g'}(x) \phi^{g'}(x)}_{\text{Création comme produit de fission}}.
 \end{array}$$

## 2. Initialisation

- Calcul du flux stationnaire avec le solveur vu précédemment, on obtient un  $K_{eff}$  généralement  $\neq 1$ .
- Pour que l'état initial soit un état stationnaire :  $\nu\sigma_f^{g'}(x) \leftarrow \frac{\nu\sigma_f^g(x)}{K_{eff}}$ .
- Initialisation des précurseurs (immédiat).
- Calcul de  $\beta = \sum_l \beta_l$ .
- Calcul de la répartition énergétique des neutrons prompts :

$$\chi_p^g(x) = \frac{\chi^g(x) - \sum_l \chi_l^g \beta_l}{1 - \beta}$$

## 3. Résolution analytique pour les précurseurs

- Solution (on suppose les sections efficaces constantes) pour  $T \in [0, \Delta t]$  :

$$C^l(T) = e^{-\lambda_l T} \left( C^l(t=0) + \left( \sum_{g'} \beta_l \nu \sigma_f^{g'} \phi^{g'}(t=0) \right) \int_0^T e^{\lambda_l s} w_1(s) ds \right) \\ + e^{-\lambda_l T} \left( \sum_{g'} \beta_l \nu \sigma_f^{g'} \phi^{g'}(\Delta t) \right) \int_0^T e^{\lambda_l s} w_2(s) ds.$$

- Avec :  $w_1(t) = 1 + \frac{2-6\theta}{\Delta t} t + \frac{6\theta-3}{\Delta t^2} t^2$ ,  $w_2(t) = \frac{6\theta-2}{\Delta t} t + \frac{3-6\theta}{\Delta t^2} t^2$ .  $\theta$  paramètre numérique.
- Les  $\int_0^{\Delta t} e^{\lambda_l s} w_i(s) ds$  s'obtiennent par intégrations par parties successives.

#### 4. Résolution numérique de l'équation sur le flux

- Forme condensée de l'équation sur le flux (différence finie sur le terme temporel et  $\theta$ -schéma pour les autres), avec  $M$  : matrice de masse,  $D$  : diffusion + disparitions,  $TF$  : transferts + fissions,  $P$  : émissions des précurseurs,  $C$  : concentrations des précurseurs :

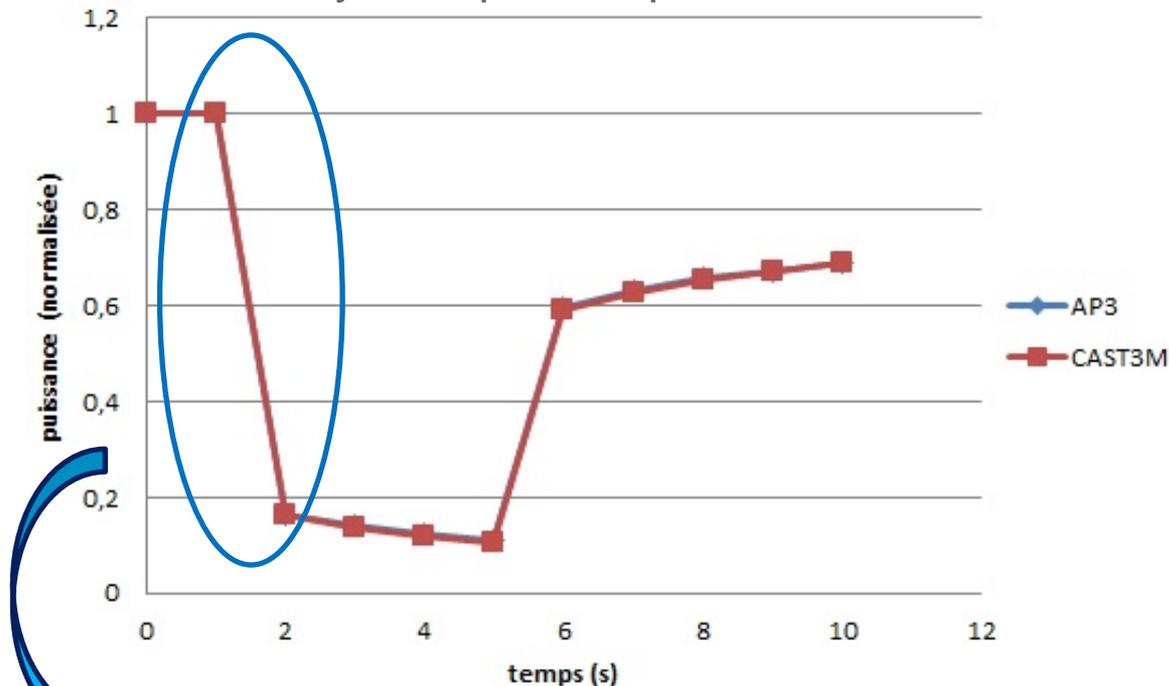
$$\frac{1}{V^g} M \frac{\Phi^g(t + \Delta t) - \Phi^g(t)}{\Delta t} = -D^g((1 - \theta)\Phi^g(t) + \theta\Phi^g(t + \Delta t)) + \left( TF((1 - \theta)\Phi(t) + \theta\Phi(t + \Delta t)) \right)_g + \left( P((1 - \theta)C(t) + \theta C(t + \Delta t)) \right)_g .$$

- Méthode de résolution similaire au cas statique : itérations de Gauss-Seidel.
- Pour s'affranchir des contraintes sur le pas de temps, le schéma sera toujours utilisé en implicite ( $\theta = 1$ ).

### 1. Phénix cœur neuf, 2D, 33 groupes, inter-assemblage homogénéisé

- On insère les barres de contrôle à 1s, puis on les enlève à 5s.

Transitoire complet : grands pas de temps pour suivre la dynamique des précurseurs

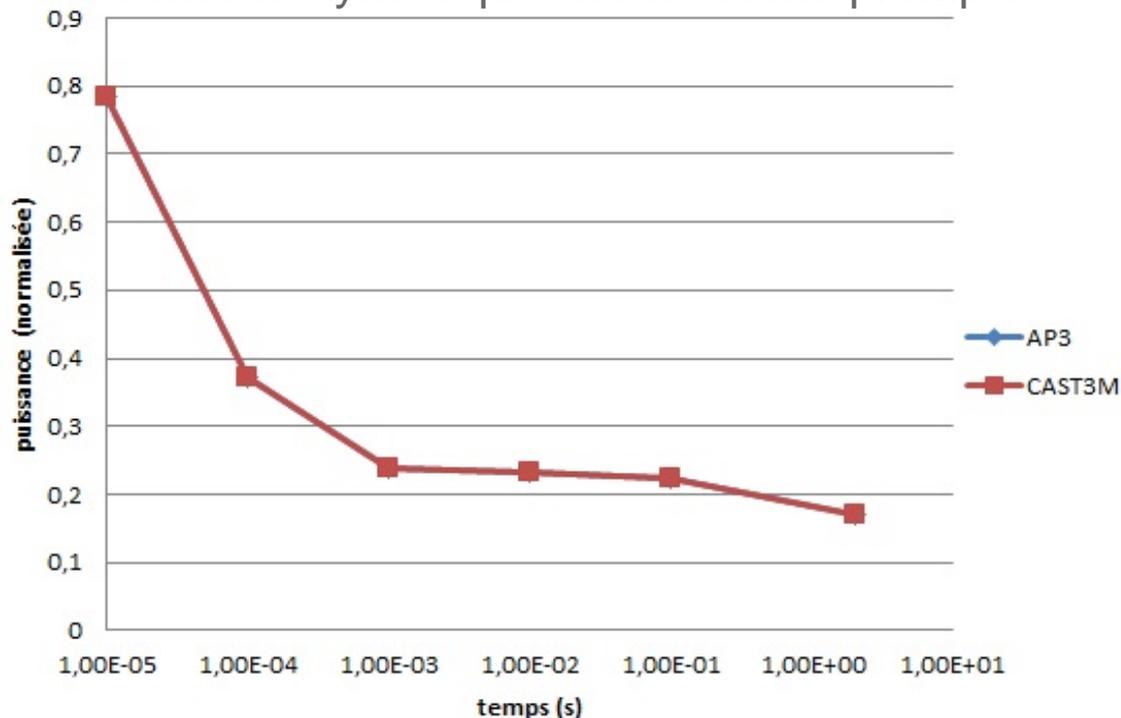


Calcul précis  
de la chute  
de puissance

### 1. Phénix cœur neuf, 2D, 33 groupes, inter-assemblage homogénéisé

- On insère les barres de contrôle à 1s, puis on les enlève à 5s.

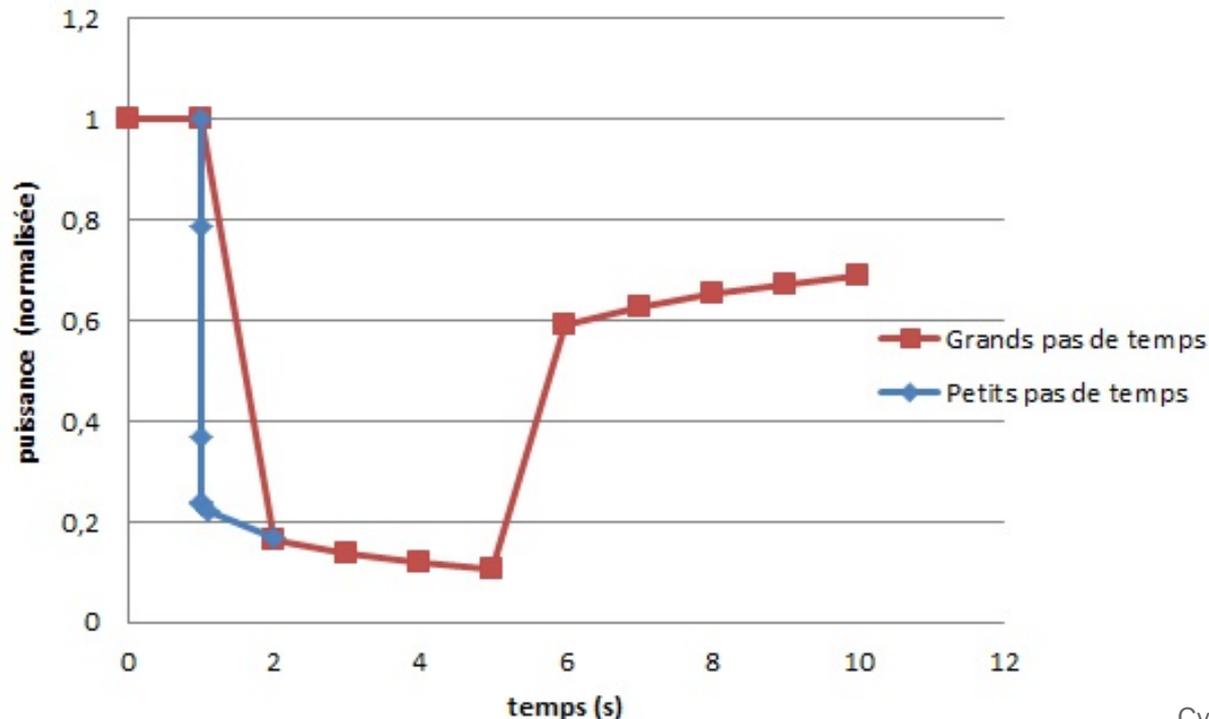
Calcul de la chute de puissance avec petits pas de temps pour suivre la dynamique des neutrons prompts



### 1. Phénix cœur neuf, 2D, 33 groupes, inter-assemblage homogénéisé

- On insère les barres de contrôle à 1s, puis on les enlève à 5s.

Les grands pas de temps sont licites :



## I. Calcul critique

### I.1. Présentation du solveur

### I.2. Comparaison à Apollo3

## II. Calcul cinétique

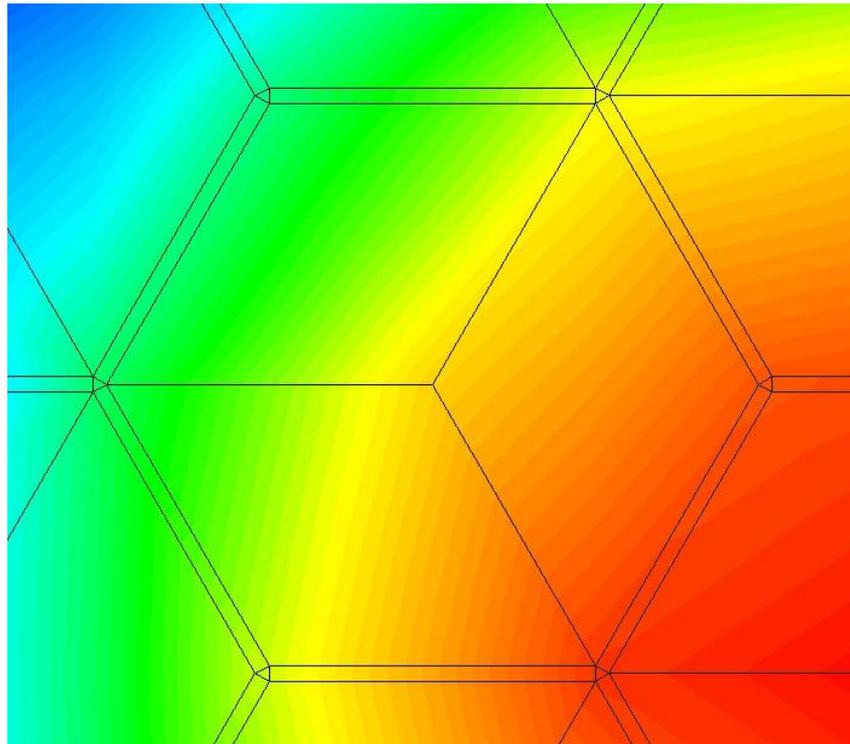
### II.1. Présentation du solveur

### II.2. Comparaison à Apollo3

## III. Application à un cœur déformé

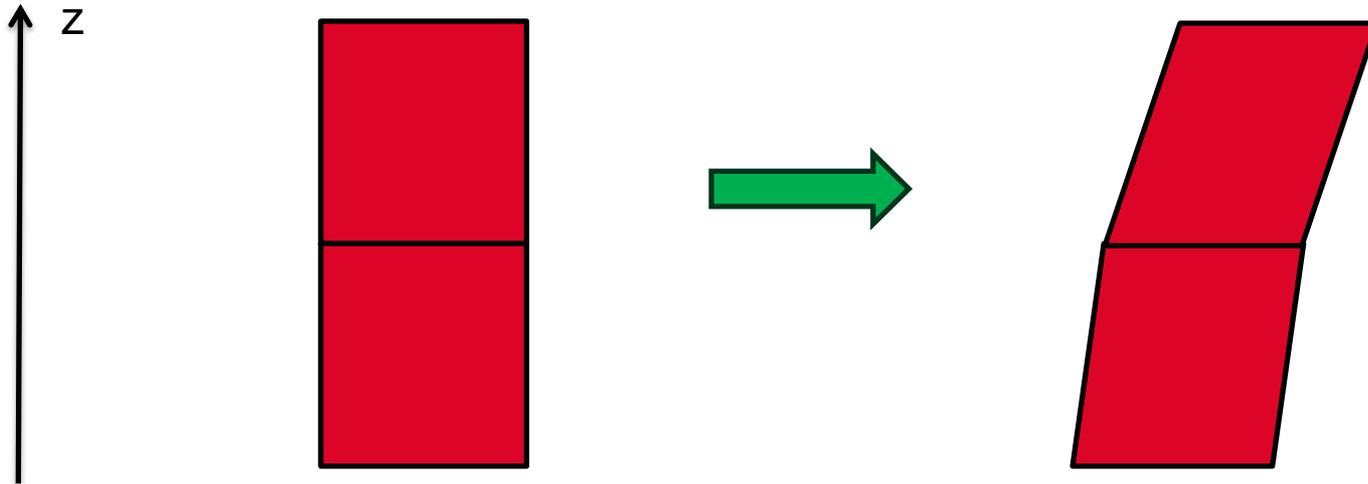
## 1. Maillage utilisé

- Inter-assemblage traité séparément (rectangles et triangles en 2D)
- Trois losanges par assemblage
- Extrusion axiale pour calculs 3D



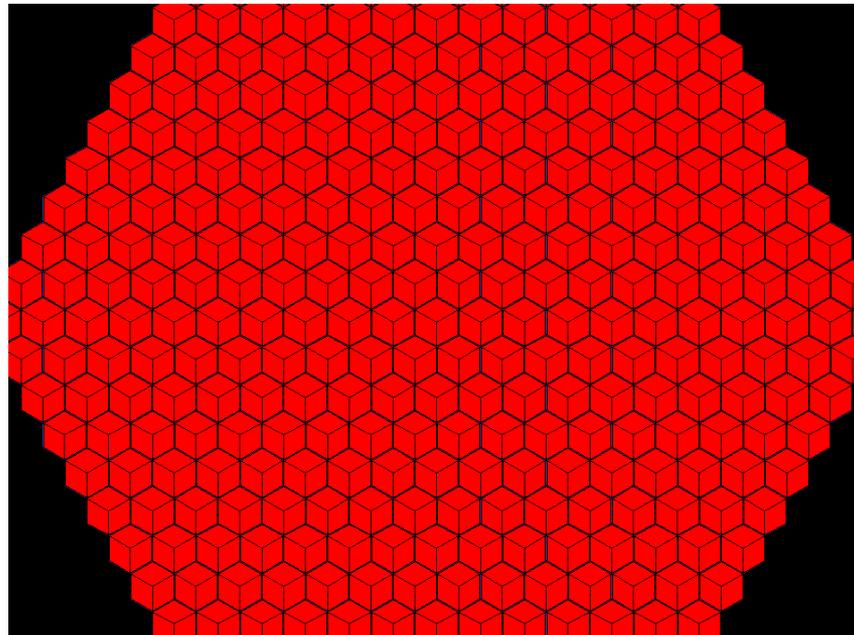
## 2. Gestion de la déformation en 3D

- Pas de rotation des plans de coupe.
  - Respecte la conservation du volume (et donc de la masse), indispensable en neutronique.
  - Mais augmentation de la surface et donc surestimation des fuites ?



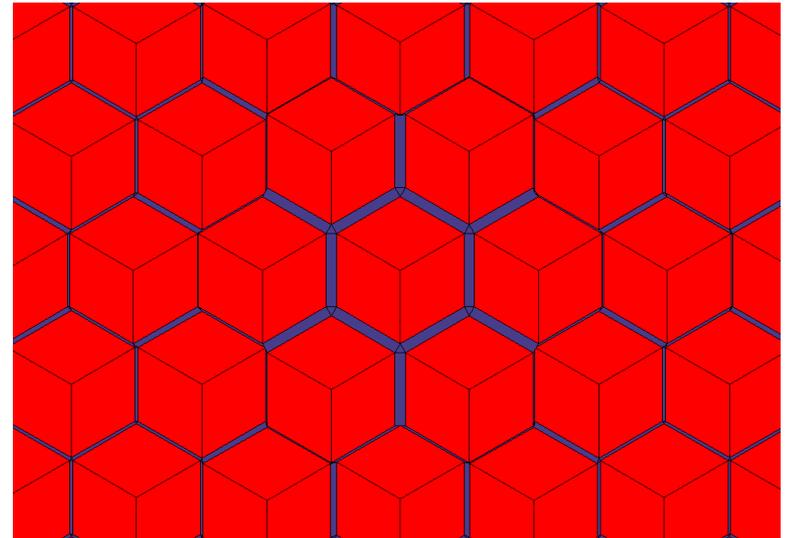
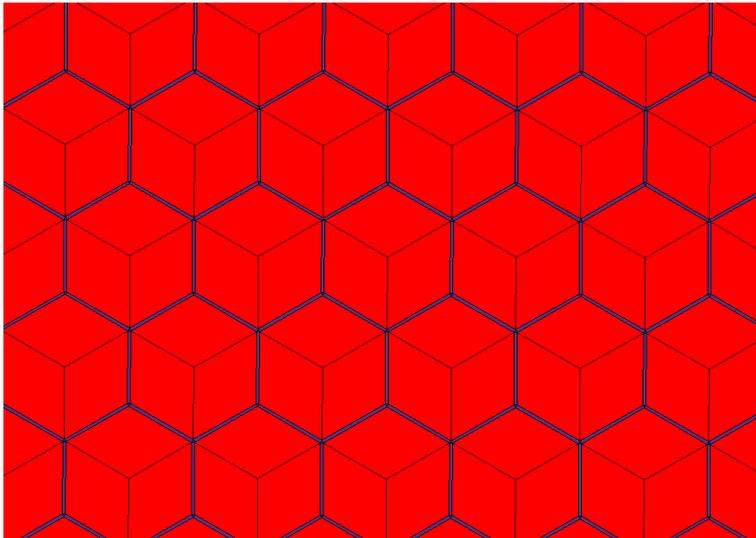
## 3. Gerbage statique de Phénix

- 331 assemblages, 14 mailles axiales, 33 groupes d'énergie.
- Compositions évoluées : 82 matériaux.
- Paramétrage en fonction de la quantité de sodium inter-assemblage (6 points de paramétrage).



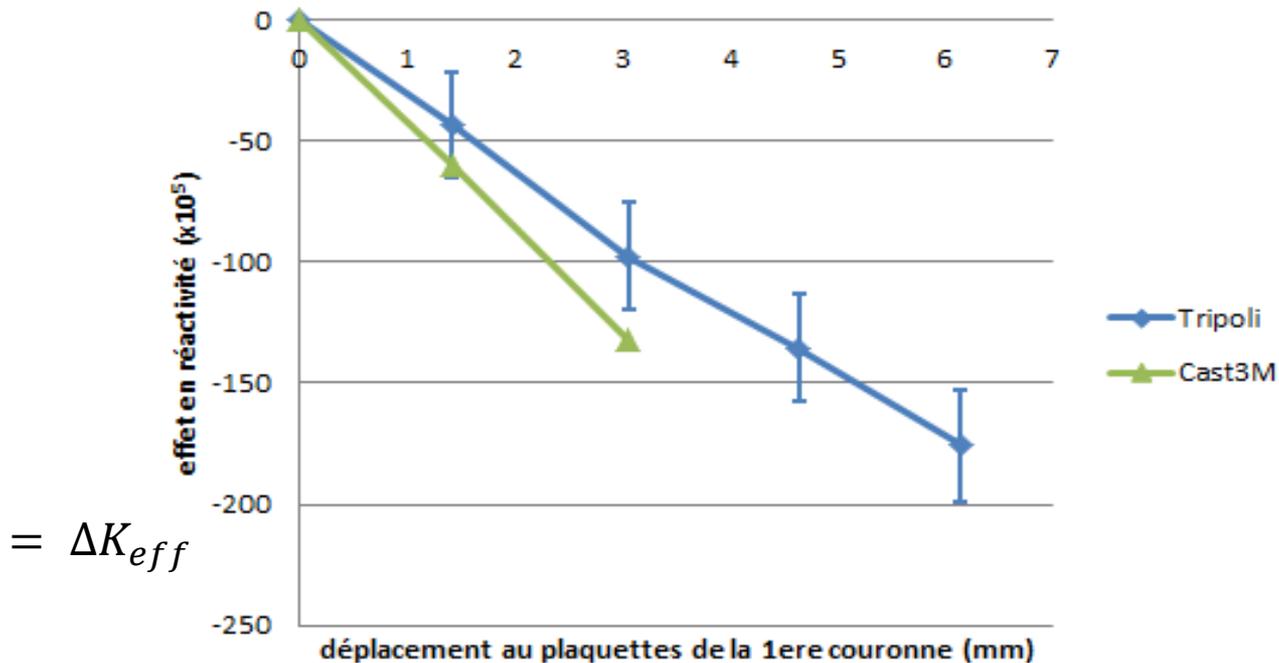
## 3. Gerbage statique de Phénix

- On écarte les assemblages de la première couronne.
- On suppose que les plaquettes des assemblages se touchent initialement.



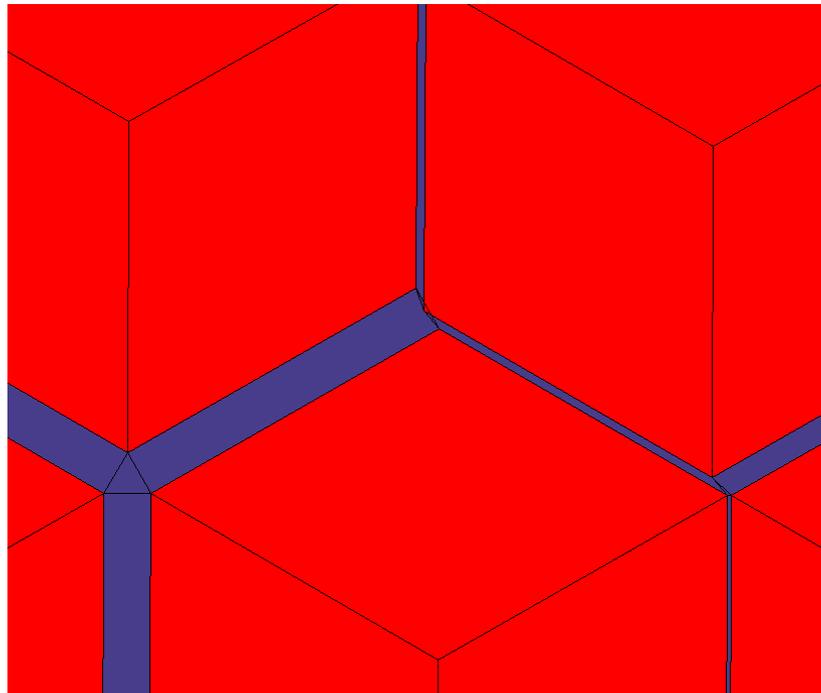
## 3. Gerbage statique de Phénix

- Comparaison à Tripoli4 avec description fine de la géométrie : pas mauvaise, on retrouve un comportement linéaire.
- Ecart lié à la surestimation de l'augmentation des fuites ? A vérifier.
- Maillage incorrect pour les grands déplacements...



## 3. Gerbage statique de Phénix

- Maillage incorrect : « Inversion » du sens de certains triangles pour les grands déplacements.



# CONCLUSION ET PERSPECTIVES

- Un solveur de diffusion neutronique multi-groupe a été développé avec succès dans Cast3M, en stationnaire et en cinétique.
- La vérification du solveur par comparaison à Apollo3 semble indiquer qu'il n'y a pas d'erreur.
- Son application à des cœurs déformés donne des résultats prometteurs.
- Développements futurs :
  - Homogénéisation de l'inter-assemblage pour éviter les problèmes de maillage et la surestimation des fuites.
  - Accélération de la convergence du solveur cinétique.

**Merci de votre attention**

## 2. Forme matricielle

- On note  $\Phi^g = \left( \phi_j^g \right)_{1 \leq j \leq n}$  le vecteur des coordonnées de  $\phi^g$  sur la base des fonctions élémentaires.
- On note aussi  $\Phi$  le vecteur concaténant les  $\Phi^g$ .
- On admet qu'on peut alors définir les matrices  $D$  (diffusion + disparitions),  $T$  (transferts), et  $F$  (fissions) telles que l'équation devienne :

$$D\Phi = T\Phi + \frac{1}{K_{eff}} F\Phi.$$

- On note  $T^{g'g}$ ,  $F^{g'g}$  et  $D^g$  les blocs des matrices ( $D$  est diagonale par blocs).
- Remarque : Il est nécessaire d'intégrer les disparitions à la matrice  $D$  pour que l'algorithme converge.

## 3. Résolution

$$D\Phi = T\Phi + \frac{1}{K_{eff}} F\Phi$$

- On se donne  $\Phi^{(0)}$
- Jusqu'à convergence répéter :
  - Calcul du  $K_{eff}$  :

$$K_{eff}^{(n-1)} = \frac{|F\Phi^{(n-1)}|^2}{\langle F\Phi^{(n-1)}, \frac{1}{K_{eff}^{(n-2)}} F\Phi^{(n-2)} \rangle}$$

## 3. Résolution

$$D\Phi = T\Phi + \frac{1}{K_{eff}}F\Phi$$

■ Itérations sur les groupes  $g$  :

- Calcul de la source  $S^g(n-1)$  :

$$S^g(n-1) = \sum_{g' < g} T^{g'g} \Phi^{g'}(n) + \sum_{g' \geq g} T^{g'g} \Phi^{g'}(n-1) + \frac{1}{K_{eff}^{(n-1)}} \left( \sum_{g' < g} F^{g'g} \Phi^{g'}(n) + \sum_{g' \geq g} F^{g'g} \Phi^{g'}(n-1) \right)$$

- Résolution du problème de diffusion  $D^g \Phi^g(n) = S^g(n-1)$