

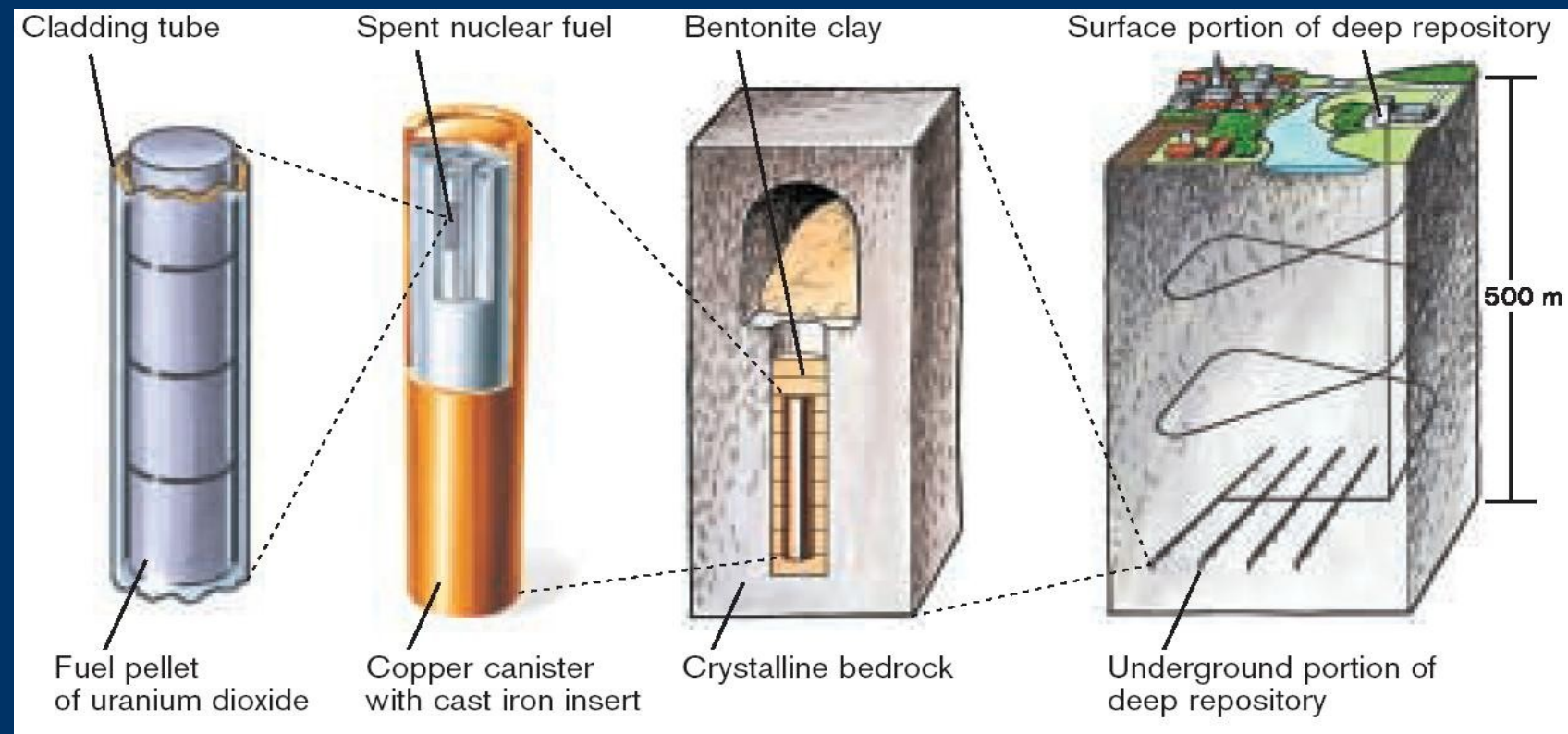
Dispersion d'un panache de polluant en milieu poreux hétérogène en écoulement non uniforme

Club Cast3M 2006

Pascal Maugis

Stockage géologique de déchet nucléaire

Combustible nucléaire utilisé, direct ou retraité
Haute activité, durable (> millions d'années)



Objectif : limiter la contamination de l'écosystème
Importance de la barrière géologique

Comment interpréter un test de traçage ?

Objectif : Caractériser un milieu géologique hétérogène

Principe : injecter un traceur & surveiller C dans un puits
Étalement temporel → structure hétérogénéité du milieu
On en déduit une **dispersivité**.

Signification ?

Depuis 30 ans, difficile à interpréter

Comment expliquer les incohérences ?

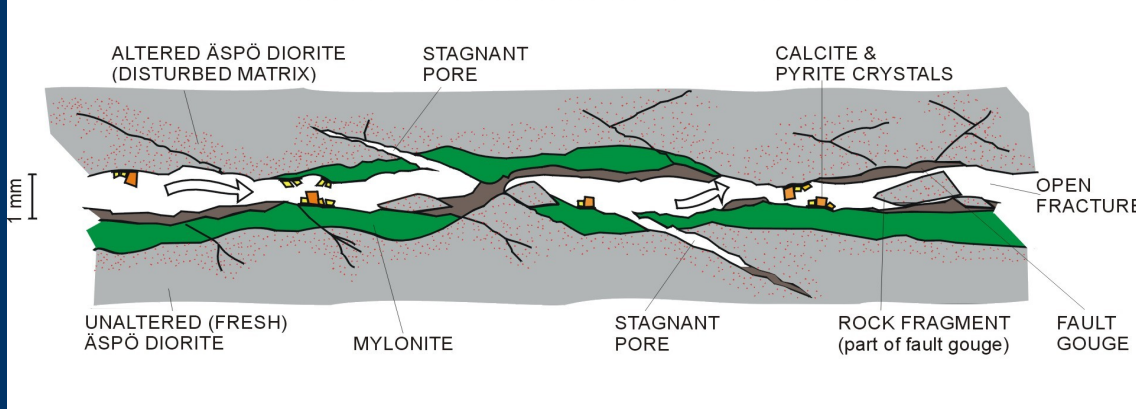
Quelle est leur représentativité ?

La forme des écoulements joue-t-elle un rôle ?

Peut-on utiliser les résultats dans d'autres configurations ?

Comment interpréter un test de traçage ?

CONCEPTUAL REPRESENTATION OF FEATURE A

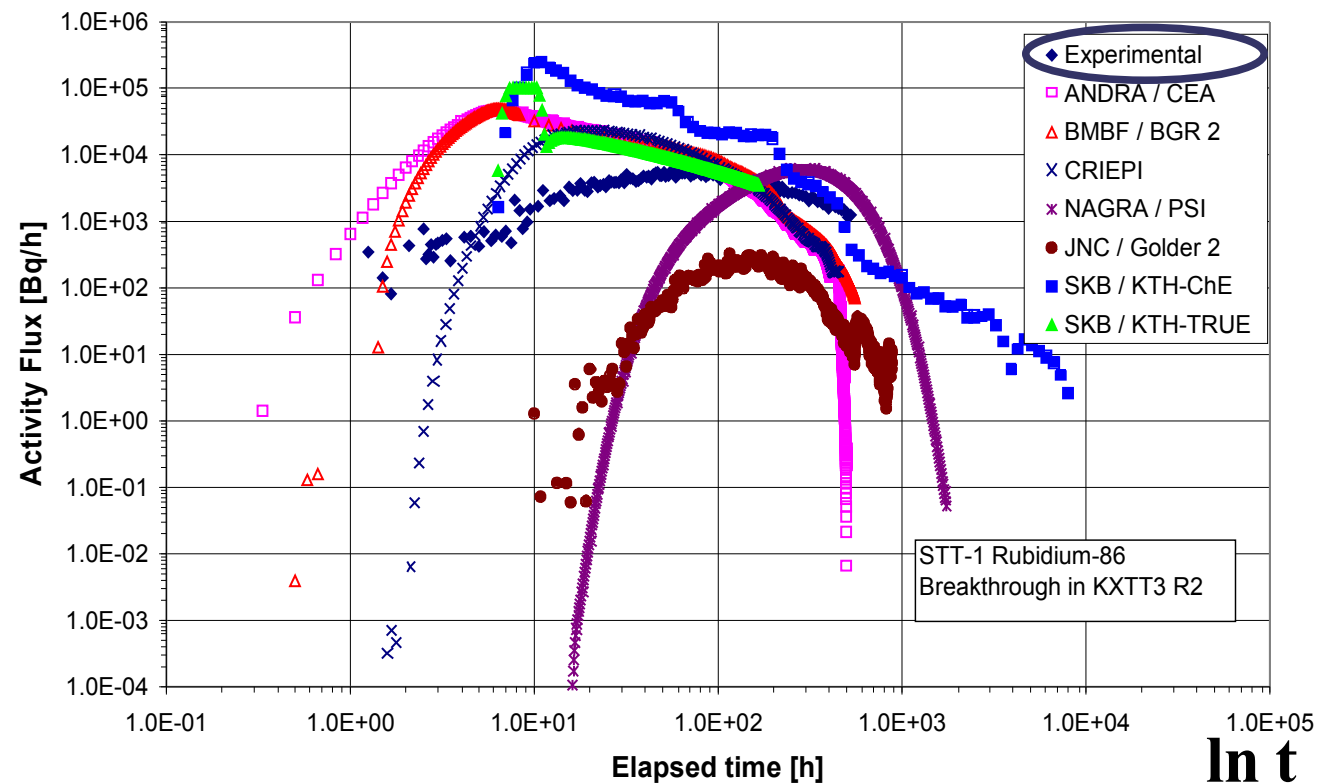


FRACTURE APERTURE TO SCALE. OTHER GEOLOG

Äspö Task Force Tâche 4

Injection Dirac
fracture « isolée »
(\approx plan 2D)

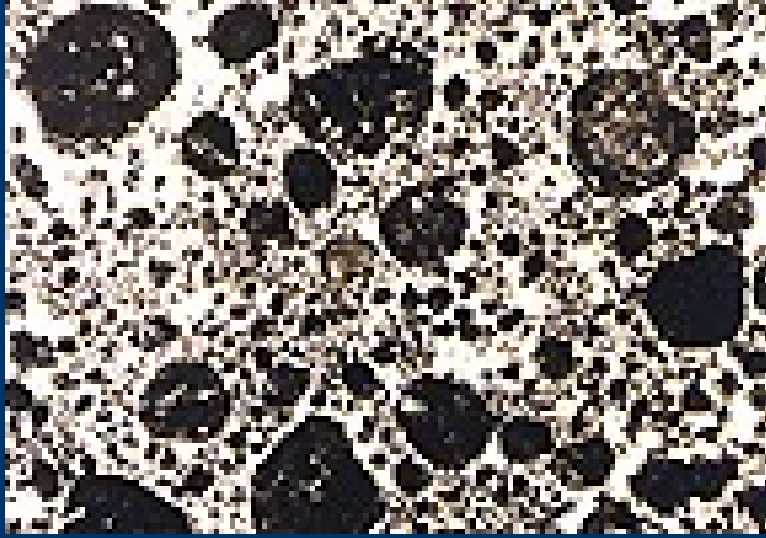
Restitution dans
Pompage à 1m ?



Démarche d'investigation

- I Présentation milieux hétérogènes
- II Origine physique de la dispersion
- III Approche stochastique (1) déclinée :
théoriquement : Modèle linéarisé (2)
par simulation : Méthode de Monte-Carlo (3)
- IV Applications :
Effet de conditions aux limites déterministes (1)
Dispersivité en écoulement non uniforme (2)

I. Exemples milieux poreux hétérogènes

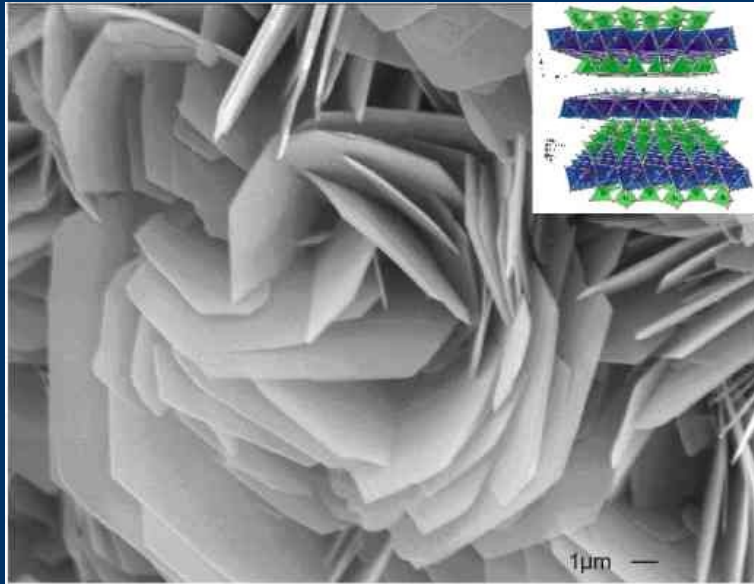


Agrégat de particules
sphériques



Granite fracturé (Corse)

Photo: André Fourmo



Chlorite (Argile)



Lentille de grès

<http://wps.prenhall.com/>

<http://edaforlogia.ugr.es>

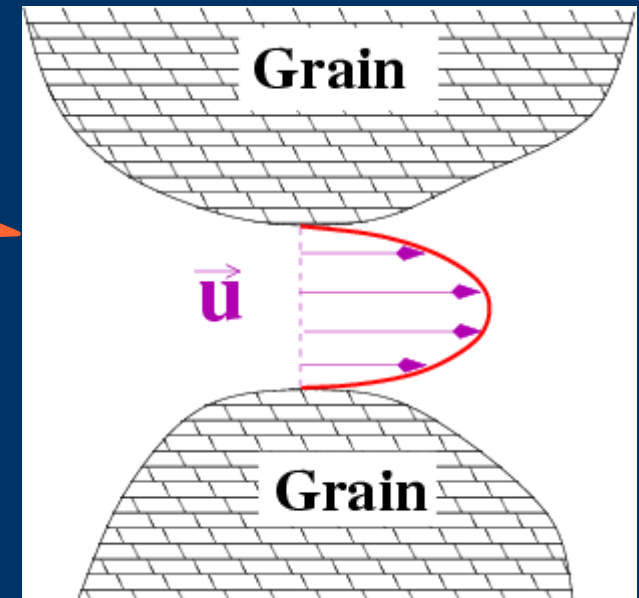
<http://www.sediment.uni-goettingen.de>

II. Qu'est-ce que la Dispersivité ?

Propension panache à l'étalement
sous l'effet des **hétérogénéités de vitesse**

Origine dispersion à échelle donnée :

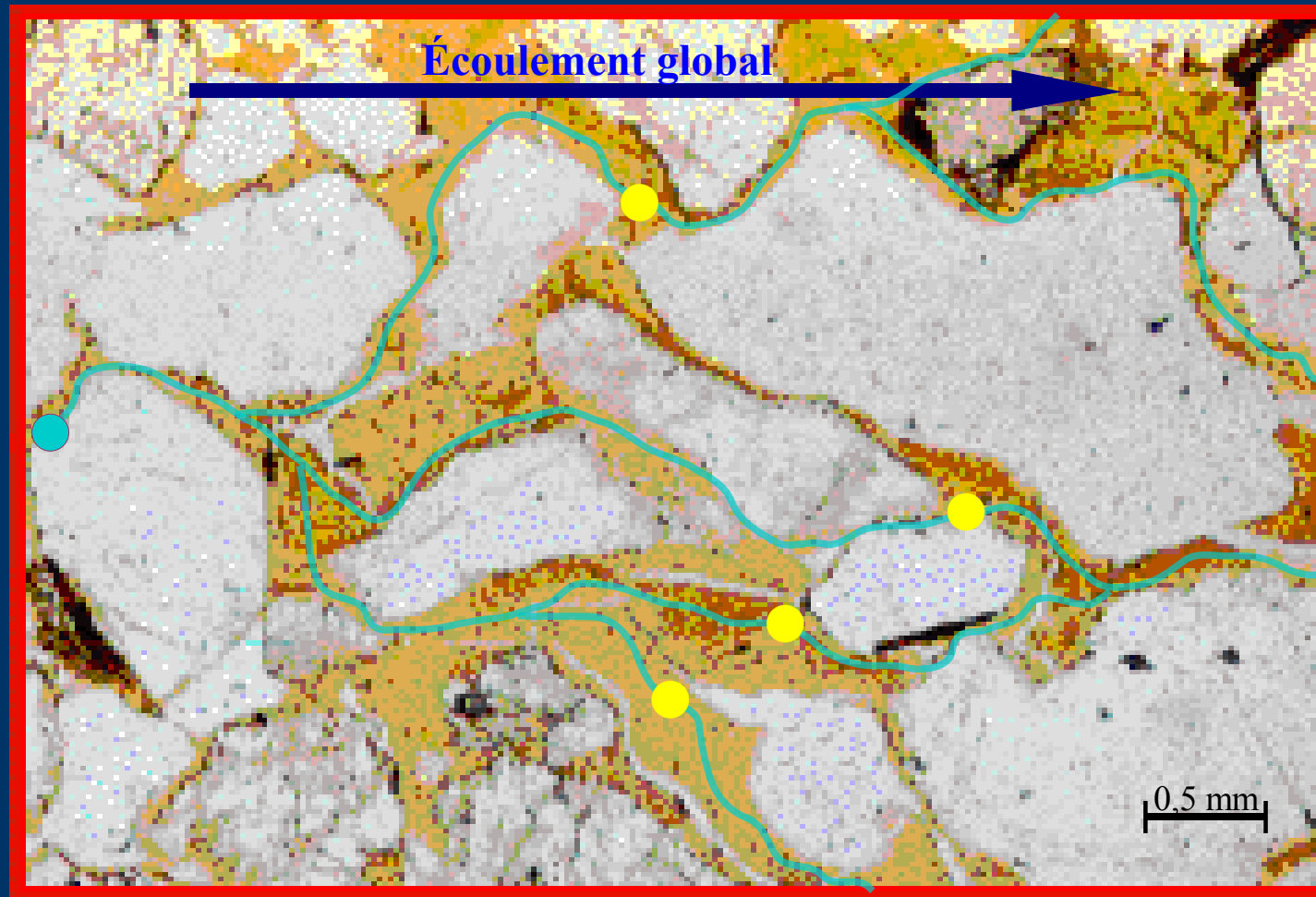
- ◆ variabilité vitesse intra-porale
- ◆ hétérogénéité milieu poreux
=> méandres
- ◆ micro-dispersivité échelle inférieure



≠ Diffusion, qui ne dépend que du temps passé

Étalement sous effet d'hétérogénéités

Interstices de grès comblés par de l'argile



<http://edafologia.ugr.es>

Étalement
position
au temps t

III. Approche stochastique

III-1 : Présentation de son principe

III-2 : Modèle linéarisé

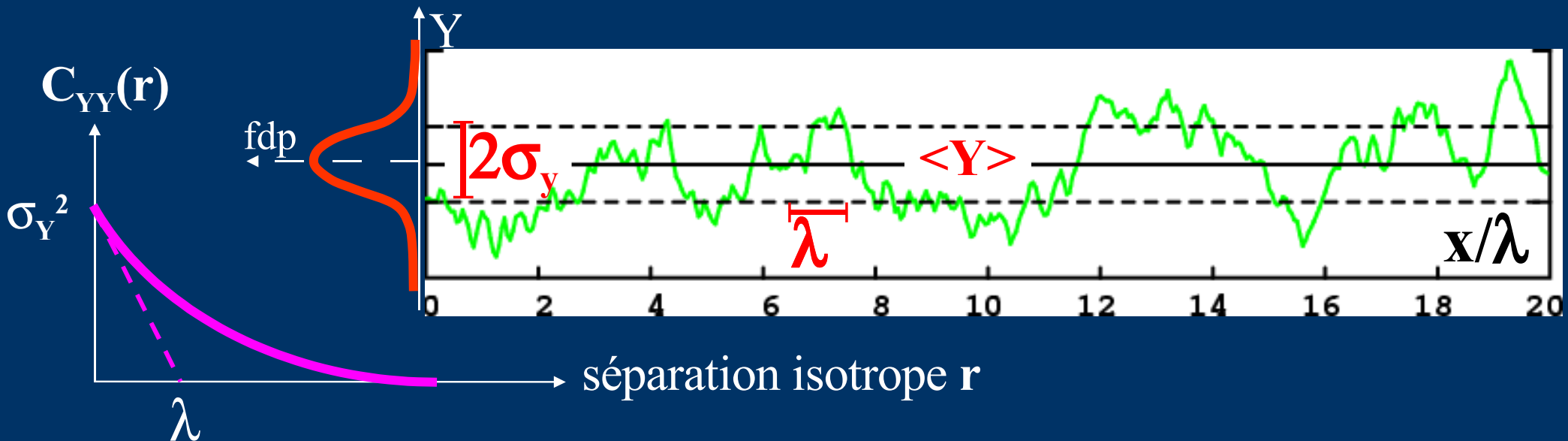
III-3 : Méthode de Monte-Carlo

III-1 Bases du modèle stochastique

$\langle Y \rangle + y \rightarrow \langle H \rangle + h \rightarrow \langle \vec{U} \rangle + \vec{u} \rightarrow \langle \vec{X} \rangle + \vec{x}$
 log-perméabilité Charge Vitesse Darcy Position part.

conservation $S \frac{\partial H}{\partial t} + \text{div } \vec{U} = 0$ & CLs & Darcy $\vec{U} = -e^Y \vec{\nabla} H$

Hypothèses : Permanent, Y gaussien stationnaire, corrélation exponentielle



III-2 Principe du modèle linéarisé

On perturbe la moyenne de Y par une fluctuation d'ordre 1 en σ_Y :

$$Y = \langle Y \rangle + \sigma_Y Y'^{(1)} = Y^{(0)} + Y^{(1)}$$

et on observe l'impact sur les autres grandeurs :

$$H = \langle H \rangle + \sigma_Y H'^{(1)} + \sigma_Y^2 H'^{(2)} = H^{(0)} + H^{(1)} + H^{(2)}$$

$$\vec{U} = \langle \vec{U} \rangle + \sigma_Y \vec{U}'^{(1)} + \sigma_Y^2 \vec{U}'^{(2)} = \vec{U}^{(0)} + \vec{U}^{(1)} + \vec{U}^{(2)}$$

σ_Y est la jauge

On identifie les termes d'égal ordre de développement.



non unicité du développement & convergence non assurée

Modèle linéarisé = dévlt. perturbatif en σ_Y aux faibles ordres.

Résultats du modèle linéarisé

Equations de départ :

$$\left. \begin{aligned} \vec{U} &= -e^Y \vec{\nabla} H \\ \operatorname{div} \vec{U} &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \Delta H + \vec{\nabla} Y \cdot \vec{\nabla} H = 0$$

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = \vec{U}[\vec{X}(t)]$$

$$\Delta H + \vec{\nabla} Y \cdot \vec{\nabla} H = 0$$

Écoulement uniforme $\Rightarrow \vec{J}_0 = \vec{\nabla} H^{(0)} = \text{cste}$

$$\Delta h = -\vec{J}_0 \cdot \vec{\nabla} y$$

[Dagan89]

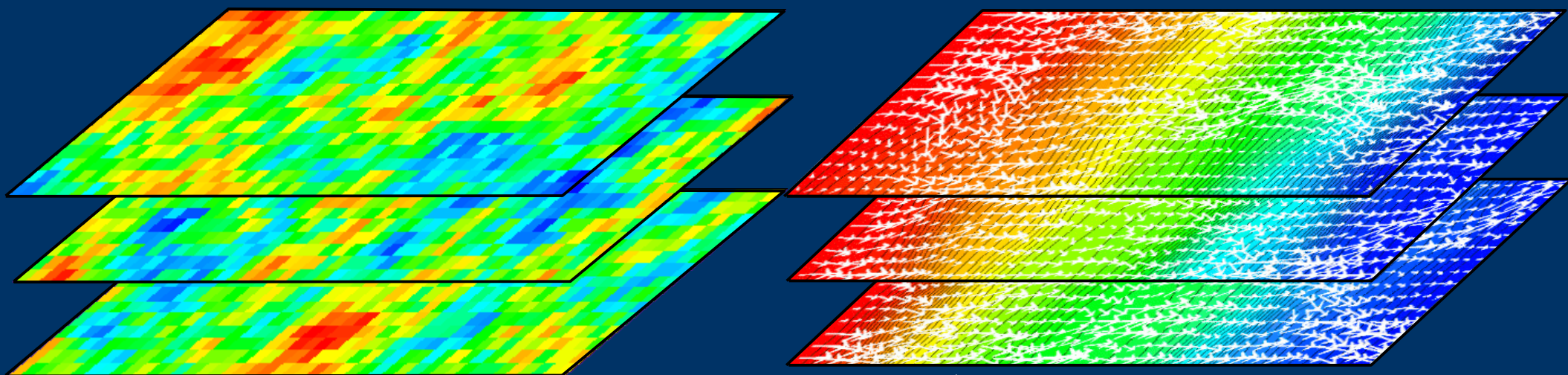
$$\langle \vec{U} \rangle = -K_G \left[\left(1 + \frac{\sigma_Y^2}{2} \right) \vec{J}_0 + \langle y \vec{\nabla} h \rangle + \vec{\nabla} \langle H^{(2)} \rangle \right]$$

$$\vec{u} = -K_G (y \vec{J}_0 + \vec{\nabla} h)$$

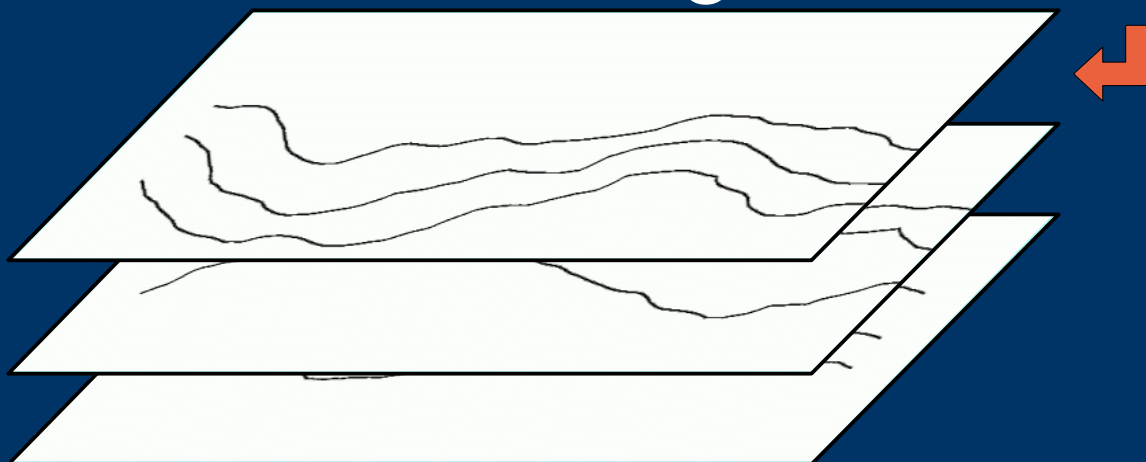
$$\vec{x}(t) = \int_{t_0}^t \vec{u}[\vec{X}(t)] dt$$

$$X_{ij}(s) = \int_{s'}^s \int_{s''=0}^{s'} \frac{\langle u_i u_j \rangle}{U^2} (s' - s'') ds' ds'' = 2 \int_{s'=0}^s \alpha_{ij}(s') ds'$$

III-3 Méthode de Monte-Carlo



N réalisations de $\log K$ \longrightarrow H et \vec{U}



$\vec{X}(t)$

$$\langle A \rangle = \sum_{i=1, N} A_i$$

$$\sigma_a^2 = \sum_{i=1, N} (A_i - \langle A \rangle)^2$$

$$A = H(\vec{x}) \dots \text{ou } \vec{X}(t_{\text{donné}})$$

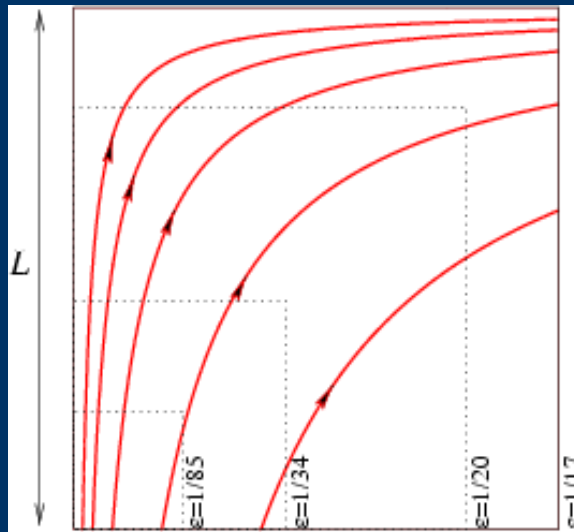
Écoulements non uniformes

dispersivité $\alpha_{ij} =$ intégrale des corrélations de vitesse $u_{ij}(\vec{r})$

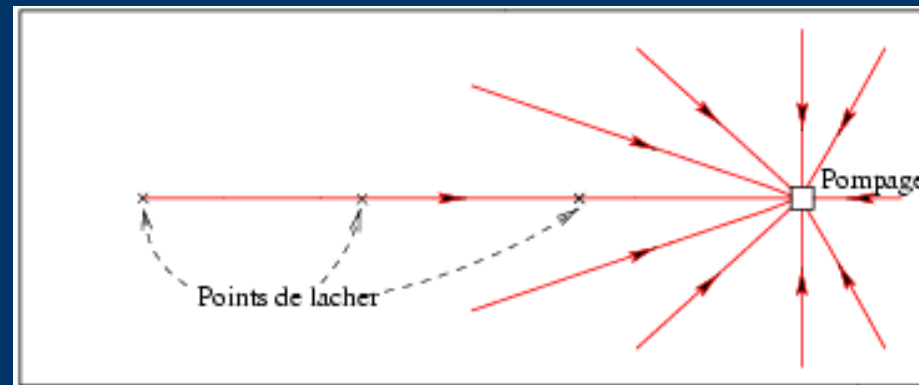
u_{ij} dépend des CLs, et probablement aussi de $\langle \vec{U}(\vec{x}) \rangle$

$\Rightarrow \alpha_{ij}$ dépend de la nature de l'écoulement

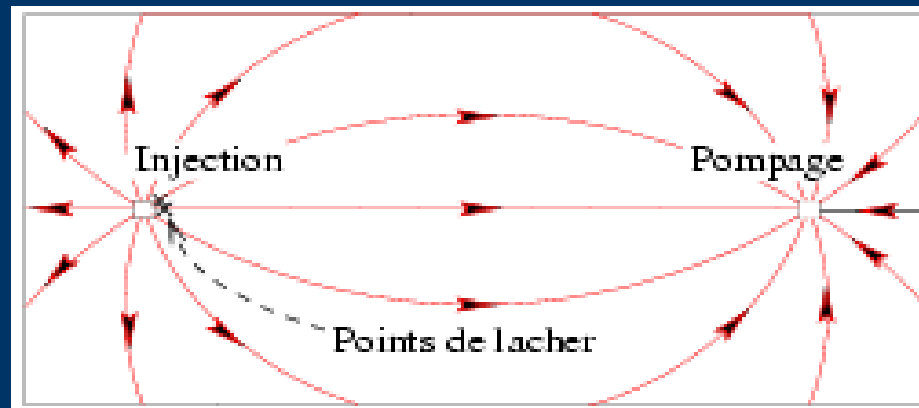
3 Types d'écoulement :



Tournant (H quadratique)



Pompage



Dipôle

Bases de la séparation d'échelles

Deux échelles : L , échelle de non uniformité de l'écoulement
 λ , échelle stochastique (long. de corrélation de Y)

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = \vec{U}(\vec{X}) = \vec{U}(\langle \vec{X} \rangle) + \underbrace{\vec{\nabla} \otimes \vec{U} \Big|_{\langle \vec{X} \rangle}}_{\langle \rangle \text{ nulles si uniforme}} \cdot \vec{x}$$

Ordre $\eta = \lambda / L$: coef. de séparation d'échelles

$$\vec{U} = \langle \vec{U} \rangle + \vec{u} \Rightarrow \begin{cases} \frac{d\langle \vec{X} \rangle}{dt} \cong \langle \vec{U}(\langle \vec{X} \rangle) \rangle + \dots \\ \frac{d\vec{x}}{dt} \cong \vec{u}(\langle \vec{X} \rangle) + \vec{\nabla} \otimes \langle \vec{U} \rangle \Big|_{\langle \vec{x} \rangle} \cdot \vec{x} + \dots \end{cases}$$

Ordre 0 en η

Ordre 1 en η

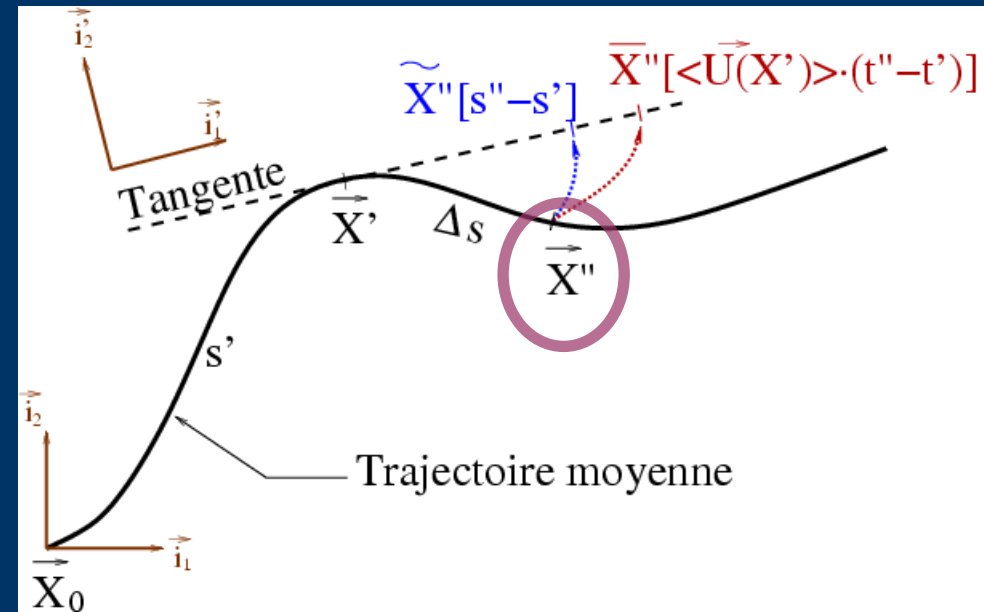
$$\langle x_i x_j \rangle(t)$$

résolution

Ordre 0 de la séparation d'échelles

L'écoulement est localement uniforme :
 Approximation de la trajectoire
 à sa tangente moyenne
 => Prise en compte de l'orientation
 de la vitesse moyenne locale

$P(s)$: matrice changement de repère



$$\alpha^{(ordre0)} = P \alpha^{(unif.)} t = P$$

Original

$$X_{ij}^{ordre0}(s) = \int \int_{s', s''=0}^s \frac{\langle u_i(\langle \vec{X}(t') \rangle) u_j(\vec{X}'') \rangle}{U(\langle \vec{X}(t') \rangle) U(\vec{X}'')} ds' ds''$$

$$= P(s') \frac{\langle \vec{u} \otimes \vec{u} \rangle}{U^2} \Big|^{(unif.)} \left(\|\vec{X}'' - \langle \vec{X}(t') \rangle\|, 0 \right)^t P(s')$$

Ordre 1 de la séparation d'échelles

Prise en compte de $\vec{\nabla} \otimes \vec{U} |_{\langle \vec{X} \rangle}$

$$X_{ij}^{\text{ordre 1}}(s) = \int_{s'} \int_{s''=0}^s \frac{\langle u_i(s') u_j(s'') \rangle}{\underbrace{\langle U(s') \rangle \langle U(s'') \rangle}_{\text{Donné par le modèle ordre 0}}} f_{ij}(s, s', s'') ds' ds''$$

Original

où f_{ij} dépend de l'écoulement :

Correcteur de l'expression en uniforme

$$f_{11}(s, s', s'') = \frac{g(s')}{g(s)} \frac{g(s'')}{g(s)}$$

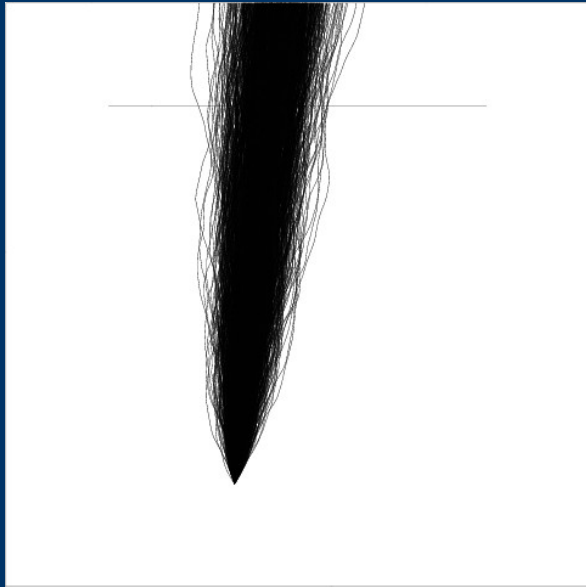
$$f_{22}(s, s', s'') = \frac{g(s)}{g(s')} \frac{g(s)}{g(s'')}$$

charge quadratique : $g(s) = \exp U_0 t(s)/L$

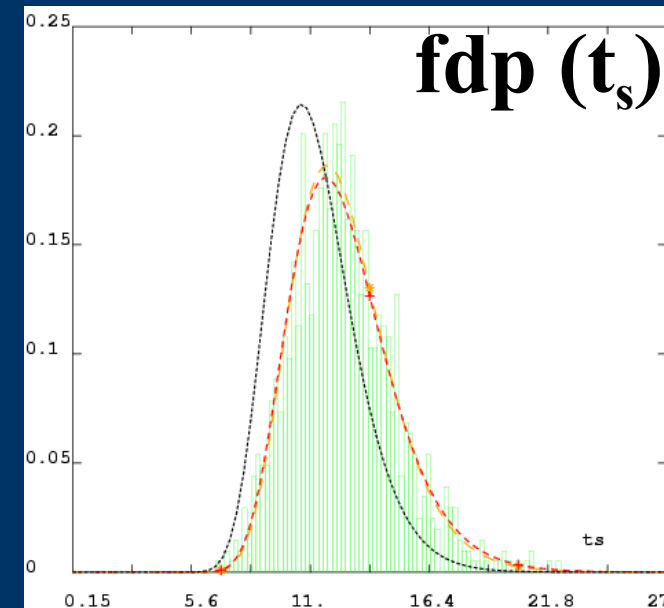
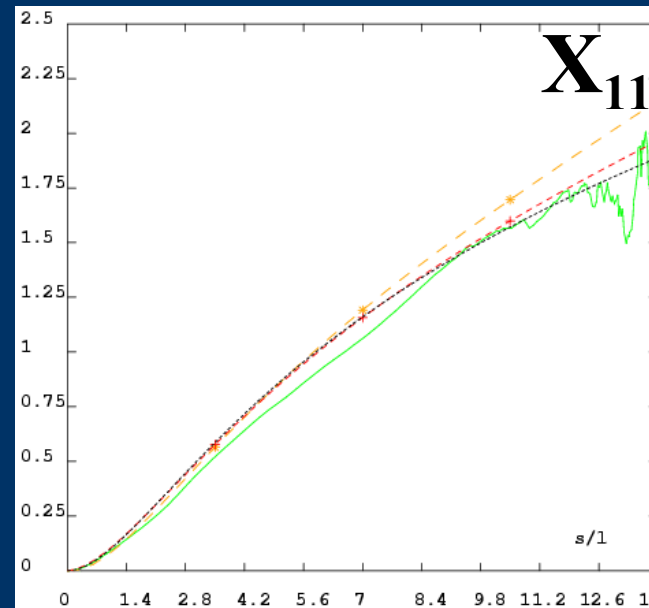
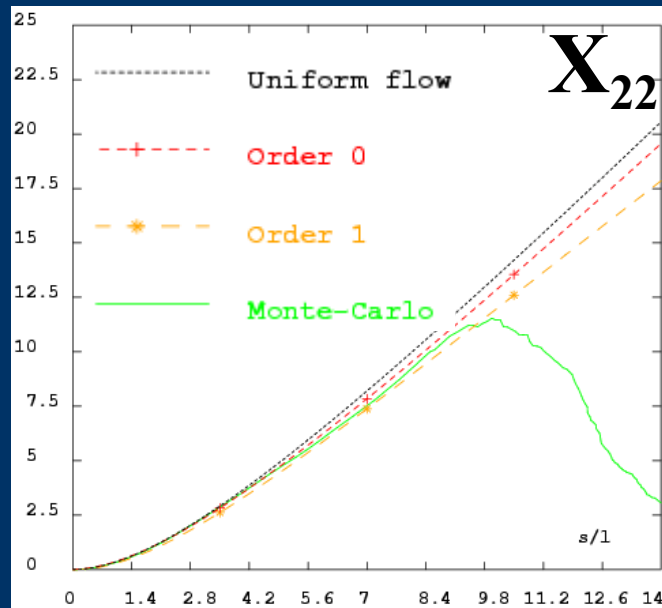
Pompage : $g(s) = R_0 - s$

Dipôle : $g(s) = s (R_0 - s)$

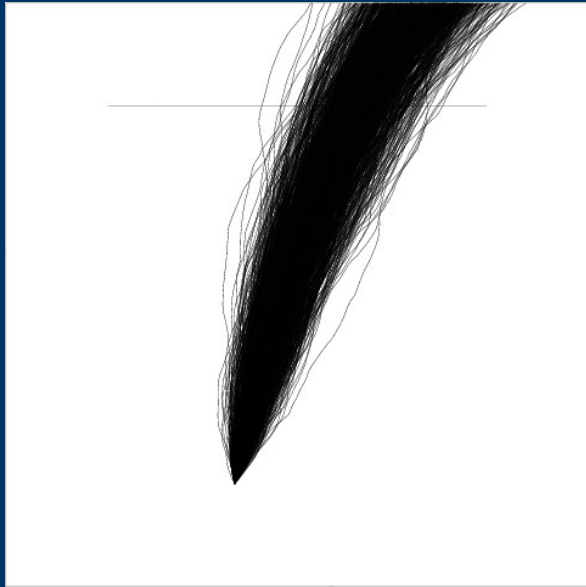
Ecoulement faiblement tournant



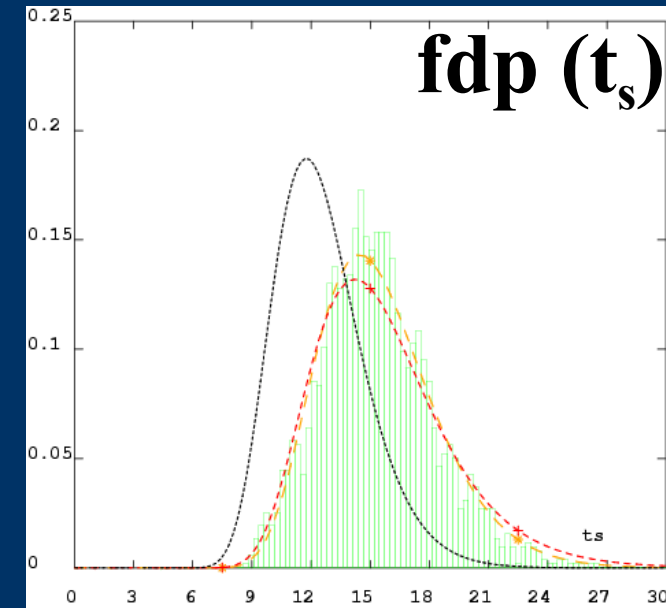
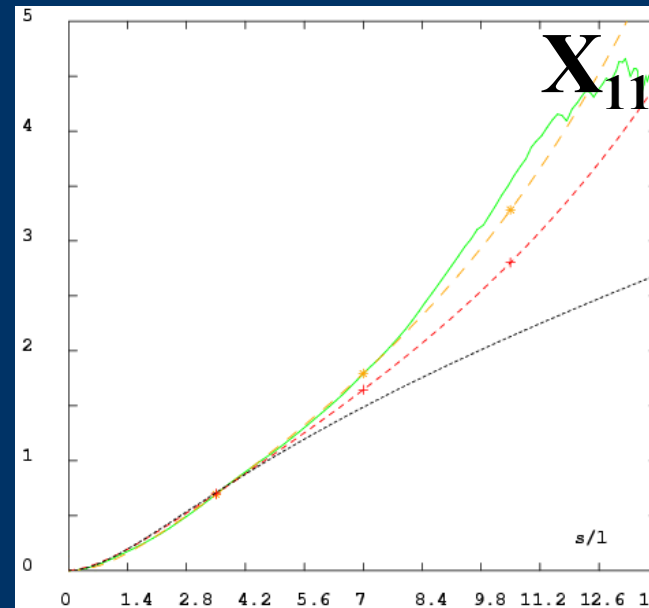
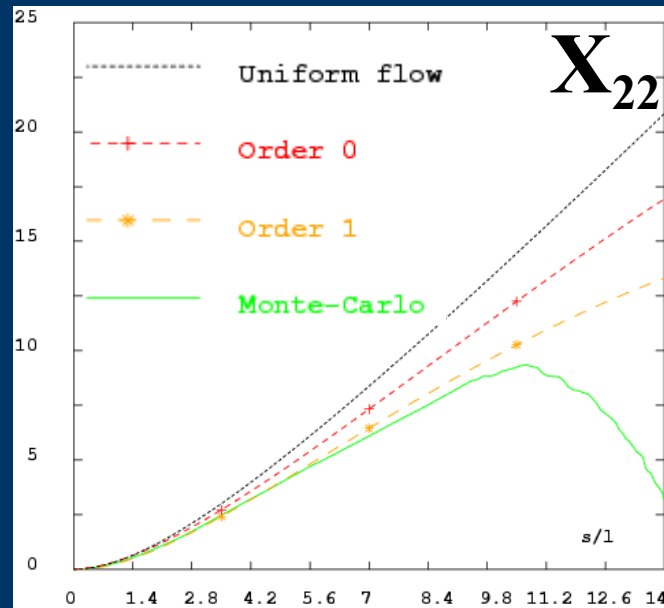
$\eta = 1/85$, quasi-uniforme
uniforme : écart léger
ordre 0 : ok
ordre 1 : ok



Écoulement modérément tournant



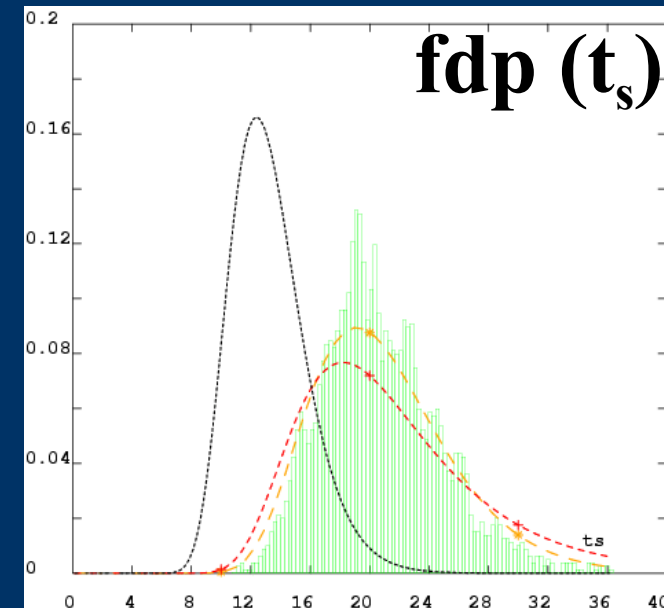
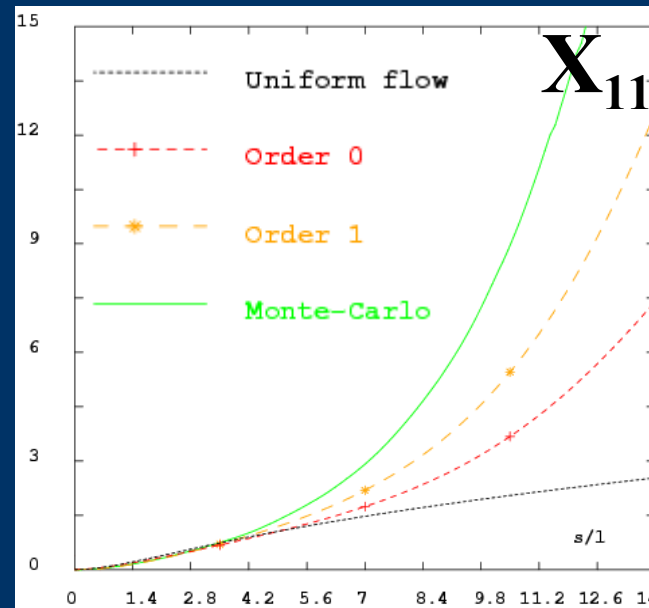
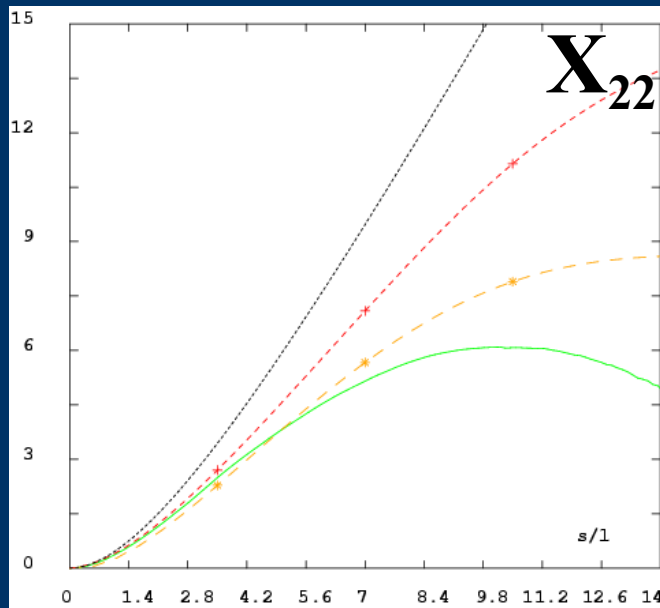
$\eta = 1/34$, fluctuations et tendances séparées
 uniforme : échec
 ordre 0 : écart sensible
 ordre 1 : ok



Ecoulement fortement tournant

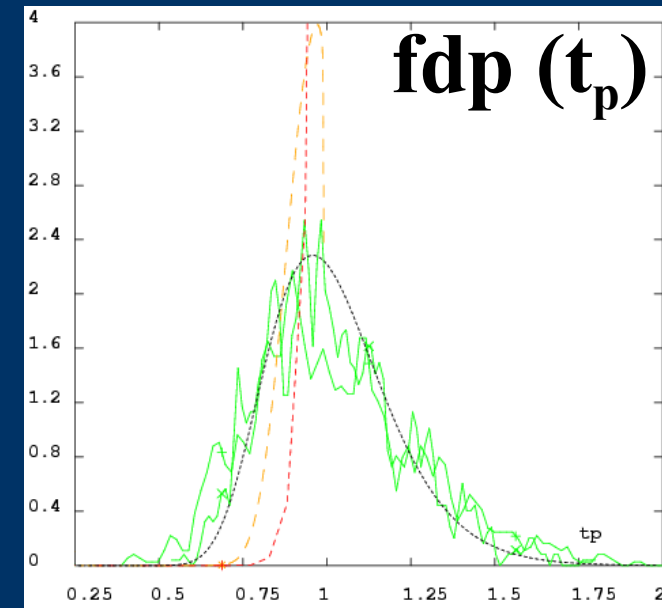
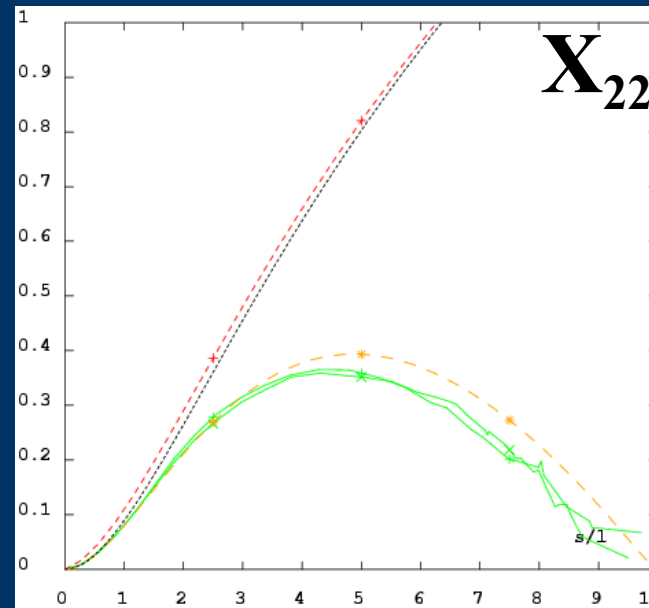
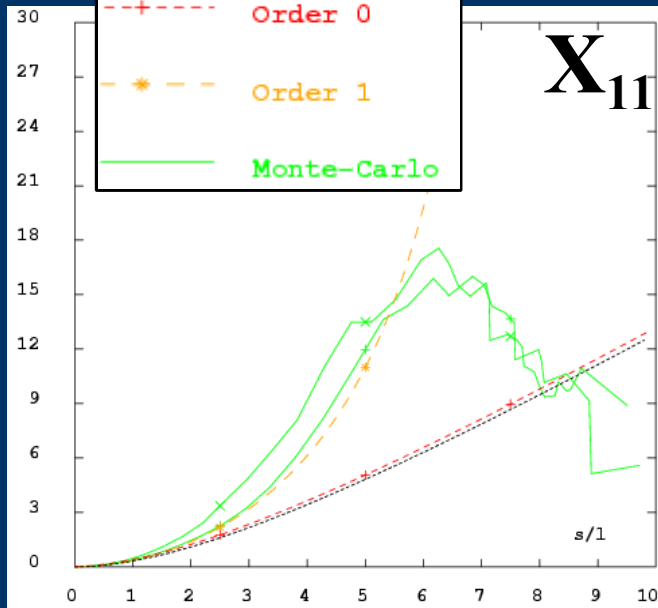
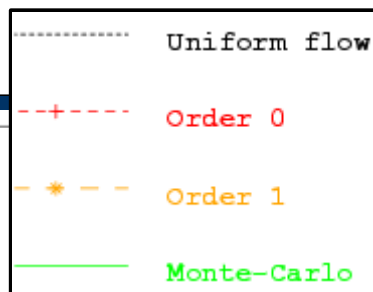
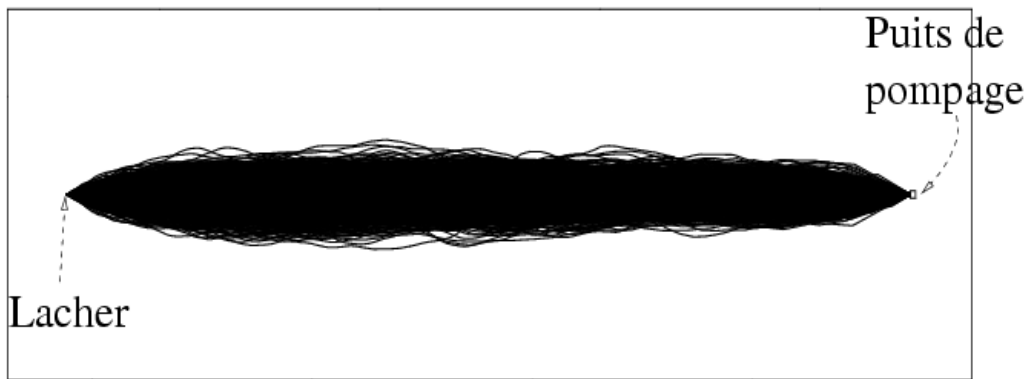


$\eta = 1/20$, fluctuations et tendance mêlées
uniforme : échec
ordre 0 : échec
ordre 1 : échec



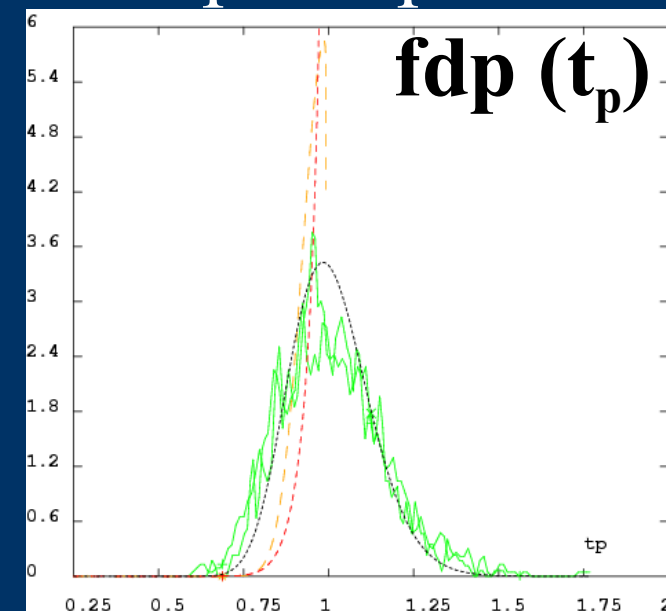
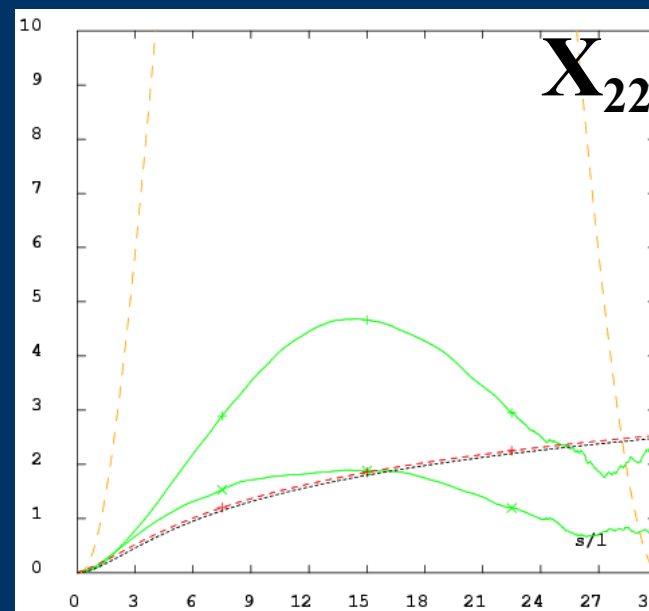
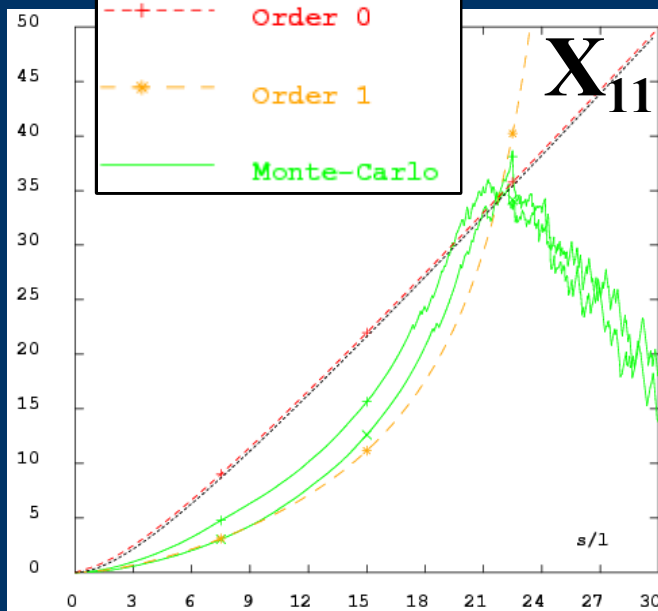
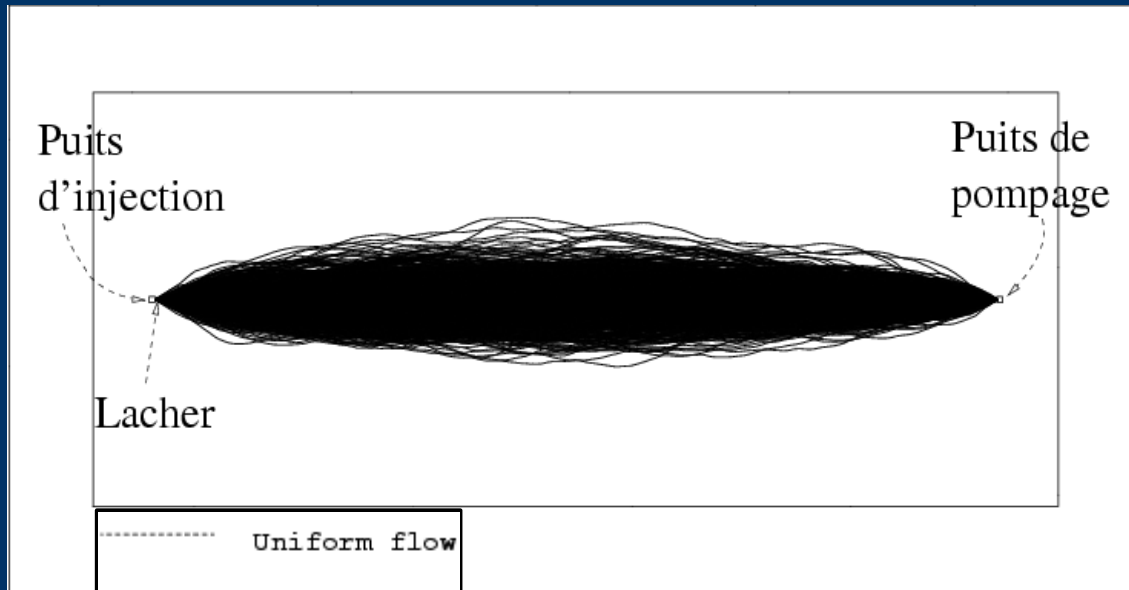
Radial-convergent

singularité au puits
 uniforme : échec sauf t_p
 ordre 0 = uniforme
 ordre 1 : ok sauf t_p

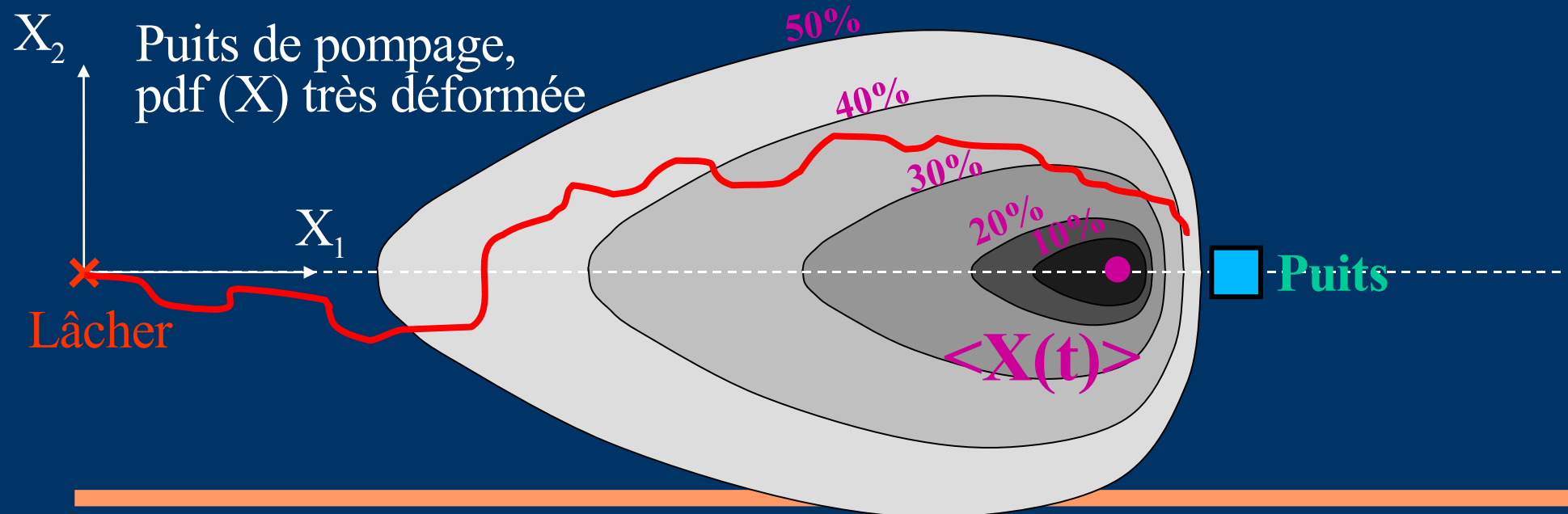
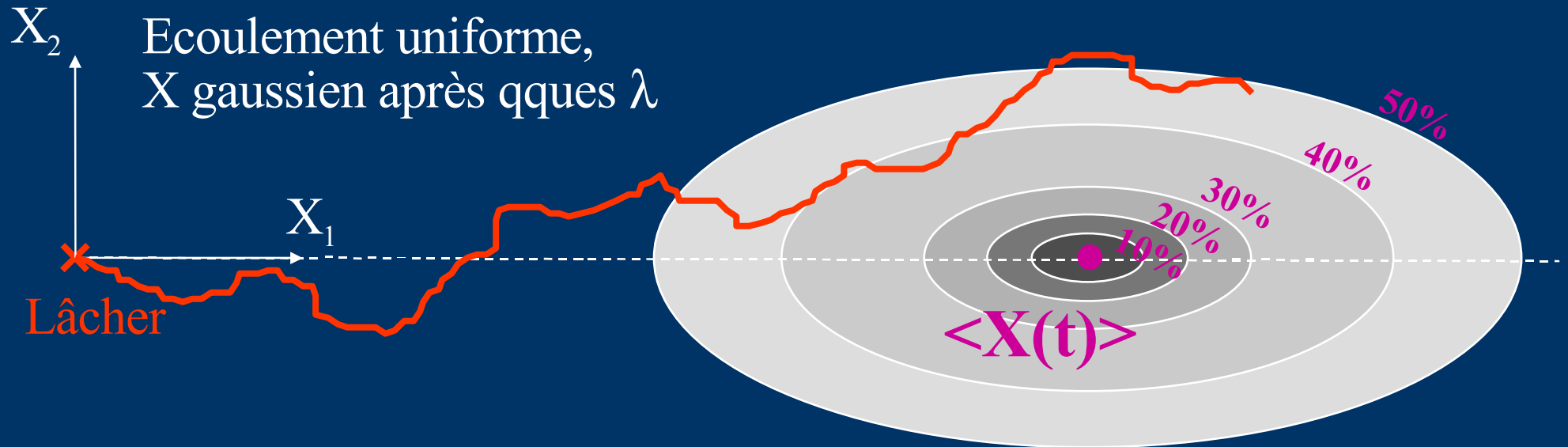


Dipole

singularité au puits
 uniforme : échec sauf t_p
 ordre 0 = uniforme
 ordre 1 : ok sauf X_{22} et t_p
 Impact CLs sur X_{22}
 lâcher simple \neq panache



Gaussianité de la variable position X



Interprétation des résultats de simulation

- **L'étalement d'un panache dépend du type d'écoulement**
[Maugis et al. 2002]
- Modèle uniforme : vite dépassé
- Ordre 0 : ok pour variables cinématiques (\vec{H} et \vec{U} , $\langle \rangle$ et σ)
- Ordre 1 : ok pour X_{ij} sauf zones de forte non-uniformité,
et écoulement divergent (X_{22})
- Panaches non gaussiens si non-uniformité (surtout puits)

Conclusions

Dispersivité = Concept à usage homéopathique

- **Dépend de la nature des écoulements**, du point de lâcher, des CLs.
=> Non intrinsèque au milieu
- Pas définie si X_{ij} non dérivable / espace
- Ne résume pas l'étalement si panache non gaussien

→ Rechercher approches alternatives ←

Modèle présenté : Linéarisation efficace si non-uniformités faibles

Interprétation tests de traçage :

- Dispersivité non transposable, souvent non définie
- Modèle uniforme OK pour modélisation hydraulique seulement

Merci !

Manuscrit : tel.ccsd.cnrs.fr

