

DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE



STRONG DISCONTINUITY METHOD APPLIQUÉE AUX PROBLEMES ISS AVEC DECOLLEMENT DE L'INTERFACE SOL-STRUCTURE

Alberto FRAU, Benjamin RICHARD, Stefano CHERUBINI
DEN/DANS/DM2S/SEMT/EMSI

www.cea.fr

28/11/2014 – CLUB CAST3M 2014

CONTEXTE

Interaction Sol Structure

Définition

Phénomènes physiques:

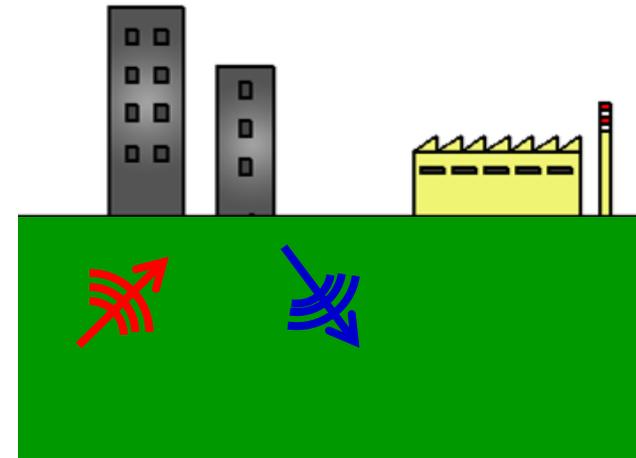
- Interaction cinématique;
- Interaction inertielle.

Effets

- Modification de la fréquence de résonance du système sol-structure;
- Amplification de l'amortissement du système;
- Effets des ondes de passage.

ISS devient importante en présence de ...

- Structure massif;
- Sol mou;
- Structure très enfoncée;
- Structure élancée.



Interaction Sol-Structure

Définition

Phénomènes physiques:

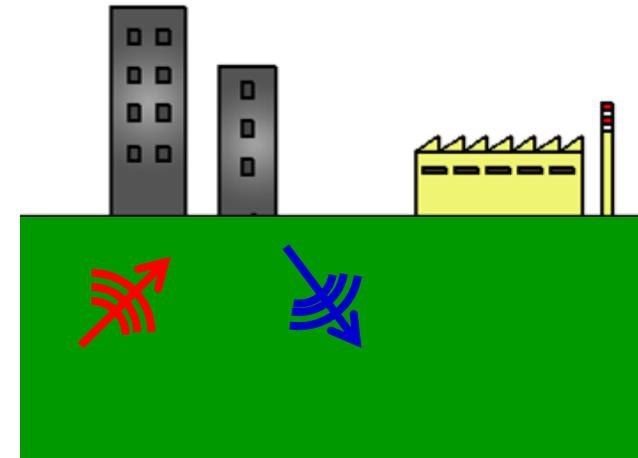
- Interaction cinématique;
- Interaction inertielle.

Effets

- Modification de la fréquence de résonance du système sol-structure;
- Amplification de l'amortissement du système;
- Effets des ondes de passage.

ISS devient importante en présence de ...

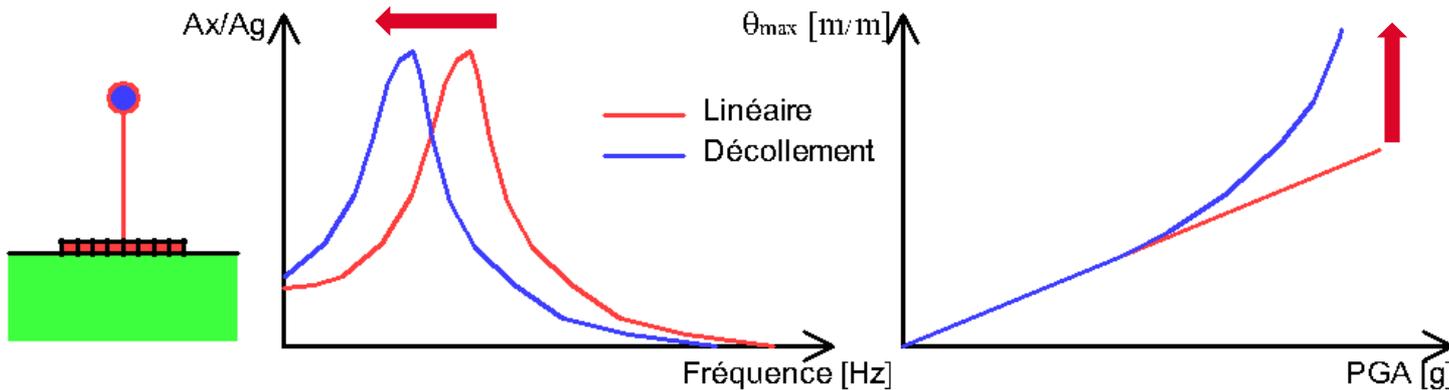
- Structure massif;
- Sol mou;
- Structure très enfoncée;
- Structure élancée.



**Décollement de la
fondation**

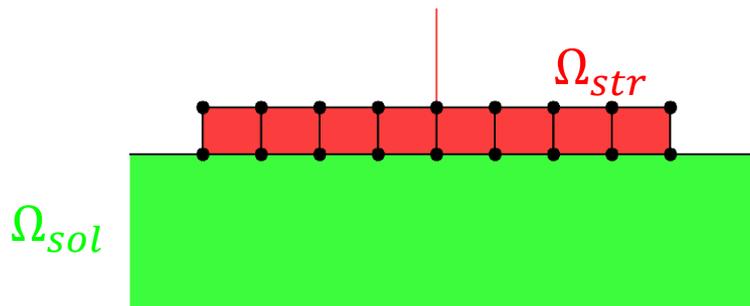
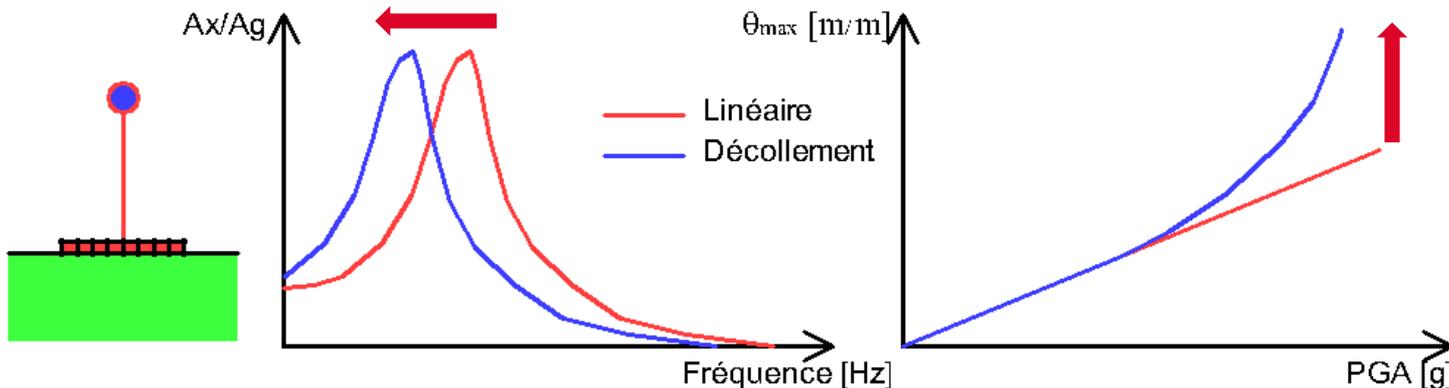
Décollement de la fondation

En prenant en compte le fait que le sol n'est pas capable de transmettre des efforts de traction, si le moment de renversement augmente telle que la résultante des forces verticales sorte du noyau d'inertie, un détachement de la fondation du sol apparaît.



Décollement de la fondation

En prenant en compte le fait que le sol n'est pas capable de transmettre des efforts de traction, si le moment de renversement augmente telle que la résultante des forces verticales sorte du noyau d'inertie, un détachement de la fondation du sol apparaît.



$$\sigma_n \leq 0 \quad \text{sur } \Gamma$$

$$u_z^{str}(x) - u_z^{sol}(x) \geq 0 \quad \text{sur } \Gamma$$

- ❑ **Partie 1** – Description des méthodes existantes pour les problèmes de contact unilatéral.

- ❑ **Partie 2** – Méthode SDM (Strong discontinuity method)

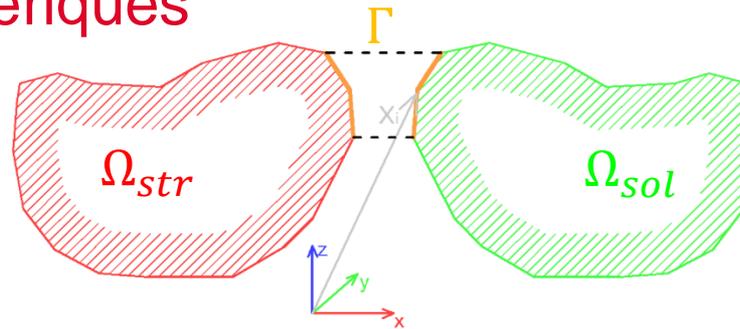
- ❑ **Partie 3** – Validation numérique

- ❑ **Conclusions et perspectives**

**MÉTHODES EXISTANTES POUR LES
PROBLÈMES DE CONTACT
UNILATÉRAL**

MÉTHODES EXISTANT POUR LES PROBLÈMES DE CONTACT UNILATÉRAL

Méthodes numériques

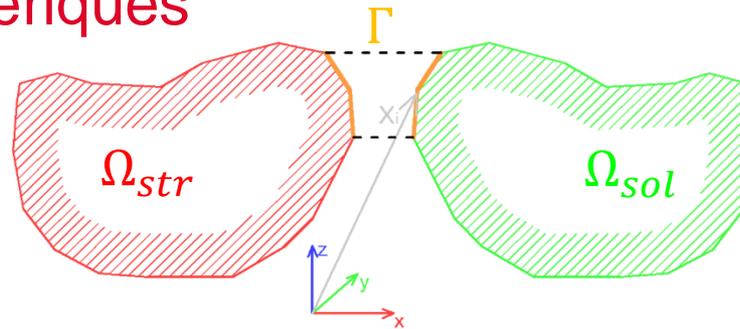


$$Cu = d$$

- Pénalisation;
- Méthode des multiplicateurs de Lagrange; $(K + \alpha CC^T)u = F + \alpha C^T d$
- Méthode des multiplicateurs de Lagrange augmentée.

MÉTHODES EXISTANT POUR LES PROBLÈMES DE CONTACT UNILATÉRAL

Méthodes numériques



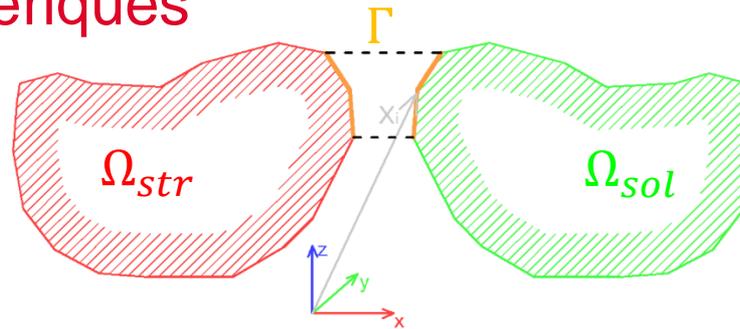
$$Cu = d$$

- Pénalisation;
- Méthode de multiplicateurs de Lagrange;
- Méthode de multiplicateurs de Lagrange augmentée.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{C}^T \\ \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{d} \end{bmatrix}$$

MÉTHODES EXISTANT POUR LES PROBLÈMES DE CONTACT UNILATÉRAL

Méthodes numériques

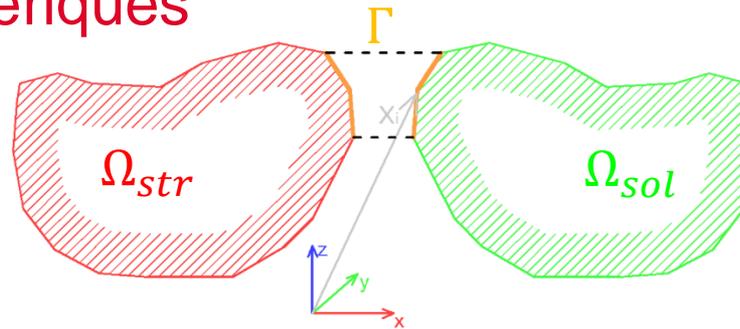


$$Cu = d$$

- Pénalisation;
- Méthode de multiplicateurs de Lagrange;
$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} + \alpha \mathbf{C}\mathbf{C}^T & \mathbf{C}^T \\ \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} + \alpha \mathbf{C}^T \mathbf{d} \\ \mathbf{d} \end{bmatrix}$$
- Méthode de multiplicateurs de Lagrange augmentée.

MÉTHODES EXISTANT POUR LES PROBLÈMES DE CONTACT UNILATÉRAL

Méthodes numériques



$$Cu = d$$

- Pénalisation;

- Méthode des multiplicateurs de Lagrange $\begin{bmatrix} \mathbf{K} + \alpha \mathbf{C}\mathbf{C}^T & \mathbf{C}^T \\ \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} + \alpha \mathbf{C}^T \mathbf{d} \\ \mathbf{d} \end{bmatrix}$

- Méthode de multiplicateurs de Lagrange augmentée.

Résolution Implicite

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} + \mathbf{K}\mathbf{u}_{n+1} + \mathbf{C}_{n+1}^T \lambda_{n+1} &= \mathbf{F} \\ \mathbf{C}_{n+1}(\mathbf{u}_{n+1} + \mathbf{X}) &= 0 \end{aligned}$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{n+1} = 2 \frac{\mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_n}{\Delta t} - \dot{\mathbf{u}}_n$$

$$\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} = 2 \frac{\dot{\mathbf{u}}_{n+1} - \dot{\mathbf{u}}_n}{\Delta t} - \ddot{\mathbf{u}}_n$$

Correction des vitesses

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{C}^T \\ \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}' \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}\dot{\mathbf{u}}_{Lagrange} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

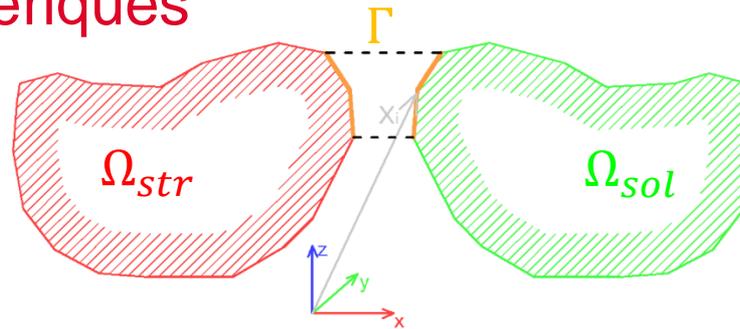
$$\dot{\mathbf{u}}_c = \dot{\mathbf{u}}_{Lagrange} + 2(\dot{\mathbf{u}}' - \dot{\mathbf{u}}_{Lagrange})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} + \frac{4\mathbf{M}}{\Delta t^2} & \mathbf{C}^T \\ \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}'' \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 2\mathbf{C}(\dot{\mathbf{u}}' - \dot{\mathbf{u}}_{Lagrange}) \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{u}}_c = \dot{\mathbf{u}}_{Lagrange} + \dot{\mathbf{u}}''$$

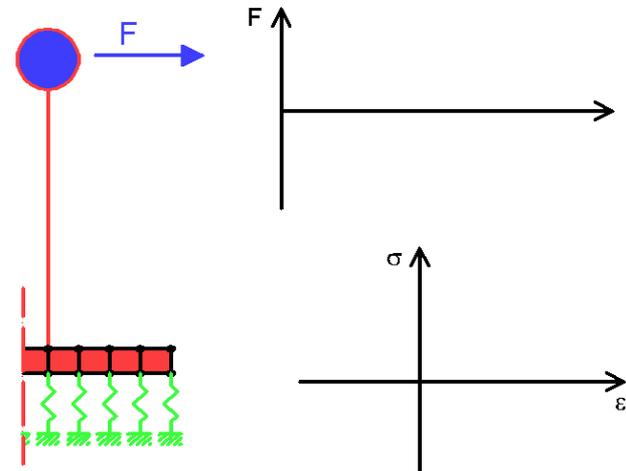
MÉTHODES EXISTANT POUR LES PROBLÈMES DE CONTACT UNILATÉRAL

Méthodes numériques



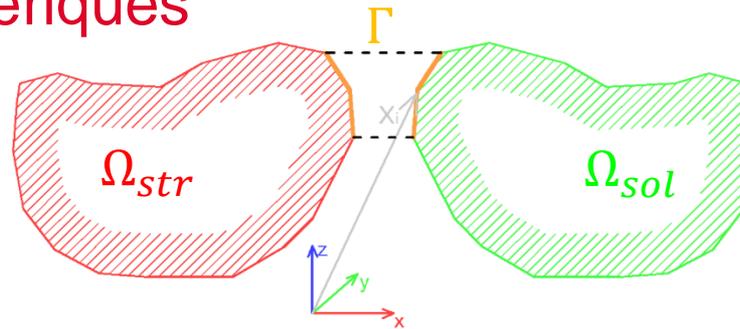
$$Cu = d$$

- Pénalisation;
- Méthode de multiplicateurs de Lagrange;
- Méthode de multiplicateurs de Lagrange augmentée.
- **Modèle rhéologique non linéaire.**



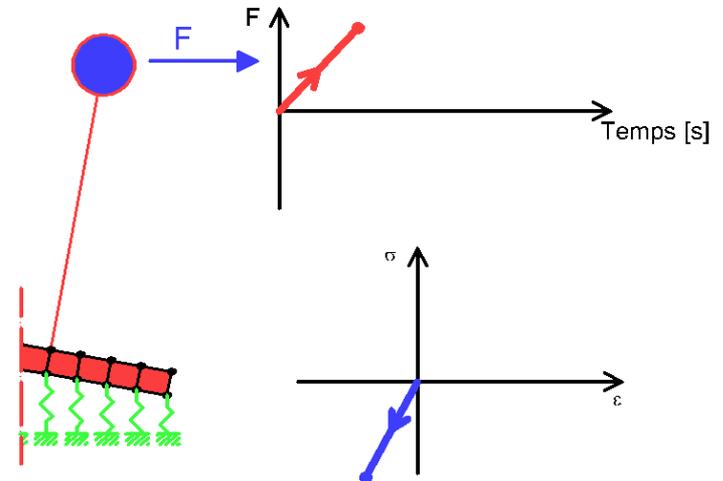
MÉTHODES EXISTANT POUR LES PROBLÈMES DE CONTACT UNILATÉRAL

Méthodes numériques



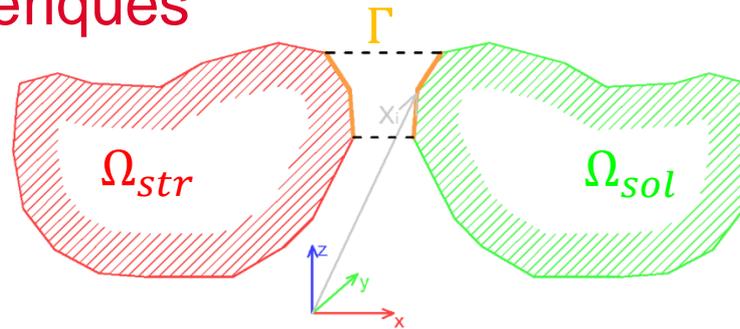
$$Cu = d$$

- Pénalisation;
- Méthode de multiplicateurs de Lagrange;
- Méthode de multiplicateurs de Lagrange augmentée.
- **Modèle rhéologique non linéaire.**



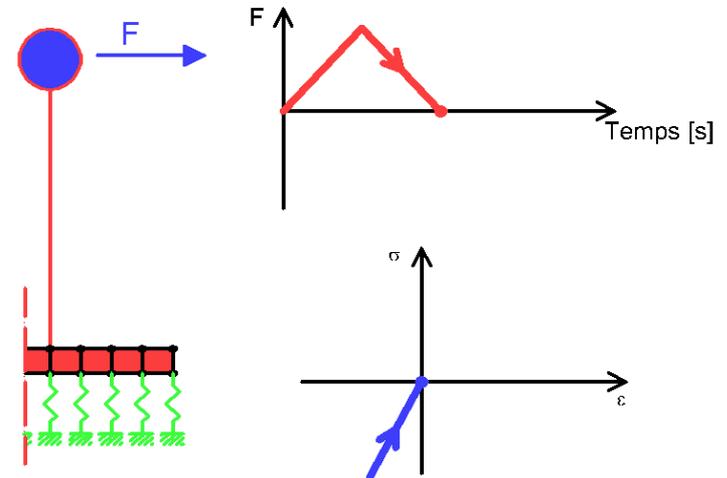
MÉTHODES EXISTANT POUR LES PROBLÈMES DE CONTACT UNILATÉRAL

Méthodes numériques



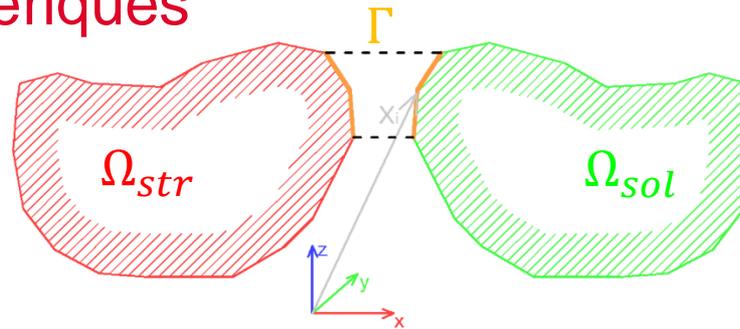
$$Cu = d$$

- Pénalisation;
- Méthode de multiplicateurs de Lagrange;
- Méthode de multiplicateurs de Lagrange augmentée.
- **Modèle rhéologique non linéaire.**



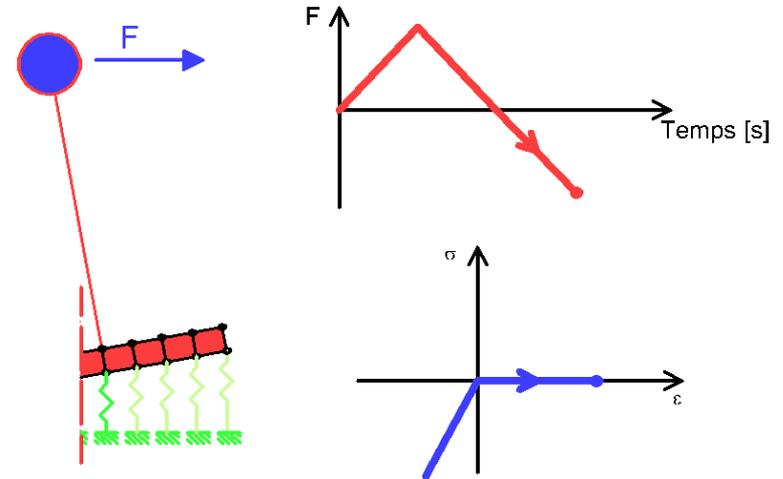
MÉTHODES EXISTANT POUR LES PROBLÈMES DE CONTACT UNILATÉRAL

Méthodes numériques



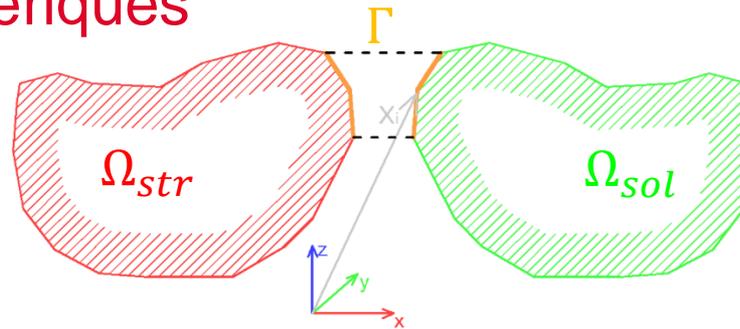
$$Cu = d$$

- Pénalisation;
- Méthode de multiplicateurs de Lagrange;
- Méthode de multiplicateurs de Lagrange augmentée.
- **Modèle rhéologique non linéaire.**



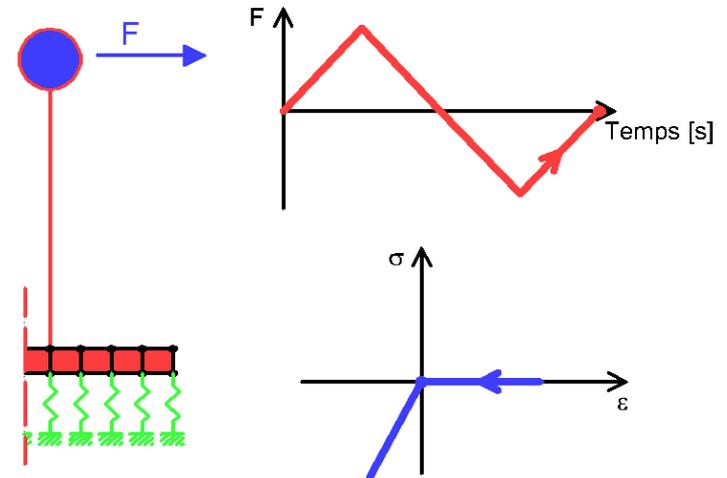
MÉTHODES EXISTANT POUR LES PROBLÈMES DE CONTACT UNILATÉRAL

Méthodes numériques



$$Cu = d$$

- Pénalisation;
- Méthode de multiplicateurs de Lagrange;
- Méthode de multiplicateurs de Lagrange augmentée.
- **Modèle rhéologique non linéaire.**

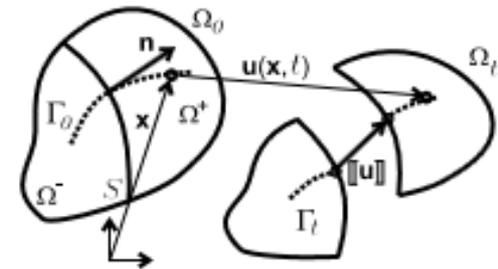


MÉTHODE SDM (STRONG DISCONTINUITY METHOD)

Champ de déplacement

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) + \mathcal{H}(\mathbf{x})[\mathbf{u}](\mathbf{x})$$

$$\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{x}) = \nabla^S \mathbf{u} = \underbrace{\nabla^S \bar{\mathbf{u}}}_{\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{x}) < \infty} + \underbrace{\nabla^S \mathcal{H}_S[\mathbf{u}] + \delta_S([\mathbf{u}] \otimes \mathbf{n})^S}_{[\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{x})] > \infty}$$

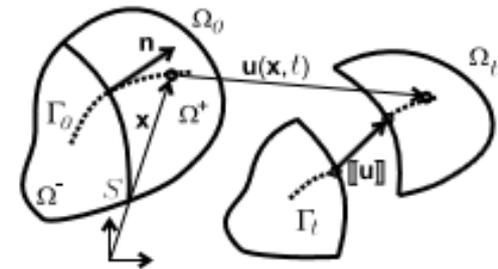


J. Olivier, Modélisation du comportement d'un matériau fragile dans le cadre d'une forte discontinuité, 2004

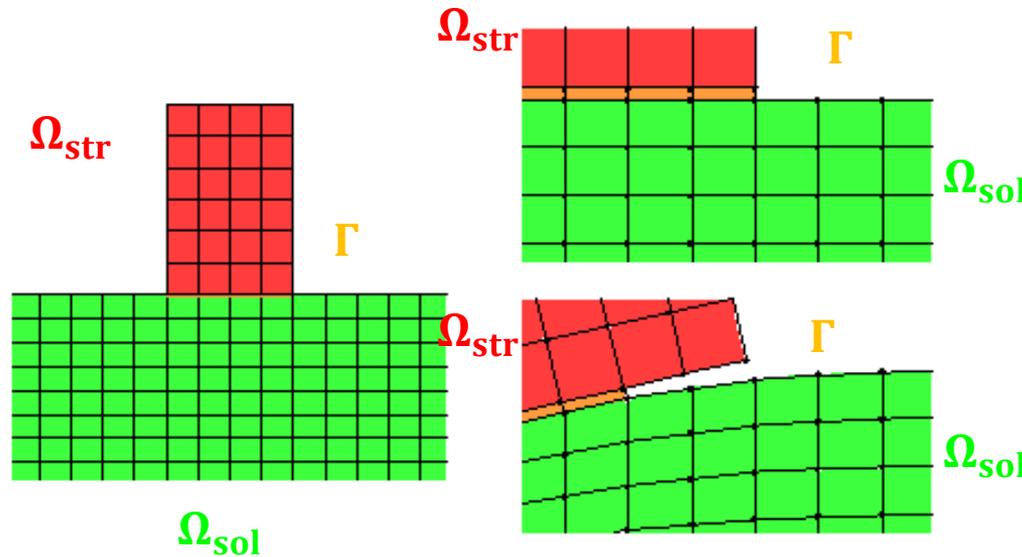
Champ de déplacement

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) + \mathcal{H}(\mathbf{x})[\mathbf{u}](\mathbf{x})$$

$$\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{x}) = \nabla^S \mathbf{u} = \underbrace{\nabla^S \bar{\mathbf{u}}}_{\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{x}) < \infty} + \underbrace{\nabla^S \mathcal{H}_S[\mathbf{u}] + \delta_S([\mathbf{u}] \otimes \mathbf{n})^S}_{[\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{x})] > \infty}$$



J. Olivier, Modélisation du comportement d'un matériau fragile dans le cadre d'une forte discontinuité, 2004

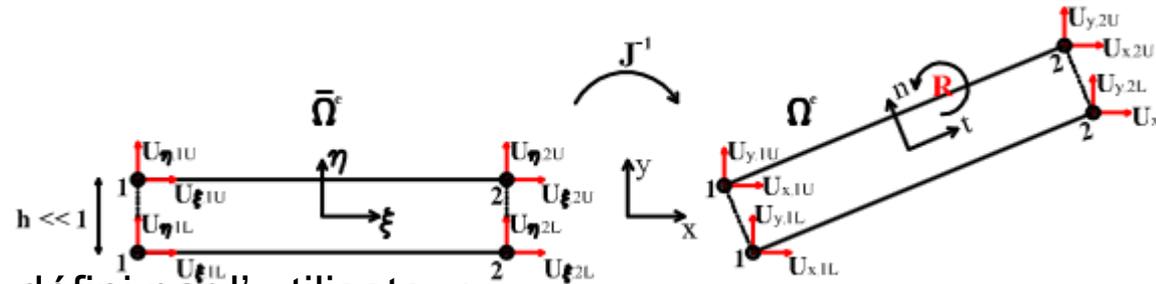


$$u_z^{str}(\mathbf{x}) - u_z^{sol}(\mathbf{x}) \geq 0$$

Élément joint 2D

Élément joint 2D

- Sans dimensions;
- Système local des axes défini par l'utilisateur.



$$\mathbf{x}_U = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) \mathbf{x}_{i,U} \quad \mathbf{x}_L = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) \mathbf{x}_{i,L}$$

$$\mathbf{U}_U = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) \mathbf{U}_{i,U} \quad \mathbf{U}_L = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) \mathbf{U}_{i,L} \quad \mathbf{u}_J = \mathbf{R}^T \mathbf{U}_J \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} t \\ n \end{bmatrix}$$

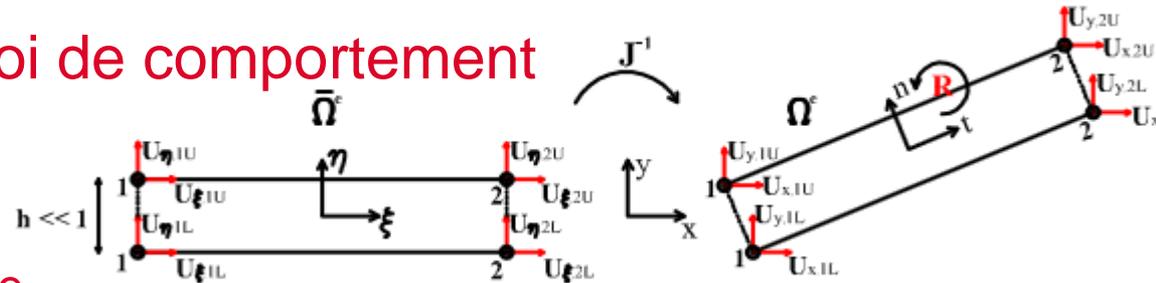
Déformations généralisées

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_U - \mathbf{u}_L \quad \mathbf{u} = \mathbf{B} \tilde{\mathbf{u}} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_U \\ \mathbf{u}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^T \mathbf{U}_U \\ \mathbf{R}^T \mathbf{U}_L \end{bmatrix}$$

Forces internes

$$\mathbf{F} = \int_{\bar{\Omega}^e} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} \cdot \det(\mathbf{J}) d\xi d\eta$$

Élément joint 2D – Loi de comportement



Potentiel thermomécanique

$$\rho \Psi([\mathbf{u}], \xi) = 1/2 \eta [\mathbf{u}]^T \mathbf{K} [\mathbf{u}] + H(\xi)$$

Equations d'état

$$\mathbf{F} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial [\mathbf{u}]} = \eta \mathbf{K} [\mathbf{u}], [\mathbf{u}] = \begin{bmatrix} [u_n] \\ 0 \end{bmatrix} \quad q = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} = F_u \left(e^{-\frac{F_u}{G_f} \xi} - 1 \right)$$

Critère de défaillance

$$\Phi(F_n, q) = F_n - (F_u + q) \quad F_n = (\mathbf{F}_{el} + \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n}$$

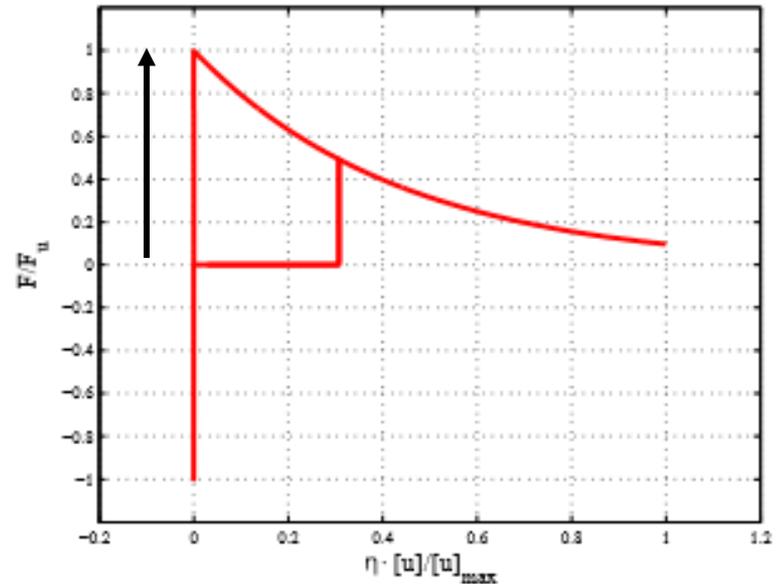
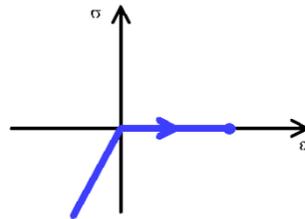
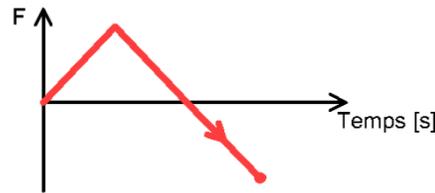
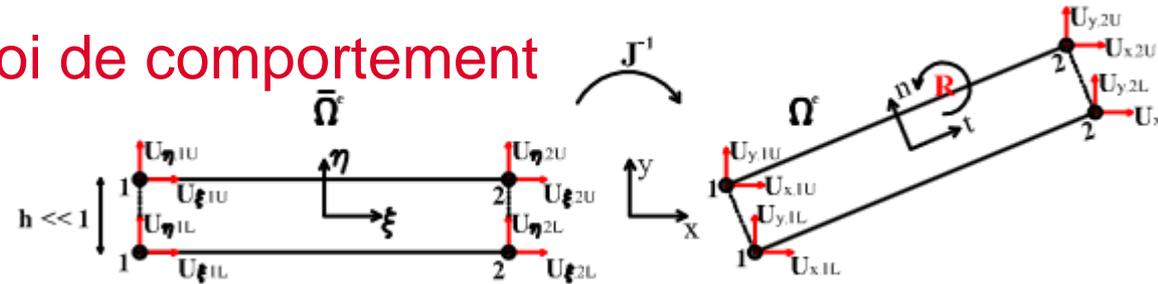
Loi d'écoulement

$$[\dot{\mathbf{u}}] = \dot{\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial F_n} = \dot{\lambda}$$

Effet unilatéral

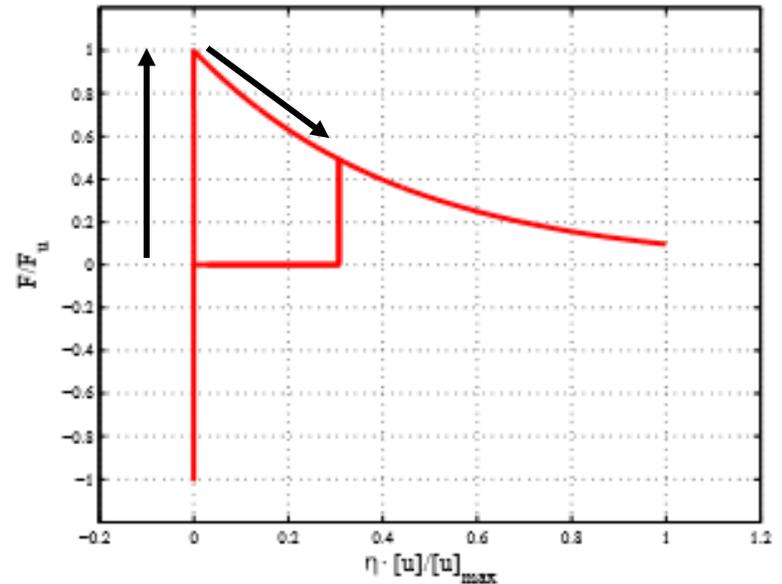
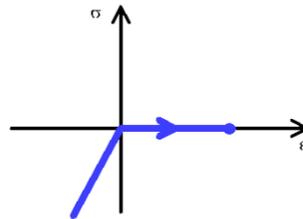
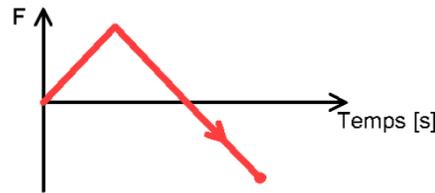
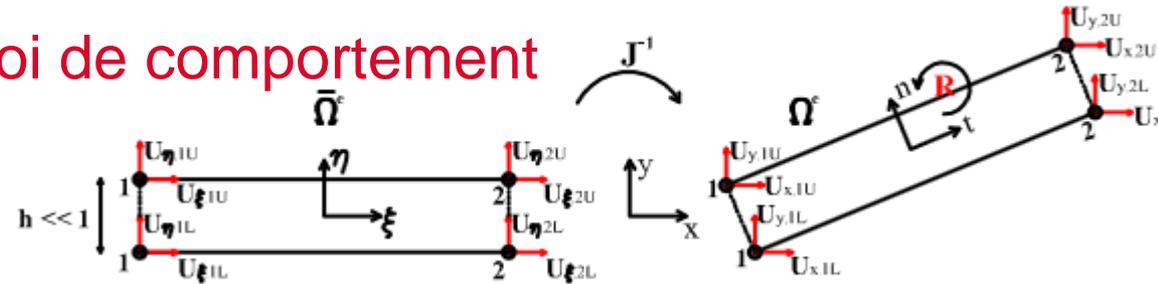
$$\eta = \begin{cases} 1 & F_n > 0 \\ 1 - F_n/F_c & F_c \leq F_n \leq 0 \\ 0 & F_c < F_n \end{cases}$$

Élément joint 2D – Loi de comportement



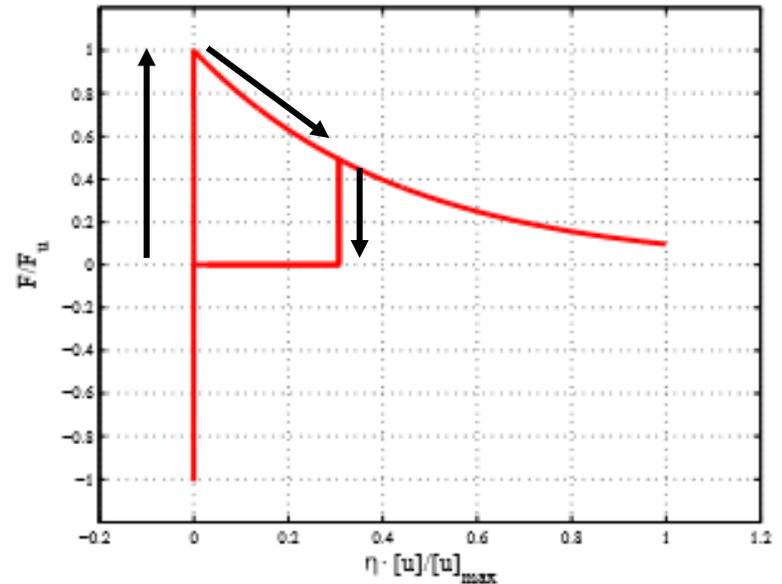
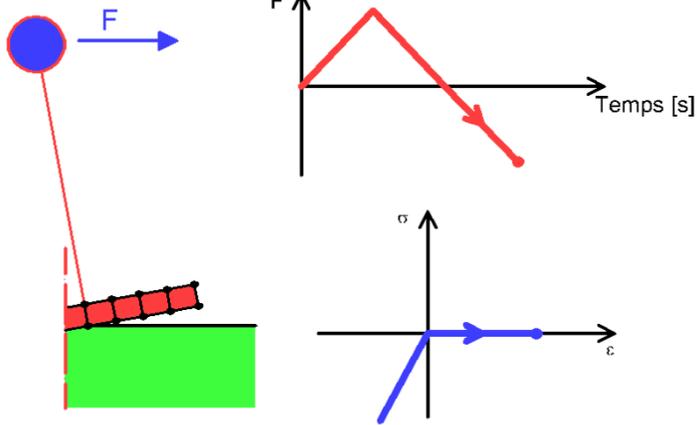
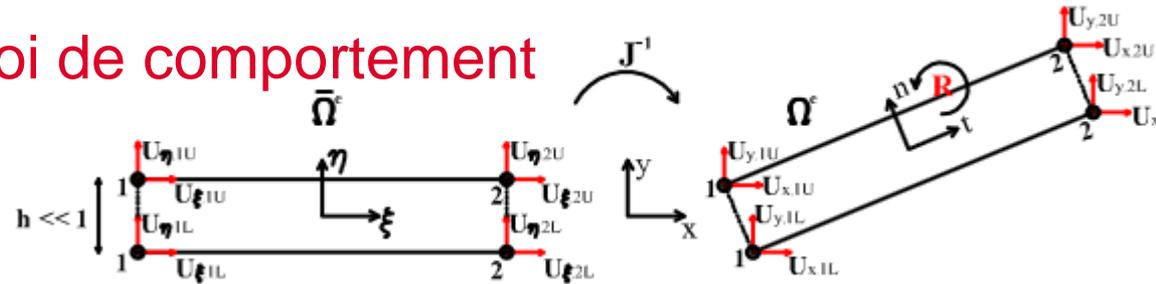
$$[u]_{max} := \max_{\tau \in [0, t]} \{ [u](\tau) \}$$

Elément joint 2D – Loi de comportement



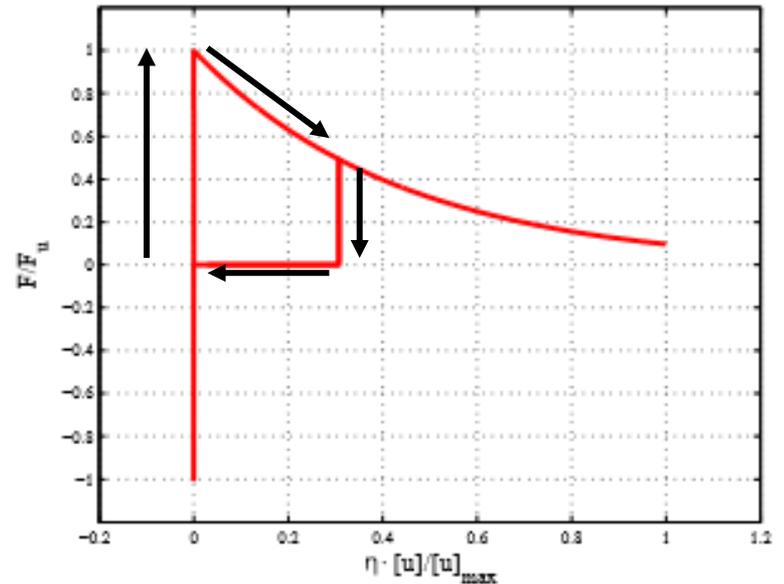
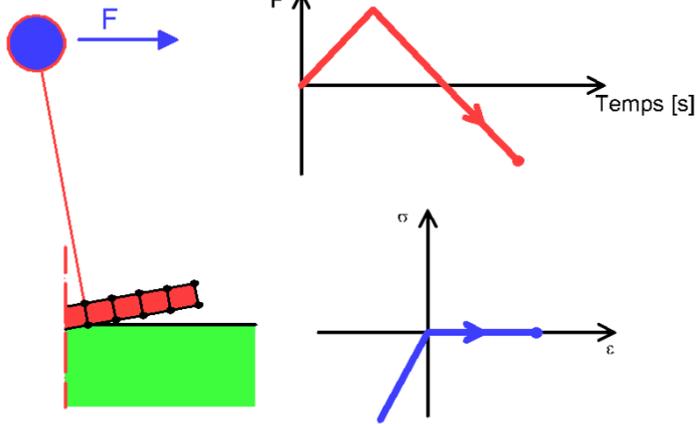
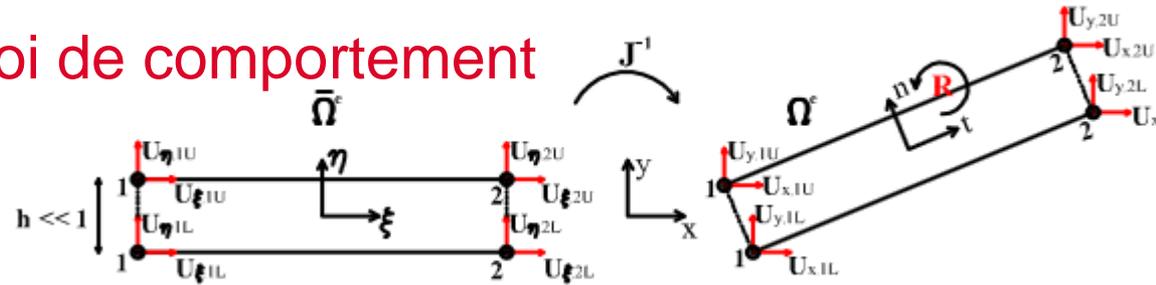
$$[u]_{max} := \max_{\tau \in [0, t]} \{ [u](\tau) \}$$

Elément joint 2D – Loi de comportement



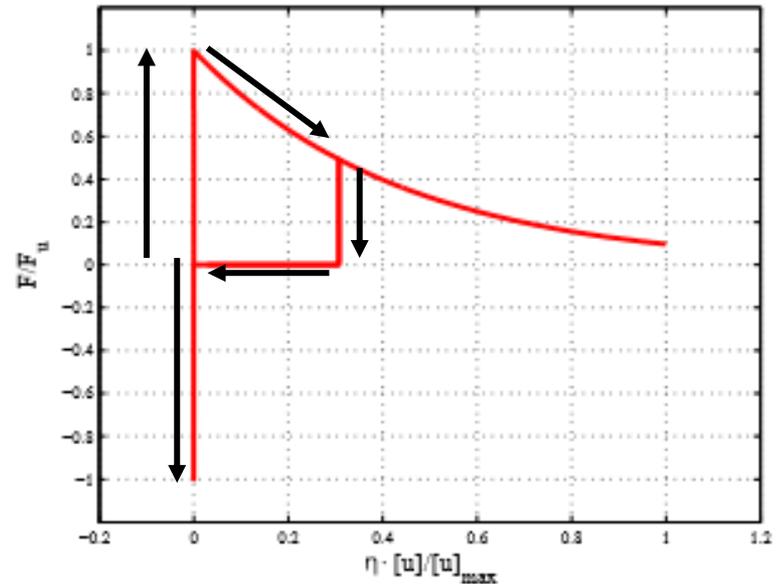
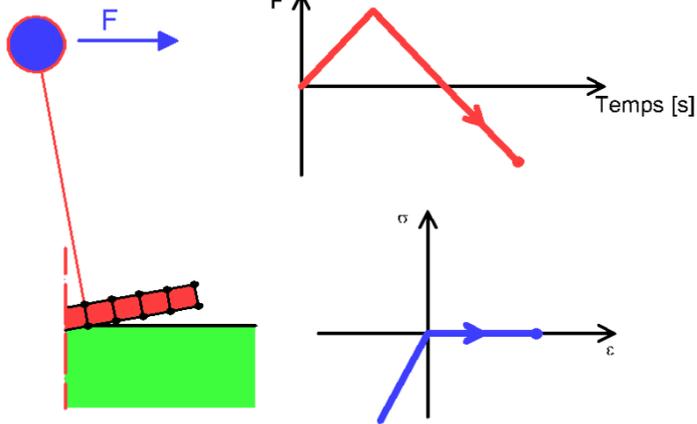
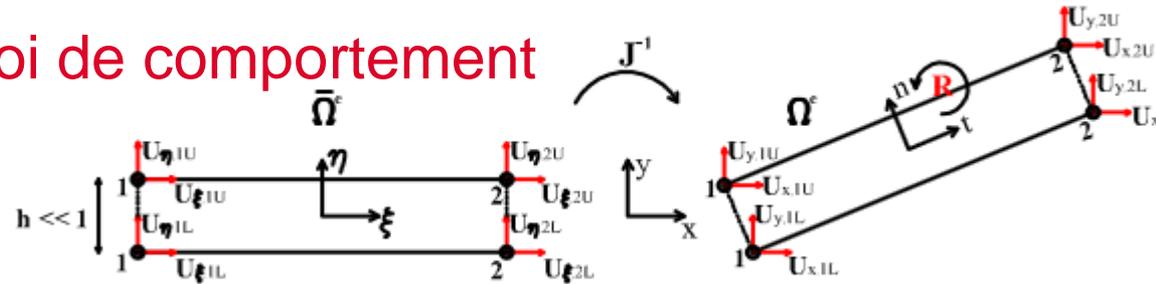
$$[u]_{max} := \max_{\tau \in [0, t]} \{ [u](\tau) \}$$

Élément joint 2D – Loi de comportement



$$[u]_{max} := \max_{\tau \in [0, t]} \{ [u](\tau) \}$$

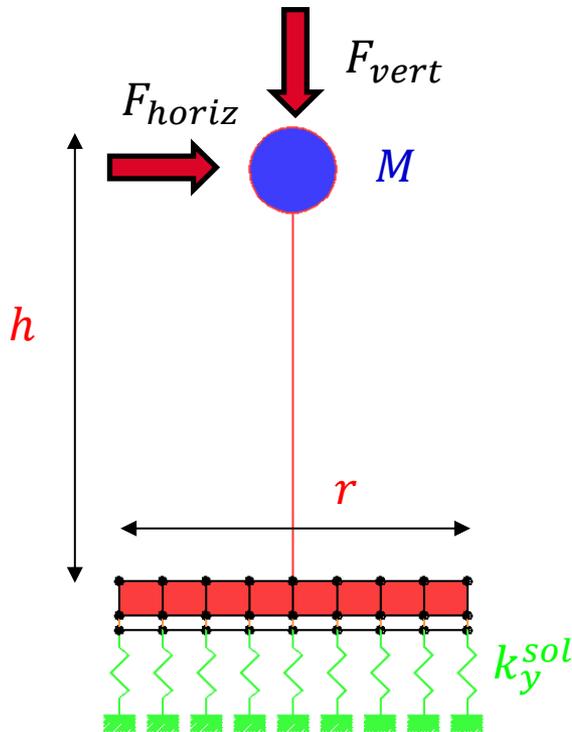
Elément joint 2D – Loi de comportement



$$[u]_{max} := \max_{\tau \in [0, t]} \{ [u](\tau) \}$$

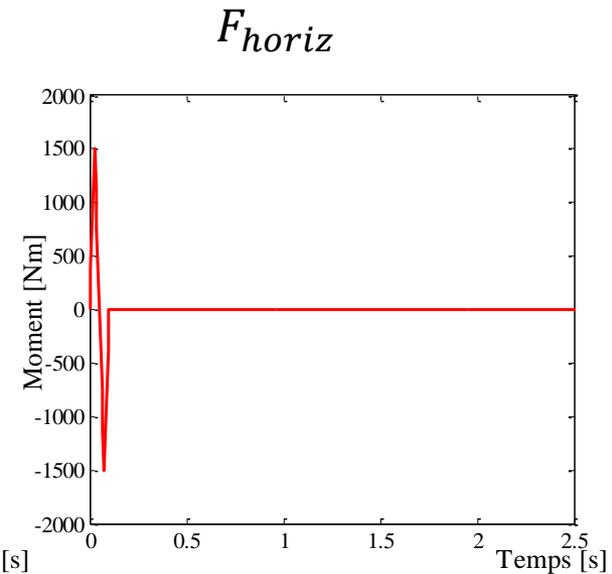
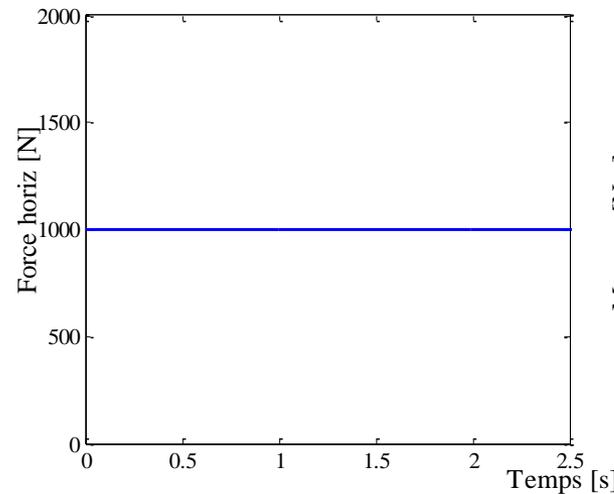
VALIDATION NUMÉRIQUE

Cas de validation – Données d'entrée

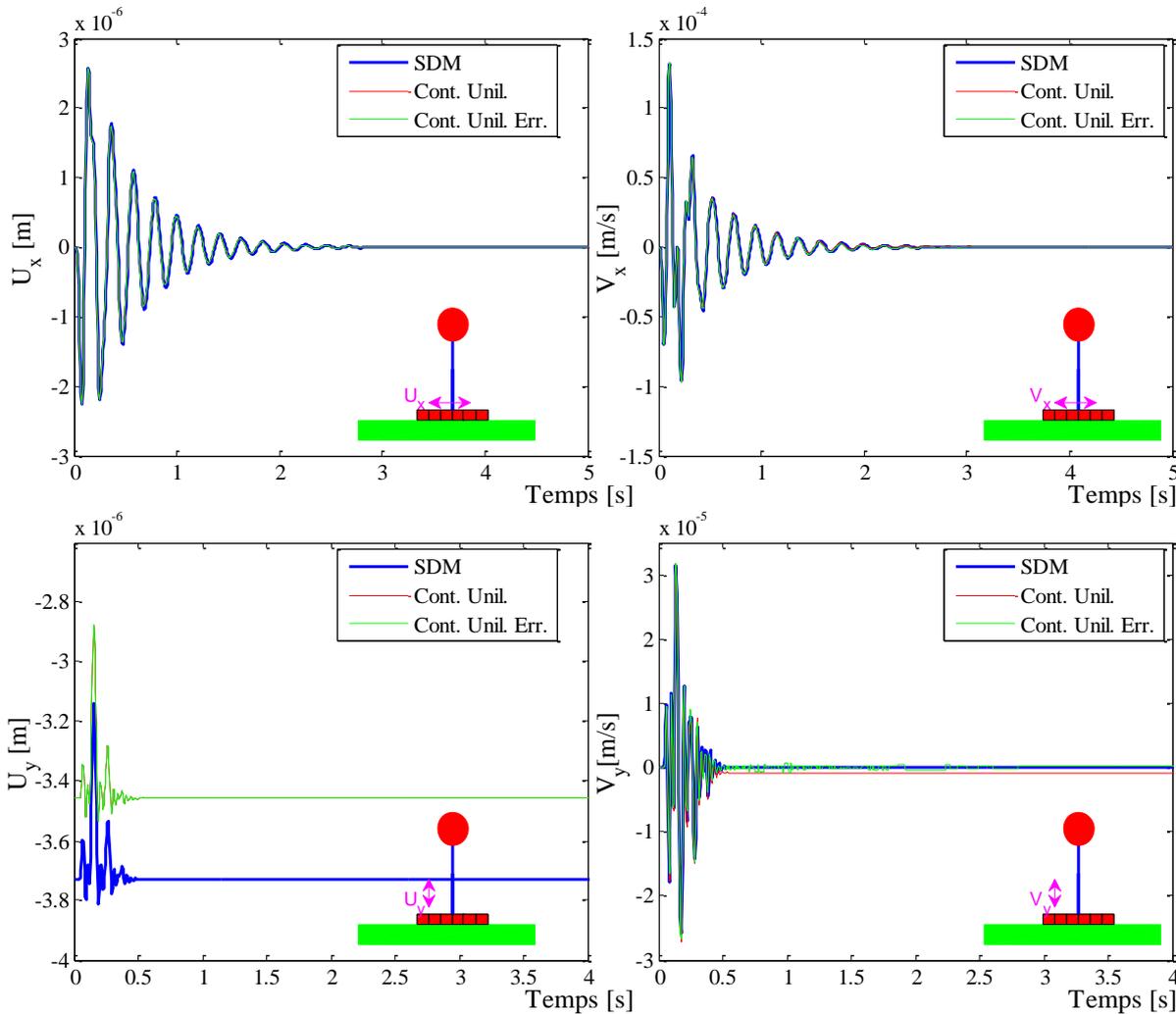


$$\begin{aligned}
 r &= 2 \text{ m} \\
 h &= 10 \text{ m} \\
 f_0 &= 10 \text{ Hz} \\
 E_{str} &= 20000 \text{ MPa} \\
 \nu_{str} &= 0.2 \\
 I_{str} &= 0.2 \text{ m}^4 \\
 F_{vert} &
 \end{aligned}$$

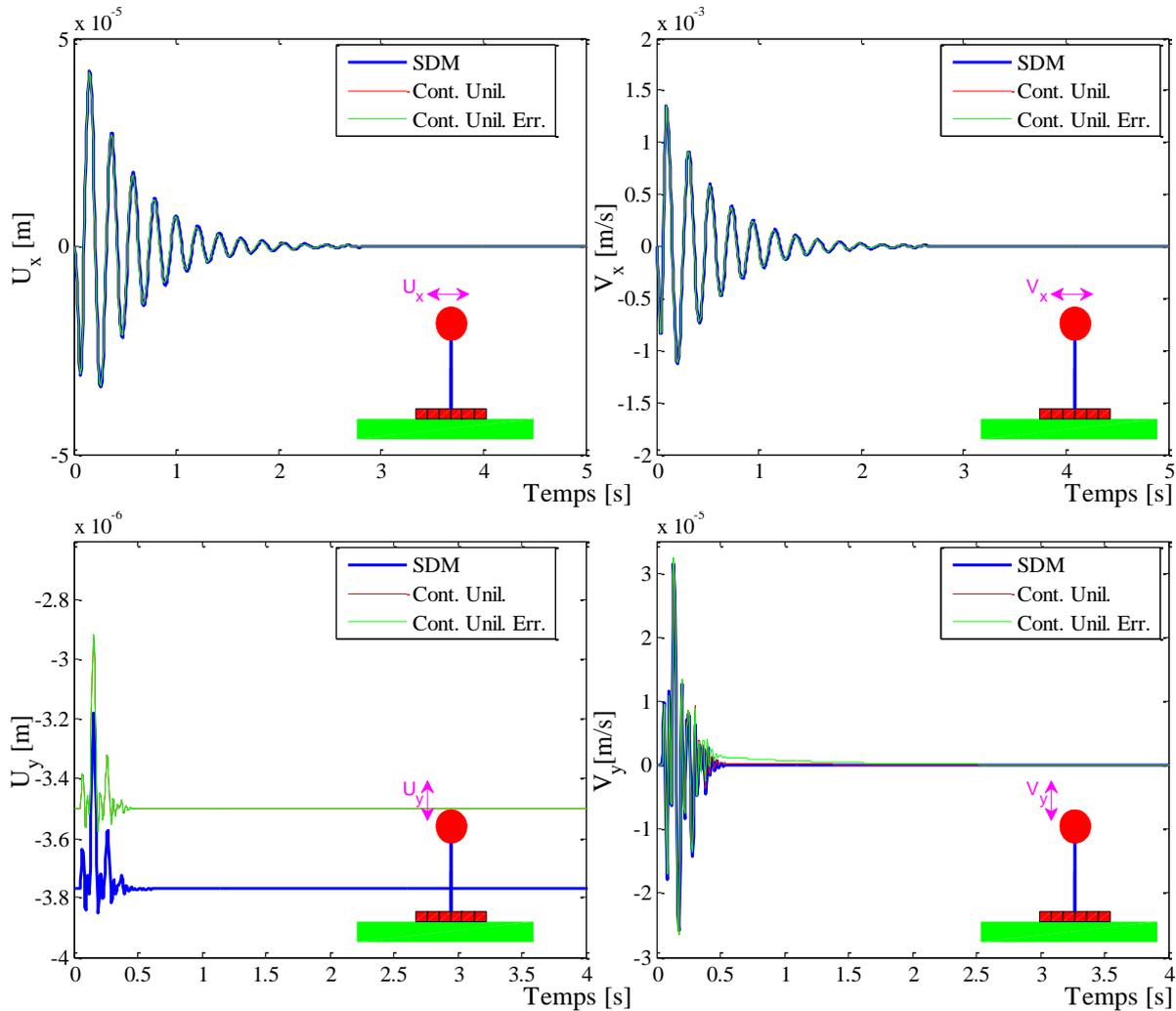
$$\begin{aligned}
 V_s^{soil} &= 150 \text{ m/s} \\
 \rho_{soil} &= 2000 \text{ kg/m}^3 \\
 \nu_{soil} &= 1/3 \\
 k_y^{soil} &= 7\,3888 \cdot 10^6 \text{ N/m}
 \end{aligned}$$



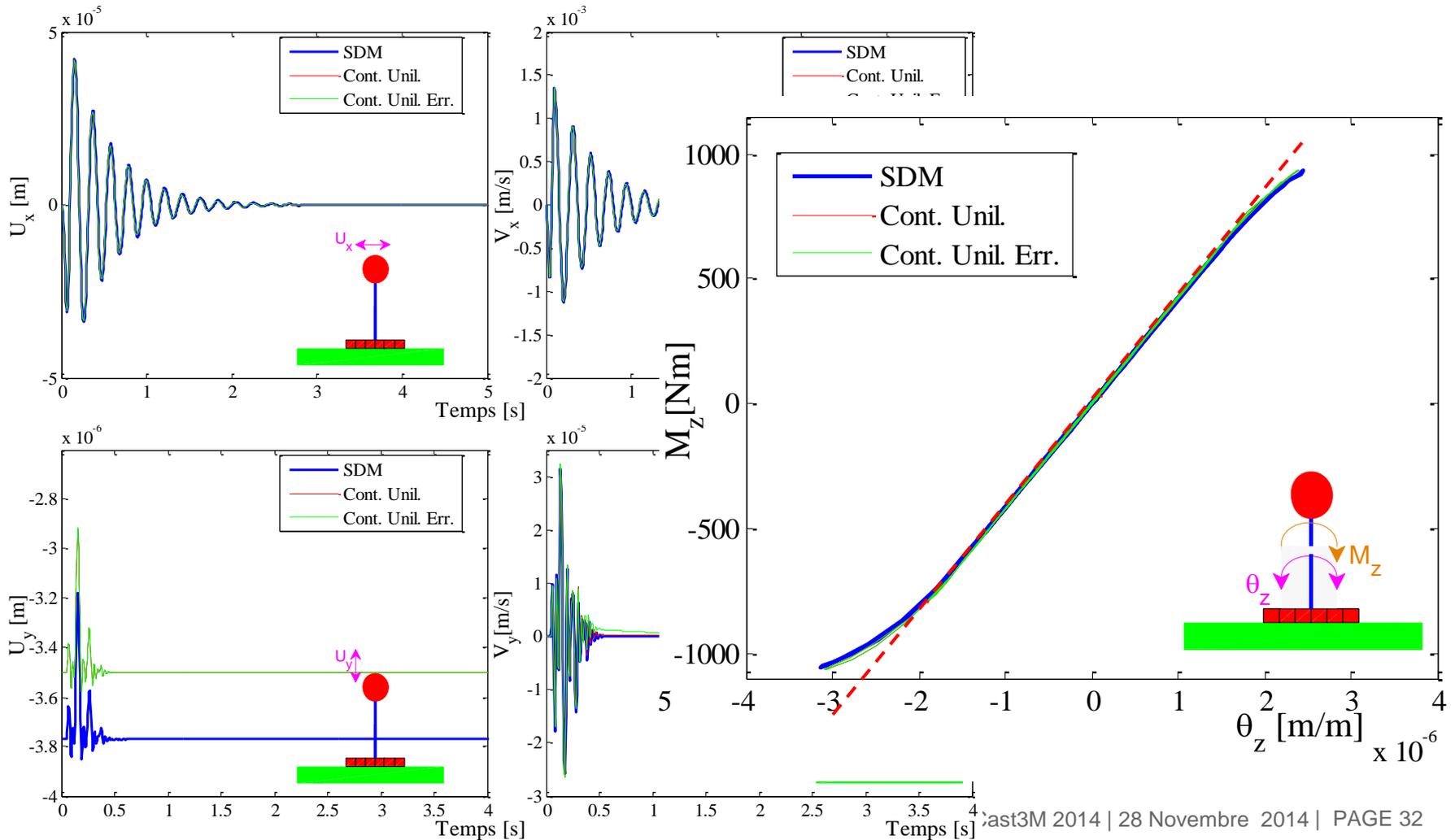
Cas de validation – Oscillateur 1 DDL



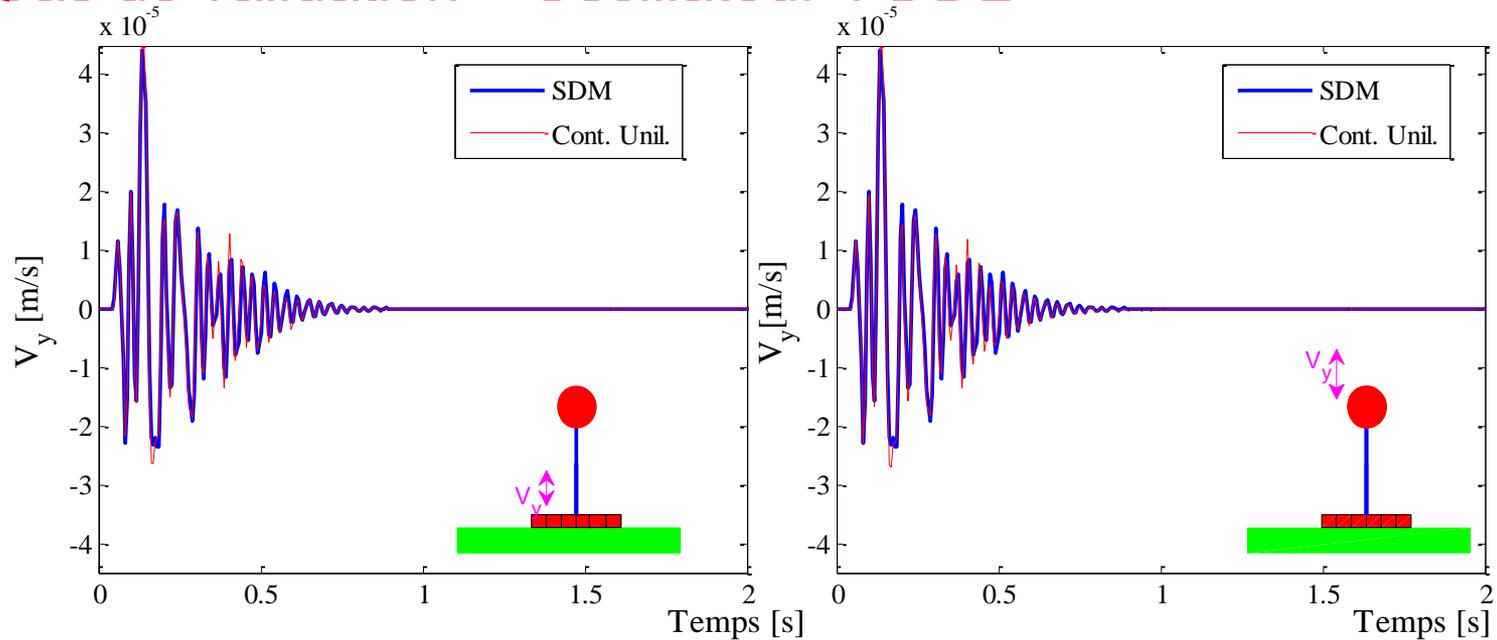
Cas de validation – Oscillateur 1 DDL



Cas de validation – Oscillateur 1 DDL



Cas de validation – Oscillateur 1 DDL



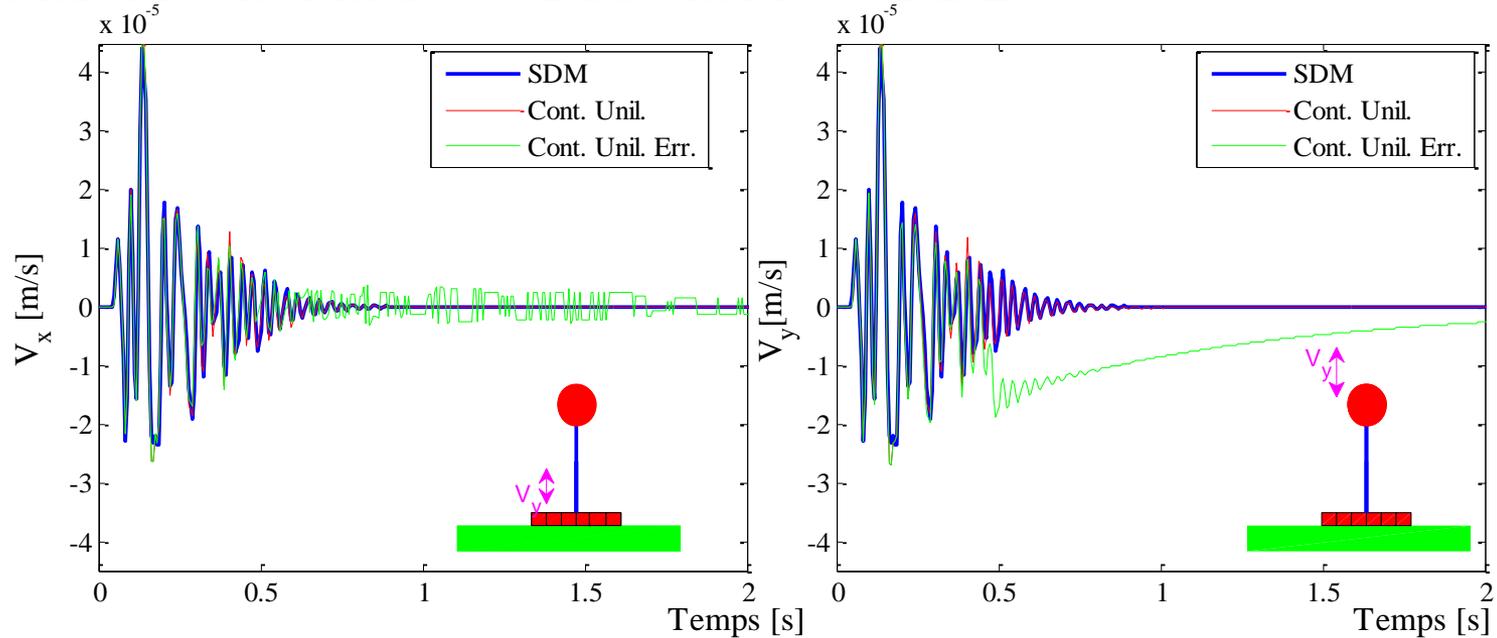
$$\begin{bmatrix} M & C^T \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}' \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M\dot{\mathbf{u}}_{Lagrange} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{u}}_c = \dot{\mathbf{u}}_{Lagrange} + 2(\dot{\mathbf{u}}' - \dot{\mathbf{u}}_{Lagrange})$$

$$\begin{bmatrix} K + \frac{4M}{\Delta t^2} & C^T \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}'' \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 2C() \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{u}}_c = \dot{\mathbf{u}}_{Lagrange} + \dot{\mathbf{u}}''$$

Cas de validation – Oscillateur 1 DDL



~~$$\begin{bmatrix} M & C^T \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}' \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M\dot{u}_{Lagrange} \\ 0 \end{bmatrix}$$~~

~~$$\dot{u}_c = \dot{u}_{Lagrange} + 2(\dot{u}' - \dot{u}_{Lagrange})$$~~

~~$$\begin{bmatrix} K + \frac{4M}{\Delta t^2} & C^T \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2C(\) \end{bmatrix}$$~~

~~$$\dot{u}_c = \dot{u}_{Lagrange} + \dot{u}''$$~~

Conclusions

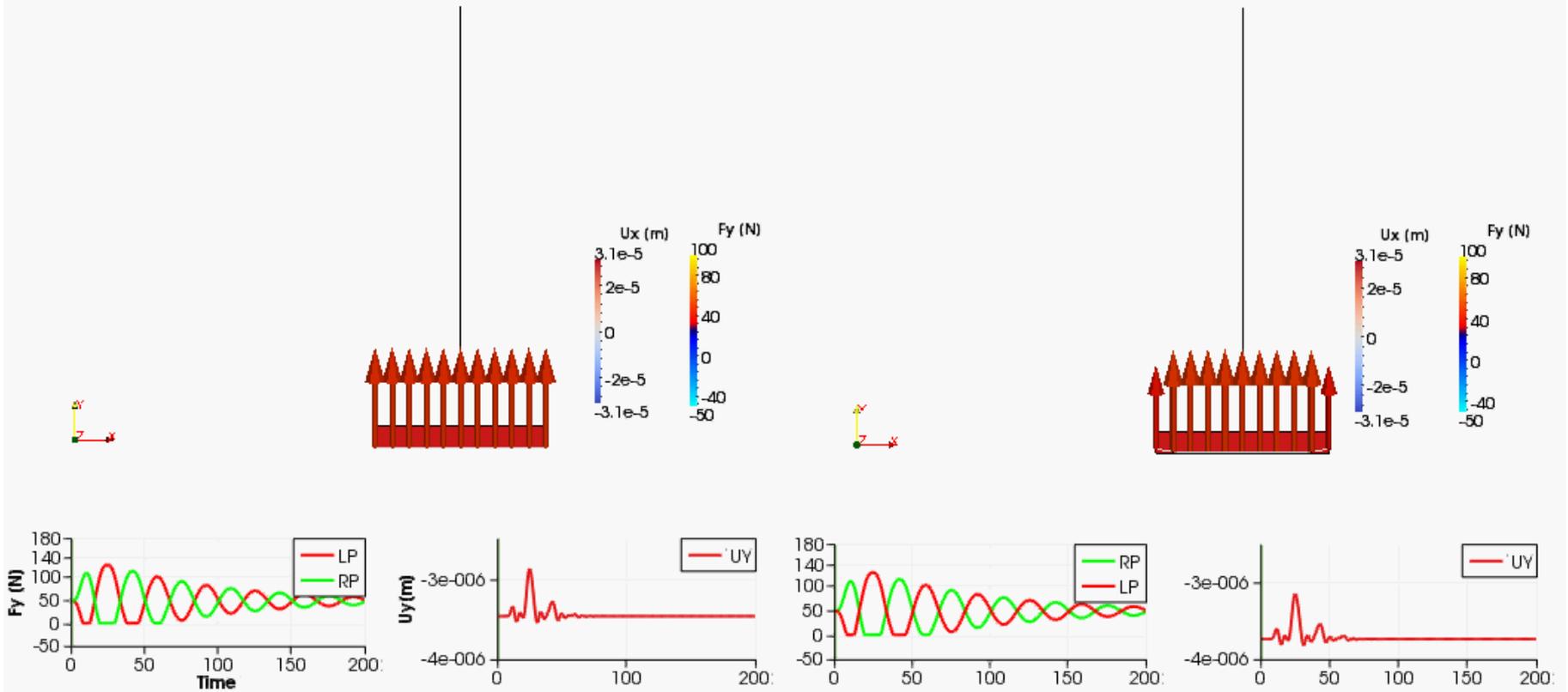
- SDM  capable de représenter le phénomène du décollement;
- Champ de vitesse  pas de correction en vitesse;

Outlooks

- Cas 3D  application pour un cas réel.

Unil Cont

SDM



Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives
Centre de Saclay | 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
T. +33 (0)1 69 08 76 74 | F. +33 (0)1 69 08 83 31

DEN
DM2S
SEMT

Etablissement public à caractère industriel et commercial | RCS Paris B 775 685 019