



UNIVERSITÉ DE PROVENCE (AIX-MARSEILLE I)

UMR CNRS 6595

ÉCOLE POLYTECHNIQUE UNIVERSITAIRE DE MARSEILLE



---

# THÈSE

pour obtenir le grade de :

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE PROVENCE EN MÉCANIQUE ET ÉNERGÉTIQUE

École Doctorale : SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR : MÉCANIQUE, PHYSIQUE, MICRO ET  
NANOÉLECTRONIQUE

par

MICHEL BROCHARD

Thèse préparée au Laboratoire des Technologies de l'Assemblage (LTA) du  
CEA/DEN/DANS/DM2S/SEMT et à l'IUSTI de l'école polytechnique universitaire de Marseille

---

*Modèle couplé cathode-plasma-pièce en vue de la simulation du  
procédé de soudage à l'arc TIG*

---

soutenue le 22 janvier 2009 devant la commission d'examen

M.	Jean-Michel	Bergheau	ENI Saint-Étienne	Président du jury
MM.	Michel	Bellet	CEMEF Sophia-Antipolis	Rapporteurs
	Jean-Jacques	Gonzalez	Laplace Toulouse	
MM.	Philippe	Gilles	Areva NP La Défense	Examineurs
	Marc	Médale	Polytech'Marseille	
M.	Stéphane	Gounand	CEA Saclay	Invité



## Résumé

Au cours de ce travail, une modélisation 2D axisymétrique du procédé de soudage à l'arc TIG a été développée dans l'objectif de prédire, en fonction des paramètres opératoires, les grandeurs utiles au concepteur d'assemblages soudés, telles que l'énergie transmise à la pièce, la géométrie du bain de soudage,...

Le modèle développé, à l'aide du code éléments finis Cast3M, traite les phénomènes physiques agissant dans chacune des parties du procédé : la cathode, le plasma d'arc, la pièce dont le bain de soudage, et les interfaces entre ces domaines. Pour cela, les équations de la thermohydraulique sont couplées à celles de l'électromagnétisme qui sont résolues, en partie, grâce à la méthode des éléments finis moindres carrés.

Les prémices de la validation ont consisté à comparer les résultats numériques obtenus avec ceux de la littérature. Aussi, cette étape met en avant l'action des différentes forces dans le bain et la contribution de chacun des flux énergétiques sur le bilan d'énergie.

Enfin, pour valider le pouvoir prédictif du modèle, des analyses de sensibilité expérimentale et numérique ont été menées selon un plan d'expériences. Les effets de l'intensité, de la hauteur d'arc, et de l'angle d'affûtage de l'électrode sur la géométrie du bain de soudage, l'énergie transmise à la pièce, et le rendement de l'arc ont été étudiés. Les bonnes tendances obtenues pour ces réponses démontrent que le modèle développé reproduit relativement bien la physique du procédé.

**Mots-clés :** soudage à l'arc TIG, modélisation, arc électrique, bain de soudage, magnétohydrodynamique, méthode des éléments finis moindres carrés, analyse de sensibilité.

## Abstract

During this work, a 2D axially symmetric model of a TIG arc welding process had been developed in order to predict for given welding parameters, the needed variables for a designer of welded assembly : the heat input on the workpiece, the weld pool geometry,...

The developed model, using the Cast3M finite elements software, deals with the physical phenomena acting in each part of the process : the cathode, the plasma, the workpiece with a weld pool, and the interfaces between these parts. To solve this model, the thermohydraulics equations are coupled with the electromagnetic equations that are calculated in part using the least squares finite element method.

The beginning of the model validation consisted in comparing the results obtained with the ones available in the scientific literature. Thus, this step points out the action of each force in the weld pool, the contribution of each heat flux in the energy balance.

Finally, to validate the model predictivity, experimental and numerical sensitivity analyses were conducted using a design of experiments approach. The effects of the process current, the arc gap and the electrode tip angle on the weld pool geometry and the energy transferred to the workpiece and the arc efficiency were studied. The good agreement obtained by the developed model for these outputs shows the good reproduction of the process physics.

**Keywords :** TIG arc welding proces, modelling, electric arc, weld pool, magnétohydrodynamics, Least Squares Finite Element Method (LSFEM), design of experiments.



# Remerciements

Cette thèse a été réalisée au Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA) au sein du Laboratoire des Technologies d'Assemblages (LTA) et en partenariat avec Areva NP. Ainsi, je tiens à remercier ces deux entités pour le financement de ce travail et les personnes qui y ont contribué en m'apportant leur aide et soutien.

À Stéphane Gounand, ingénieur de recherche au CEA, qui a eu la lourde tâche de reprendre mon encadrement en cours de thèse. Ses qualités scientifiques et ses conseils avisés ont été les véritables catalyseurs de cette thèse. Je lui suis particulièrement reconnaissant pour le travail conséquent que je lui ai imposé lors de la rédaction de ce manuscrit. Pour tout cela, je le remercie vivement.

À Marc Médale, professeur à Polytech'Marseille et directeur de ma thèse, pour la confiance qu'il m'a accordée tout au long de cette thèse. Je le remercie pour la rigueur scientifique qu'il a su me transmettre pour mener à bien ce travail.

À Philippe Gilles, expert mécanique à Areva NP, pour avoir été un des initiateurs de cette thèse et pour avoir su m'inculquer sa vision industrielle. Ses remarques pertinentes m'ont fait avancer quotidiennement dans ma démarche scientifique orientée vers le besoin industriel. Qu'il trouve ici toute l'expression de ma gratitude.

À Jean-Jacques Gonzalez, directeur de recherche au laboratoire CNRS Laplace, pour avoir accepté d'être le rapporteur de ce document. Ses réponses à certaines de mes questions m'ont été utiles pour mener à bien ce travail.

À Michel Bellet, responsable du groupe de recherche "Thermo-Mécanique-Plasticité" du CEMEF, pour m'avoir fait l'honneur d'être le rapporteur de cette thèse.

À Jean-Michel Bergheau, professeur à l'ENISE, pour avoir accepté de présider le jury de cette thèse. Son expertise dans la simulation numérique du soudage m'offre une vision critique intéressante.

À Olivier Asserin, ingénieur chercheur au CEA, pour avoir fait en sorte que ma thèse se passe pour le mieux et pour sa vision critique de mon travail qui fut riche d'enseignements.

À Guillaume De Dinechin, chef du laboratoire LTA du CEA, pour m'avoir accueilli dans son laboratoire, et pour avoir pris de son temps pour la bonne réalisation des essais expérimentaux.

Je tiens à remercier en particulier Danièle Ayrault, Jean Wisniewski, Gaëtan Canneau,

Mathieu Petelet, Farah Hanna, Michel Barras, et tout le reste de l'équipe du LTA pour avoir fait de cette thèse une expérience humaine très riche. Aussi, mes remerciements vont à Pascal Girard et André Fontes qui sont partis vers de nouveaux horizons professionnels et qui m'ont successivement encadrés au début de cette thèse. Également, ma gratitude va au personnel du laboratoire LTMF du CEA qui a su m'accueillir durant quelques mois, et qui s'est montré toujours disponible pour répondre à mes questions.

Enfin, j'adresse un grand merci à mes parents et à mes soeurs pour leur soutien et leurs encouragements tout au long de mes études.

# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
Contexte, objectifs de la thèse . . . . .	1
La démarche de la thèse . . . . .	3
<b>1 La physique du soudage à l'arc TIG</b>	<b>5</b>
Objectifs du chapitre 1 . . . . .	5
1.1 Présentation du procédé de soudage à l'arc TIG . . . . .	6
1.1.1 Le principe de fonctionnement du procédé . . . . .	6
1.1.2 Amorçage de l'arc TIG . . . . .	6
1.1.3 Les paramètres modifiables par le soudeur . . . . .	6
1.2 Revue des modèles physiques de la littérature . . . . .	7
1.2.1 Les différentes zones caractéristiques de l'arc de soudage TIG . . . . .	8
1.2.2 Modèle définissant l'état de l'art pour la modélisation du soudage à l'arc TIG . . . . .	9
1.2.3 Les avancées majeures dans la modélisation de l'arc ou du bain . . . . .	15
1.3 Définition du modèle physique choisi . . . . .	18
1.4 Revue expérimentale de l'influence de quelques paramètres de soudage . . . . .	19
1.4.1 Influence de l'intensité du courant . . . . .	19
1.4.2 Influence de la hauteur d'arc . . . . .	25
1.4.3 Influence de l'angle d'affûtage de l'électrode . . . . .	28
Conclusions du chapitre 1 . . . . .	34
<b>2 Description mathématique de la physique du procédé</b>	<b>35</b>
Objectifs du chapitre 2 . . . . .	36
2.1 Description mathématique du plasma . . . . .	36
2.1.1 Vers une description magnétohydrodynamique . . . . .	36
2.1.2 Équations de Navier-Stokes et de l'énergie . . . . .	38
2.1.3 Les équations électromagnétiques . . . . .	41
2.1.4 Grandeurs caractéristiques pour le plasma d'arc . . . . .	41
2.1.5 Simplification des équations électromagnétiques . . . . .	42
2.1.6 Approximation bas Mach pour un arc de soudage . . . . .	44
2.1.7 Prise en compte de l'entrée du gaz dans le plasma . . . . .	47
2.1.8 Système à résoudre dans le plasma d'arc sous sa forme dimensionnelle . . . . .	48
2.2 Description mathématique de l'anode et du bain de soudage . . . . .	49
2.2.1 Les termes sources spécifiques à l'anode . . . . .	49
2.2.2 Système à résoudre dans l'anode . . . . .	51
2.3 Description mathématique de la cathode . . . . .	51
2.3.1 Système à résoudre dans la cathode . . . . .	51
2.4 Description mathématique de l'interface plasma/cathode . . . . .	52

2.4.1	Bilan énergétique . . . . .	52
2.4.2	Bilan électromagnétique . . . . .	53
2.4.3	Résumé du modèle mathématique à l'interface entre le plasma et la cathode . . . . .	53
2.5	Description mathématique de l'interface plasma/anode . . . . .	53
2.5.1	Bilan énergétique . . . . .	53
2.5.2	Bilan des forces à l'interface . . . . .	54
2.5.3	Bilan électromagnétique . . . . .	55
2.5.4	Résumé du modèle mathématique à l'interface entre le plasma et l'anode . . . . .	55
	Conclusions du chapitre 2 . . . . .	56
<b>3</b>	<b>Développement du modèle numérique</b>	<b>59</b>
	Objectifs du chapitre 3 . . . . .	59
3.1	Développements pour le calcul de l'induction magnétique $\mathbf{B}$ . . . . .	60
3.1.1	Revue des formulations utilisées dans la littérature pour la résolution de la partie magnétostatique . . . . .	60
3.1.2	Présentation de la méthode d'éléments finis moindres carrés utilisée pour résoudre la partie magnétostatique . . . . .	61
3.1.3	Cas test magnétostatique 1D . . . . .	64
3.1.4	Conclusions sur la méthode d'éléments finis moindres carrés . . . . .	68
3.2	Modèle numérique bas Mach 2D axisymétrique pour la prise en compte des forts gradients de masse volumique dans le plasma . . . . .	68
3.2.1	Présentation du cas test . . . . .	69
3.2.2	Conclusions sur le modèle bas Mach . . . . .	75
3.3	Le modèle numérique arc/bain . . . . .	76
3.3.1	Calcul de la conductivité électrique au voisinage des électrodes . . . . .	76
3.3.2	Formulation faible des équations et linéarisation . . . . .	78
3.3.3	Les conditions aux limites . . . . .	78
3.3.4	Discrétisation . . . . .	78
3.3.5	Procédure numérique . . . . .	79
	Conclusions du chapitre 3 . . . . .	80
<b>4</b>	<b>Comparaison du modèle avec les résultats de la littérature</b>	<b>82</b>
	Objectifs du chapitre 4 . . . . .	82
4.1	Configuration géométrique de Hsu . . . . .	83
4.1.1	Présentation . . . . .	83
4.1.2	Résultats . . . . .	88
4.2	Configuration géométrique de Nestor . . . . .	91
4.2.1	Présentation . . . . .	91
4.2.2	Résultats . . . . .	93
4.3	Configuration géométrique de Tanaka . . . . .	94
4.3.1	Présentation . . . . .	94
4.3.2	Résultats . . . . .	100
	Conclusions du chapitre 4 . . . . .	109
<b>5</b>	<b>Étude de sensibilité aux paramètres du procédé</b>	<b>111</b>
	Objectifs du chapitre 5 . . . . .	111
5.1	Mise en place de l'étude de sensibilité . . . . .	112
5.1.1	Domaine de fonctionnement . . . . .	112



5.1.2	Variables centrées réduites . . . . .	112
5.1.3	Le modèle de régression . . . . .	112
5.2	Essais expérimentaux TIG spot . . . . .	113
5.2.1	Montage expérimental . . . . .	113
5.2.2	Analyse de sensibilité expérimentale . . . . .	117
5.3	Essais numériques TIG spot . . . . .	121
5.3.1	Présentation du modèle TIG spot . . . . .	121
5.3.2	Analyse de sensibilité numérique . . . . .	126
	Conclusions du chapitre 5 . . . . .	136
	<b>Conclusion générale</b> . . . . .	<b>138</b>
	Contributions . . . . .	138
	Perspectives . . . . .	140
	<b>Bibliographie</b> . . . . .	<b>142</b>
<b>A</b>	<b>Approximation quasi-stationnaire des équations électromagnétiques</b> . . . . .	<b>147</b>
A.1	Les grandeurs caractéristiques . . . . .	147
A.2	Simplification de la loi d'Ampère . . . . .	147
A.3	Vers une formulation quasi-stationnaire . . . . .	150
<b>B</b>	<b>Formulation faible et linéarisation du modèle couplé cathode, plasma et anode</b> . . . . .	<b>151</b>
B.1	La formulation faible du modèle couplé . . . . .	151
B.2	Linéarisation de la formulation faible . . . . .	153
<b>C</b>	<b>Construction du modèle de régression linéaire</b> . . . . .	<b>156</b>
C.1	Définition de la matrice d'expériences . . . . .	156
C.2	Construction du modèle de régression . . . . .	157
C.3	Calcul de la contribution des facteurs . . . . .	158
<b>D</b>	<b>Résultats expérimentaux et numériques pour la configuration TIG spot</b> <b>160</b>	
D.1	Températures et tensions mesurées . . . . .	160
D.2	Les coupes macrographiques . . . . .	160
D.3	Comparaison expérimentale et numérique des géométries de bains de soudage obtenues . . . . .	160

# Nomenclature

## Constantes

$g$	Gravité	$9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
$\mu_0$	Perméabilité magnétique du vide	$4\pi\cdot 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$ ou $\text{m}\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{A}^{-2}$
$\sigma_B$	Constante de Stefan-Boltzmann	$5,67\cdot 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$ ou $\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$
$\varepsilon_0$	Permittivité électrique du vide	$8,85\cdot 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$ ou $\text{A}^2\cdot\text{s}^4\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{m}^{-3}$
$e$	Charge élémentaire	$1,602\cdot 10^{-19} \text{ C}$ ou $\text{A}\cdot\text{s}$
$k_b$	Constante de Boltzmann	$1,381\cdot 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$ ou $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$
$m_e$	Masse d'un électron	$9,11\cdot 10^{-31} \text{ kg}$
$R$	Constante des gaz parfaits	$8,314 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ou $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

## Nombres sans dimension

$E_1$	Nombre permettant de simplifier la loi d'Ampère, $\frac{\mu_0\varepsilon_0 l^2}{t^2}$
$Fr$	Nombre de Froude, $\frac{u^2}{gl}$
$K_n$	Nombre de Knudsen, $\frac{\lambda_e}{l}$
$Ma$	Nombre de Mach, $\frac{u}{u_s}$
$Pr$	Nombre de Prandtl, $\frac{C_p\mu}{\lambda}$
$r_a$	Nombre d'Alfvén, $\frac{u}{u_a}$
$Re$	Nombre de Reynolds, $\frac{\rho ul}{\mu}$
$Rm$	Nombre de Reynolds magnétique, $\mu_0\sigma lu$

## Lettres grecques

$\bar{\sigma}$	Tenseur des contraintes	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$
$\bar{\tau}$	Tenseur des contraintes visqueuses	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$
$\bar{\varepsilon}$	Tenseur des taux de déformation	$\text{s}^{-1}$
$\beta$	Coefficient de dilatabilité	$\text{K}^{-1}$
$\tau$	Vecteur unitaire tangent à une surface	

$\Delta H^0$	Enthalpie standard d'adsorption	$\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}$ ou $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{mol}^{-1}$
$\Gamma$	Surface	$\text{m}^2$
$\gamma$	Tension de surface	$\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ ou $\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}$
$\gamma_g$	Rapport des chaleurs massiques	
$\Gamma_s$	Excès de concentration en surface à saturation	$\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}$
$\lambda$	Conductivité thermique	$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ou $\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-3}\cdot\text{K}^{-1}$
$\lambda_D$	Longueur de Debye	$\text{m}$
$\lambda_e$	Libre parcours moyen des électrons	$\text{m}$
$\mu$	Viscosité dynamique	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$
$\mu_m$	Perméabilité magnétique	$\text{H}\cdot\text{m}^{-1}$ ou $\text{m}\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{A}^{-2}$
$\nu_e$	Fréquence moyenne des collisions des électrons avec les autres particules	$\text{Hz}$ ou $\text{s}^{-1}$
$\Omega$	Volume	$\text{m}^3$
$\omega_b$	Fréquence de l'évolution de $B$	$\text{Hz}$ ou $\text{s}^{-1}$
$\omega_c$	Fréquence cyclotronique	$\text{Hz}$ ou $\text{s}^{-1}$
$\omega_p$	Fréquence du plasma	$\text{Hz}$ ou $\text{s}^{-1}$
$\phi$	Potentiel électrique	$\text{V}$ ou $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{A}^{-1}\cdot\text{s}^{-3}$
$\phi_a$	Travail de sortie de l'anode	$\text{V}$ ou $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{A}^{-1}\cdot\text{s}^{-3}$
$\phi_c$	Travail de sortie de la cathode	$\text{V}$ ou $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{A}^{-1}\cdot\text{s}^{-3}$
$\phi_e$	Travail de sortie effectif de la cathode	$\text{V}$ ou $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{A}^{-1}\cdot\text{s}^{-3}$
$\rho$	Masse volumique	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
$\sigma$	Conductivité électrique	$\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ ou $\text{A}^2\cdot\text{s}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{m}^{-3}$
$\varepsilon$	Émissivité	
$\varepsilon_e$	Permittivité électrique	$\text{F}\cdot\text{m}^{-1}$ ou $\text{A}^2\cdot\text{s}^4\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{m}^{-3}$
$\varepsilon_n$	Coefficient d'émission nette	$\text{W}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{ster}^{-1}$ ou $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-3}\cdot\text{ster}^{-1}$

**Indices**

*	Valeur caractéristique
réf	Valeur de référence de la grandeur associée
$\theta$	Composante azimutale de la grandeur associée
<i>anode</i>	Relatif au domaine anode
<i>cathode</i>	Relatif au domaine cathode
<i>e</i>	Partie électronique de la grandeur physique
<i>f</i>	Grandeur à la température de fusion
<i>i</i>	Partie ionique de la grandeur physique

<i>plasma</i>	Relatif au domaine plasma
<i>plasma/anode</i>	Relatif à l'interface plasma/anode
<i>plasma/cathode</i>	Relatif à l'interface plasma/cathode
<i>r</i>	Composante radiale de la grandeur associée
<i>z</i>	Composante axiale de la grandeur associée

**Lettres latines**

<b>A</b>	Potentiel vecteur magnétique	$T \cdot m$ ou $kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1} \cdot m$
<b>B</b>	Induction magnétique	$T$ ou $kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
<b>D</b>	Induction électrique	$C \cdot m^{-2}$ ou $A \cdot s \cdot m^{-2}$
<b>E</b>	Champ électrique	$V \cdot m^{-1}$ ou $kg \cdot m \cdot A^{-1} \cdot s^{-3}$
<b>F</b>	Force source du mouvement	$N \cdot m^{-3}$ ou $kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-2}$
<b>H</b>	Champ magnétique	$A \cdot m^{-1}$
<b>j</b>	Densité de courant	$A \cdot m^{-2}$
<b>n</b>	Vecteur unitaire normal à une surface	
<b>u</b>	Champ de vitesse	$m \cdot s^{-1}$
$A_g$	Opposé de $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$ pour un métal pur	$N \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ ou $kg \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$
$a_k$	Activité de l'espèce k	
$A_r$	Constante de Richardson	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-2}$ ou $kg \cdot s^{-3} \cdot K^{-2}$
$C_p$	Chaleur massique à pression constante	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ ou $m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$
$C_v$	Chaleur massique à volume constant	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ ou $m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$
$f_l$	Fraction liquide	
$I$	Courant	$A$
$j_a$	Densité de courant à la surface de l'anode	$A \cdot m^{-2}$
$j_c$	Densité de courant à la surface de la cathode	$A \cdot m^{-2}$
$j_{em}$	Densité de courant thermoémis	$A \cdot m^{-2}$
$k_1$	Paramètre fonction de l'entropie de ségrégation	
$l$	Longueur	$m$
$M$	Masse molaire	$kg \cdot mol^{-1}$
$n_\alpha$	Densité de l'espèce $\alpha$	$m^{-3}$
$P$	Pression thermodynamique	$Pa$ ou $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
$p$	Pression	$Pa$ ou $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
$p'$	Pression dynamique dans le plasma	$Pa$ ou $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
$p''$	Pression dynamique dans le bain de soudage	$Pa$ ou $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$

---

$Q_e$	Section efficace de collision des molécules de gaz	$\text{m}^2$
$q_{totale}$	Charge électrique totale	C ou A·s
$S$	Source d'énergie	$\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$ ou $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-3}$
$T$	Température	K
$t$	Temps	s
$T_l$	Température du liquidus	K
$T_s$	Température du solidus	K
$t_b$	Temps de l'évolution de $\mathbf{B}$	s
$t_c$	Temps cyclotronique	s
$t_e$	Temps moyen des collisions des électrons avec les autres particules	s
$t_p$	Temps des oscillations du plasma	s
$u_a$	Vitesse d'Alfvén	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
$u_s$	Vitesse du son	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
$V_i$	Potentiel d'ionisation du gaz	V ou $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{A}^{-1}\cdot\text{s}^{-3}$

# Introduction générale

## Contexte, enjeux et objectifs de la thèse

Le secteur du nucléaire est en forte croissance, avec des engagements dans de grands projets comme Iter. En particulier, Areva devra concevoir une vingtaine de réacteurs dans les dix ans à venir. Son souhait est d'éviter les solutions intégrées, qui nécessitent une sous-traitance à l'étranger, et donc d'utiliser des solutions assemblées, notamment par soudage.

La spécificité du soudage dans le nucléaire est qu'il doit se faire fréquemment sur de grands éléments de fortes épaisseurs (souvent supérieures à 10 mm). Aussi, afin de garantir un certain niveau de sûreté des assemblages, la soudure doit être de qualité. Pour cela, le procédé de soudage à l'arc TIG<sup>1</sup> fait référence. Il met en jeu un arc électrique (la source de chaleur) entre l'électrode de soudage et la pièce à souder. Il permet d'assurer des soudures de grande qualité et rapides de mise en oeuvre. Cependant, utilisé tel quel, il ne permet pas de souder de fortes épaisseurs. En effet, au-delà de 3 mm, il est nécessaire de préparer les bords à assembler par la création d'un chanfrein, et d'utiliser du métal d'apport en soudage multi-passes<sup>2</sup>. L'augmentation du nombre de passes multiplie les risques de défauts, et rend le processus de soudage lent et peu productif. La simulation numérique du soudage (SNS) peut alors intervenir pour limiter le nombre de passes en prédisant le séquençage optimal à réaliser.

Outre cet exemple, les apports de la SNS dans le nucléaire sont multiples :

- Elle apporte une aide à la conception de nouveaux procédés de soudage de meilleure qualité et plus performant.
- Elle contribue à l'amélioration des soudures dans l'optique d'augmenter la durée de vie des réacteurs et de satisfaire à des réglementations de plus en plus sévères. Les méthodes de contrôles étant de plus en plus évoluées, on remarque aujourd'hui un champ de défauts plus importants qu'il convient d'éviter. Pour cela, des modélisations thermomécaniques sont employées afin de limiter les contraintes et déformations dans la pièce soudée.
- Elle permet de mieux maîtriser le paramétrage du procédé et la configuration de soudage, et donc d'améliorer la productivité des opérations de soudage.

Les simulations du soudage actuelles sont essentiellement thermomécaniques et permettent d'évaluer entre autres les contraintes résiduelles et les déformations dans l'assemblage. Sa contribution sur la pièce, souvent déconnectée des paramètres opératoires (intensité, hauteur d'arc pour le soudage TIG), est réduite à un chargement thermique (source d'énergie) qui est une condition à la limite du modèle thermomécanique. Cette donnée d'entrée est donc d'une importance capitale puisqu'elle conditionne les effets mé-

---

<sup>1</sup>Tungsten Inert Gas

<sup>2</sup>réalisation de plusieurs passes de soudage

caniques calculés. Afin de la définir, deux approches sont utilisées : l’approche “source équivalente” et l’approche multiphysique.

La première approche consiste à résoudre un problème de conduction non linéaire de la chaleur en utilisant un concept dit de “source équivalente”. Pour la déterminer, deux possibilités sont employées. Soit on se donne une forme de la source d’énergie représentative du procédé, soit on estime par méthode inverse une distribution non définie a priori. Les paramètres de cette source sont alors estimés par méthode inverse à partir de températures mesurées dans le solide et à partir de la coupe macrographique du bain de soudage. Cette méthode est cependant peu prédictive, puisqu’une expérience préalable est souvent nécessaire, et parce que cette fonction ne s’écrit pas directement en fonction des paramètres opératoires du procédé.

La seconde approche, plus complète, consiste à modéliser l’écoulement et les transferts thermiques dans le plasma d’arc et le bain de soudage. De tels modèles sont le regroupement des modèles multiphysiques traitant le plasma d’arc ([31], [38], [65]) avec ceux traitant l’écoulement et les transferts thermiques dans le bain ([22], [37],...). Ces modèles couplés, initiés entre autres par Haidar et al. [29] en 1998, sont aujourd’hui en phase d’amélioration. On citera notamment le modèle 2D<sup>3</sup> axisymétrique développé en 2002 par Tanaka et al. [71] qui fait aujourd’hui référence. Bien qu’il traite l’essentiel de la physique, de nombreuses améliorations restent encore à faire avant de pouvoir envisager son application au niveau industriel. On peut citer comme voies d’améliorations possibles :

- la prise en compte, pour le calcul des gradients de tension de surface, de coefficients de thermodépendance de la tension de surface variables avec la température et avec la concentration de certains éléments constituant l’acier comme le soufre. Dans le modèle de Tanaka et al. [71], ces coefficients sont supposés constants, ce qui n’est pas le cas dans la réalité. Les gradients de tension de surface entraînant des mouvements convectifs prépondérants dans le bain, les dimensions de celui-ci peuvent alors être différentes de plusieurs millimètres.
- améliorer les méthodes numériques afin de rendre possible un développement futur vers une configuration en 3D<sup>4</sup> directement applicable à une configuration industrielle où par exemple, l’électrode de soudage serait mobile. Les modèles mathématique et numérique utilisés par Tanaka et al. [71] sont utilisables uniquement en 2D axisymétrique du fait d’un traitement des équations électromagnétiques uniquement applicable sous cette hypothèse géométrique.

C’est pour ces raisons que cette étude a consisté à développer un modèle numérique qui permet de calculer l’écoulement et les transferts thermiques dans l’arc, et le bain de soudage pour des coefficients de thermodépendance de la tension de surface variables avec la température. Il offre également la possibilité future d’être étendu vers une géométrie 3D. Aussi, ce modèle permet :

- de prédire le chargement thermique et les forces transmises au bain de soudage,
- d’enrichir la compréhension de la physique du procédé de soudage à l’arc TIG,
- d’évaluer l’influence des paramètres opératoires sur la géométrie du bain, l’énergie transmise à la pièce,...

---

<sup>3</sup>deux dimensions

<sup>4</sup>trois dimensions

## La démarche

Ce travail se compose de cinq chapitres.

**Le premier chapitre** permettra d'introduire la physique du procédé de soudage à l'arc TIG ainsi que les modèles de la littérature la traitant.

Après une brève présentation du procédé, le modèle de Tanaka et al. [71] faisant référence pour la modélisation complète du procédé sera détaillé. Afin d'introduire des voies d'amélioration possibles de ces modèles, une brève revue bibliographique des modèles traitant chacune des parties seule de manière plus complète, est réalisée. Cette étude bibliographique débouchera sur le choix du modèle physique que l'on souhaite utiliser au cours de cette thèse.

Enfin, dans l'objectif de fournir une base de validation du modèle développé, les effets de trois paramètres opératoires (intensité, hauteur d'arc, angle d'affûtage de l'électrode de soudage) sur la géométrie du bain, l'énergie transmise à la pièce et le rendement de l'arc, seront exposés au travers d'une revue bibliographique expérimentale.

**Le deuxième chapitre** décrit le modèle mathématique utilisé. Il est la traduction du modèle physique choisi en termes mathématiques. Chacune des parties modélisées sera successivement détaillée, c'est-à-dire, le plasma, l'anode, la cathode, les interfaces plasma-cathode et plasma-anode.

Pour le plasma, l'utilisation d'un modèle de type milieu continu sera tout d'abord justifié. Puis, les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et les équations électromagnétiques seront simplifiées. En particulier, pour bien prendre en compte les fortes variations de masse volumique dans le plasma, l'utilisation de l'approximation bas Mach sera justifiée. Ensuite, les forces mises en jeu dans le bain de soudage et le modèle mathématique utilisé pour ce domaine, seront exposés. La description mathématique de la cathode sera également détaillée. Enfin, les bilans énergétiques et de forces aux interfaces seront établis de manière à prendre en compte les phénomènes spécifiques à ces zones.

**Le troisième chapitre** présentera le modèle numérique utilisé et les développements qui ont été nécessaires pour sa réalisation avec le logiciel éléments finis Cast3M [9].

Tout d'abord, afin de pouvoir calculer l'induction magnétique, différentes méthodes seront exposées. En particulier, les bases mathématiques de la méthode d'éléments finis moindres carrés utilisée pour cette thèse seront détaillées. Sa bonne implémentation sera validée grâce à un cas test ayant une solution analytique. Ensuite, afin de valider le bon traitement de la partie thermohydraulique dans le plasma, un cas test bas Mach 2D axisymétrique créé au cours de cette thèse, sera présenté et traité. Enfin, le modèle numérique représentant la physique du procédé de soudage à l'arc TIG sera décrit.

**Le quatrième chapitre** est dédié à la validation de ce modèle à partir des résultats expérimentaux et numériques de la littérature.

Tout d'abord, la configuration expérimentale de Hsu et al. [31] sera reproduite numériquement. Le champ de température obtenu expérimentalement et la vitesse du plasma sur l'axe de soudage issue de leur modèle numérique seront comparés avec nos résultats. Puis, la configuration de Nestor [57] sera modélisée, et les densités de courant et flux de chaleur obtenus expérimentalement par cet auteur seront comparés à nos résultats numériques.

Enfin, le modèle de Tanaka et al. [71] sera reproduit. Les bains de soudage et les bilans



d'énergie calculés seront comparés avec les nôtres et commentés. L'action des différentes forces mises en jeu dans le bain de soudage sera aussi analysée.

**Le cinquième chapitre** est une étape supplémentaire pour la validation du modèle développé. Il s'agira en particulier de vérifier que les tendances du modèle, suite aux variations des paramètres opératoires du procédé, sont bien reproduites. Pour cela, des analyses de sensibilité expérimentales et numériques seront réalisées et comparées. En particulier, les effets de l'intensité, de la hauteur d'arc et de l'angle d'affûtage de l'électrode sur la géométrie du bain de soudage, seront étudiés. Puis, ce chapitre se terminera par deux études de sensibilité supplémentaires concernant les effets de ces mêmes paramètres opératoires sur l'énergie transmise à la pièce et le rendement de l'arc.

Enfin, nous concluerons sur les résultats obtenus et les perspectives d'améliorations possibles du modèle.

# Chapitre 1

## La physique du soudage à l'arc TIG

### Sommaire

---

<b>Objectifs du chapitre 1</b> . . . . .	<b>5</b>
<b>1.1 Présentation du procédé de soudage à l'arc TIG</b> . . . . .	<b>6</b>
1.1.1 Le principe de fonctionnement du procédé . . . . .	6
1.1.2 Amorçage de l'arc TIG . . . . .	6
1.1.3 Les paramètres modifiables par le soudeur . . . . .	6
<b>1.2 Revue des modèles physiques de la littérature</b> . . . . .	<b>7</b>
1.2.1 Les différentes zones caractéristiques de l'arc de soudage TIG . . .	8
1.2.2 Modèle définissant l'état de l'art pour la modélisation du soudage à l'arc TIG . . . . .	9
1.2.3 Les avancées majeures dans la modélisation de l'arc ou du bain .	15
<b>1.3 Définition du modèle physique choisi</b> . . . . .	<b>18</b>
<b>1.4 Revue expérimentale de l'influence de quelques paramètres     de soudage</b> . . . . .	<b>19</b>
1.4.1 Influence de l'intensité du courant . . . . .	19
1.4.2 Influence de la hauteur d'arc . . . . .	25
1.4.3 Influence de l'angle d'affûtage de l'électrode . . . . .	28
<b>Conclusions du chapitre 1</b> . . . . .	<b>34</b>

---

### Objectifs du chapitre 1

Les objectifs de ce chapitre sont de présenter la physique du procédé et l'influence des paramètres procédé sur le bain de soudage. Pour cela, on expliquera tout d'abord le principe du soudage à l'arc TIG (Tungsten Inert Gas) (paragraphe 1.1). Puis, l'état de l'art de la modélisation du procédé sera revue, de manière à définir le modèle physique qui sera utilisé au cours de cette thèse (paragraphe 1.3). Enfin, dans l'objectif de tester par la suite le modèle développé, et de vérifier la bonne concordance des résultats obtenus numériquement avec une opération de soudage réelle, l'influence de quelques paramètres (intensité, hauteur d'arc, angle d'affûtage de l'électrode) du procédé de soudage à l'arc TIG sur l'énergie transmise à la pièce, le rendement de l'arc, et, la géométrie du bain, sera détaillée au travers d'une revue bibliographique expérimentale (paragraphe 1.3).

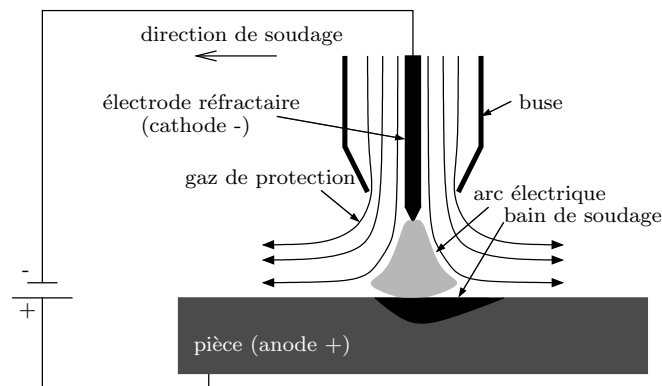


FIG. 1.1 – Principe du procédé TIG

## 1.1 Présentation du procédé de soudage à l'arc TIG

### 1.1.1 Le principe de fonctionnement du procédé

Le soudage à l'arc TIG est un procédé d'assemblage par fusion de l'interface entre deux pièces, conduisant à une continuité métallique. Il peut être manuel ou automatisé, et avec ou sans métal d'apport.

Ce procédé se caractérise par la création d'un arc électrique entre une électrode réfractaire (la cathode : pôle - du générateur) et la pièce (l'anode : pôle + du générateur) dans un gaz de couverture qui va s'ioniser pour former un plasma (voir figure 1.1). L'énergie thermique n'est transférée au métal (l'anode) que par le plasma qui s'étale sur la partie à souder. Le gaz utilisé doit être inerte pour assurer la protection de l'électrode et de la pièce et doit s'ioniser aisément. C'est pour cela que l'argon est le plus couramment employé mais il peut être parfois mélangé avec de l'hélium ou de l'hydrogène pour accroître l'épaisseur soudée ou encore la vitesse de soudage. L'électrode (la cathode) n'est pas fusible. Pour les alliages légers (aluminium) le soudage est effectué en polarité alternée. Pendant un laps de temps, l'électrode est reliée au pôle + du générateur, ce qui permet de disperser la couche d'alumine néfaste pour la soudabilité.

### 1.1.2 Amorçage de l'arc TIG

L'amorçage de l'arc se fait par contact ou par surtension appliquée entre les deux électrodes. Cette surtension doit être supérieure à une valeur de tension critique appelée tension de claquage dont la valeur dépend de la pression, de la distance inter-électrodes et de la nature du gaz plasmagène injecté autour de l'électrode réfractaire. La surtension d'environ 1000 V est appliquée à l'aide d'un circuit haute fréquence (environ 1000 kHz) en série ou en parallèle avec l'arc et le générateur de courant. L'amorçage peut aussi se faire par contact. L'énergie apportée doit être suffisante pour porter le gaz à 8000 K et créer ainsi un plasma thermique.

### 1.1.3 Les paramètres modifiables par le soudeur

Les conditions de soudage s'établissent en fonction de l'assemblage à réaliser (matière, épaisseur, position de soudage,...). Le premier travail du soudeur avant la réalisation de la soudure est de déterminer le matériel à utiliser : poste de soudage (automatique, manuel),

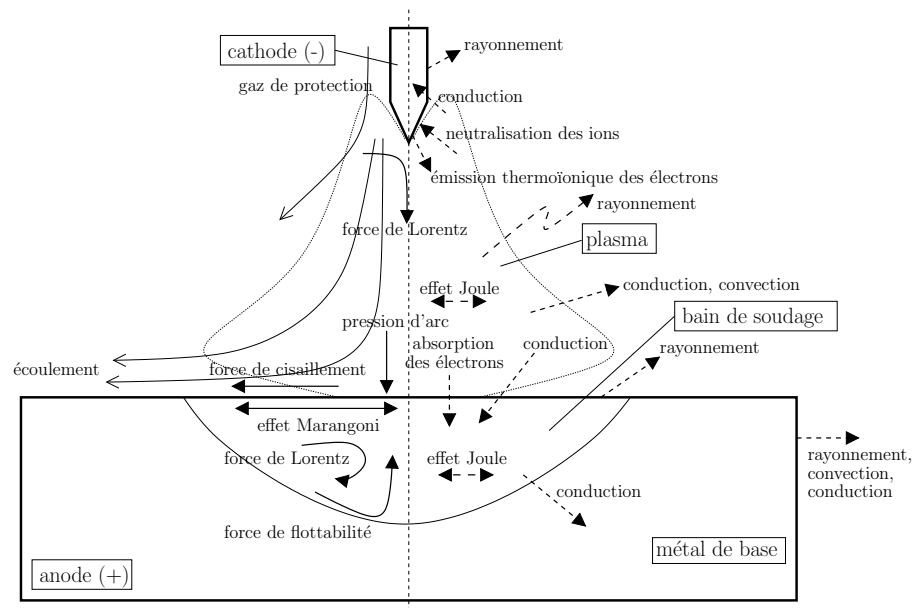


FIG. 1.2 – Phénomènes physiques pris en compte pour la description de l'arc et du bain de soudage

le type de courant, mais aussi de déterminer les paramètres opératoires pour obtenir la meilleure soudure possible. En particulier, il doit choisir :

- le type de courant (pulsé, continu,...), l'intensité (d'une dizaine d'Ampère à environ 400 A). 100 A est une valeur courante.
- la hauteur d'arc (quelques millimètres). 2 – 3 mm sont des valeurs usuelles.
- la tension (une dizaine de volts) si la hauteur d'arc n'est pas fixée.
- l'électrode de soudage (diamètre, angle d'affûtage, matériau) et le diamètre de la buse.
- le choix et le débit du gaz de couverture (entre 5 et 20 l·min<sup>-1</sup>).
- la vitesse de soudage (quelques dizaines de cm·min<sup>-1</sup>).
- ...

## 1.2 Revue des modèles physiques de la littérature

L'objectif de la thèse étant de modéliser le procédé de soudage à l'arc TIG, il convient tout d'abord de présenter les travaux réalisés dans la littérature pour la modélisation de ce procédé afin de choisir le modèle physique à traiter au cours de cette thèse.

Les différents phénomènes physiques mis en jeu déterminent l'écoulement et la répartition thermique dans l'arc électrique, la cathode, et la pièce dont le bain de soudage. Une grande partie de ceux-ci sont représentés sur la figure 1.2. Ce modèle physique, que l'on appellera modèle de référence, constitue l'état de l'art en ce qui concerne la modélisation du soudage à l'arc TIG où les phénomènes physiques interagissant dans la cathode, l'arc et la pièce sont traités de manière couplée.

De nombreux phénomènes physiques y sont négligés du fait de la difficulté liée à leur implémentation dans un modèle numérique et/ou tout simplement parce qu'ils sont mal connus. Afin d'exposer les possibilités d'amélioration des modèles arc/bain couplant les phénomènes physiques du plasma et du bain, des modèles plus complets traitant soit le plasma d'arc

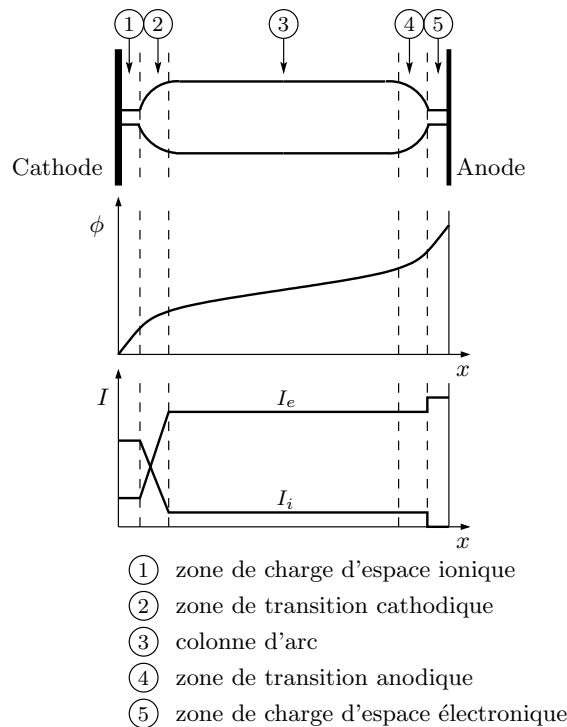


FIG. 1.3 – Répartition du potentiel électrique  $\phi$  dans l'arc et du courant  $I$  avec  $I_e$  le courant électronique et  $I_i$  le courant ionique [78]

(modèles arc) soit le bain de soudage (modèles bain) seront aussi présentés. Tout d'abord, afin d'introduire les modèles arc/bain, les différentes zones caractéristiques de l'arc de soudage sont présentées.

### 1.2.1 Les différentes zones caractéristiques de l'arc de soudage TIG

L'arc peut se diviser en cinq zones caractéristiques qui se distinguent par des variations de pente du courant et du potentiel électrique. La figure 1.3 schématise cette répartition. Les courants d'ions et d'électrons sont notés respectivement  $I_i$  et  $I_e$ .

#### 1.2.1.1 La colonne d'arc

La zone centrale (la colonne d'arc) qui représente la majorité de l'espace est un plasma souvent considéré comme étant électriquement neutre (cf. paragraphe 2.1.1.1 pour la justification) et présente une faible chute de tension. Ce plasma se compose d'atomes neutres et éventuellement de molécules, d'ions positifs (une ou plusieurs fois chargés selon la valeur de la température), d'électrons et d'ions négatifs si le gaz est plasmagène. Dans cette colonne d'arc, le gaz est à une température suffisamment élevée pour être conducteur électrique. Par exemple, pour l'argon avec un courant de soudage de 200 A, la température de la colonne à la pointe de la cathode est d'environ 20 000 K [31]. À de telles températures, les molécules de gaz sont dissociées complètement ou partiellement en atomes ionisés. Dans cette colonne d'arc, les électrons sont chauffés par effet Joule. Ensuite, le surplus d'énergie est transmis aux particules lourdes (neutres et ions) surtout au travers de collisions élastiques. L'efficacité du transfert d'énergie par ces collisions élastiques est faible, car il est proportionnel au rapport des masses des particules en présence.

Or, la haute densité de puissance mise en jeu dans un arc de soudage TIG produit une densité électronique et des fréquences de collisions suffisamment élevées pour tendre vers une bonne équipartition de l'énergie cinétique. Une fois cet état atteint (ou supposé atteint), la température est identique pour toutes ces espèces, et l'équilibre thermodynamique local (ETL) est vérifié. Cette hypothèse est souvent admise dans la colonne d'arc [78]. En revanche, si l'on s'écarte de l'ETL, chaque espèce doit avoir une température propre. Ceci est notamment le cas au niveau des couches anodique et cathodique où les phénomènes physiques impliqués introduisent des écarts entre les densités électronique et ionique et entre les températures de chacune des espèces mises en jeu.

### 1.2.1.2 Les zones cathodique et anodique

Ces zones, où le potentiel électrique baisse considérablement sur une courte distance, sont les interfaces entre le plasma et les électrodes. On a, d'une part, la zone cathodique composée d'une zone de charge d'espace ionique et d'une zone de transition, et d'autre part, la zone anodique partagée entre une zone de transition et une zone de charge d'espace électronique. Ces deux zones proches des électrodes, ont une épaisseur de l'ordre de  $10^{-1}$  mm. Parce que l'équilibre thermodynamique local et la neutralité électrique ne sont pas respectés sur l'ensemble de leur domaine, les modélisations de ces zones sont différentes de celles de la colonne d'arc.

Dans ce qui suit, leur structure est présentée brièvement. Les phénomènes physiques impliqués sont décrits plus en détail dans le livre de Vacquié [78].

**La zone cathodique :** La cathode émet des électrons et recueille des ions. La zone cathodique peut être considérée comme un espace limité par deux plans parallèles, l'un émettant des électrons représentant la cathode et l'autre émettant des ions représentant la colonne d'arc. Elle est composée :

- d'une zone de charge d'espace ionique (d'environ  $1 \mu\text{m}$  pour de l'argon à 1 atm) où, globalement, la neutralité électrique n'est pas respectée. Cette charge d'espace produit une chute de potentiel électrique appelée chute cathodique.
- d'une zone d'ionisation. Les électrons issus de la cathode transfèrent par collisions leur énergie cinétique acquise par effet Joule aux molécules de gaz qui vont alors s'ioniser. Cette zone est globalement neutre mais les températures des différentes espèces présentes sont différentes.

**La zone anodique :** C'est l'espace réalisant la transition entre la colonne de plasma électriquement neutre et la pièce. Elle joue essentiellement le rôle de collecteur d'électrons. Elle se divise entre une zone de charge d'espace négative caractérisée par une chute de tension anodique, et, comme dans la zone cathodique, d'une zone d'ionisation/recombinaison en déséquilibre thermodynamique local.

## 1.2.2 Modèle définissant l'état de l'art pour la modélisation du soudage à l'arc TIG

Les modèles couplant les physiques de l'arc et du bain de soudage pour la modélisation du soudage à l'arc TIG ou MIG (avec l'électrode fusible) sont encore peu nombreux. On peut citer les modèles de Haidar [29], de Lu et al. ([47], [46]), de Fan et al. [17] et de Tanaka et al. ([71], [73], [72], [68], [75], [45], [69],...). Ils sont tous 2D axisymétrique.

Bien qu'il ne traite pas la déformation de la surface libre, contrairement à d'autres auteurs

([29], [46], [17]), le modèle de Tanaka et al., résumé en 2007<sup>1</sup> dans une revue du sujet [69], fait aujourd'hui référence parce qu'il prend en compte de manière unifiée les phénomènes physiques de la cathode, du plasma, de la pièce (dont le bain) et des interfaces arc/cathode et arc/pièce. Ce modèle, que l'on appellera modèle de référence par la suite, néglige entre autres :

- les phénomènes de turbulence,
- l'amorçage de l'arc électrique,
- l'évaporation des électrodes,
- la déformation de la surface libre du bain de soudage.

Aussi, les zones anodique et cathodique exposées au paragraphe 1.2.1 ne sont pas modélisées comme une zone à part entière du plasma d'arc, c'est-à-dire avec une modélisation physique et mathématique sur les dimensions de ces zones. Ne pas les modéliser entraîne une mauvaise estimation du bilan énergétique sur l'interface de l'anode mais aussi une mauvaise estimation du courant traversant la surface des électrodes. La tension résultante aux bornes de l'arc est alors mal estimée. En effet, puisque les hypothèses d'ETL et de neutralité électrique ne sont pas respectées, les températures et densités des différentes espèces (électrons, ions,...) doivent être séparées afin de calculer, grâce à la physique de ces zones, les flux et densités de courant spécifiques à chacune des espèces, les sauts de tension anodique et cathodique, et ainsi déterminer plus finement le flux de chaleur et la densité de courant totale sur la surface des électrodes. Cependant, à cause de la complexité de tels modèles, l'état de l'art actuel pour la modélisation du soudage à l'arc TIG, et le modèle de Tanaka et al. [69] en particulier, se limitent à l'introduction de sauts énergétiques au niveau de l'interface des électrodes afin de prendre en compte les contributions énergétiques supplémentaires en ces zones. Celles-ci seront présentées par la suite.

Les contributions traitées dans chacun des domaines puis aux interfaces entre ceux-ci sont détaillées dans ce qui suit et listées sur la figure 1.2.

### 1.2.2.1 La cathode

À la cathode, la température de fusion du métal est supposée ne pas être atteinte et donc il n'y a pas création de bain liquide. C'est pourquoi, seuls les phénomènes de conduction thermique et électrique sont pris en compte. Aussi, l'effet Joule, qui est la transformation de l'énergie électrique en chaleur, est considéré comme seule source d'énergie volumique.

### 1.2.2.2 Le plasma d'arc

Dans l'arc, outre les phénomènes de conduction et convection, les phénomènes physiques modélisés sont listés dans ce qui suit :

**La force de Lorentz (ou force électromagnétique) :** Elle est la force exercée sur une particule chargée en présence d'un champ magnétique. Elle est dirigée vers l'axe de l'arc et son intensité augmente avec le courant appliqué au procédé.

**La force de gravité :** Bien que Tanaka et al. [69] prennent en compte la gravité dans l'arc, de nombreux auteurs la néglige. En effet, de part les vitesses élevées présentes dans l'arc (de l'ordre de  $300 \text{ m.s}^{-1}$  pour un arc d'une hauteur de 1 cm pour 200 A), et de la faible masse des espèces, les forces de gravité ont un effet négligeable sur l'écoulement. Cette conclusion peut être aussi justifiée par le calcul du nombre de Froude

---

<sup>1</sup>2 ans après le début de cette étude

$Fr = \frac{\text{force d'inertie}}{\text{force de gravité}} = \frac{u^2}{gl}$ . Pour une vitesse caractéristique  $u_*$  de  $300 \text{ m.s}^{-1}$ , une longueur caractéristique  $l_*$  de  $2 \text{ mm}$  (voir paragraphe 2.1.4), on trouve  $Fr = 4,6.10^6$ , ce qui est très supérieur à 1. La gravité peut donc être négligée dans l'arc.

**L'effet Joule :** C'est la principale source thermique dans le plasma [52]. Il contribue à 97 % dans la création de chaleur [68].

**Le rayonnement du plasma :** C'est un élément important de perte d'énergie. En effet, Gonzalez et al. [24] ont montré que la puissance rayonnée correspond environ à 25 % de la puissance injectée dans le plasma (arc de  $1 \text{ cm}$  dans de l'argon avec un courant de  $200 \text{ A}$ ). L'état de l'art actuel se limite souvent à l'utilisation d'un coefficient d'émission nette. Il traduit le bilan entre l'émission du rayonnement et son auto-absorption dans le plasma et est dépendant de la température locale du plasma. Le succès de son utilisation peut s'expliquer par les raisons suivantes [78] :

- le coefficient d'émission nette représente en général une bonne approximation de l'énergie que perdent par rayonnement les régions les plus chaudes du plasma (parce que les gradients de température y sont souvent les plus faibles), et il permet donc un calcul correct de la température dans ces régions ;
- l'utilisation du coefficient d'émission nette dans les modèles numériques d'arc est extrêmement simple ; par cette approche, il est aisé de tenir compte de l'influence de la nature du gaz, ou de la vapeur, constituant le plasma (particulièrement important en présence de vapeurs métalliques).

**La diffusion ambipolaire :** Tanaka et al. [73] (modèle arc/bain), ou Sansonnes et al. [65], introduisent la diffusion ambipolaire, qui est la diffusion des particules chargées dans le plasma lorsque celles-ci diffusent à la même vitesse [78].

Cette théorie a pour objectifs de calculer les densités ionique et électronique dans le plasma afin, de rendre compte d'écarts à l'ETL (Équilibre Thermodynamique Local) (cf. paragraphe 1.2.1.1), de déterminer les densités de courant ionique et électronique, mais aussi de mieux évaluer la conductivité électrique du plasma en fonction de la température et de la densité des électrons. En effet, proche des électrodes où la température est faible, la conductivité électrique de l'argon est quasi-nulle lorsque l'on utilise l'hypothèse d'ETL, rendant ainsi les régions au voisinage des électrodes non conductrices.

Parce que les effets de la diffusion ambipolaire sur les densités électronique et ionique sont limités aux régions proche des électrodes et parce que l'utilisation de cette théorie entraîne un travail conséquent d'implémentation et un temps de calcul plus long, elle est rarement implémentée dans les autres modèles arc/bain ([29], [17],[46], [33]). Lowke et Tanaka [70] propose une méthode permettant de ne pas traiter la diffusion ambipolaire tout en ayant une valeur de densité de courant similaire à celle calculée avec la théorie de la diffusion ambipolaire. Cette méthode sera présentée au paragraphe 3.3.1.

### 1.2.2.3 Le bain de soudage

Dans le bain de soudage, outre les phénomènes de conduction et de convection, les contributions volumiques modélisées sont décrites ci-dessous. En particulier, la figure 1.4 représente les différents écoulements que peuvent engendrer chacune des forces présentes dans le bain de soudage et en sa surface libre.



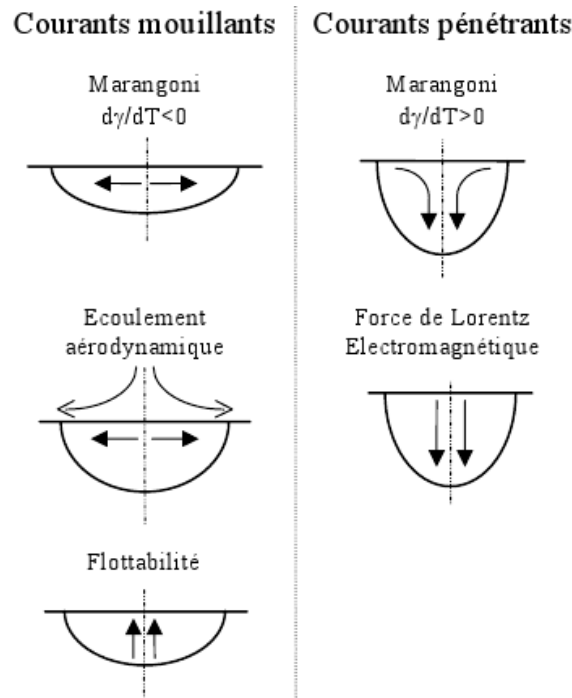


FIG. 1.4 – Les différents écoulements engendrés par chacune des forces présentes dans le bain de soudage [59]

**La force de Lorentz :** Elle est dirigée vers l'axe de soudage et va avoir tendance à creuser le bain (cf. figure 1.4). Pour leur configuration, Tanaka et al. [73] démontrent que les vitesses engendrées par cette seule force sont environ quatre fois plus faibles que celles causées par les seules forces de cisaillement de l'arc sur le bain et de gradient de tension de surface (cf. paragraphe 1.2.2.5). En revanche, elles sont environ trois fois plus élevées que celles engendrées par la seule force de flottabilité.

**La force de flottabilité :** Dans le bain, des gradients de densité créent des mouvements de convection naturelle que l'on peut modéliser par une force de flottabilité. Dans le cas d'un bain de soudage, cette force engendre des courants convectifs ayant tendance à élargir le bain (cf. figure 1.4). Cependant, Tanaka et al. [68] concluent que sa contribution sur l'écoulement est faible puisque les vitesses créées par cette seule force sont dix fois moins élevées que celles causées par les seules forces de gradients de tension de surface et de cisaillement de l'arc sur le bain.

**Changement de phase liquide/solide :** Il se traduit par une variation importante d'enthalpie dans la zone pâteuse (zone entre les températures du solidus et du liquidus) et par des dissipations par friction dans cette même zone qui vont engendrer une forte diminution de la vitesse de l'écoulement en cette frontière liquide/solide. Bien que ce dernier point ne soit pas abordé dans les travaux de Tanaka et al. [73], des auteurs comme Fan et al. [17] ou Zhang et al. [81] incluent un terme spécifique dans leur modèle afin de pouvoir traiter l'écoulement dans cette zone et surtout annuler la vitesse de l'écoulement à la frontière de la partie solide de la pièce. Ce terme sera présenté au paragraphe 2.2.1

**L'effet Joule :** Il est aussi traité dans le bain de soudage bien que sa contribution soit négligeable [68].

**Échange avec le milieu extérieur :** Les surfaces extérieures de la pièce échangent avec l'air extérieur grâce aux phénomènes de convection, rayonnement et conduction.

#### 1.2.2.4 Interface plasma/cathode

Des phénomènes spécifiques tels que la neutralisation des ions par la cathode, l'émission thermoïonique, et le rayonnement de la surface de la cathode sont introduits dans le bilan énergétique à la surface de la cathode. Ce bilan d'énergie s'écrit, selon Tanaka et al. [69] :

$$q_{\text{total,cathode}} = q_{\text{cond,plasma}} - s_{\text{rayonnement,interface}} + s_{\text{ion}} - s_{\text{emis}} \quad (1.1)$$

où :

- $q_{\text{cond,plasma}}$  est le flux de chaleur transmis du plasma à la cathode par conduction.
- $q_{\text{total,cathode}}$  est le flux de chaleur total reçu par la cathode.
- $s_{\text{rayonnement,interface}}$  permet de prendre en compte les pertes par rayonnement de la surface cathodique.
- $s_{\text{ion}}$  est le flux de chaleur gagné par la cathode lorsque les ions lui transmettent leur énergie lors de leur neutralisation.
- $s_{\text{emis}}$  représente la puissance perdue par la cathode lorsqu'elle émet des électrons. Cette émission électronique est souvent thermoïonique pour le soudage TIG. Celle-ci est la conséquence de l'échauffement de la surface de la cathode car à la pointe de l'électrode, l'énergie des électrons dépasse la fonction de travail du matériau (énergie nécessaire pour arracher les électrons). Pour les électrodes en tungstène pur la valeur de la fonction de travail étant élevée, il faut atteindre la température de fusion de la cathode pour obtenir une émission thermoïonique. Afin d'abaisser la valeur de la fonction de travail de l'électrode et éviter sa fusion, des oxydes de thorium ( $\text{ThO}_2$ ), de zirconium ( $\text{ZrO}_2$ ) ou de cérium ( $\text{CeO}_2$ ) sont ajoutés au tungstène.

#### 1.2.2.5 Interface plasma/anode

Des phénomènes surfaciques supplémentaires sont introduits au bilan énergétique et de forces au niveau de l'interface entre le plasma et la pièce (ou anode). Dans le modèle de Tanaka et al. [69], le bilan d'énergie à la surface de l'anode est décrit par l'équation suivante :

$$q_{\text{total,anode}} = q_{\text{cond,plasma}} - s_{\text{rayonnement,anode}} + s_{\text{abs}} \quad (1.2)$$

où :

- $q_{\text{cond,plasma}}$  est le flux de chaleur transmis du plasma à l'anode par conduction.
- $s_{\text{rayonnement,anode}}$  permet de prendre en compte les pertes par rayonnement de la surface anodique.
- $s_{\text{abs}}$  est l'opposé de l'effet thermoïonique. Ce terme représente l'énergie que délivre les électrons à l'anode lorsqu'ils rentrent dans celle-ci.

Dans le modèle de Tanaka et al. [69] la surface libre est supposée indéformable et non perturbée par la pression de l'arc et plus généralement par la force normale causée par l'écoulement de l'arc sur la surface du bain. En revanche, en cette surface, la force tangentielle totale  $F_{\text{total,bain}}$  appliquée s'écrit :

$$F_{\text{total,bain}} = F_{\text{cisaillement,plasma}} + F_{\text{marangoni}} \quad (1.3)$$

où :

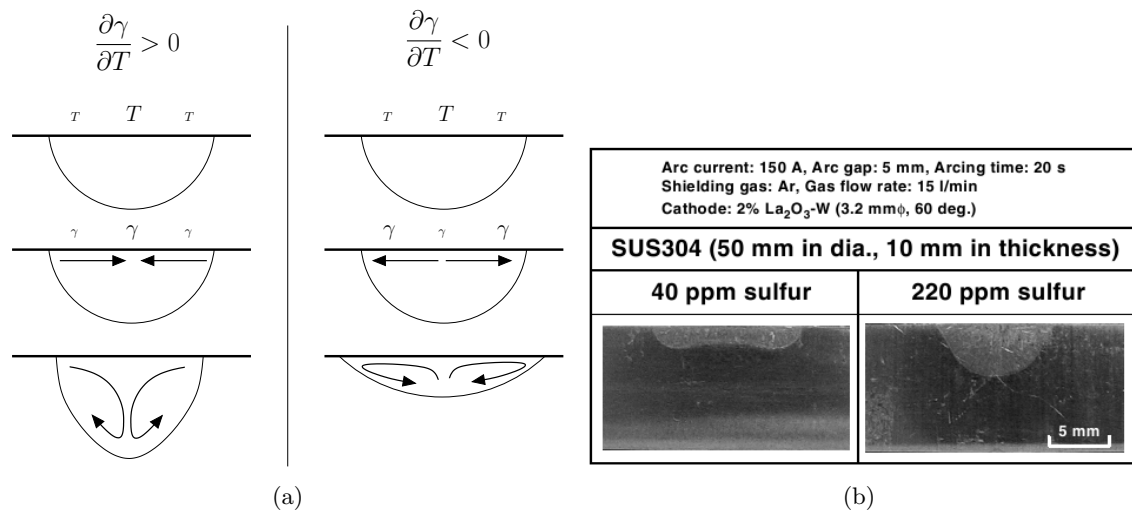


FIG. 1.5 – (a) : influence du gradient de tension de surface et donc du coefficient de thermodépendance de la tension de surface sur la géométrie du bain de soudage, (b) : influence de la concentration en soufre sur la géométrie du bain [69]

- $F_{\text{cisaillement,plasma}}$  est la force de cisaillement sur le bain causée par l’écoulement du plasma et du gaz sur la surface du bain. Elle tend à élargir le bain [73].
- $F_{\text{marangoni}}$  est la force causée par les gradients de tension de surface.

**La force de tension de surface et l’effet Marangoni :** Cette tension de surface ou tension superficielle caractérise un phénomène d’équilibre des particules en surface. Elle est à l’origine d’écarts de comportement d’un liquide ou d’un gaz par rapport aux lois de l’hydrostatique. Les valeurs de cette tension sont dépendantes de la température, mais aussi de la concentration en soluté<sup>2</sup> comme par exemple le soufre. Sur une surface libre, il peut exister un gradient de tension de surface qui engendre des mouvements de convection ou courants Marangoni. Ceci est alors le résultat de migrations de particules des régions à faible tension superficielle vers une région à forte tension superficielle. En résumé, ces mouvements ont deux moteurs :

- la présence d’un gradient de température en surface,
- l’existence d’un gradient de concentration issu d’une hétérogénéité dans la distribution des solutés au sein du liquide.

Dans le cas du soudage, il existe bien évidemment un fort gradient thermique sur la surface du bain. En effet, la température peut varier de la température de vaporisation au centre du bain à la température du solidus sur les bords du bain. Cette variation peut être de l’ordre de  $1000 \text{ K}\cdot\text{cm}^{-1}$ .

La figure 1.5(a) illustre l’influence du coefficient de thermodépendance de la tension de surface  $\left(\frac{\partial\gamma}{\partial T}\right)$  sur la forme du bain de soudage. On peut remarquer que lorsqu’il est négatif, le bain résultant aura tendance à “mouiller”, c’est-à-dire à s’élargir. En revanche, lorsqu’il est positif, la pénétration sera plus importante et la largeur du bain plus faible. Ces deux géométries distinctes sont exposées sur la figure 1.5(b) où seule la concentration du soufre dans la pièce est différente.

Un soluté dont la tension superficielle propre est inférieure à celle du solvant est dit tensio-

<sup>2</sup>espèce minoritaire du matériau

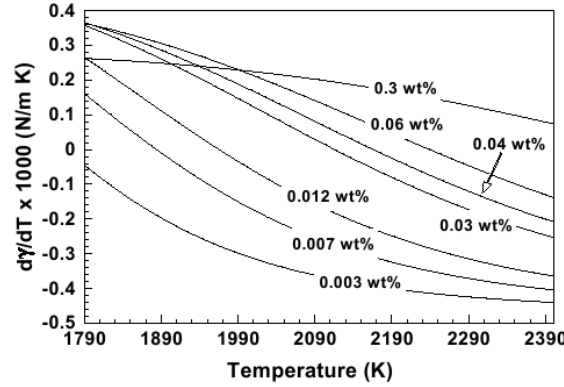


FIG. 1.6 – Évolutions de  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  avec la température (K) du couple Fe-S [55]

actif. S'il migre en surface il va abaisser la valeur de la tension superficielle et donc modifier le coefficient  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  pour qu'il devienne, par exemple, positif. Cependant, cet effet tensioactif peut s'inverser au delà d'une certaine température (appelée  $T_c$ ) et donc modifier le signe de  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$ . La figure 1.6 permet d'illustrer ce fait. Ces évolutions ont été calculées à partir de l'expression proposée par Sahoo et al. [64] :

$$\gamma(T, a_k) = \gamma_f - A_g(T - T_f) - RT\Gamma_s \ln \left[ 1 + k_1 a_k \exp \left( -\frac{\Delta H^0}{RT} \right) \right] \quad (1.4)$$

Où  $\gamma_f$  est la tension de surface du métal pur à sa température de fusion  $T_f$ ,  $A_g$  l'opposé de  $\partial\gamma/\partial T$  pour le métal pur,  $T$  la température de surface,  $R$  la constante des gaz parfaits,  $\Gamma_s$  l'excès de concentration en soluté une fois la surface saturée,  $k_1$  un paramètre fonction de l'entropie de ségrégation,  $a_k$  l'activité de l'espèce  $k$  dans la solution et  $\Delta H^0$  est l'enthalpie standard d'adsorption.

Ce changement de signe de  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  conduit ainsi à une inversion des courants Marangoni<sup>3</sup> pour une température supérieure à la température  $T_c$  et peut donc modifier la forme du bain de soudage (figure 1.7). Cependant, afin de simplifier sa modélisation,  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  est pris constant par Tanaka et al. [69].

### 1.2.3 Les avancées majeures dans la modélisation de l'arc ou du bain

Le modèle arc/bain présenté précédemment est un regroupement simplifié sur certains aspects (surface libre indéformable, modèle de zones cathodique et anodique simplifié, 2D axisymétrique,...) des modèles traitant uniquement et de manière plus complète un arc électrique (de soudage ou non) ou un bain de soudage. Afin de présenter les possibilités d'amélioration de tels modèles arc/bain, les plus values des principaux modèles arc ou bain sont présentées brièvement.

#### 1.2.3.1 Modèles arc

Bien qu'elles n'aient pas la même finalité (étude de procédé de fabrication utilisant un arc électrique (soudage, découpe,...), étude de disjoncteurs,...), de nombreuses études ont

<sup>3</sup>ou courants de gradient de tension de surface

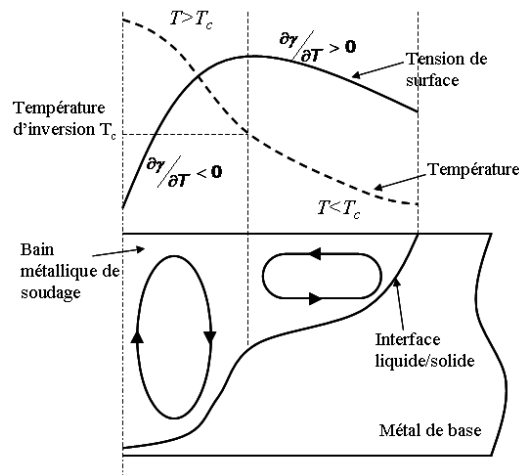


FIG. 1.7 – Inversion des courants de gradient de tension de surface [59]

pour objectifs de modéliser un arc électrique similaire. C'est pourquoi la littérature est riche sur le sujet.

Cependant, ici sont présentés les travaux de quelques équipes ayant apporté des avancées majeures dans la modélisation de l'arc électrique et figurant parmi les plus actives dans le domaine. On peut citer :

**Hsu et al. [31]** : Ils ont réalisé le premier modèle numérique arc en 1982. Il sert souvent de référence pour la validation des modèles arc développés car des mesures des températures dans la colonne d'arc sont publiées [32]. Aussi, il est, à notre connaissance, le premier modèle à considérer deux températures (une pour les électrons et une autre pour les particules lourdes : ions, argon). Il a ainsi affiné la description des zones cathodique et anodique [32] en n'utilisant pas l'hypothèse d'ETL dans ces zones.

**Les équipes de Lowke et al. ([41], [42], [43], [82], [65]) et de Tanaka et al. ([74], [70])** : Elles ont été des acteurs majeurs concernant la prise en compte de la théorie de la diffusion ambipolaire dans l'arc électrique et dans la définition des bilans énergétiques locaux aux interfaces arc/électrodes tels qu'ils sont définis au paragraphe 1.2.2.

**Le laboratoire Laplace (Université Paul Sabatier, Toulouse)** : Il est aujourd'hui un acteur majeur dans le développement et la complexification des modèles arc. Ils ont ainsi développé un modèle 3D prenant en compte les vapeurs métalliques de la pièce, et étudié le phénomène de turbulence dans un arc. Ils ont aussi réalisé un modèle arc où la zone cathodique est traitée dans sa globalité (zones de gaine et de pré-gaine).

Selon les publications de ce laboratoire ([24], [23], [38]), la prise en compte des vapeurs métalliques permet d'augmenter la valeur des termes de transport (conductivités thermique et électrique, coefficient d'émission nette, ...) [38], d'augmenter les pertes par rayonnement et ainsi de refroidir le plasma (effet plus prononcé au niveau de l'anode). La puissance rayonnée peut atteindre 50% de la puissance totale de l'arc [24]. Ceci a pour effet de réduire le flux de chaleur total transmis à la pièce [38]. Par exemple, Lago [38] trouve que pour une anode en fer l'énergie transmise est plus faible d'environ 15 % lorsqu'il y a une contamination du plasma par des vapeurs métalliques de fer, pour un arc sous argon

à 200 A. C'est pour tout cela que, dans beaucoup de situations, ces vapeurs ont un rôle non négligeable sur la description de l'arc électrique. Cependant, les prendre en compte demande un travail conséquent en développement et implique de connaître les évolutions de toutes les propriétés thermophysiques du gaz en fonction du pourcentage en vapeurs métalliques et de la température. C'est pour cela que bien souvent, la prise en compte des vapeurs métalliques n'est pas réalisée.

Gonzalez et al. [25] ont aussi développé un modèle 3D afin d'étudier l'influence d'un champ magnétique extérieur sur l'arc. Outre la performance numérique, ce modèle offre des perspectives intéressantes si l'on veut modéliser par exemple un arc mobile comme lors d'une réelle opération de soudage à l'arc TIG. Cependant, les temps de calcul importants rendent aujourd'hui difficile la résolution 3D d'un modèle couplé arc/bain.

Ce même laboratoire et Bauchire et al. [2] en particulier, ont étudié la turbulence du plasma d'arc. Il conclut que la représentation de la turbulence est indispensable dans beaucoup de situations pour rendre compte de l'entraînement du gaz de couverture. En effet, ces simulations mettent bien en évidence une zone turbulente à la périphérie de l'arc et une zone laminaire au coeur de l'arc.

Enfin, Cayla [10] a réalisé un modèle permettant de décrire finement la zone cathodique et son interaction avec le plasma dans une modélisation globale incluant la cathode et le plasma. La méthode développée permet d'assurer de manière auto-cohérente les conservations du courant et de l'énergie dans ces zones. En effet, la description physique plus complète de la région (modèle à deux températures, prise en compte des phénomènes d'émission secondaire<sup>4</sup> et de rétrodiffusion des électrons<sup>5</sup>) se trouvant au proche voisinage des électrodes permet de calculer les sauts de potentiel de cette zone responsables du surplus d'énergie à la cathode d'origine électrique.

En revanche, pour le modèle de Tanaka et al. [69], où aucun traitement particulier en ces zones n'est réalisé pour la conservation du courant, les grandeurs électriques trouvées sont erronées car elles ne sont pas cohérentes avec les contributions énergétiques ajoutées à la surface de la cathode. Cependant, parce que les temps conséquents nécessaires pour l'implémentation du modèle de Cayla [10] et parce que les contributions énergétiques d'origine électrique trouvées prépondérantes sont celles définies dans le modèle d'interface plasma/cathode de Tanaka et al. [69] (voir paragraphe 1.2.2.4), il a été choisi d'utiliser ce dernier modèle dans le cadre de cette thèse.

### 1.2.3.2 Modèles bain

De nombreux modèles dont l'objectif est de modéliser le bain de soudage existent ([22], [56], [62], [80], [26], [81],...). En particulier, les modèles de l'équipe de Debroy et al. font référence. Elle développe des modèles 3D avec prise en compte de la déformation de surface [81] et des modèles 2D axisymétrique avec la prise en compte de  $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$  variable avec la température ([80], [60]).

La modélisation 3D est essentielle pour modéliser une réelle opération de soudage où par exemple la cathode serait mobile. Cependant, les temps de calcul conséquents d'un tel modèle sont aujourd'hui prohibitifs pour la réalisation d'un modèle arc/bain 3D.

En ce qui concerne la déformation de la surface libre, Fan et al. [18] conclut que pour un bain débouchant<sup>6</sup>, la surface libre apparaissant en dessous peut modifier profondément

<sup>4</sup>Les électrons secondaires (issus de l'ionisation) sont émis de la cathode quand une particule incidente (par exemple un ion) impacte le matériau.

<sup>5</sup>Les électrons initialement émis reviennent à la cathode.

<sup>6</sup>bain sur toute l'épaisseur

la pénétration du bain. En revanche, Lei et al. [40], concluent que la déformation de la surface soumise au plasma a une très faible influence sur les champs de température pour des courants inférieurs à 200 A lorsque le bain n'est pas débouchant, ce qui sera le cas lors de notre étude. Dans un premier temps, il ne semble donc pas primordial de traiter la déformation de la surface lorsque l'on étudie des bains non débouchants.

Enfin, la prise en compte de la variation de  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  en fonction de la température selon l'équation (1.4) ([80], [60]) est important car elle permet, d'une part, de relier la valeur de ce coefficient à la proportion massique en soluté du matériau, ce qui rend le modèle plus prédictif; et d'autre part, elle permet de prendre en compte la variation de ce coefficient par rapport à la température. Parce que la valeur et le signe de  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  modifient les courants Marangoni, il est important de considérer une telle loi dans un modèle arc/bain.

### 1.3 Définition du modèle physique choisi

À partir de cette étude bibliographique, un modèle de référence pour la modélisation couplée de l'arc et du bain de soudage a été identifié. Il a été réalisé par Tanaka et al. [71] en 2002. Des améliorations possibles de ce modèles ont aussi été présentées à travers une revue des modèles arc ou bain de la littérature. Cette thèse ayant pour objectifs de réaliser un modèle prédictif arc/bain où les données d'entrée sont les paramètres opératoires, il semble primordial d'introduire une loi comme l'équation (1.4) permettant de calculer la valeur du coefficient  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  en fonction de la quantité en soufre et de la température locale.

Contrairement au modèle de Tanaka et al. [69], l'utilisation d'un coefficient  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  variable avec la température permettra de rendre compte des modifications dans la direction de l'écoulement dans le bain dû au changement de signe de ce coefficient (voir figure 1.7).

Finalement, le modèle à traiter inclut les phénomènes physiques résumés sur la figure 1.2 et a les principales caractéristiques suivantes :

- Le plasma est considéré comme étant à l'ETL.
- L'existence d'un régime stationnaire est supposée.
- Le système modélisé est supposé être axisymétrique.
- Le régime de l'écoulement du plasma et du bain est supposé laminaire.
- La présence de vapeurs métallique dans le plasma et l'évaporation des électrodes sont négligées.
- La diffusion ambipolaire n'est pas prise en compte.
- Le rayonnement du plasma sur les électrodes est négligé.
- Le coefficient  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  est pris dépendant de la quantité initiale en soufre de la pièce et de la température locale.
- La surface de la pièce est considérée indéformable.
- À la surface de la cathode, la contribution énergétique supplémentaire d'origine électrique est supposée être uniquement composée de l'émission thermoïonique des électrons et de l'énergie gagnée par la cathode lors de la neutralisation des ions.
- À la surface de l'anode (ou la pièce), la contribution énergétique supplémentaire d'origine électrique est supposée être uniquement composée de l'énergie reçue par l'anode lors de l'absorption des électrons.

Afin d'étudier la robustesse de ce modèle, de le valider et de vérifier l'obtention des bonnes tendances sur quelques grandeurs utiles au soudeur (géométrie du bain, énergie transmise à la pièce, rendement de l'arc,...) en fonction des paramètres opératoires de soudage (courant,

## 1.4 Revue expérimentale de l'influence de quelques paramètres de soudage 19

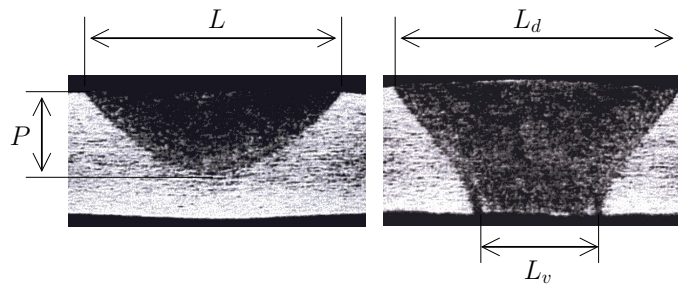


FIG. 1.8 – Coefficients pour un cordon non pénétré et un cordon pénétré à droite [13]. La pièce est en acier 304L, un courant de 50 A et les hauteurs d'arc utilisées sont de 5 mm à gauche et de 3 mm à droite.

hauteur d'arc, angle d'affûtage de l'électrode,...), une revue expérimentale de l'influence de ces paramètres sur les grandeurs citées précédemment est réalisée au paragraphe suivant.

### 1.4 Revue expérimentale de l'influence de quelques paramètres de soudage

De nombreux paramètres peuvent influencer l'importance relative entre chacun des phénomènes physiques présentés précédemment, et donc, modifier la géométrie du joint soudé et les températures obtenues dans la pièce. Dans ce qui suit, l'influence de l'intensité du courant, de la hauteur d'arc, et de l'angle d'affûtage de l'électrode sur l'énergie transmise à la pièce, le rendement de l'arc<sup>7</sup> et, la géométrie du bain, sera revue. Pour les autres paramètres (débit du gaz, vitesse de soudage,...), on pourra se référer à l'article de Mills et al. [54].

Connaître la géométrie optimale du joint soudé est primordial afin d'assurer des gains de productivité et une soudure de la qualité voulue. Il est d'usage de caractériser la morphologie du cordon par un coefficient défini de la façon suivante :

- pour un cordon non débouchant, c'est le rapport entre la pénétration et la largeur du cordon fondue sur la face endroit qui est utilisé :  $P/L$  (figure 1.8),
- pour un cordon débouchant, on utilise alors le rapport entre la largeur fondue en face envers et la largeur fondue en face endroit :  $L_v/L_d$  (figure 1.8).

Ces dimensions étant liées à l'énergie transmise à la pièce, il est intéressant d'étudier l'influence des paramètres du procédé sur cette quantité. De même, toujours en vue d'améliorer la productivité, il est essentiel d'obtenir le meilleur rendement possible. C'est pourquoi l'influence des paramètres choisis est étudiée également sur le rendement de l'arc.

#### 1.4.1 Influence de l'intensité du courant

Augmenter le courant permet d'augmenter la puissance totale injectée dans le procédé et affecte donc l'intensité des forces de Lorentz, de tension de surface, de cisaillement et de la pression de l'arc (cf. chapitre 1.3) et augmente l'effet Joule mais aussi le rayonnement de l'arc.

<sup>7</sup>Rapport entre l'énergie transmise à la pièce et l'énergie injectée dans le procédé (produit de l'intensité et de la tension aux bornes de l'arc)



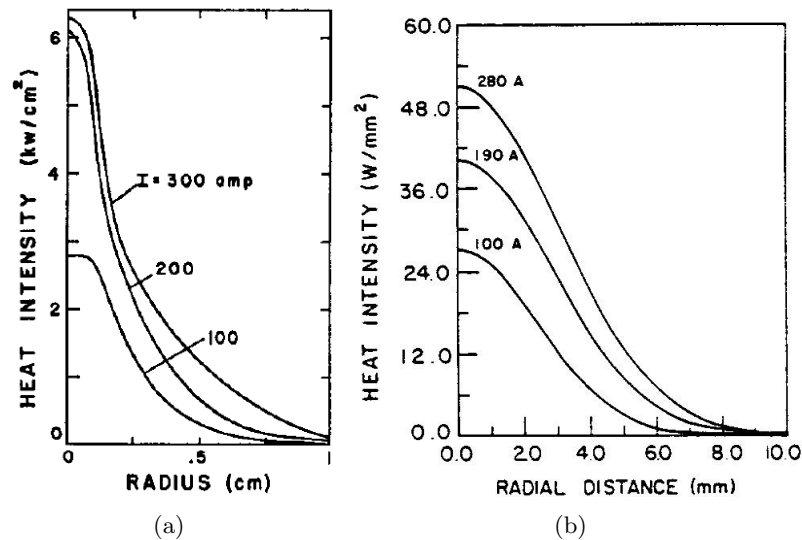


FIG. 1.9 – Évolutions du flux de chaleur sur la face endroit pour différentes intensités mesurées par Nestor [57] (a), et celles mesurées par Tsai et al. [77] (b)

#### 1.4.1.1 Influence de l'intensité du courant sur l'énergie transmise à la pièce

L'étude de Nestor [57], qui a pour objet la mesure de densités de courant et de flux de chaleur à la surface supérieure de la pièce en fonction de la valeur du courant, fait référence pour le développement de méthodes expérimentales et la validation de modèles numériques. L'influence de l'intensité sur l'énergie transmise à la pièce trouvée par ce même auteur est présentée sur la figure 1.9(a). On peut remarquer que la valeur maximale du flux de chaleur double entre 100 A et 200 A. En revanche, pour un courant supérieur, elle ne semble pas évoluer énormément. Cette dernière conclusion est contredite par les travaux plus récents de Tsai et al. [77] basés sur un dispositif expérimental équivalent à celui de Nestor [57]. En effet, comme on peut le voir sur la figure 1.9(b), la valeur maximale du flux de chaleur évolue toujours au-dessus de 200 A. Les valeurs des courbes obtenues ne sont pas comparables car les angles d'affûtage de l'électrode et les hauteurs d'arc ne sont pas équivalents. Ainsi, les différences de comportement au-dessus de 200 A peuvent être causées par la modification de ces paramètres. Enfin, pour les deux études, la distribution de la densité de courant est plus large lorsque l'intensité augmente. L'énergie totale transmise à la pièce augmente lorsque le courant augmente. L'anode utilisée pour ces expériences étant en cuivre refroidi, il n'y pas de création d'un bain de soudage.

Cependant, au vu des résultats de la littérature, ces tendances semblent s'appliquer lorsqu'il y a la présence d'un bain de fusion ([54], [7]). En effet, la figure 1.10 issue des travaux de Ghent et al. [20] illustre bien la forte augmentation de l'énergie transmise à la pièce avec le courant, puisqu'il y a environ un facteur 2 entre les énergies transmises à 90 A et à 180 A.

#### 1.4.1.2 Influence du courant sur le rendement de l'arc

Différentes équipes ont étudié l'influence du courant sur le rendement de l'arc. Leurs résultats sont présentés sur les figures 1.11 et 1.12.

Différentes méthodes ont permis de les obtenir. On peut citer la calorimétrie utilisant une enveloppe Seebeck, la calorimétrie à azote et à eau, et la méthode d'évaluation à partir

## 1.4 Revue expérimentale de l'influence de quelques paramètres de soudage 21

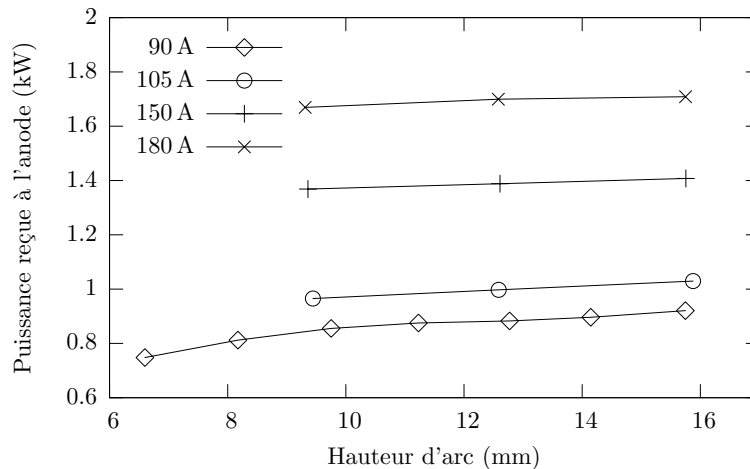


FIG. 1.10 – Énergies collectées (kW) par une pièce en acier doux en fonction de la hauteur d'arc (mm) et du courant (A) d'après Ghent et al. [20]

de la résolution de l'équation de Rosenthal [58]. Pour cette dernière, les données d'entrée sont les températures obtenues par des thermocouples positionnés sur la pièce.

En ce qui concerne le calorimètre à enveloppe Seebeck ([21], [14]), l'échantillon est placé sur la face inférieure du calorimètre. Une soudure est réalisée et le calorimètre est fermé immédiatement après. Le système de mesure utilise le principe des gradients thermiques pour produire une tension proportionnelle au flux de chaleur qui traverse les parois du calorimètre.

Le principe du calorimètre à azote est de placer, juste après l'essai, la pièce soudée dans un vase Dewar<sup>8</sup> rempli d'azote liquide. L'azote évaporé permet de calculer l'énergie récupérée par l'échantillon. Sur le même principe, on peut utiliser un calorimètre à eau [16], où l'élévation de la température de l'eau contenue dans un vase Dewar permet de calculer l'énergie qui a été transmise à l'échantillon.

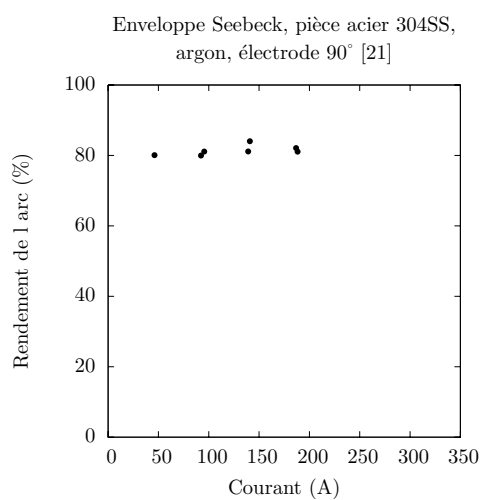
Contrairement à l'étude de Niles et al. (figure 1.12(b)), qui estiment un rendement baissant avec l'intensité et compris entre 35 et 65%, les autres auteurs concluent que le rendement de l'arc varie entre environ 70 et 80%. Ces valeurs ont été obtenues par les études plus récentes de Giedt et al. [21], Dupont et al. [14], et, Smartt et al. [67], où, pour ces trois articles une anode en acier est utilisée. Cependant, l'évolution du rendement en fonction du courant est différente pour chacune des études. En effet, sur les figures 1.11(a) et 1.11(b) le rendement n'évolue pas ou très peu avec l'intensité. Sur la figure 1.11(c), le rendement augmente jusqu'à 100 A puis diminue légèrement.

Cependant, les résultats semblent être différents pour une pièce en aluminium. C'est ce que montre la figure 1.12(a), où le rendement diminue avec l'intensité.

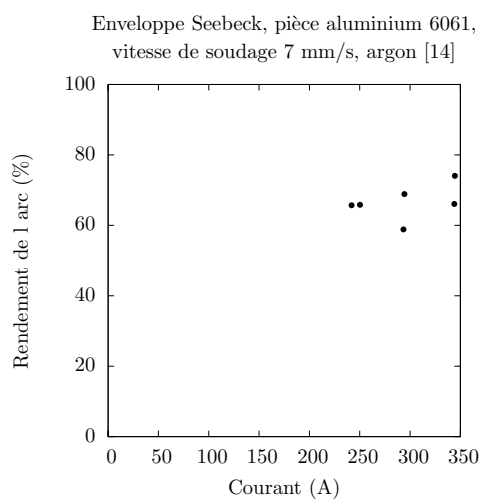
Néanmoins, les différences dans les conditions opératoires, les techniques de mesures, la gamme de courant utilisées et surtout, des résultats obtenus, ne permettent pas d'effectuer une conclusion générale concernant l'évolution du rendement en fonction du courant. *Ainsi, une étude de sensibilité numérique concernant l'influence sur le rendement, de l'intensité et d'autres paramètres tels que, par exemple, l'angle d'affûtage de l'électrode permettrait d'affirmer, ou d'infirmer, ou même encore de relier, les différentes conclusions de ces différentes études.* Ce travail sera mené au paragraphe 5.

<sup>8</sup>réceptacle conçu pour avoir une bonne isolation thermique

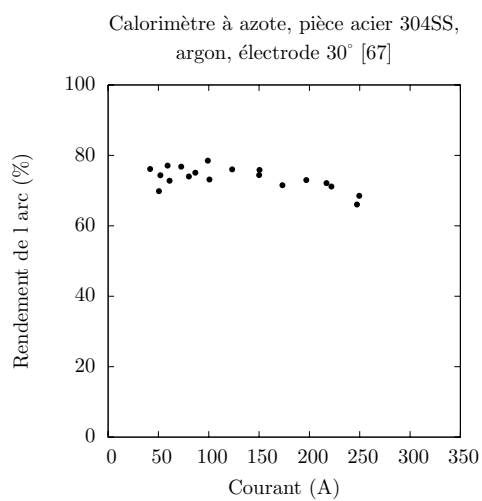
## 1.4 Revue expérimentale de l'influence de quelques paramètres de soudage 22



(a)



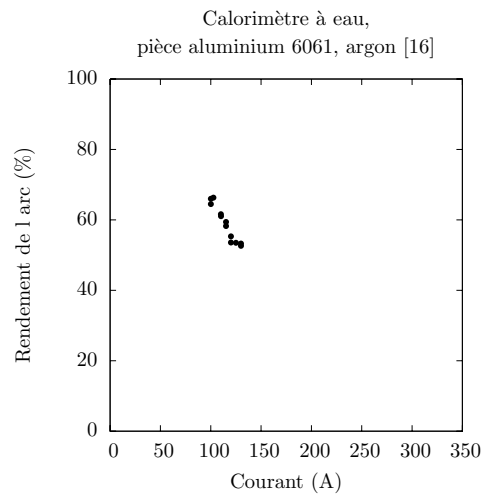
(b)



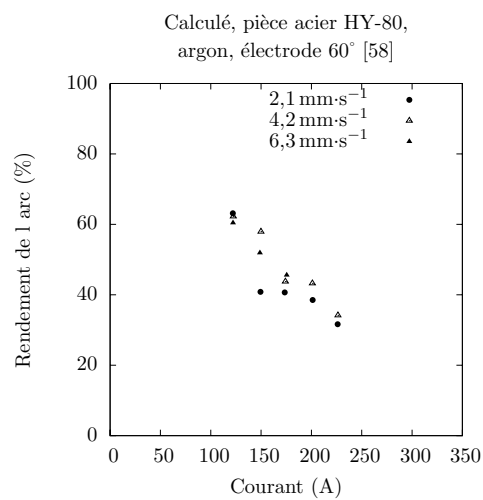
(c)

FIG. 1.11 – Rendements de l'arc (%) en fonction du courant (A) selon différents auteurs (Giedt et al. [21], Dupont et al. [14], Smartt et al. [67]) et pour différents paramètres de soudage

## 1.4 Revue expérimentale de l'influence de quelques paramètres de soudage 23



(a)



(b)

FIG. 1.12 – Rendements de l'arc (%) en fonction du courant (A) selon différents auteurs (Evans et al. [16], Niles et al. [58]) et pour différents paramètres de soudage

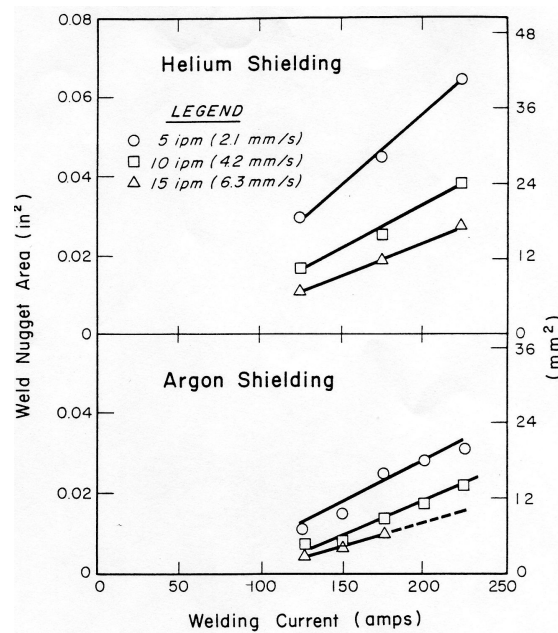


FIG. 1.13 – Évolutions de l'aire de la section du bain de soudage ( $\text{mm}^2$ ) en fonction du courant (A) d'une pièce en acier HY-80 (Niles et al. [58])

#### 1.4.1.3 Influence du courant sur la géométrie du bain

Comme il a été noté au paragraphe 1.4.1.1, l'augmentation du courant produit une énergie incidente à la pièce plus élevée. Le métal a alors une énergie plus conséquente pour sa fusion. Ainsi, le bain devrait avoir une taille plus importante. C'est ce qui ressort de l'étude de Niles et al. [58] présentée sur la figure 1.13. L'aire de la section du bain peut doubler entre 125 A et 225 A lorsque l'on utilise de l'argon comme gaz de protection. Aussi, l'augmentation des dimensions du bain est observée pour l'hélium et pour différentes vitesses de soudage.

Cependant, comme le soulignent Mills et Keene [54], la géométrie du bain n'est pas forcément comme on pourrait le prévoir, c'est-à-dire plus pénétrée pour les aciers à haut soufre, et, moins pénétrée et plus large pour les aciers à bas soufre. En effet, une augmentation du courant augmenterait l'intensité de la force électromagnétique et donc de la force de cisaillement sur la surface du bain du fait des vitesses plus élevées engendrées. La force électromagnétique favorise la pénétration alors que la force de cisaillement produit un écoulement convectif élargissant le bain. Ainsi, un courant plus élevé peut produire des changements dans l'intensité des forces opposées mises en jeu dans le bain de soudage, ce qui peut, localement, rendre prédominante l'une des forces par rapport à une autre, et causer une géométrie de bain peu intuitive.

Ainsi, il apparaît difficile d'établir une généralité concernant l'évolution du rapport  $P/L$  en fonction du courant mais aussi en fonction des autres paramètres de soudage. Cette conclusion est confirmée par les travaux visibles dans la littérature, où les évolutions du rapport  $P/L$  sont souvent très nuancées du fait des différences dans les paramètres opératoires et matériaux utilisés.

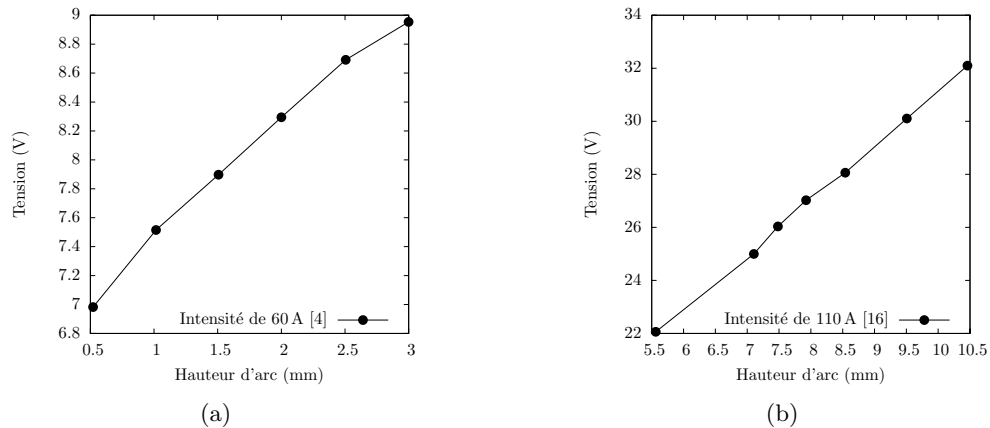


FIG. 1.14 – Relations entre la hauteur d'arc (mm) et la tension (V) obtenues par Binard et al. [4] (a) et Evans et al. [16] (b)

### 1.4.2 Influence de la hauteur d'arc

La longueur d'arc conditionne la tension de l'arc. Ainsi, une augmentation de la hauteur d'arc correspond à une augmentation de la tension et donc de la puissance totale du procédé lorsque la valeur du courant est fixée. La figure 1.14 permet d'illustrer ceci. On peut noter que pour chacune des études ([4] et [16]), il y a une relation quasi-linéaire entre la hauteur d'arc et la tension.

#### 1.4.2.1 Influence de la hauteur d'arc sur l'énergie transmise à la pièce

La puissance totale du procédé étant plus élevée lorsque la hauteur d'arc augmente, on pourrait penser à première vue que l'énergie incidente à la pièce serait plus élevée. Cependant, la figure 1.10 montre qu'il y a seulement qu'une très faible augmentation de l'énergie transmise lorsque la hauteur d'arc augmente. Aussi, comme on peut le voir sur la figure 1.15(b), l'augmentation de la hauteur d'arc conduit à une diminution de la densité d'énergie et donc, à une augmentation de la taille de la zone d'accroche de l'arc sur la pièce à souder.

L'ensemble de ces tendances est confirmé par l'étude de Tsai [76] présentée sur la figure 1.16.

#### 1.4.2.2 Influence de la hauteur d'arc sur le rendement de l'arc

Pour une valeur de courant constante, une augmentation de la hauteur d'arc conduisant à une augmentation de la puissance totale de l'arc, mais aussi à une stagnation de l'énergie incidente à la pièce, le rendement diminue donc avec la hauteur d'arc. Cette conclusion est illustrée par la figure 1.17 issue des travaux de Smartt et al. [67]. Ceci est confirmé par les travaux de Ghent et al. [20], et de Choo et al. [11]. Cette tendance est aussi observée et confirmée par la figure 1.15(a) [57] où en augmentant la hauteur d'arc, la puissance reçue à l'anode augmente moins vite que la puissance totale du procédé.

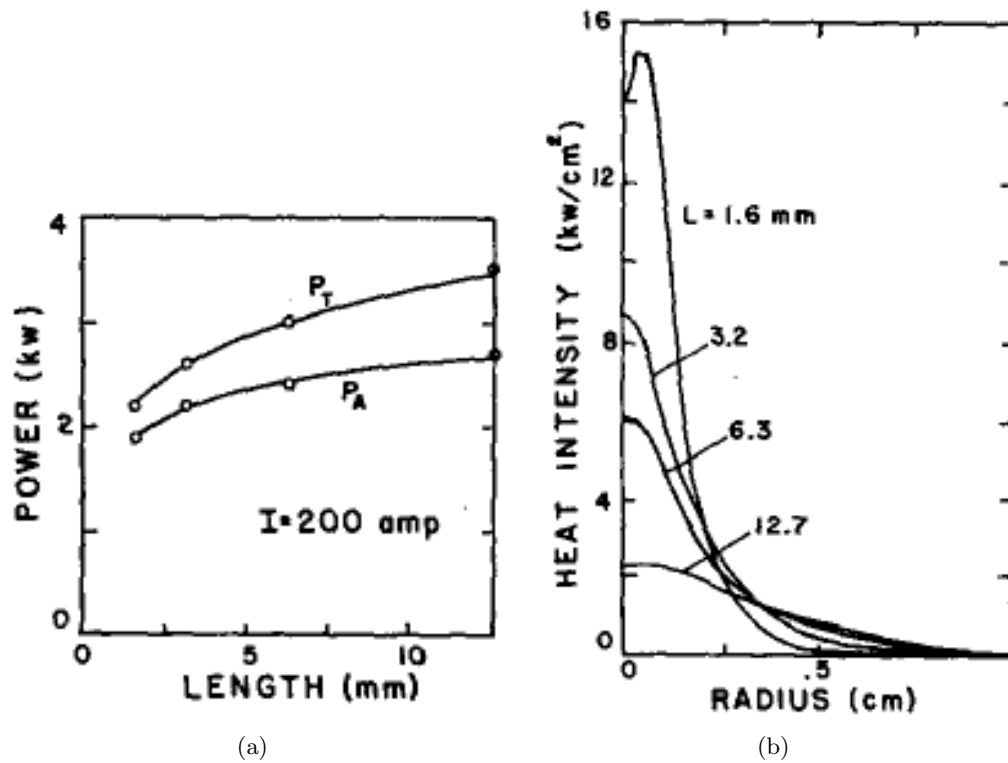


FIG. 1.15 – (a) : évolutions de la puissance totale  $P_T$  (kW) et de la puissance reçue par l'anode  $P_A$  (kW) en fonction de la hauteur d'arc (mm), (b) : évolutions du flux de chaleur ( $\text{kW}\cdot\text{cm}^{-2}$ ) en fonction du rayon de l'anode (mm) pour différentes hauteurs d'arc (mm) (Nestor [57])

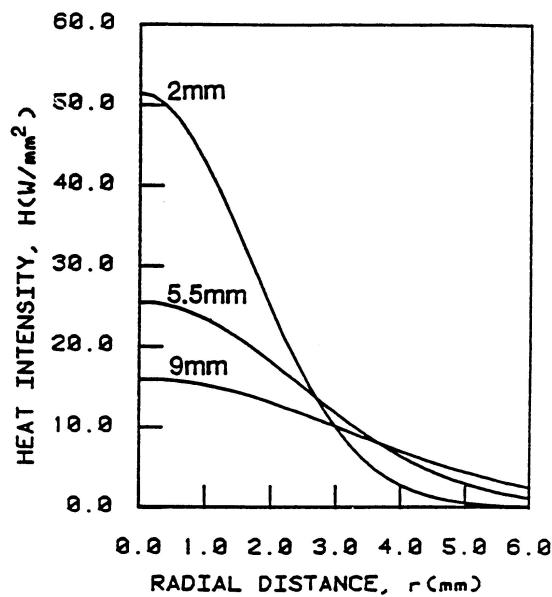


FIG. 1.16 – Distributions du flux de chaleur ( $\text{W}\cdot\text{mm}^{-2}$ ) en fonction du rayon (mm) de l'anode en cuivre pour une intensité 100 A, un angle d'affûtage de l'électrode de  $75^\circ$  et pour différentes hauteurs d'arc (mm) (Tsai [76])

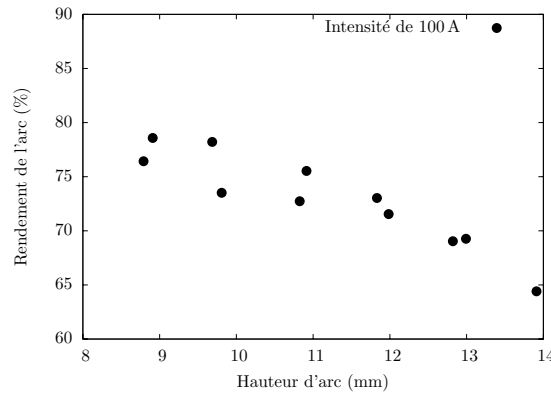


FIG. 1.17 – Évolutions du rendement de l'arc (%) en fonction de la hauteur d'arc (mm) pour une anode en 304SS, sous argon, et une électrode affûtée à 30° (Smartt et al. [67])

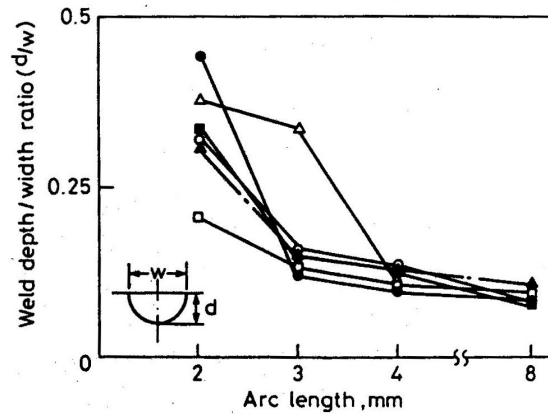


FIG. 1.18 – Évolutions du rapport  $P/L$  en fonction de la hauteur d'arc (mm) et pour différents aciers (Mills et al. [54]). Chaque symbole représente un acier.

### 1.4.2.3 Influence de la hauteur d'arc sur la géométrie du bain

Un des effets les plus importants causé par l'augmentation de la hauteur d'arc est la hausse de la force de cisaillement sur la surface du bain car plus la hauteur d'arc est importante plus la vitesse du plasma sur la surface du bain l'est. D'ailleurs, Matsunawa et al. [50] affirment que, dans le bain, cette force devient prédominante sur les autres pour de grandes hauteurs d'arc, c'est-à-dire d'environ 8 mm. Cette force vient contrecarrer la pénétration causée par l'effet Marangoni pour les aciers à haut soufre.

L'effet de la pénétration a également été étudié par Burgardt et Heiple [7]. Ils montrent que, excepté pour un type d'acier à bas soufre, plus la hauteur d'arc est faible, plus le facteur  $P/L$  est élevé, car plus la pénétration est importante. Cette tendance est en accord avec les coupes macrographiques de la figure 1.8 issues des travaux de Dorlencourt [13]. Elle l'est aussi avec les évolutions pour différents aciers présentées sur la figure 1.18. Pour des valeurs d'hauteur d'arc supérieures à 3/4 mm on peut noter une tendance à la stabilisation de ce rapport  $P/L$ . Ceci est en accord avec ce qui a été énoncé précédemment. En effet, pour des hauteurs d'arc importantes, les forces de cisaillement deviennent prédominantes, et donc la largeur du bain  $L$  augmente.



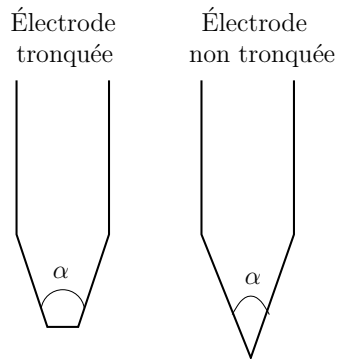


FIG. 1.19 – Géométries de l'électrode en fonction de l'angle d'affûtage  $\alpha$  et de la présence ou non d'une troncature de la pointe.

### 1.4.3 Influence de l'angle d'affûtage de l'électrode

L'angle d'affûtage de l'électrode présenté sur la figure 1.19 conditionne entre autres les relations tension/intensité, la pression d'arc mais aussi l'intensité de la force de cisaillement sur la surface du bain. En effet, comme on peut le voir sur la figure 1.20, pour tout autre paramètre constant par ailleurs, plus cet angle est important, plus la tension du procédé est basse, et donc, plus la puissance totale l'est.

#### 1.4.3.1 Influence de l'angle d'affûtage de l'électrode sur l'énergie transmise à la pièce

L'étude de Goodarzi et al. [27] présentée sur la figure 1.21(a), montre que la valeur maximale du flux de chaleur transmis à la pièce augmente lorsque l'angle d'affûtage passe de  $9,18^\circ$  à  $60^\circ$ , puis baisse lorsque l'angle augmente jusqu'à  $100^\circ$ . Ensuite, elle stagne pour des angles plus grands, excepté lorsque la hauteur d'arc est petite (2 mm) où, elle réaugmente légèrement pour des angles supérieurs à  $120^\circ$ . Au contraire, Tsai [76] constate (figure 1.21(b)), qu'il y a une augmentation d'environ 20% entre le maximum du flux de chaleur transmis à la pièce lorsque l'angle passe de  $120^\circ$  à  $30^\circ$  pour une hauteur d'arc de 5,5 mm. Cependant, bien qu'il y ait des différences entre ces valeurs, l'angle d'affûtage de la cathode semble moins influent sur le flux de chaleur transmis à la pièce que le courant et la hauteur d'arc.

D'ailleurs, Tsai conclut que le paramètre de distribution de ce flux de chaleur augmente seulement de 14% quand l'angle de l'électrode passe de  $30^\circ$  à  $120^\circ$ . Selon Heiple [30], la différence obtenue entre le pic des flux de chaleur transmis à la pièce en passant d'un angle de  $120^\circ$  à  $30^\circ$ , reviendrait à augmenter le courant de 100 A à 135 A.

#### 1.4.3.2 Influence de l'angle d'affûtage de l'électrode sur le rendement de l'arc

Comme on peut le remarquer sur la figure 1.22(a), le rendement de l'arc évolue peu avec l'augmentation de l'angle d'affûtage de la cathode. En revanche, Smartt [67] et al. concluent que le rendement diminue lorsque cet angle augmente (cf. figure 1.22(b)). Aussi, il montre que le rendement d'arc diminue lorsque le diamètre de la troncature augmente (cf. figure 1.23(b)) et quand le diamètre de l'électrode diminue (cf. figure 1.23(a)). Pour cette étude, la tension est fixée<sup>9</sup>, et donc, la puissance injectée dans le procédé l'est également. Comme il

<sup>9</sup>la hauteur d'arc varie de manière à obtenir une tension constante

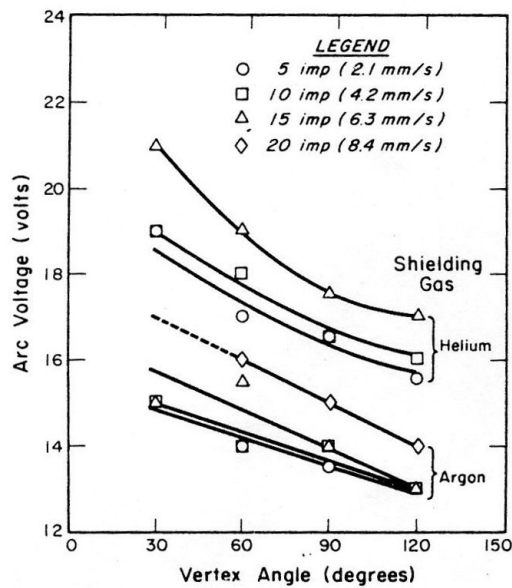


FIG. 1.20 – Variations de la tension de l'arc (V) en fonction de l'angle d'affûtage de l'électrode ( $^{\circ}$ ), du gaz utilisé, et de la vitesse de soudage ( $\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$ ) pour une hauteur d'arc de 2,54 mm, une intensité de 175 A et une pièce en acier HY-80 (Niles et al. [58])

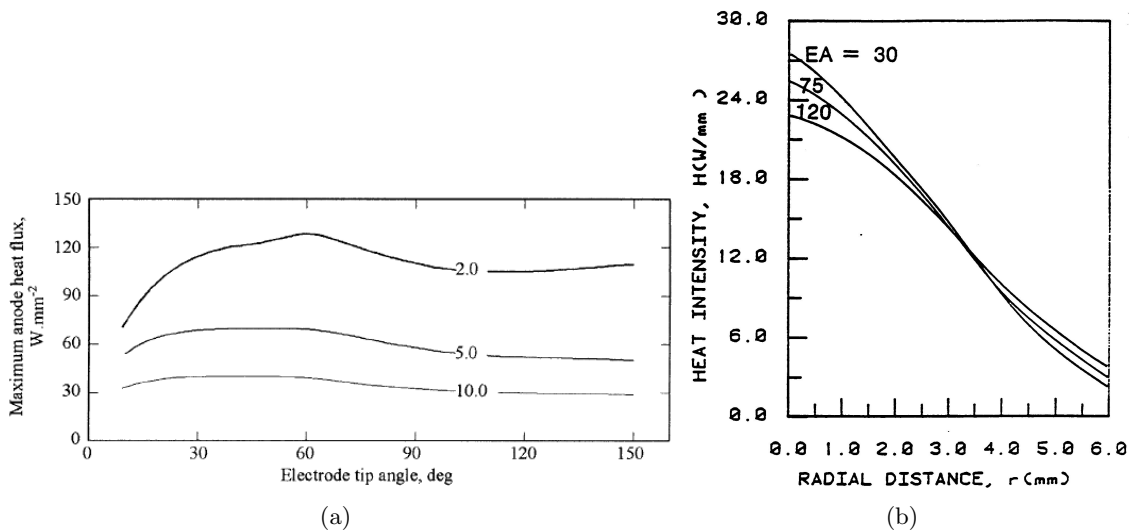


FIG. 1.21 – (a) : maximum du flux de chaleur transmis à la pièce ( $\text{W}\cdot\text{mm}^{-2}$ ) en fonction de l'angle d'affûtage de l'électrode ( $^{\circ}$ ) et de la hauteur d'arc (mm) pour un courant de 200 A (Goodarzi et al. [27]), (b) : évolutions du flux de chaleur transmis à la pièce ( $\text{W}\cdot\text{mm}^{-2}$ ) en fonction du rayon de la pièce (mm) pour un courant de 190 A et une hauteur d'arc de 5,5 mm (Tsai [76])

## 1.4 Revue expérimentale de l'influence de quelques paramètres de soudage 30

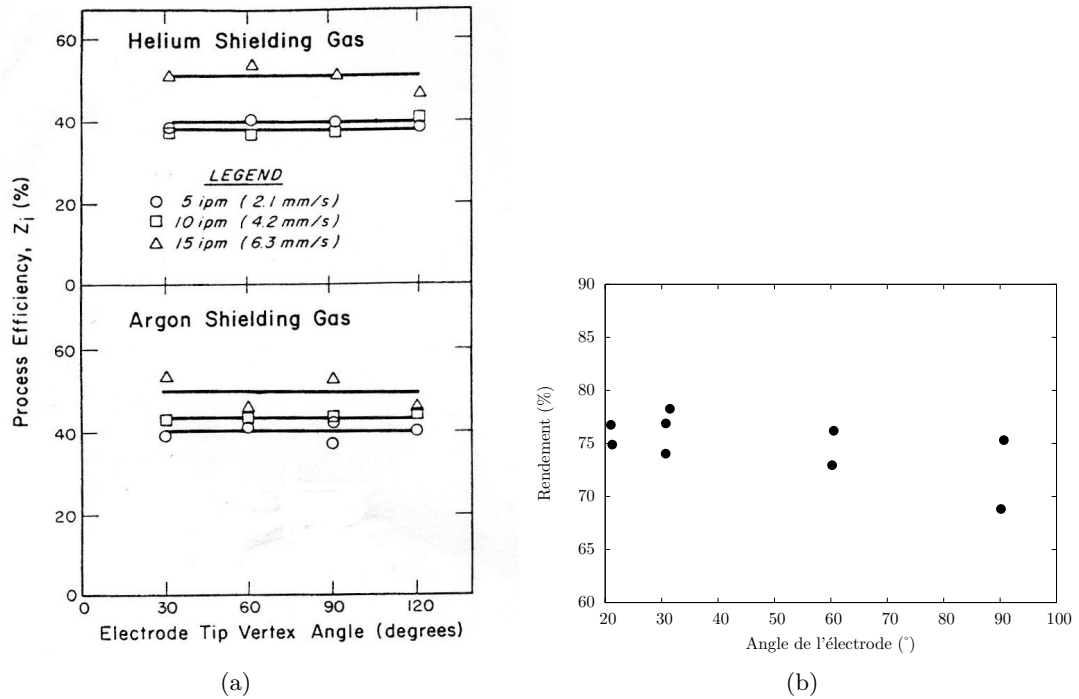


FIG. 1.22 – Rendements en fonction de l'angle d'affûtage de l'électrode pour (a) différents gaz de couverture, différentes vitesses de soudage, une pièce en acier HY-80, un courant de 175 A, et une hauteur d'arc de 2,54 mm (Niles et al. [58]), et, (b) pour de l'argon, une électrode immobile, une pièce en acier 304SS, un courant de 100 A et une tension de 10 V (Smartt et al. [67]).

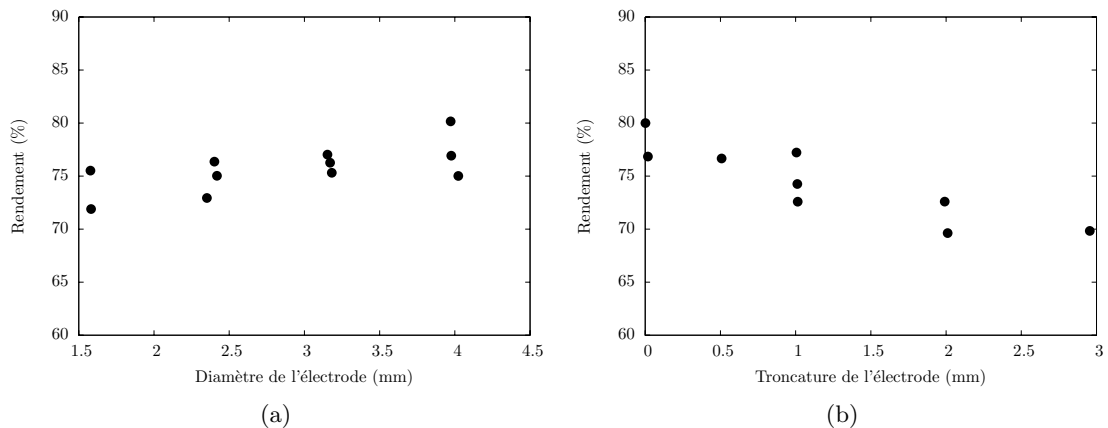


FIG. 1.23 – Influence (a) du diamètre de l'électrode (mm) et, (b) de la taille de la troncature (mm) de la pointe de l'électrode pour de l'argon, une électrode immobile, une pièce en acier 304, un courant de 100 A et une tension de 10 V (Smartt et al. [67]).

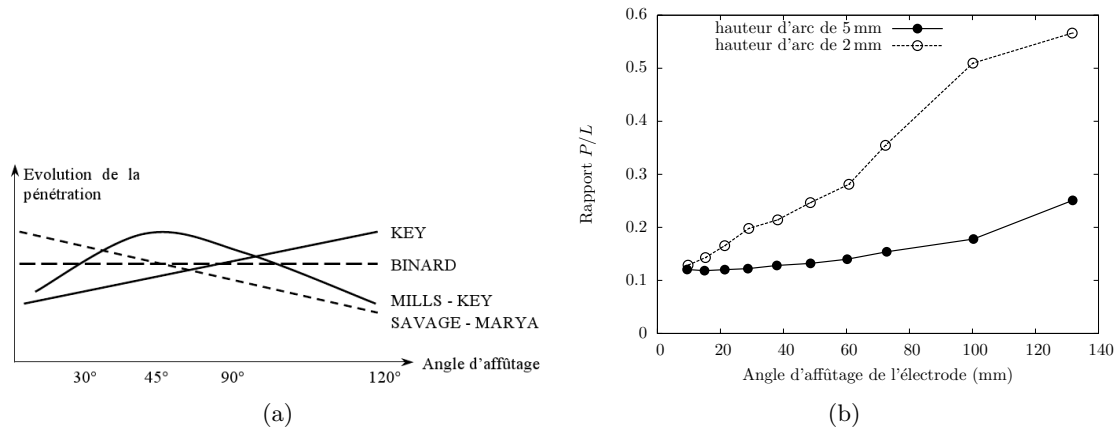


FIG. 1.24 – (a) : évolutions de la pénétration en fonction de l'angle d'affûtage de l'électrode (°) pour différentes études (différents paramètres procédé utilisés) répertoriées par Perry [59], (b) : évolutions du rapport  $P/L$  en fonction de l'angle d'affûtage de l'électrode (°) et de la hauteur d'arc (mm) pour une pièce en 304 AISI (220 ppm de soufre), une intensité de 200 A (Goodarzi et al. [26])

a été mentionné précédemment, la modification de l'angle d'affûtage de la cathode modifie la tension de l'arc. Si elle est fixée, la hauteur d'arc évolue avec la tension (cf. paragraphe 1.4.2). Ainsi, la modification du rendement observée par Smartt [67], peut être liée à la modification de la hauteur d'arc, qui a une forte influence sur le rendement (cf. paragraphe 1.4.2.2).

Aussi, sur la seule base de ces deux études répertoriées, il n'est pas possible d'établir une généralité concernant l'influence de la géométrie de l'électrode sur le rendement de l'arc.

### 1.4.3.3 Influence de l'angle d'affûtage de l'électrode sur la géométrie du bain

Tous les auteurs s'accordent vis à vis de l'importance de la modification de l'angle d'affûtage de l'électrode sur la force de cisaillement et la pression de l'arc sur la surface de la pièce. L'étude numérique de Goodarzi et al. [27] montre que le rapport  $P/L$  augmente avec la valeur de l'angle d'affûtage (voir figure 1.24(b)). Il montre aussi que la valeur de la force de cisaillement augmente avec la valeur de cet angle. Mills [54] indique que la pression de l'arc passe par un maximum pour un angle de 45°. Ces deux forces agissent de manière opposée sur la morphologie du bain fondu. La pression d'arc favorise la pénétration alors que la force de cisaillement conduit à un bain mouillant.

Les résultats de différents auteurs sur l'effet de l'augmentation de l'angle d'affûtage de l'électrode sur la pénétration sont présentés sur la figure 1.24(a) où, chacune des courbes représente une étude. Celles-ci sont toutes différentes. En effet, Binard [4] ne remarque aucun effet sur la géométrie du bain en faisant varier l'angle d'affûtage. Il indique cependant que la troncature de l'électrode semble néfaste à la pénétration. Ceci est confirmé par la figure 1.25 issue des travaux de Mills [54], où, on peut voir que la pénétration diminue avec l'augmentation du diamètre de la troncature de la pointe de l'électrode. Il remarque aussi que le diamètre du bain diminue avec le diamètre de cette troncature.

Savage et al. [66] constatent une perte de pénétration de 30 % quand l'angle varie de 30° à 120°. Key [35] observe deux comportements différents sur deux nuances d'aciers différentes. Pour l'une, la pénétration augmente avec l'angle de la cathode. Pour l'autre,

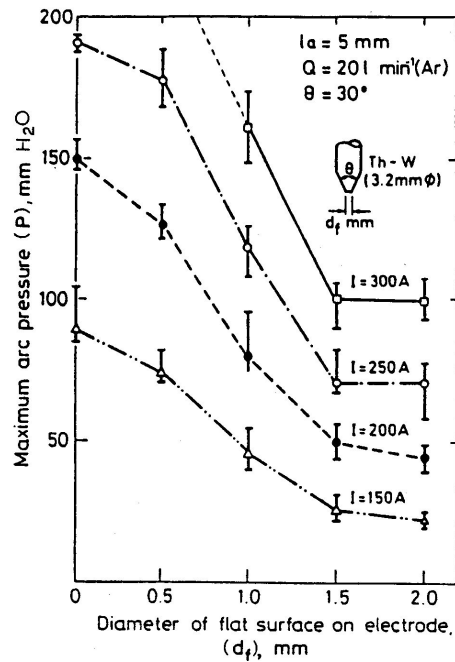


FIG. 1.25 – Évolution de la pression d'arc en fonction du diamètre de la tronçature de la pointe de l'électrode (mm) pour différentes intensités de courant (A) et une électrode affûtée à 30° (Mills et al. [54])

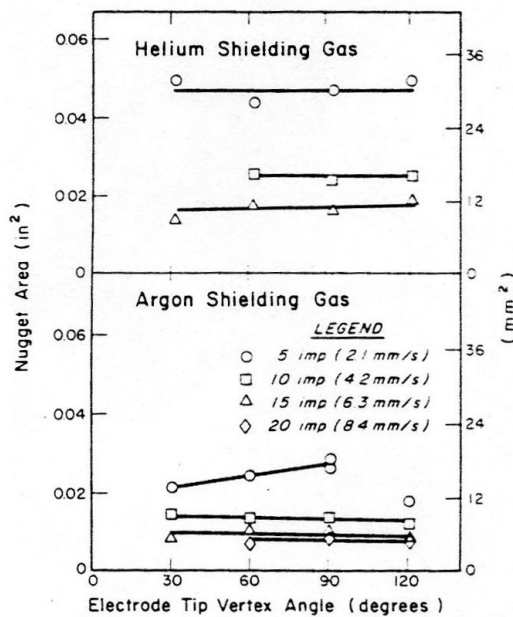


FIG. 1.26 – Variations de l'aire de la section du bain de soudage (mm<sup>2</sup>) en fonction de l'angle d'affûtage de l'électrode (°), du gaz utilisé, et de la vitesse de soudage (mm·s<sup>-1</sup>) pour une hauteur d'arc de 2,54 mm, une intensité de 175 A et une pièce en acier HY-80 (Niles et al. [58])

#### 1.4 Revue expérimentale de l'influence de quelques paramètres de soudage 33

elle augmente puis diminue en passant par un maximum pour un angle de  $45^\circ$ . Il semble, comme le souligne Key, que la nature différente des aciers testés perturbe l'interprétation. En revanche, la figure 1.26 montre que l'angle d'affûtage de l'électrode a peu d'influence sur l'aire de la section du bain de soudage excepté lorsque que de l'argon est utilisé avec une vitesse de soudage faible de  $2,1 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ .

Ainsi, l'angle d'affûtage de l'électrode peut modifier le rapport  $P/L$ . Cependant, au vue des résultats de la littérature, il est difficile d'évaluer précisément son évolution en fonction de la valeur de l'angle d'affûtage du fait de l'influence couplée de chacun des phénomènes physiques mis en jeu dans le bain de soudage.

### Conclusions du chapitre 1

Dans un premier temps, le principe du procédé de soudage à l'arc TIG a été présenté. Ensuite, un état de l'art de la modélisation du procédé et des phénomènes physiques mis en jeu dans l'arc et le bain de soudage a été réalisé. Le modèle de Tanaka et al. [69] faisant référence pour la modélisation couplée des physique de l'arc et du bain de soudage a tout d'abord été présenté. Ensuite, en vue de proposer des améliorations à ce dernier modèle, des modèles traitant uniquement l'arc ou le bain de manière plus complète ont été détaillés. Ceci a permis de choisir le modèle physique à reproduire schématisé sur la figure 1.2 et défini au paragraphe 1.3. Il correspond au modèle de Tanaka et al. [69] avec comme principales différences la considération d'un régime stationnaire et la prise en compte d'un coefficient  $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$  dépendant de la température locale de surface et du pourcentage en soufre de la pièce. C'est ce modèle qui va être décrit par l'intermédiaire du modèle mathématique défini au chapitre 2, puis développé numériquement au paragraphe 3. Ce modèle sera aussi comparé aux expériences et modèles issus de cette bibliographie au chapitre 4.

Enfin, une étude bibliographique concernant l'influence de quelques paramètres de soudage (intensité, hauteur d'arc, angle d'affûtage de l'électrode) sur l'énergie transmise à la pièce, le rendement de l'arc, et la géométrie du bain, a été exposée au paragraphe 1.4. La hauteur d'arc semble être le facteur principal pour la modification du rendement bien que, pour l'intensité, les études arrivent à des résultats contradictoires. C'est pourquoi il n'est pas possible d'estimer l'importance de ce dernier paramètre sur le rendement. En ce qui concerne l'angle d'affûtage de l'électrode, trop peu d'études ont été recensées pour juger de son influence sur le rendement.

L'intensité joue un rôle important pour la géométrie du bain puisque son augmentation cause un volume plus important. La hauteur d'arc est aussi un facteur influençant fortement les dimensions du bain, puisque le rapport  $P/L$  diminue lorsque la hauteur d'arc augmente. En revanche, les auteurs arrivent à des conclusions différentes concernant l'évolution du rapport  $P/L$  en fonction de l'angle d'affûtage de l'électrode..

Comme nous l'avons vu, les différences dans les techniques expérimentales et surtout dans les configurations utilisées peuvent aboutir à des observations contradictoires. C'est pourquoi il semble impossible pour certains paramètres d'établir une généralité concernant leur influence sur les réponses étudiées (énergie transmise à la pièce, géométrie du bain, rendement de l'arc). Ceci est sûrement dû au fait que :

- des paramètres du procédé peuvent être corrélés et donc, la modification même infime d'un paramètre autre que celui étudié, causera sûrement des différences de résultats, et ainsi, des erreurs dans l'interprétation.
- la modification de la valeur d'un paramètre modifie l'intensité de plusieurs phénomènes physiques mis en jeu. Ceux-ci agissant de manière couplée et évoluant différemment selon la valeur des différents paramètres, il est difficile d'évaluer précisément quel phénomène sera prépondérant par rapport à l'autre pour tel jeu de paramètres.

Sur ce dernier point, la simulation numérique directe du procédé de soudage à l'arc TIG est justifié afin d'apporter des éléments de réponses, qui pourront, par la suite, être utile à l'optimisation du procédé.

Aussi, une étude de sensibilité des différents paramètres opératoires à partir d'un modèle numérique est facile de mise en oeuvre et, permet de fournir des éléments d'information sur les corrélations pouvant exister entre ces différents facteurs. C'est pourquoi, une étude de sensibilité numérique est présentée au chapitre 5.

## Chapitre 2

# Description mathématique de la physique du procédé

### Sommaire

---

<b>Objectifs du chapitre 2</b>	<b>36</b>
<b>2.1 Description mathématique du plasma</b>	<b>36</b>
2.1.1 Vers une description magnétohydrodynamique	36
2.1.2 Équations de Navier-Stokes et de l'énergie	38
2.1.3 Les équations électromagnétiques	41
2.1.4 Grandeurs caractéristiques pour le plasma d'arc	41
2.1.5 Simplification des équations électromagnétiques	42
2.1.6 Approximation bas Mach pour un arc de soudage	44
2.1.7 Prise en compte de l'entrée du gaz dans le plasma	47
2.1.8 Système à résoudre dans le plasma d'arc sous sa forme dimensionnelle	48
<b>2.2 Description mathématique de l'anode et du bain de soudage</b>	<b>49</b>
2.2.1 Les termes sources spécifiques à l'anode	49
2.2.2 Système à résoudre dans l'anode	51
<b>2.3 Description mathématique de la cathode</b>	<b>51</b>
2.3.1 Système à résoudre dans la cathode	51
<b>2.4 Description mathématique de l'interface plasma/cathode</b>	<b>52</b>
2.4.1 Bilan énergétique	52
2.4.2 Bilan électromagnétique	53
2.4.3 Résumé du modèle mathématique à l'interface entre le plasma et la cathode	53
<b>2.5 Description mathématique de l'interface plasma/anode</b>	<b>53</b>
2.5.1 Bilan énergétique	53
2.5.2 Bilan des forces à l'interface	54
2.5.3 Bilan électromagnétique	55
2.5.4 Résumé du modèle mathématique à l'interface entre le plasma et l'anode	55
<b>Conclusions du chapitre 2</b>	<b>56</b>

---



## Objectifs du chapitre 2

Les objectifs de ce chapitre sont de décrire l'essentiel de la physique mise en jeu au cours du procédé de soudage à l'arc TIG, au travers d'un modèle mathématique pouvant être résolu numériquement. Pour cela, le modèle physique choisi au chapitre 1 sera traduit en termes mathématiques dans chacune des parties à résoudre : le plasma (paragraphe 2.1), la pièce (l'anode) et le bain de soudage (paragraphe 2.2), la cathode (paragraphe 2.3) ainsi que les interfaces plasma/cathode (paragraphe 2.4) et plasma/anode (paragraphe 2.5). Afin de mieux maîtriser le modèle mathématique établi et parce que la justification des hypothèses employées pour l'établissement des modèles mathématiques utilisées dans la littérature (voir paragraphe 1.3) n'est souvent pas réalisée en totalité ou très peu détaillée, les hypothèses appliquées sont récapitulées dans ce chapitre. Pour cela, la démarche a consisté à choisir puis à simplifier, étape par étape, un modèle d'écoulement se voulant le plus général possible.

## 2.1 Description mathématique du plasma

### 2.1.1 Vers une description magnétohydrodynamique

Pour un plasma à pression atmosphérique dans lequel on fait passer un courant de forte intensité, c'est-à-dire supérieur à 50 A, il est souvent possible de pousser la réduction de la description en considérant un fluide unique [12]. C'est le modèle magnétohydrodynamique qui sera construit dans la suite de ce document. Cette approche repose sur la résolution conjointe des équations de Navier-Stokes et de celles de l'électromagnétisme, couplées entre elles par l'intermédiaire de termes sources. C'est ce modèle mathématique qui est utilisé dans la majorité des modèles de la littérature présentés au chapitre 1.3.

Ce type de modèle constitue une description réduite par rapport aux modèles cinétiques. Lorsque l'écart à l'équilibre thermodynamique local (ETL) (hypothèse souvent admise dans la colonne d'arc (voir paragraphe 1.2.1.1)), et l'écart à la quasi-neutralité sont faibles, les fluides ionique et électronique sont fortement couplés par le champ électrique ambipolaire et la densité électronique suit l'évolution de la densité ionique. L'évolution d'un plasma dans un tel régime peut être décrite par la dynamique d'un fluide unique dont l'inertie est principalement due aux ions, et la mobilité aux électrons. Aussi, une telle description nécessite un paramètre de Hall petit, ainsi qu'un temps caractéristique suffisamment élevé par rapport au temps de Langmuir, et au temps de collision entre les électrons et les particules lourdes du plasma. Toutes ces conditions sont exposées au cours des paragraphes suivants.

#### 2.1.1.1 Hypothèse de quasi-neutralité

Afin d'établir l'hypothèse de quasi-neutralité, il convient de déterminer au préalable trois échelles caractéristiques du plasma [12].

- **La fréquence de Langmuir ou fréquence du plasma :**  $\omega_p$

Elle représente la pulsation propre du plasma et traduit sa réponse électronique. Des processus rapides pourront briser la neutralité locale et induire une séparation de charges. Des processus lents laisseront au plasma le temps de se réorganiser afin de neutraliser la perturbation. Elle est définie par :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e}} \quad (2.1)$$

où  $e$  est la charge élémentaire,  $n_e$  la densité électronique,  $m_e$  la masse d'un électron et  $\varepsilon_0$  la permittivité du vide.

– **Le libre parcours moyen des électrons  $\lambda_e$  :**

Elle définit la distance parcourue par un électron entre deux collisions fortes.

$$\lambda_e = \frac{k_B T}{p Q_e} \quad (2.2)$$

où  $k_B$  est la constante de Boltzmann,  $T$  la température,  $p$  la pression et  $Q_e$  la section efficace de collision des molécules du gaz.

– **La longueur de Debye  $\lambda_D$  :**

Elle constitue l'échelle spatiale caractérisant l'hypothèse de quasi-neutralité et le phénomène d'écrantage électrique (atténuation du champ électrique).

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T}{n_e e^2}} \quad (2.3)$$

Pour une température de référence de 15 000 K et un plasma d'argon à pression atmosphérique, le libre parcours moyen caractéristique  $\lambda_{e*}$  est de l'ordre de  $10^{-6}$  m [12]. Aussi, à la même température,  $n_e$  est de l'ordre de  $10^{23} \text{ m}^{-3}$  [69]. Ainsi, on a  $\lambda_{D*} = 2,67 \cdot 10^{-8}$  m et  $\omega_p = 1,78 \cdot 10^{13}$  Hz soit  $t_{p*} = \omega_p^{-1} = 5,61 \cdot 10^{-14}$  s.  $\lambda_{D*}$  est alors petit devant  $\lambda_{e*}$  qui est lui-même petit par rapport aux éléments de volume que l'on considérera lors de la modélisation de l'arc électrique.

De plus, le temps caractéristique de l'arc  $t_{plasma*}$ , calculé au paragraphe 2.1.4, est de l'ordre de  $10^{-6} \sim 10^{-4}$  s, et est largement supérieur au temps caractéristique des oscillations du plasmas  $t_{p*}$ .

Pour ces conditions, le plasma créé par l'arc électrique peut être considéré comme quasi-neutre pour une échelle de longueur supérieure à  $\lambda_{D*}$  et pour des processus plus lents que l'échelle de temps  $t_{p*}$ .

### 2.1.1.2 Paramètre de Hall

Ce paramètre, nommé  $\beta$ , est défini par le rapport entre la fréquence cyclotronique  $\omega_c$ <sup>1</sup> et  $\nu_e$  la fréquence moyenne des collisions des électrons avec les autres particules [63]. Ces fréquences s'écrivent :

$$\omega_c = \frac{eB}{m_e} \quad (2.4)$$

$$\nu_e = \frac{n_e e^2}{m_e \sigma} \quad (2.5)$$

où  $B$  est l'induction magnétique et  $\sigma$  la conductivité électrique.

En choisissant les valeurs caractéristiques définies au paragraphe 2.1.4, on trouve  $t_{c*} = \omega_c^{-1} \approx 2,8 \cdot 10^{-10}$  s,  $t_{e*} = \nu_e^{-1} \approx 2,8 \cdot 10^{-12}$  s et  $\beta = 0,01$ . Ainsi, on trouve que le plasma est fortement collisionnel car  $t_{e*} \ll t_{c*}$ . L'effet du champ magnétique sur les particules chargées est alors interrompu par les collisions avec les autres particules et est donc négligeable.

Le temps caractéristique de l'arc  $t_{plasma*}$  (cf. paragraphe 2.1.4) est largement supérieur au temps caractéristique des collisions des électrons avec les particules lourdes. L'arc peut donc être considéré comme stationnaire vis à vis des phénomènes de collisions électrons/lourds et des oscillations du plasma (car  $t_{p*} \ll t_{plasma*}$ ).

<sup>1</sup>fréquence de rotation d'un électron plongé dans un champ magnétique

### 2.1.1.3 Condition de continuité

Afin de décrire le plasma par une approche hydrodynamique, il convient de vérifier l'hypothèse de continuité. Pour cela, on introduit le nombre adimensionnel de Knudsen  $K_n$  qui est le rapport entre le libre parcours moyen  $\lambda_e$  et la longueur caractéristique de l'écoulement  $l_*$  définie selon l'équation [63] :

$$K_n = \frac{\lambda_e}{l_*} \quad (2.6)$$

En choisissant  $l_* = 2 \text{ mm}$  comme étant une longueur caractéristique, on trouve :

$$K_n = 5.10^{-4}$$

Comme  $K_n \leq 0,001$ , l'hypothèse de continuité du milieu est appropriée et l'écoulement peut être analysé en utilisant les équations de Navier-Stokes.

### 2.1.2 Équations de Navier-Stokes et de l'énergie

Les conditions précédentes ayant été vérifiées, la modélisation du plasma d'arc peut se faire grâce aux équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie suivantes, sur le volume du plasma  $\Omega_{plasma}$  (Candel [8]) :

Équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho = 0 \quad (2.7a)$$

Équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u} - \nabla \cdot \bar{\sigma} = \mathbf{F}_{plasma} \quad (2.7b)$$

Équation de conservation de l'énergie :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T + \nabla \cdot \mathbf{q} + \left( \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_p \left( \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla p \right) - \bar{\tau} : \nabla \mathbf{u} = S_{plasma} \quad (2.7c)$$

Dans la suite, un régime stationnaire sera supposé exister. C'est pourquoi les dérivées temporelles seront annulées.

Aussi, dans ce système, apparaissent les termes sources  $\mathbf{F}_{plasma}$  et  $S_{plasma}$ , le flux de chaleur  $\mathbf{q}$  et la loi de comportement  $\bar{\sigma}$  pour un fluide Newtonien définis par :

$$\bar{\sigma} = \bar{\tau} - p \mathcal{I} \quad (2.8)$$

avec  $\mathcal{I}$  la matrice identité, et  $\bar{\tau}$  le tenseur des contraintes visqueuses. Celui-ci peut s'écrire pour un fluide visqueux newtonien :

$$\bar{\tau} = 2\mu \bar{\varepsilon}(\mathbf{u}) - \frac{2}{3}\mu (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathcal{I} \quad (2.9)$$

où  $\bar{\varepsilon}$  est le tenseur des taux de déformation :

$$\bar{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \left( (\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T \right) \quad (2.10)$$

Les données thermophysiques utilisées sont la viscosité dynamique  $\mu$ , la densité  $\rho$ , la conductivité thermique  $\lambda$ , la chaleur massique à pression constante  $C_p$ , et  $t$  le temps.

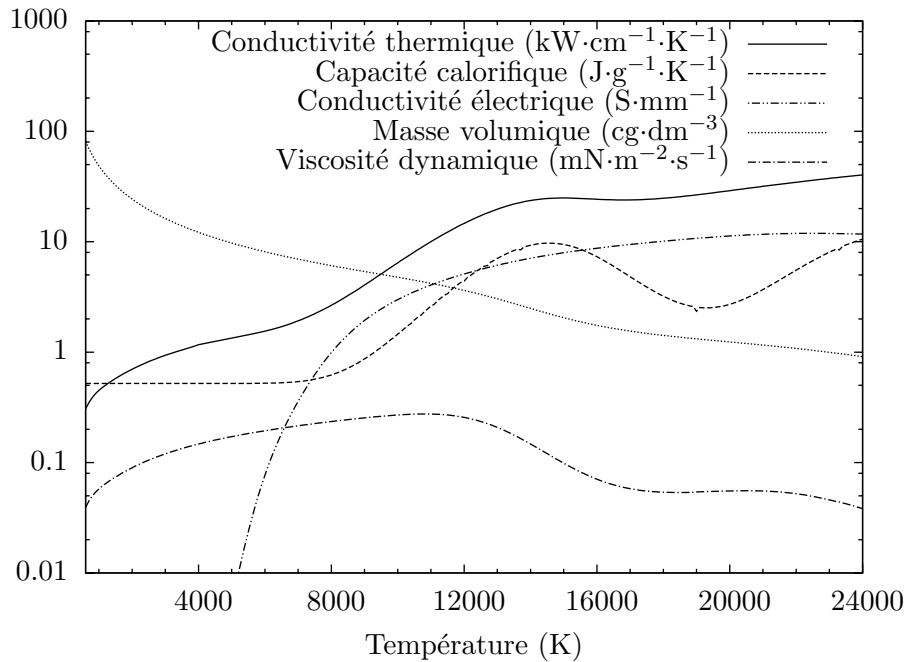


FIG. 2.1 – Évolutions avec la température (K) des propriétés thermophysiques de l'argon (Boulos et al. [5])

Les grandeurs à calculer sont les champs de vitesse  $\mathbf{u}$ , le champ de pression  $p$  et la température  $T$ .

Le gaz utilisé par la suite est l'argon. Les évolutions en fonction de la température de ses propriétés thermophysiques sont présentées sur la figure 2.1. Elles sont tirées de tables [5]. On peut notamment remarquer que la masse volumique varie d'un facteur 100 sur la plage de température considérée. *Il convient donc de développer un modèle permettant de traiter cette forte variation puisqu'elle peut induire des difficultés numériques.* Face à la difficulté de l'implémentation d'un modèle prenant en compte la compressibilité du plasma, il est nécessaire de vérifier que la simplification vers un modèle quasi-incompressible peut être faite. Ce type de modèle qui supporte de forts écarts de température tout en considérant une pression thermodynamique constante est appelé modèle bas Mach. Son obtention pour le cas d'un plasma d'arc sera détaillée au paragraphe 2.1.6.

### 2.1.2.1 Flux de chaleur dans la colonne d'arc

Dans la colonne d'arc, le flux de chaleur  $\mathbf{q}$  comprend les phénomènes de conduction et de transport d'enthalpie par les électrons. Ceci conduit à l'équation suivante :

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T - \frac{5k_b}{2e} \mathbf{j} T \quad (2.11)$$

Où  $k_b$  est la constante de Boltzmann,  $e$  la charge d'un électron,  $\mathbf{j}$  la densité de courant. Le premier terme  $\lambda \nabla T$  représente le flux de conduction thermique.

Le terme  $\frac{5k_b}{2e} \mathbf{j} T$  représente le transfert d'enthalpie par les électrons. En réalité, ce mode de transport énergétique devrait exister pour chacune des espèces du plasma. Ainsi, pour une espèce  $\alpha$  du plasma ce terme s'écrit  $\frac{5k_b}{2} n_\alpha \mathbf{u}_\alpha T_\alpha$ . Dans la colonne d'arc l'ETL étant

vérifié et, la densité de courant étant due principalement à la contribution des électrons, la simplification  $\frac{5k_b}{2e}\mathbf{j}T$  peut être réalisée. Selon Delalondre [12], ce flux d'enthalpie des électrons est négligeable dans la colonne d'arc puisqu'il contribue pour seulement 5% à l'élévation de la température dans l'arc.

En revanche, au niveau des couches anodique et cathodique, où les températures et densités électronique et ionique ne sont pas égales, un flux enthalpique différent doit être considéré pour chacune des espèces et ceux-ci ne sont pas négligeables [38]. Néanmoins, pour le prendre en compte correctement, il faudrait un modèle à deux températures, *ce qui ne va pas être réalisé ici*.

Le flux enthalpique des électrons ne sera donc pas pris en compte dans notre modèle. On a alors :  $\mathbf{q} = -\lambda\nabla T$ .

### 2.1.2.2 Les forces sources du mouvement

Comme il a été présenté au paragraphe 1.2.2.2, le terme source  $\mathbf{F}_{plasma}$  de l'équation de conservation de la quantité de mouvement (éq. (2.7b)) peut s'écrire dans l'arc :

$$\mathbf{F}_{plasma} = \mathbf{F}_{Lorentz} \quad (2.12)$$

Avec  $\mathbf{F}_{Lorentz}$  la force de Lorentz qui peut être exprimée par la relation suivante :

$$\mathbf{F}_{Lorentz} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} + e(n_i - n_e)\mathbf{E} \quad (2.13)$$

Où  $n_i$  et  $n_e$  sont respectivement les densités ionique et électronique,  $\mathbf{B}$  l'induction magnétique,  $\mathbf{j}$  la densité de courant,  $\mathbf{E}$  le champ électrique et  $e$  la charge élémentaire.

Comme nous l'avons vu au paragraphe 2.1.1.1, la neutralité électrique ( $n_e - n_i = 0$ ) est supposée dans le plasma. Ainsi, le terme  $e(n_i - n_e)\mathbf{E}$  peut être négligé. Finalement, la force électromagnétique se réduit dans l'arc à :

$$\mathbf{F}_{Lorentz} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (2.14)$$

### 2.1.2.3 Les termes sources énergétiques volumiques

Comme il a été présenté au paragraphe 1.2.2.2, le terme source volumique  $S_{plasma}$  de l'équation de conservation de l'énergie (éq. (2.7c)) peut s'écrire dans l'arc :

$$S_{plasma} = S_{Joule} - S_{rayonnement} \quad (2.15)$$

Où  $S_{Joule}$  représente la contribution de l'effet Joule et,  $S_{rayonnement}$  est le rayonnement.

**L'effet Joule :** Il peut être exprimé dans le plasma par la relation :

$$S_{Joule} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \quad (2.16)$$

**Le rayonnement :** Comme il a été mentionné au paragraphe 1.2.2.2, le rayonnement dans le plasma est pris en compte grâce au coefficient d'émission nette  $\varepsilon_n$  selon la relation suivante :

$$S_{rayonnement} = 4\pi\varepsilon_n \quad (2.17)$$

Pour l'argon, l'évolution de  $\varepsilon_n$  en fonction de la température locale est présentée sur la figure 2.2 et est tirée de l'article de Lago et al. [39].

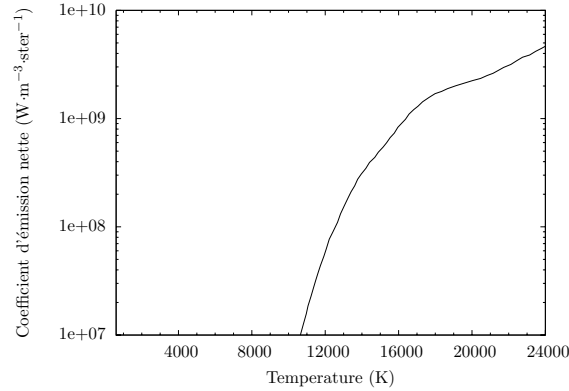


FIG. 2.2 – Évolution avec la température (K) du coefficient d'émission nette ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{ster}^{-1}$ ) de l'argon (Lago et al. [39])

### 2.1.3 Les équations électromagnétiques

Les équations électromagnétiques classiques de Maxwell peuvent s'écrire sur le volume du domaine arc  $\Omega_{plasma}$  :

$$\text{Loi de Faraday (ou équation de Maxwell Faraday)} : \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.18a)$$

$$\text{Loi de Gauss (ou équation de Maxwell-Gauss)} : \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = q_{totale} \quad (2.18b)$$

$$\text{Loi d'Ampère (ou équation de Maxwell-Ampère)} : \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.18c)$$

$$\text{Équation de conservation du flux magnétique} : \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.18d)$$

Où  $q_{totale}$  est la charge électrique totale,  $\mathbf{D}$  l'induction électrique,  $\mathbf{H}$  le champ magnétique,  $\mathbf{B}$  l'induction magnétique,  $\mathbf{j}$  la densité de courant,  $t$  le temps. De ces équations, en considérant l'hypothèse de quasi-neutralité, on peut ajouter l'équation suivante :

$$\text{Équation de conservation de la charge} : \quad \nabla \cdot \mathbf{j} = 0 \quad (2.19)$$

On a également, les lois de comportement suivantes :

$$\text{Loi d'Ohm} : \quad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} + \sigma \mathbf{u} \times \mathbf{B} \quad (2.20a)$$

$$\text{Relation entre } \mathbf{D} \text{ et } \mathbf{E} : \quad \mathbf{D} = \varepsilon_e \mathbf{E} \quad (2.20b)$$

$$\text{Relation entre } \mathbf{B} \text{ et } \mathbf{H} : \quad \mathbf{B} = \mu_m \mathbf{H} \quad (2.20c)$$

Avec  $\sigma$  la conductivité électrique,  $\mathbf{u}$  la vitesse de l'écoulement,  $\varepsilon_e$  la permittivité électrique, et  $\mu_m$  la perméabilité magnétique.

### 2.1.4 Grandeurs caractéristiques pour le plasma d'arc

Afin d'évaluer l'importance des différentes contributions des équations à travers une analyse dimensionnelle, les valeurs caractéristiques des grandeurs du système (2.7) doivent être introduites. Tout d'abord, nous allons choisir une valeur caractéristique pour la température de 15 000 K qui correspond environ à une valeur moyenne sur l'axe de soudage pour un arc de 200 A. L'arc ayant un rayon moyen de 2 mm dans sa partie haute, on prend

$l_* = 2 \text{ mm}$ . Ceci permet de calculer la valeur caractéristique de la densité de courant  $j_*$  grâce à l'équation :

$$j_* = \frac{\text{Courant}}{\text{Aire de la section de l'arc}} = \frac{I_*}{\pi l_*^2} \quad (2.21)$$

avec  $I_*$  une valeur caractéristique du courant. Aussi, l'induction magnétique caractéristique est prise égale à sa valeur maximale dans ce cylindre de rayon  $l_*$ , soit :

$$B_* = \frac{\mu_0 I_*}{2\pi l_*} \quad (2.22)$$

Le potentiel électrique caractéristique est défini à partir de la loi d'Ohm (éq. (2.30) :  $\mathbf{j} = -\sigma \nabla \phi$ ), et est calculé grâce à la relation suivante :

$$\phi_* = \frac{-l_* j_*}{\sigma_*} \quad (2.23)$$

Les résultats de simulations [31] donnent une vitesse maximale d'environ  $300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , soit  $u_* = 300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

Enfin, étant en milieu ouvert, la pression de référence est prise égale à la pression atmosphérique, soit :  $p_* = 101325 \text{ Pa}$ .

Aussi, à partir de l'équation de conservation de l'énergie (éq. (2.7c)), on peut trouver le temps caractéristique de la partie fluide  $\tau_{plasma*}$ . Celui-ci peut être évalué dans le plasma par une partie diffusive  $t_{plasma*,d}$  et une partie convective  $t_{plasma*,u}$ , où :

$$t_{plasma*,d} = \frac{\rho_* C_p l_*^2}{\lambda_*} \quad (2.24)$$

$$t_{plasma*,u} = \frac{l_*}{u_*} \quad (2.25)$$

Ces valeurs caractéristiques, ainsi que le reste des données thermophysiques pour de l'argon pur à  $T = T_*$  (voir figures 2.1 et 2.2), sont résumées dans le tableau 2.1.

### 2.1.5 Simplification des équations électromagnétiques

Comme cela est généralement fait dans les plasmas thermiques [78], on suppose que  $\varepsilon = \varepsilon_0$  et  $\mu_m = \mu_0$  avec  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide et  $\varepsilon_0$  la permittivité électrique du vide. Aussi, le plasma étant supposé neutre, on a  $q_{totale} = 0$ . L'écoulement étant considéré stationnaire, les dérivées par rapport au temps sont nulles<sup>2</sup>. Le système (2.18) s'écrit alors sur le domaine du plasma  $\Omega_{plasma}$  :

$$\text{loi de Faraday :} \quad \nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (2.26a)$$

$$\text{loi de Gauss :} \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (2.26b)$$

$$\text{loi d'Ampère :} \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (2.26c)$$

$$\text{équation de conservation du flux magnétique :} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.26d)$$

<sup>2</sup>Lorsque l'hypothèse stationnaire n'est pas réalisée, un calcul de nombres caractéristiques montre que les phénomènes électromagnétiques peuvent être considérés stationnaires vis à vis de l'écoulement dans le plasma d'arc (voir l'annexe A).

description de la grandeur caractéristique	notation	valeur
vitesse de l'écoulement	$u_*$	$300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
pression	$p_*$	101 325 Pa
longueur	$l_*$	2 mm
température	$T_*$	15 000 K
masse volumique	$\rho_*$	$2,1 \cdot 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
chaleur massique à pression constante	$C_{p*}$	$9444,7 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
conductivité thermique	$\lambda_*$	$2,4 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
viscosité dynamique	$\mu_*$	$9,9 \cdot 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$
conductivité électrique	$\sigma_*$	$7956,1 \Omega^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$
coefficient d'émission nette	$\varepsilon_{n*}$	$5,1 \cdot 10^8 \text{ W}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{ster}^{-1}$
temps caractéristique de la partie diffusive	$t_{plasma*,d}$	$3,3 \cdot 10^{-4} \text{ s}$
temps caractéristique de la partie convective	$t_{plasma*,u}$	$6,7 \cdot 10^{-6} \text{ s}$
courant	$I_*$	200 A
potentiel électrique	$\phi_*$	-4 V
induction magnétique	$B_*$	$2 \cdot 10^{-2} \text{ T}$
densité de courant	$j_*$	$1,6 \cdot 10^7 \text{ A}\cdot\text{m}^{-2}$

TAB. 2.1 – Valeurs caractéristiques des grandeurs mises en jeu dans la modélisation de l'arc de soudage sous argon



### 2.1.5.1 Simplification de la loi d'Ohm

En injectant la loi d'Ohm (éq. (2.20a)) dans la loi d'Ampère (2.26c) et en en prenant le rotationnel, on a :

$$\nabla \times \left( \frac{\nabla \times \mathbf{B}}{\sigma} \right) = \mu_0 (\mathbf{u} \times \mathbf{B} + \nabla \times \mathbf{E}) \quad (2.27)$$

En utilisant la loi de Faraday (éq. (2.26a)) et en considérant  $\sigma$  constant, l'équation de l'induction suivante est obtenue :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (2.28)$$

Maintenant, afin de comparer le terme convectif  $\nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})$  avec le terme diffusif  $\frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{B}$ , on introduit le nombre de Reynolds magnétique  $Rm = \mu_0 \sigma l u$ .

Ainsi, si nous estimons ce nombre à partir des valeurs du tableau 2.1, on obtient dans le plasma  $Rm \approx 6.10^{-3}$ . Cette valeur indique que l'évolution de  $\mathbf{B}$  est essentiellement déterminée par le terme diffusif de l'équation (2.28). Le terme  $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$  peut donc être négligé dans la loi d'Ohm généralisée (2.20a). Celle-ci se réduit donc à :

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.29)$$

### 2.1.5.2 Système d'équations électromagnétiques à résoudre dans l'arc

Comme  $\nabla \times \mathbf{E} = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{E}$  peut dériver d'un potentiel  $\phi$  :  $\mathbf{E} = -\nabla \phi$ . La loi d'Ohm devient donc :

$$\mathbf{j} = -\sigma \nabla \phi \quad (2.30)$$

avec  $\phi$  le potentiel électrique. À partir de l'équation de conservation de la charge (éq. (2.19)) et de la loi d'Ohm (éq. (2.29)) on trouve l'équation (2.31). Finalement, sur  $\Omega_{plasma}$ , les équations électromagnétiques (système 2.26) simplifiées peuvent se découpler en une partie électrique :

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = 0 \quad (2.31)$$

et une partie magnétostatique :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (2.32a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.32b)$$

## 2.1.6 Approximation bas Mach pour un arc de soudage

### 2.1.6.1 Mise en place de l'analyse dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle fournit des informations sur des phénomènes physiques à partir des seules considérations d'homogénéité. L'adimensionnement des équations permet de mettre en évidence ces phénomènes et ainsi, par exemple, de mener à bien une analyse asymptotique qui conduit à la limite des équations de conservation lorsque le nombre de Mach représentatif tend vers zéro.

On choisit des échelles pour chacune des variables et des coefficients non constants du problème. À partir de ces échelles, on forme les variables adimensionnées suivantes :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{u}} &= \frac{\mathbf{u}}{u_*}, & \tilde{l} &= \frac{l}{l_*}, & \tilde{T} &= \frac{T}{T_*}, & \tilde{p} &= \frac{p}{p_*}, & \tilde{\phi} &= \frac{\phi}{\phi_*}, & \tilde{\mathbf{j}} &= \frac{\mathbf{j}}{j_*}, & \tilde{\mathbf{B}} &= \frac{\mathbf{B}}{B_*}, \\ \tilde{C}_p &= \frac{C_p}{C_{p*}}, & \tilde{\sigma} &= \frac{\sigma}{\sigma_*}, & \tilde{\mu} &= \frac{\mu}{\mu_*}, & \tilde{\rho} &= \frac{\rho}{\rho_*}, & \tilde{\lambda} &= \frac{\lambda}{\lambda_*}, & \tilde{\varepsilon}_n &= \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_{n*}}. \end{aligned}$$

avec  $x_*$  la valeur caractéristique de  $x$ .  
Les dérivées en espace deviennent :

$$\nabla(\cdot) = \frac{1}{l_*} \tilde{\nabla}$$

### 2.1.6.2 Approximation de la loi d'état du plasma

En considérant le plasma comme un gaz parfait, ayant une masse molaire dépendante de la température [3], on peut écrire la loi d'état suivante :

$$p = \rho \frac{R}{M} T \quad (2.33)$$

avec  $R$  la constante des gaz parfaits,  $M$  la masse molaire locale.

En introduisant le rapport des chaleurs massiques  $\gamma_g = \frac{C_p}{C_v}$  et la relation  $\frac{R}{M} = C_p - C_v$ , la loi d'état peut s'écrire aussi :

$$p = \rho C_p \frac{\gamma_g - 1}{\gamma_g} T \quad (2.34)$$

La vitesse du son pour un tel gaz s'écrit  $u_s = \sqrt{\frac{\gamma_g p}{\rho}}$ .

### 2.1.6.3 Les nombres adimensionnels utilisés

Dans le système total d'équations, les nombres adimensionnels suivants seront utilisés :

$$\text{nombre de Reynolds : } Re = \frac{\text{force d'inertie}}{\text{force visqueuse}} = \frac{\rho u l}{\mu} \quad (2.35a)$$

$$\text{nombre de Prandtl : } Pr = \frac{\text{diffusivité de quantité de mouvement}}{\text{diffusivité thermique}} = \frac{C_p \mu}{\lambda} \quad (2.35b)$$

$$\text{nombre d'Alfvén : } r_a = \frac{\text{vitesse du fluide}}{\text{vitesse d'Alfvén}} = \frac{u}{u_a} = \frac{u \sqrt{\mu_0 \rho}}{B} \quad (2.35c)$$

$$\text{nombre de Mach : } Ma = \frac{\text{vitesse}}{\text{vitesse du son}} = \frac{u}{u_s} = \sqrt{\frac{\rho u^2}{\gamma_g p}} \quad (2.35d)$$

avec  $u_a$  la vitesse d'Alfvén<sup>3</sup>.

Un modèle quasi-incompressible suppose que la vitesse du son est grande par rapport aux autres vitesses par lesquelles tous les autres phénomènes se propagent dans le fluide. En MHD, les deux principaux phénomènes sont la convection et la propagation des ondes d'Alfvén. Un calcul des nombres adimensionnés, avec les valeurs choisies au paragraphe 2.1.4 et avec  $\gamma_g = 1,4$  [3], donne :

$$Ma \approx 0,1 \quad (2.36a)$$

$$Re \approx 127,3 \quad (2.36b)$$

$$Pr \approx 0,4 \quad (2.36c)$$

$$r_a \approx 2,4 \quad (2.36d)$$

<sup>3</sup>vitesse de propagation d'une onde d'Alfvén qui est une oscillation des ions et du champ magnétique qui se déplace.

La vitesse du son est ainsi largement supérieure à la vitesse d'Alfvén car  $Ma \ll r_a$  et à la vitesse de convection puisque  $Ma \ll 1$  ( $Ma < 0,3$  (limite de l'hypothèse bas Mach)). Un développement asymptotique en fonction du nombre de Mach peut donc être utilisé. De plus, la valeur de  $Re$  permet de vérifier l'hypothèse d'un régime laminaire puisque :  $Re \ll 2000$ .

#### 2.1.6.4 Adimensionnement des équations

**Équation d'état :** L'équation d'état (éq. (2.33)) adimensionnée s'écrit :

$$\tilde{p} = \frac{\rho_* R T_*}{p_* M_*} \frac{\tilde{\rho} \tilde{T}}{\tilde{M}} = \frac{\gamma_g - 1}{\gamma_g p_*} \rho_* C_{p*} T_* \tilde{\rho} \tilde{C}_p \tilde{T} \quad (2.37)$$

On pose  $M_* = \frac{\rho_* T_*}{p_*}$ , de manière à obtenir l'équation d'état classique :

$$\tilde{p} = \frac{R}{\tilde{M}} \tilde{\rho} \tilde{T} \quad (2.38)$$

**Les équations de Navier-Stokes et de l'énergie :** L'équation adimensionnée de la conservation de la masse (éq. (2.7a)) est :

$$\tilde{\rho} \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{u}} \cdot \tilde{\nabla} \tilde{\rho} = 0 \quad (2.39)$$

En introduisant la loi d'Ampère (éq. (2.26c)) dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement (éq. (2.7b)) associée au terme source (éq. (2.52)), on obtient la forme adimensionnée suivante :

$$\tilde{\rho} \left( \tilde{\nabla} \tilde{\mathbf{u}} \right) \tilde{\mathbf{u}} + \frac{1}{\gamma_g Ma^2} \tilde{\nabla} \tilde{p} - \frac{1}{Re} \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\bar{\tau}} = \frac{1}{r_a^2} \left( \tilde{\nabla} \times \tilde{\mathbf{B}} \right) \times \tilde{\mathbf{B}} \quad (2.40)$$

avec  $\tilde{\bar{\tau}} = \tilde{\mu} \left( \left( \tilde{\nabla} \tilde{\mathbf{u}} \right) + \left( \tilde{\nabla} \tilde{\mathbf{u}} \right)^T \right) - \frac{2}{3} \tilde{\mu} \left( \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{u}} \right) \mathcal{I}$ .

En écrivant l'effet Joule en fonction du potentiel électrique  $\phi$  à partir de l'équation (2.30), l'équation adimensionnée de conservation de l'énergie (2.7c) associée aux terme sources (éq. (2.15)) a la forme suivante :

$$\tilde{\rho} \tilde{C}_p \tilde{\mathbf{u}} \cdot \tilde{\nabla} \tilde{T} - \frac{1}{Pr Re} \tilde{\nabla} \cdot \left( \tilde{\lambda} \tilde{\nabla} \tilde{T} \right) - \frac{1}{A_1} \tilde{\mathbf{u}} \cdot \tilde{\nabla} \tilde{p} + \frac{Ma^2}{Re} \frac{(\gamma_g - 1) \tilde{\rho} \tilde{C}_p \tilde{T}}{\gamma_g} \tilde{\bar{\tau}} : \tilde{\nabla} \tilde{\mathbf{u}} = \frac{1}{A_2} \tilde{\sigma} \tilde{\nabla} \tilde{\phi} \cdot \tilde{\nabla} \tilde{\phi} - \frac{1}{A_3} \tilde{\varepsilon}_n \quad (2.41)$$

avec  $A_1 = \frac{\rho_* C_{p*} T_*}{p_* d} \in [9, 8; 29, 4]$ ,  $A_2 = \frac{\rho_* C_{p*} T_* u_* l_*}{\sigma_* \phi_*^2} \approx 14$  et  $A_3 = \frac{\rho_* C_{p*} T_* u_*}{l_* 4\pi \varepsilon_{n*}} \approx 69, 6$ .

En effet, en utilisant la fonction  $\rho(T)$  définie sur la figure 2.1, on trouve que  $d = -\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T}$  est compris environ entre 1 et 3.

**Les équations électromagnétiques :** On a pour la partie électrique :

$$\tilde{\nabla} \cdot \left( \tilde{\sigma} \tilde{\nabla} \tilde{\phi} \right) = 0 \quad (2.42)$$

En utilisant les définitions de  $j_*$  (éq. (2.21)) et  $B_*$  (éq. (2.22)), la loi d'Ampère (éq. (2.26c)) sous sa forme adimensionnée s'écrit :

$$\tilde{\nabla} \times \tilde{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 j_* l_*}{B_*} \tilde{\mathbf{j}} = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{j}} \quad (2.43)$$

L'équation de conservation du flux magnétique s'écrit :

$$\tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{B}} = 0 \quad (2.44)$$

### 2.1.6.5 Développement asymptotique

Tout d'abord, un développement asymptotique des équations adimensionnées précédentes est effectué [79] en posant :

$$\tilde{z} = \tilde{z}_0 + Ma\tilde{z}_1 + Ma^2\tilde{z}_2 + \dots \quad (2.45)$$

où  $z$  désigne une inconnue. Les inconnues de chaque ordre sont supposées d'ordre unité et  $Ma \ll 1$ . Puis, les développements (2.45) sont introduits dans les équations adimensionnées présentées précédemment. Enfin, les ordres de grandeurs sont regroupés. Pour cela, on suppose que  $Pr$  est d'ordre 1 et que :

$$\frac{Ma^2}{Re} \ll 1, \frac{Ma^2}{r_a^2} \ll 1, \frac{Ma^2}{A_1} \ll 1, \frac{Ma^2}{A_2} \ll 1, \frac{Ma^2}{A_3} \ll 1$$

Pour ces conditions, l'équation de conservation de la quantité de mouvement à l'ordre  $\frac{1}{Ma^2}$  donne  $\tilde{\nabla} \tilde{p}_0 = 0$  et celle à l'ordre  $\frac{1}{Ma}$  donne  $\tilde{\nabla} \tilde{p}_1 = 0$ . Les quantités  $\tilde{p}_0$  et  $\tilde{p}_1$  sont donc constantes en espace. Ce qui signifie que la pression est constante en espace jusqu'aux fluctuations d'ordre  $M^2$ . De plus, pour notre problème, on suppose que la pression  $\tilde{p}_0(t)$  est constante en temps, car le domaine étant ouvert, la pression sur ses bords est égale à la pression atmosphérique et ne varie pas avec le temps. La pression apparaissant dans l'équation de conservation de l'énergie (éq. (2.41)) est donc éliminée. Le modèle bas Mach est donné par les équations à l'ordre  $Ma^0$  [79], qui, pour ce problème, s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\rho}_0 \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{u}}_0 + \tilde{\mathbf{u}}_0 \cdot \tilde{\nabla} \tilde{\rho}_0 = 0 \\ \tilde{\rho}_0 \left( \tilde{\nabla} \tilde{\mathbf{u}}_0 \right) \tilde{\mathbf{u}}_0 + \frac{1}{\gamma_g Ma^2} \tilde{\nabla} \tilde{p}_2 - \frac{1}{Re} \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\bar{\tau}}_0 = \frac{1}{r_a^2} \left( \tilde{\nabla} \times \tilde{\mathbf{B}}_0 \right) \times \tilde{\mathbf{B}}_0 \\ \tilde{\rho}_0 \tilde{C}_{p0} \tilde{\mathbf{u}}_0 \cdot \tilde{\nabla} \tilde{T}_0 - \frac{1}{Pr Re} \tilde{\nabla} \cdot \left( \tilde{\lambda}_0 \tilde{\nabla} \tilde{T}_0 \right) = \frac{1}{A_2} \tilde{\sigma}_0 \tilde{\nabla} \tilde{\phi}_0 \cdot \tilde{\nabla} \tilde{\phi}_0 - \frac{1}{A_3} \tilde{\varepsilon}_{n0} \\ \tilde{p}_0 - \frac{R}{\tilde{M}_0} \tilde{\rho}_0 \tilde{T}_0 = 0 \\ \tilde{\nabla} \cdot \left( \tilde{\sigma}_0 \tilde{\nabla} \tilde{\phi}_0 \right) = 0 \\ \tilde{\nabla} \times \tilde{\mathbf{B}}_0 = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{j}}_0 \\ \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{B}}_0 = 0 \end{array} \right. \quad (2.46)$$

En particulier, à cette ordre et donc dans le modèle bas Mach, le terme de dissipation visqueuse  $\tilde{\bar{\tau}} : \tilde{\nabla} \tilde{\mathbf{u}}$  n'apparaît pas.

L'analyse asymptotique que nous venons de mener ne prend pas en compte les conditions initiales et aux limites. Elle nous permet seulement de conclure que la pression est constante en espace jusqu'aux fluctuations d'ordre  $Ma^2$  :

$$p(\mathbf{x}) = P + p'(\mathbf{x}) \quad (2.47)$$

où  $P$  est la pression thermodynamique ( $P = O(1)$ ) et  $p'$  la pression dynamique ( $p' = O(Ma^2)$ ) dépendante des coordonnées de l'espace  $\mathbf{x}$ .

### 2.1.7 Prise en compte de l'entrée du gaz dans le plasma

À la sortie de la buse de soudage (voir figure 1.1), le profil de la vitesse est supposé être décrit par un écoulement de type poiseuille (voir figure 2.3) et être axisymétrique autour

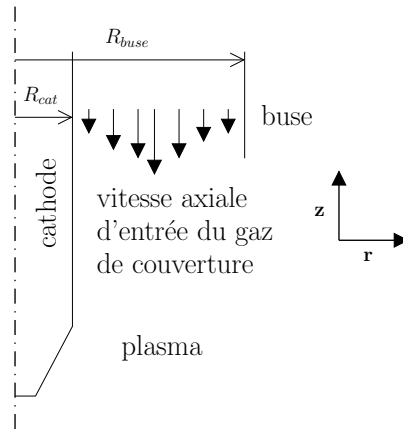


FIG. 2.3 – Écoulement de type poiseuille en sortie de buse

de l'axe de soudage. Ainsi, la vitesse radiale en sortie de buse est nulle.

Soit en considérant  $r$  comme étant la coordonnée radiale et  $z$  la coordonnée axiale, et en négligeant la gravité (comme dans le plasma), l'équation de conservation de la quantité de mouvement en axisymétrique s'écrit :

$$\frac{r}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \quad (2.48)$$

En intégrant et en utilisant la définition du débit :  $Q = \int_{\Gamma_{buse}} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} d\Gamma_{buse}$  avec  $\Gamma_{buse}$  la section de sortie du gaz, la vitesse axiale du gaz  $u_{gaz}$  en sortie de buse s'écrit :

$$u_{gaz} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = u_z = V_m \left( \frac{r^2 - R_{buse}^2}{R_{buse}^2 - R_{cat}^2} + \frac{\ln r - \ln R_{buse}}{\ln \frac{R_{cat}}{R_{buse}}} \right) \quad (2.49)$$

avec  $V_m = \frac{Q}{2\pi} \left( \frac{R_{cat}^2 - R_{buse}^2}{4} - \frac{2R_{cat}^2 \ln R_{cat} - R_{cat}^2 (2 \ln R_{buse} + 1) + R_{buse}^2}{4 \ln \frac{R_{cat}}{R_{buse}}} \right)^{-1}$ ,  $R_{cat}$  le rayon de la cathode et  $R_{buse}$  le rayon de la buse.

### 2.1.8 Système à résoudre dans le plasma d'arc sous sa forme dimensionnelle

Finalement le système à résoudre dans le plasma s'écrit :

$$\rho \nabla \cdot \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho = 0 \quad \text{sur } \Omega_{plasma} \quad (2.50a)$$

$$\rho (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u} + \nabla p' - \nabla \cdot \bar{\tau} = (-\sigma \nabla \phi) \times \mathbf{B} \quad \text{sur } \Omega_{plasma} \quad (2.50b)$$

$$\rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T + \nabla \cdot \mathbf{q} = \sigma \nabla \phi \cdot \nabla \phi - 4\pi \varepsilon_n \quad \text{sur } \Omega_{plasma} \quad (2.50c)$$

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = 0 \quad \text{sur } \Omega_{plasma} \quad (2.50d)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = -\mu_0 \sigma \nabla \phi \quad \text{sur } \Omega_{plasma} \quad (2.50e)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{sur } \Omega_{plasma} \quad (2.50f)$$

Ce système d'équations est associé au jeu de conditions aux limites suivantes :

$$\mathbf{u} = \mathbf{s}_1 \quad \text{ou} \quad (\bar{\tau} - p' \mathcal{I}) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{s}_2 \quad \text{sur } \Gamma_{plasma} \quad (2.51a)$$

$$T = s_3 \quad \text{ou} \quad \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = s_4 \quad \text{sur } \Gamma_{plasma} \quad (2.51b)$$

$$\phi = s_5 \quad \text{ou} \quad \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} = -\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n} = s_6 \quad \text{sur } \Gamma_{plasma} \quad (2.51c)$$

$$\mathbf{B} \times \mathbf{n} = \mathbf{s}_7 \quad \text{ou} \quad \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = s_8 \quad \text{sur } \Gamma_{plasma} \quad (2.51d)$$

Où  $\bar{\tau} = \mu \left( (\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T \right) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathcal{I}$ ,  $\mathbf{q} = -\lambda \nabla T$ .  $\Omega_{plasma}$  désigne le volume du domaine du plasma délimité par la frontière  $\Gamma_{plasma}$  de normale  $\mathbf{n}$ . Les propriétés thermophysiques sont calculées à la pression thermodynamique qui est constante sur  $\Omega_{plasma}$  et prise égale à la pression atmosphérique.  $s_k$  est la quantité imposée à la condition à la limite  $k$ .

## 2.2 Description mathématique de l'anode et du bain de soudage

Les équations électromagnétiques (2.31) et (2.32) peuvent être utilisées dans l'anode, car l'existence d'un régime stationnaire est supposée<sup>4</sup>, et le Reynolds magnétique  $Rm$  est très petit par rapport à 1. En effet, on trouve  $Rm = \mu \sigma_* l_* u_* = 3,5 \cdot 10^{-3} \ll 1$  en choisissant les valeurs caractéristiques suivantes :

- $\sigma_* = 7,7 \cdot 10^5 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$  (conductivité électrique pour de l'acier 304L [18]),
- $l_* = 6 \text{ mm}$  (rayon du bain trouvé par Tanaka et al. [73]),
- $u_* = 0,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  (vitesse maximale dans un bain de soudage dans les conditions de l'étude de Tanaka et al. [73]),
- $\mu_m = \mu_0$  (pièce amagnétique pouvant être en cuivre, acier inoxydable,...).

Les équations permettant de décrire l'écoulement du bain de soudage sont proches de celles utilisées dans l'arc (système (2.50)). Cependant, comme cela est généralement fait pour la modélisation dans les modèles arc/bain ([29], [69], [47], [46]), l'écoulement est considéré incompressible et l'approximation de Boussinesq [79] est utilisée de manière à prendre en compte le phénomène de convection naturelle dans le bain de soudage. La masse volumique est alors considérée constante dans le bain liquide et un terme de flottabilité apparaît dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement. En revanche, afin de conserver un bon calcul thermique, la masse volumique apparaissant dans l'équation de conservation de l'énergie sera prise variable avec la température.

À ces équations sont ajoutés les termes sources spécifiques au bain de soudage et à l'anode. Ils sont décrits ci-dessous.

### 2.2.1 Les termes sources spécifiques à l'anode

Comme on a pu le voir au paragraphe 1.2.2.3, dans le bain de soudage, la principale source énergétique volumique est l'effet Joule, et la force source du mouvement  $\mathbf{F}_{\text{bain}}$  peut s'écrire :

$$\mathbf{F}_{\text{bain}} = \mathbf{F}_{\text{Lorentz}} + \mathbf{F}_{\text{flottabilité}} + \mathbf{F}_{\text{extinction}} \quad (2.52)$$

<sup>4</sup>Lorsque l'hypothèse stationnaire n'est pas réalisée, un calcul de nombres caractéristiques montre que les phénomènes électromagnétiques peuvent être considérés stationnaires vis à vis de l'écoulement dans le bain de soudage (cf. l'annexe A).

Où  $\mathbf{F}_{\text{Lorentz}}$  est la force de Lorentz,  $\mathbf{F}_{\text{flottabilité}}$  la force de flottabilité et  $\mathbf{F}_{\text{extinction}}$  un terme source volumique permettant de modéliser un changement de phase dans la zone pâteuse (entre les températures du solidus et du liquidus) et d'annuler la vitesse dans la zone solide. Ces deux dernières forces sont présentées ci-dessous.

**La force de flottabilité :** Lorsque la pression hydrostatique est retranchée de la pression dynamique totale, il reste une pression dynamique  $p''$ , et la force de flottabilité s'écrit [18] :

$$\mathbf{F}_{\text{flottabilité}} = -\rho_{\text{réf}}\beta(T - T_{\text{réf}})\mathbf{g} \quad (2.53)$$

Où  $\rho_{\text{réf}}$  est une masse volumique de référence dans le bain,  $T_{\text{réf}}$  une température de référence,  $\mathbf{g}$  l'accélération gravitationnelle, et  $\beta$  le coefficient de dilatabilité.

**Terme source permettant l'extinction des vitesses dans la partie solide :** Le terme  $F_{\text{extinction}}$ , utilisé notamment par Zhang et al. [81], permet d'annuler le champ de vitesses dans la partie solide en prenant en compte les dissipations par friction dans la zone pâteuse selon l'équation de Carman-Kozeny [6] pour un écoulement à travers un milieu poreux :

$$\mathbf{F}_{\text{extinction}} = -c\frac{(1 - f_l)^2}{f_l^3 + b}\mathbf{u} \quad (2.54)$$

Où  $b$  est une constante introduite de manière à éviter une division par zéro,  $c^5$  est une constante élevée (par exemple  $10^{10}$ ) et  $f_l$  est la fraction liquide définie par :

$$f_l = \begin{cases} 0 & \text{pour } T \leq T_s & (\text{partie solide}) \\ \frac{T - T_s}{T_l - T_s} & \text{pour } T_s < T \leq T_l & (\text{zone pâteuse}) \\ 1 & \text{pour } T_l \leq T & (\text{partie liquide}) \end{cases} \quad (2.55)$$

avec  $T_s$  la température du solidus et  $T_l$  la température du liquidus.

Il convient de noter que le changement de phase n'est pas pris en compte en terme énergétique. Afin de rendre compte correctement du saut d'enthalpie au changement de phase liquide-solide, la méthode idéale serait d'écrire l'équation de conservation de l'énergie en fonction de l'enthalpie. L'enthalpie de changement de phase serait alors pris en compte naturellement dans cette formulation. Cependant, pour la configuration utilisée pour cette thèse (2D axisymétrique et régime stationnaire), la contribution de ce saut d'enthalpie, à l'équilibre thermique, s'annule dans l'équation de conservation de l'énergie. Il n'est donc pas nécessaire de prendre en compte l'enthalpie de changement de phase compte tenu des hypothèses utilisées dans le cadre de cette thèse.

<sup>5</sup>Les constantes  $b$  et  $c$  sont arbitraires et n'ont aucune justification physique.

### 2.2.2 Système à résoudre dans l'anode

Finalement le système à résoudre dans la pièce (ou anode) s'écrit :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{sur } \Omega_{anode} \quad (2.56a)$$

$$\rho_{\text{réf}} (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u} + \nabla p'' - \nabla \cdot \bar{\tau}' = (-\sigma \nabla \phi) \times \mathbf{B} - \rho \beta (T - T_{\text{réf}}) \mathbf{g} - c \frac{(1 - f_l)^2}{f_l^3 + b} \mathbf{u} \quad \text{sur } \Omega_{anode} \quad (2.56b)$$

$$\rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T + \nabla \cdot \mathbf{q} = \sigma \nabla \phi \cdot \nabla \phi \quad \text{sur } \Omega_{anode} \quad (2.56c)$$

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = 0 \quad \text{sur } \Omega_{anode} \quad (2.56d)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = -\mu_0 \sigma \nabla \phi \quad \text{sur } \Omega_{anode} \quad (2.56e)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{sur } \Omega_{anode} \quad (2.56f)$$

Ce système d'équations est associé au jeu de conditions aux limites suivantes :

$$\mathbf{u} = \mathbf{s}_9 \quad \text{ou} \quad (\bar{\tau}' - p'' \mathcal{I}) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{s}_{10} \quad \text{sur } \Gamma_{anode} \quad (2.57a)$$

$$T = s_{11} \quad \text{ou} \quad \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = s_{12} \quad \text{sur } \Gamma_{anode} \quad (2.57b)$$

$$\phi = s_{13} \quad \text{ou} \quad \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} = -\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n} = s_{14} \quad \text{sur } \Gamma_{anode} \quad (2.57c)$$

$$\mathbf{B} \times \mathbf{n} = \mathbf{s}_{15} \quad \text{ou} \quad \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = s_{16} \quad \text{sur } \Gamma_{anode} \quad (2.57d)$$

Où  $\bar{\tau}' = \mu \left( (\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T \right)$ ,  $\mathbf{q} = -\lambda \nabla T$  et  $p''$  est la pression dynamique du métal liquide.  $\Omega_{anode}$  désigne le volume de l'anode délimité par la frontière  $\Gamma_{anode}$  de normale  $\mathbf{n}$ .  $s_k$  est la quantité imposée sur la condition à la limite  $k$ .

## 2.3 Description mathématique de la cathode

Comme on a pu le mentionner au paragraphe 1.2.2.1, dans la majorité des modèles arc/bain ([73], [69], [46], [17]), la fusion de la cathode est négligée et l'effet Joule est le seul terme source considéré. Au niveau énergétique, cela revient à résoudre un problème de conduction sur le volume de la cathode  $\Omega_{cathode}$  :

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = S_{cathode} = S_{\text{Joule}} \quad (2.58)$$

avec  $\mathbf{q} = -\lambda \nabla T$ .

Aussi, les équations électromagnétiques (2.31) et (2.32) peuvent être utilisées puisque le métal n'entrant pas en fusion, le nombre de Reynolds magnétique est nul ( $R_m = \mu_0 \sigma_* l_* u_* = 0$  car  $u_* = 0$ ).

### 2.3.1 Système à résoudre dans la cathode

Ainsi, le système à résoudre dans la cathode s'écrit :

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = \sigma \nabla \phi \cdot \nabla \phi \quad \text{sur } \Omega_{cathode} \quad (2.59a)$$

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = 0 \quad \text{sur } \Omega_{cathode} \quad (2.59b)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = -\mu_0 \sigma \nabla \phi \quad \text{sur } \Omega_{cathode} \quad (2.59c)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{sur } \Omega_{cathode} \quad (2.59d)$$



Ce système d'équations est associée au jeu de conditions aux limites suivantes :

$$T = s_{17} \quad \text{ou} \quad \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = s_{18} \quad \text{sur } \Gamma_{cathode} \quad (2.60a)$$

$$\phi = s_{19} \quad \text{ou} \quad \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} = -\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n} = s_{20} \quad \text{sur } \Gamma_{cathode} \quad (2.60b)$$

$$\mathbf{B} \times \mathbf{n} = \mathbf{s}_{21} \quad \text{ou} \quad \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = s_{22} \quad \text{sur } \Gamma_{cathode} \quad (2.60c)$$

Où  $\mathbf{q} = -\lambda \nabla T$ .  $\Omega_{cathode}$  désigne le volume de la cathode délimité par la frontière  $\Gamma_{cathode}$  de normale  $\mathbf{n}$ .  $s_k$  est la quantité imposée sur la condition à la limite  $k$ .

## 2.4 Description mathématique de l'interface plasma/cathode

La cathode est supposée rester dans sa phase solide, ainsi en sa surface  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ . Sur cette même surface des termes énergétiques supplémentaires viennent modifier le bilan énergétique.

### 2.4.1 Bilan énergétique

Pour rappel, le bilan énergétique défini au paragraphe 1.2.2.4 est :

$$q_{total,cathode} - q_{cond,plasma} = s_{ion} - s_{emis} - s_{rayonnement,cathode} \quad (2.61)$$

avec  $q_{total,cathode}$  le flux de chaleur total reçu par la cathode,  $q_{cond,plasma}$  le flux de chaleur transmis par conduction du plasma vers la cathode,  $s_{ion}$  l'énergie gagnée par la cathode lors de la neutralisation des ions,  $s_{emis}$  l'énergie perdue par la cathode par émission thermoïonique et  $s_{rayonnement,cathode}$  la perte par rayonnement de la surface cathodique. Ces différents termes seront par la suite écrits comme dans Tanaka et al. [73].

**Émission thermoïonique et neutralisation des ions :** Lorsque les électrons sont émis par la cathode, ils absorbent une quantité d'énergie de la cathode de l'ordre de  $j_e \phi_c$ , où  $j_e$  est la densité de courant électronique à la surface de la cathode et  $\phi_c$  son travail de sortie. On suppose que cette densité de courant ne peut excéder la densité de courant thermoïonique déterminée par l'équation de Richardson-Dushman [78] suivante :

$$j_{em} = A_r T^2 \exp\left(\frac{-e\phi_e}{k_b T}\right) \quad (2.62)$$

Où  $e$  est la charge élémentaire,  $k_b$  la constante de Boltzmann,  $A_r$  la constante de Richardson,  $\phi_e$  le travail de sortie effectif du matériau. Quand les ions sont collectés par la cathode, ils délivrent leur énergie d'ionisation  $j_i V_i$ , avec  $j_i$  la densité de courant ionique et  $V_i$  le potentiel d'ionisation du gaz. On suppose, même si en réalité cela est beaucoup plus compliqué (cf. les travaux de Cayla [10]), que si la densité de courant calculée est supérieure à la densité de courant émis par émission thermoïonique, la densité de courant additionnelle est alors fournie par les ions transférés du plasma à la cathode. Tanaka et al. [69] expriment cette densité de courant ionique grâce à l'expression suivante :

$$j_i = j_c - j_{em} \quad \text{si } j_c - j_{em} > 0 \quad , \quad j_i = 0 \quad \text{sinon} \quad (2.63)$$

Où  $j_c$  est la densité de courant totale sur la surface de la cathode définie par  $j_c = j_e + j_i$ . Ainsi, afin de conserver la densité de courant totale, nous poserons :

$$j_e = j_{em} \quad \text{si } j_c - j_{em} > 0 \quad , \quad j_e = j_c \quad \text{sinon} \quad (2.64)$$

Contrairement à Tanaka et al. [69] qui pose  $j_c = \|\mathbf{j}\|$ , on considérera que la composante normale à la surface de  $\mathbf{j}$  est prépondérante de telle sorte que  $j = \|\mathbf{j} \cdot \mathbf{n}\| = |-\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n}|$ .

**Pertes par rayonnement :** À cela s'ajoute les pertes par rayonnement surfacique prises en compte au travers de la loi d'émission du corps gris :

$$s_{\text{rayonnement,cathode}} = \varepsilon \sigma_B T^4 \quad (2.65)$$

Où  $\sigma_B$  est la constante de Stefan-Boltzmann et  $\varepsilon$  l'émissivité de la cathode .

### 2.4.2 Bilan électromagnétique

À l'interface entre le plasma et la cathode, on a la continuité de la densité de courant, soit en utilisant la loi d'Ohm (éq. (2.30)) :

$$(-\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n})_{\text{plasma}} = (-\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n})_{\text{cathode}} \quad (2.66)$$

Selon les équations (2.51) et (2.60), la continuité de l'induction magnétique s'écrit :

$$\mathbf{B}_{\text{plasma}} = \mathbf{B}_{\text{cathode}} \quad (2.67)$$

### 2.4.3 Résumé du modèle mathématique à l'interface entre le plasma et la cathode

Selon les systèmes (2.51) et (2.60), on a :

$$q_{\text{cond,cathode}} = \mathbf{q}_{\text{plasma}} \cdot \mathbf{n} \quad \text{et} \quad q_{\text{total,cathode}} = \mathbf{q}_{\text{cathode}} \cdot \mathbf{n} \quad (2.68)$$

Finalement, sur la surface plasma/cathode  $\Gamma_{\text{plasma/cathode}}$ , on a :

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (2.69a)$$

$$(\mathbf{q}_{\text{cathode}} \cdot \mathbf{n}) - (\mathbf{q}_{\text{plasma}} \cdot \mathbf{n}) = j_i V_i - j_e \phi_c - \varepsilon \sigma_B T^4 \quad (2.69b)$$

$$(-\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n})_{\text{plasma}} = (-\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n})_{\text{cathode}} \quad (2.69c)$$

$$\mathbf{B}_{\text{plasma}} = \mathbf{B}_{\text{cathode}} \quad (2.69d)$$

avec  $\mathbf{q} = -\lambda \nabla T$ .

*D'un point de vue numérique, comme on le verra lors de l'établissement du modèle numérique au paragraphe 3.3, ce saut de flux énergétique est à l'origine de difficultés pour arriver à la convergence du calcul, car il dépend d'une autre variable à calculer, la température  $T$ . Il conviendra donc de trouver une méthode numérique rendant possible la bonne résolution de ces bilans.*

## 2.5 Description mathématique de l'interface plasma/anode

De la même manière qu'à l'interface entre le plasma et la cathode, celle entre le plasma et l'anode est soumise à un traitement particulier, de manière à traiter des phénomènes physiques supplémentaires (cf. paragraphe 1.2.2.5) tels que l'effet Marangoni, le cisaillement aérodynamique du bain, l'absorption des électrons,...

### 2.5.1 Bilan énergétique

Le bilan énergétique défini au paragraphe 1.2.2.5 est :

$$q_{\text{total,anode}} - q_{\text{cond,plasma}} = s_{\text{abs}} - s_{\text{rayonnement,anode}} \quad (2.70)$$

avec  $q_{\text{total,anode}}$  le flux de chaleur total reçu par l'anode,  $q_{\text{cond,plasma}}$  le flux de chaleur transmis par conduction du plasma vers l'anode,  $s_{\text{abs}}$  l'énergie gagnée par l'anode lors de l'absorption des électrons, et  $s_{\text{rayonnement,cathode}}$  la perte par rayonnement de la surface anodique.

Ces différents termes seront, là encore, écrits comme dans Tanaka et al. [73].

**Absorption des électrons :** C'est l'effet opposé de l'émission thermoionique (cf. paragraphe 2.4.1). Lorsque les électrons sont absorbés à l'anode, ils lui transmettent une quantité d'énergie de l'ordre de  $j_a \phi_a$  avec  $\phi_a$  le travail de sortie de l'anode et  $j_a$  la densité de courant à la surface de l'anode. Contrairement au modèle à l'interface plasma/cathode (éq. (2.69)), la densité de courant ionique est supposée nulle et donc,  $j = j_e$ . De manière identique à Lago [38], nous posons  $j_a = |\mathbf{j} \cdot \mathbf{n}| = |-\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n}|$

**Pertes par rayonnement :** Aussi, les pertes par rayonnement sur la surface anodique sont prises en compte grâce à l'équation (2.65).

### 2.5.2 Bilan des forces à l'interface

La surface libre du bain est supposée indéformable. Cette hypothèse est assurée en imposant :

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (2.71)$$

L'équilibre des forces tangentielles défini au paragraphe 1.2.2.5 est :

$$F_{\text{total,anode}} - F_{\text{cisaillement,plasma}} = F_{\text{marangoni}} \quad (2.72)$$

avec  $F_{\text{total,anode}}$  la force tangentielle totale appliquée à la surface de l'anode,  $F_{\text{cisaillement,plasma}}$  la force de cisaillement causée par l'écoulement du plasma sur la surface de l'anode et  $F_{\text{marangoni}}$  la force causée par les gradients de tension de surface.

**La force de gradient de tension de surface (ou force de Marangoni) :** En ne prenant en compte que les variations de la tension de surface par rapport à la température pour une surface plane supposée indéformable, la force surfacique  $F_{\text{marangoni}}$  causée par les phénomènes de tension de surface peut s'écrire à la surface libre du bain ( $T > T_s$ ) :

$$F_{\text{marangoni}} = \frac{\partial \gamma}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (2.73)$$

où  $\tau$  est la coordonnée tangentielle à la surface de l'anode. En utilisant l'équation (1.4) vue au paragraphe 1.2.2.5,  $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$  s'écrit :

$$\frac{\partial \gamma}{\partial T} = -A - R\Gamma_s \ln \left[ 1 + k_1 a_k \exp \left( -\frac{\Delta H^0}{RT} \right) \right] + \frac{\Delta H^0 \Gamma_s k_1 a_k \exp \left( -\frac{\Delta H^0}{RT} \right)}{\left[ 1 + k_1 a_k \exp \left( -\frac{\Delta H^0}{RT} \right) \right] T} \quad (2.74)$$

**Force de cisaillement sur la surface du bain** Selon l'équation (2.72), cette force tangentielle à la surface du bain s'écrit :

$$F_{\text{cisaillement,plasma}} = \left( (\bar{\bar{\tau}}_{\text{plasma}} - p'\mathcal{I}) \cdot \mathbf{n} \right) \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (2.75)$$

Où  $\bar{\bar{\tau}}_{\text{plasma}}$  est le tenseur des contraintes du plasma et  $\boldsymbol{\tau}$  le vecteur unitaire tangentielle à la surface de l'anode.

### 2.5.3 Bilan électromagnétique

À l'interface entre le plasma et la cathode, on a la continuité de la densité de courant, ce qui s'écrit grâce à la loi d'Ohm (éq. (2.30)) :

$$(-\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n})_{\text{plasma}} = (-\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n})_{\text{anode}} \quad (2.76)$$

Aussi, selon les équations (2.51) et (2.60), la continuité de l'induction magnétique s'écrit :

$$\mathbf{B}_{\text{plasma}} = \mathbf{B}_{\text{anode}} \quad (2.77)$$

### 2.5.4 Résumé du modèle mathématique à l'interface entre le plasma et l'anode

Selon les systèmes (2.51) et (2.57), on a :

$$q_{\text{cond,plasma}} = \mathbf{q}_{\text{plasma}} \cdot \mathbf{n} \quad \text{et} \quad q_{\text{total,anode}} = \mathbf{q}_{\text{anode}} \cdot \mathbf{n} \quad (2.78)$$

Aussi, des systèmes (2.51) et (2.57), on a :

$$\begin{aligned} F_{\text{total,anode}} &= ((\bar{\tau}'_{\text{anode}} - p''\mathcal{I}) \cdot \mathbf{n}) \cdot \boldsymbol{\tau} \\ \text{et} \quad F_{\text{cisaillement,plasma}} &= ((\bar{\tau}'_{\text{plasma}} - p'\mathcal{I}) \cdot \mathbf{n}) \cdot \boldsymbol{\tau} \end{aligned} \quad (2.79)$$

Finalement, sur la surface plasma/anode  $\Gamma_{\text{plasma/anode}}$  on a :

$$((\bar{\tau}'_{\text{anode}} - p''\mathcal{I}) \cdot \mathbf{n}) \cdot \boldsymbol{\tau} - ((\bar{\tau}'_{\text{plasma}} - p'\mathcal{I}) \cdot \mathbf{n}) \cdot \boldsymbol{\tau} = \frac{\partial \gamma}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (2.80a)$$

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (2.80b)$$

$$(\mathbf{q}_{\text{anode}} \cdot \mathbf{n}) - (\mathbf{q}_{\text{plasma}} \cdot \mathbf{n}) = |-\sigma \nabla \phi| \phi_a - \varepsilon \sigma_B T^4 \quad (2.80c)$$

$$(-\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n})_{\text{plasma}} = (-\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n})_{\text{anode}} \quad (2.80d)$$

$$\mathbf{B}_{\text{plasma}} = \mathbf{B}_{\text{anode}} \quad (2.80e)$$

$$\text{avec} \quad \frac{\partial \gamma}{\partial T} = -A - R\Gamma_s \ln \left[ 1 + k_1 a_k \exp \left( -\frac{\Delta H^0}{RT} \right) \right] + \frac{\Delta H^0 \Gamma_s k_1 a_k \exp \left( -\frac{\Delta H^0}{RT} \right)}{\left[ 1 + k_1 a_k \exp \left( -\frac{\Delta H^0}{RT} \right) \right] T}$$

et  $\mathbf{q} = -\lambda \nabla T$ .

Comme pour l'interface plasma/cathode, les dépendances à la température introduites dans les bilans d'énergie et de forces peuvent entraîner des difficultés d'ordre numérique, notamment pour obtenir une convergence correcte. La méthode employée pour traiter cette interface sera présentée au paragraphe 3.3 et en annexe B.

## Conclusions du chapitre 2

Le modèle physique présenté au chapitre 1 a été traduit au cours de ce chapitre en termes mathématiques. Le domaine étant composé de cinq parties distinctes (le plasma, l'anode, la cathode, les interfaces plasma/cathode et plasma/anode), le modèle mathématique de chacune des parties a été présenté successivement.

Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont couplées aux équations électromagnétiques. *Celles-ci sont écrites en stationnaire. Dans le plasma, ce modèle a été réduit en un modèle quasi-incompressible bas Mach où la pression est constante en espace jusqu'aux fluctuations d'ordre  $Ma^2$ .* Celle-ci est alors composée d'une partie thermodynamique constante et d'une partie dynamique (d'ordre  $Ma^2$ ) variant spatialement. La masse volumique en particulier, et les propriétés thermo-physiques en général, sont alors dépendantes de la température, et calculées à pression thermodynamique constante. *Dans le bain de soudage, l'approximation de Boussinesq est utilisée.* Pour traiter l'écoulement dans la zone de changement de phase liquide-solide, un terme puit a été ajouté dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement, de manière à annuler le champ de vitesse dans la partie solide de la pièce. Dans les parties solides (la cathode et la partie non fondue de la pièce), les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement ne sont pas traitées.

*Aux interfaces entre le plasma et les électrodes, les bilans énergétiques et/ou de forces ont été modifiés de manière à introduire des phénomènes supplémentaire en ces surfaces.* On citera à la cathode les phénomènes d'émission thermoïonique, de neutralisation des ions et de rayonnement. À l'anode, sont ajoutés dans les bilans, les phénomènes d'absorption des électrons, de rayonnement, et l'effet Marangoni par l'intermédiaire d'un coefficient de thermodépendance de la tension de surface  $\left(\frac{\partial\gamma}{\partial T}\right)$  variable avec la température. Ces dépendances à la température introduites peuvent être la cause de difficultés numériques notamment pour arriver à la convergence souhaitée. C'est pourquoi, le modèle numérique qui sera développé au chapitre 3 utilise une méthode et un schéma numérique spécifique rendant possible le traitement de l'ensemble du problème couplé entre le plasma, la cathode et l'anode.

Les équations électromagnétiques sont composées d'une partie électrique (éq. (2.31)) permettant de calculer le potentiel électrique  $\phi$ , et d'une partie magnétostatique (éq. (2.32)) permettant de calculer l'induction magnétique  $\mathbf{B}$ . Ces termes étant nécessaires pour le calcul des deux termes sources électromagnétiques (effet Joule et force de Lorentz) de la partie thermohydraulique, il convient d'implémenter un modèle numérique dans Cast3M permettant de les calculer. La partie électrique (éq. (2.31)) est un problème de conduction classique ne posant ainsi pas de problème particulier. En revanche, la partie magnétostatique (éq. (2.32)) n'est pas analogue aux autres systèmes pouvant être classiquement résolus avec le logiciel éléments finis Cast3M [9] car les équations à résoudre sont uniquement du premier ordre (aucune dérivée seconde).

C'est pourquoi, afin de traiter cette partie, les développements réalisés et leur validation au travers d'un cas test seront présentés au paragraphe 3.1. De la même manière, au paragraphe 3.2, un cas test sera développé afin vérifier la bonne implémentation d'un modèle bas Mach en configuration 2D axisymétrique pour les plages de température et de

vitesse similaires à celles rencontrées dans le plasma.

Finalement, pour résumer, le modèle mathématique complet s'écrit :

**Sur le volume de la cathode  $\Omega_{cathode}$  (voir paragraphe 2.3)**

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = \sigma \nabla \phi \cdot \nabla \phi \quad \text{sur } \Omega_{cathode} \quad (2.81a)$$

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = 0 \quad \text{sur } \Omega_{cathode} \quad (2.81b)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = -\mu_0 \sigma \nabla \phi \quad \text{sur } \Omega_{cathode} \quad (2.81c)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{sur } \Omega_{cathode} \quad (2.81d)$$

**Sur l'interface plasma/cathode  $\Gamma_{plasma/cathode}$  (voir paragraphe 2.4)**

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad \text{sur } \Gamma_{plasma/cathode} \quad (2.82a)$$

$$(\mathbf{q}_{cathode} \cdot \mathbf{n}) - (\mathbf{q}_{plasma} \cdot \mathbf{n}) = j_i V_i - j_e \phi_c - \varepsilon \sigma_B T^4 \quad \text{sur } \Gamma_{plasma/cathode} \quad (2.82b)$$

$$(-\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n})_{plasma} = (-\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n})_{cathode} \quad \text{sur } \Gamma_{plasma/cathode} \quad (2.82c)$$

$$\mathbf{B}_{plasma} = \mathbf{B}_{cathode} \quad \text{sur } \Gamma_{plasma/cathode} \quad (2.82d)$$

**Sur le volume du plasma  $\Omega_{plasma}$  (voir paragraphe 2.1)**

$$\rho \nabla \cdot \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho = 0 \quad \text{sur } \Omega_{plasma} \quad (2.83a)$$

$$\rho (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u} + \nabla p' - \nabla \cdot \bar{\tau} = (-\sigma \nabla \phi) \times \mathbf{B} \quad \text{sur } \Omega_{plasma} \quad (2.83b)$$

$$\rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T + \nabla \cdot \mathbf{q} = \sigma \nabla \phi \cdot \nabla \phi - 4\pi \varepsilon_n \quad \text{sur } \Omega_{plasma} \quad (2.83c)$$

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = 0 \quad \text{sur } \Omega_{plasma} \quad (2.83d)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = -\mu_0 \sigma \nabla \phi \quad \text{sur } \Omega_{plasma} \quad (2.83e)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{sur } \Omega_{plasma} \quad (2.83f)$$

**Sur l'interface plasma/anode  $\Gamma_{plasma/anode}$  (voir paragraphe 2.5)**

$$\left( (\bar{\tau}_{anode} - p'' \mathcal{I}) \cdot \mathbf{n} \right) \cdot \boldsymbol{\tau} - \left( (\bar{\tau}'_{plasma} - p' \mathcal{I}) \cdot \mathbf{n} \right) \cdot \boldsymbol{\tau} = \frac{\partial \gamma}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad \text{sur } \Gamma_{plasma/anode} \quad (2.84a)$$

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{sur } \Omega_{plasma/anode} \quad (2.84b)$$

$$(\mathbf{q}_{anode} \cdot \mathbf{n}) - (\mathbf{q}_{plasma} \cdot \mathbf{n}) + |-\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n}| \phi_a + \varepsilon \sigma_B T^4 = 0 \quad \text{sur } \Omega_{plasma/anode} \quad (2.84c)$$

$$(-\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n})_{plasma} - (-\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n})_{anode} = 0 \quad \text{sur } \Gamma_{plasma/anode} \quad (2.84d)$$

$$\mathbf{B}_{plasma} - \mathbf{B}_{anode} = \mathbf{0} \quad \text{sur } \Gamma_{plasma/anode} \quad (2.84e)$$

Sur le volume de l'anode  $\Omega_{anode}$  (voir paragraphe 2.2)

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{sur } \Omega_{anode} \quad (2.85a)$$

$$\rho_{\text{réf}} (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u} + \nabla p'' - \nabla \cdot \bar{\tau}' = (-\sigma \nabla \phi) \times \mathbf{B} - \rho \beta (T - T_{\text{réf}}) \mathbf{g} - c \frac{(1 - f_l)^2}{f_l^3 + b} \mathbf{u} \quad \text{sur } \Omega_{anode} \quad (2.85b)$$

$$\rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T + \nabla \cdot \mathbf{q} = \sigma \nabla \phi \cdot \nabla \phi \quad \text{sur } \Omega_{anode} \quad (2.85c)$$

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = 0 \quad \text{sur } \Omega_{anode} \quad (2.85d)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = -\mu_0 \sigma \nabla \phi \quad \text{sur } \Omega_{anode} \quad (2.85e)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{sur } \Omega_{anode} \quad (2.85f)$$

Les conditions aux limites

$$\mathbf{u} = \mathbf{s}_1 \quad \text{ou} \quad (\bar{\tau} - p' \mathcal{I}) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{s}_2 \quad \text{sur } \Gamma_{plasma} \quad (2.86a)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{s}_2 \quad \text{ou} \quad (\bar{\tau}' - p'' \mathcal{I}) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{s}_3 \quad \text{sur } \Gamma_{anode} \quad (2.86b)$$

$$T = s_4 \quad \text{ou} \quad \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = s_5 \quad \text{sur } \Gamma \quad (2.86c)$$

$$\phi = s_6 \quad \text{ou} \quad \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} = -\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n} = s_7 \quad \text{sur } \Gamma \quad (2.86d)$$

$$\mathbf{B} \times \mathbf{n} = \mathbf{s}_8 \quad \text{ou} \quad \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = s_9 \quad \text{sur } \Gamma \quad (2.86e)$$

avec  $\mathbf{q} = -\lambda \nabla T$ ,  $\bar{\tau} = \mu \left( (\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T \right) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathcal{I}$ ,  $\bar{\tau}' = \mu \left( (\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T \right)$ , et

$$\frac{\partial \gamma}{\partial T} = -A - R \Gamma_s \ln \left[ 1 + k_1 a_k \exp \left( -\frac{\Delta H^0}{RT} \right) \right] + \frac{\Delta H^0 \Gamma_s k_1 a_k \exp \left( -\frac{\Delta H^0}{RT} \right)}{\left[ 1 + k_1 a_k \exp \left( -\frac{\Delta H^0}{RT} \right) \right] T}.$$

$\Gamma$  désigne la frontière de normale  $\mathbf{n}$  et de tangente  $\boldsymbol{\tau}$  délimitant le volume total  $\Omega$  composé du volume de la cathode  $\Omega_{cathode}$ , du volume de l'anode  $\Omega_{plasma}$  et du volume du plasma  $\Omega_{plasma}$ .  $s_k$  est la quantité imposée pour la condition à la limite  $k$ .

## Chapitre 3

# Développement du modèle numérique

### Sommaire

---

<b>Objectifs du chapitre 3</b>	<b>59</b>
<b>3.1 Développements pour le calcul de l'induction magnétique B</b>	<b>60</b>
3.1.1 Revue des formulations utilisées dans la littérature pour la résolution de la partie magnétostatique	60
3.1.2 Présentation de la méthode d'éléments finis moindres carrés utilisée pour résoudre la partie magnétostatique	61
3.1.3 Cas test magnétostatique 1D	64
3.1.4 Conclusions sur la méthode d'éléments finis moindres carrés	68
<b>3.2 Modèle numérique bas Mach 2D axisymétrique pour la prise en compte des forts gradients de masse volumique dans le plasma</b>	<b>68</b>
3.2.1 Présentation du cas test	69
3.2.2 Conclusions sur le modèle bas Mach	75
<b>3.3 Le modèle numérique arc/bain</b>	<b>76</b>
3.3.1 Calcul de la conductivité électrique au voisinage des électrodes	76
3.3.2 Formulation faible des équations et linéarisation	78
3.3.3 Les conditions aux limites	78
3.3.4 Discrétisation	78
3.3.5 Procédure numérique	79
<b>Conclusions du chapitre 3</b>	<b>80</b>

---

### Objectifs du chapitre 3

Les objectifs de ce chapitre sont de présenter les développements numériques qui ont été réalisés dans le logiciel éléments finis Cast3M [9], pour résoudre le modèle mathématique présenté au chapitre 2. Pour cela, il a été nécessaire de choisir et de développer un modèle numérique permettant de traiter les équations de l'électromagnétisme en 2D axisymétrique qui puisse être facilement généralisable pour le passage futur vers une configuration 3D. Aussi, comme il a été vu au chapitre 2 la prise en compte des fortes variations de masse volumique dans l'arc (un facteur 100) peut se faire grâce à l'approximation bas Mach. Avant d'utiliser cette hypothèse pour le modèle final couplant l'arc et le bain de soudage,



il convient de tester la bonne implémentation d'un tel modèle bas Mach dans le logiciel Cast3M sur une configuration ayant une solution analytique.

Ainsi, afin de valider ces développements, deux cas tests 2D axisymétrique seront successivement présentés : un pour l'électromagnétisme (paragraphe 3.1) et un autre pour l'approximation bas Mach (paragraphe 3.2). Ceux-ci ont des solutions analytiques que l'on a définies. Enfin, le modèle numérique sera explicité au cours du paragraphe 3.3.

## 3.1 Développements pour le calcul de l'induction magnétique B

Pour tous les modèles de la littérature et le nôtre, les termes électromagnétiques (potentiel électrique, densité de courant, l'induction magnétique) sont calculés à chaque itération du fait de la dépendance à la température de la conductivité électrique et injectés au travers des termes sources dans les équations de conservation. Cependant, il ressort des variantes pour calculer la partie magnétostatique définie par le système (2.32).

### 3.1.1 Revue des formulations utilisées dans la littérature pour la résolution de la partie magnétostatique

#### 3.1.1.1 Les modèles 2D axisymétrique

**Approche magnétique :** La première formulation, que l'on appellera *approche magnétique* [51], est basée sur la résolution de l'induction magnétique, puis de la densité de courant. Pour cela, l'équation suivante obtenue à partir de la loi d'Ohm (équ. (2.29)), de la loi d'Ampère (équ. (2.26c)), et de la loi de Faraday (équ. (2.26a)), est tout d'abord résolue :

$$\nabla \times \left[ \frac{1}{\mu_0 \sigma} (\nabla \times \mathbf{B}) \right] = \mathbf{0} \quad (3.1)$$

Puis, la loi d'Ampère ( $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$ ) permet de calculer la densité de courant  $\mathbf{j}$ .  $\mathbf{j}$  et  $\mathbf{B}$  permettent alors de calculer la force de Lorentz et l'effet Joule.

**Approche électrique :** L'autre méthode, que l'on appellera *approche électrique* [31], est plus largement utilisée. Tout d'abord, le modèle électrocinétique ( $\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = 0$ ) est utilisé pour calculer la densité de courant  $\mathbf{j} = -\sigma \nabla \phi$ .

Connaissant  $\mathbf{j}$ , la loi d'Ampère ( $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$ ) est utilisée pour calculer l'induction magnétique  $\mathbf{B}$ . En configuration 2D axisymétrique, et du fait que seule sa composante azimutale est non nulle, la majorité des auteurs utilisent que la composante  $z$  de la densité de courant, soit :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (r B_\theta)}{\partial r} = \mu_0 j_z \quad (3.2)$$

Où les indices  $r$ ,  $z$  et  $\theta$  représentent les composantes radiale, axiale et azimutale.

D'un point de vue numérique, les principaux désavantages sont que :

- l'équation étant du premier ordre, la résolution n'est pas stable si l'on utilise une formulation de type Galerkin standard [15] en éléments finis.
- elle n'inclut pas toutes les composantes de la loi d'Ampère. Ceci semble justifié en 2D axisymétrique du fait de la conservation du courant ( $\nabla \cdot \mathbf{j} = 0$ ). En effet, en injectant cette dernière équation dans l'équation (3.2), on retrouve l'autre composante de la loi d'Ampère. Cependant, cette hypothèse n'est pas applicable en 3D.

Parce que ces méthodes demande une implémentation conséquente dans le code éléments finis Cast3M et parce qu'elles ne sont pas valables en 3D (l'équation  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  est absente<sup>1</sup>), le choix entrepris a été d'implémenter une méthode directement généralisable en 3D.

### 3.1.1.2 Les modèles 3D

La méthode la plus couramment utilisée dans les quelques modèles arc 3D, du fait de la facilité de son implémentation, consiste à introduire un potentiel vecteur. On citera, par exemple, le modèle arc de Freton [19].

**Introduction du potentiel vecteur magnétique :** De l'équation de conservation du flux magnétique ( $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ ), on peut introduire un potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  dérivant de  $\mathbf{B}$  et défini par  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ . Introduit dans la loi d'Ampère (éq. (2.26c)) et contraint par la condition de jauge  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ , l'équation à résoudre est :

$$\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{j} \quad (3.3)$$

On obtient ainsi un problème elliptique qui peut être résolu classiquement avec la technique des éléments finis. Bien que cette équation à résoudre puisse s'appliquer à une grande variété de géométries, l'introduction d'un potentiel vecteur présente des inconvénients :

- l'induction magnétique n'est pas calculée directement puisqu'elle est alors définie à partir du potentiel vecteur.
- la résolution porte sur une grandeur mathématique. Il peut donc être difficile d'imposer des conditions aux limites physiques et justifiées pour  $\mathbf{A}$ .

C'est pourquoi, afin de s'affranchir de ces désavantages, nous avons choisi une autre approche utilisant la méthode d'éléments finis moindres carrés [34] (LSFEM en anglais).

## 3.1.2 Présentation de la méthode d'éléments finis moindres carrés utilisée pour résoudre la partie magnétostatique

### 3.1.2.1 Avantages de la méthode d'éléments finis moindres carrés pour la magnétostatique

La méthode d'éléments finis moindres carrés est une méthode générale possédant les principaux avantages suivants :

- Elle est applicable à des systèmes du premier ordre et est quasi-optimale pour cette classe de problèmes contrairement aux méthodes de type Galerkin [34] en éléments finis. En effet, ces dernières méthodes sont optimales pour résoudre des systèmes elliptiques.
- L'équation de conservation du flux magnétique ( $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ ) peut être incluse aisément, ce qui évite toute solution parasite.
- Les principales conditions aux limites pour  $\mathbf{B}$  peuvent être introduites dans la formulation faible du problème ou imposées de manière forte en modifiant directement les matrices du système à résoudre.
- Le problème discret obtenu du système d'équations est symétrique défini positif, et peut donc être résolu aisément.

Utilisée pour les équations de Navier-Stokes et de l'énergie, cette méthode a pour principal désavantage d'augmenter considérablement le nombre de variables à calculer et les capacités mémoires nécessaires. En effet, les flux sont aussi considérés comme étant des

<sup>1</sup>Omettre ce terme peut conduire à des solutions parasites [34].

variables. En revanche, ce n'est pas le cas pour le système magnétostatique (éq. (2.32)) à résoudre ici. Celui-ci présentant directement les opérateurs rotationnel et divergence, il correspond naturellement à la forme compatible avec la méthode d'éléments finis moindres carrés [34].

### 3.1.2.2 Les bases théoriques de la méthode

Ici, les bases théoriques de la formulation moindres carrés pour un problème du premier ordre sont résumées. Pour plus de précisions sur les bases mathématiques de cette méthode, on pourra se référer au livre de Jiang [34]. Tout d'abord, définissons un problème général du premier ordre par le système suivant :

$$\mathcal{L}\mathbf{v} = \mathbf{f} \text{ sur } \Omega \quad (3.4a)$$

$$\mathcal{B}\mathbf{v} = \mathbf{w} \text{ sur } \Gamma \quad (3.4b)$$

Où  $\mathcal{B}$  est un opérateur algébrique sur la frontière et  $\mathcal{L}$  un opérateur du premier ordre :

$$\mathcal{L} = \sum_{k=1}^n \mathcal{L}_k \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x_k} + \mathcal{L}_0 \mathbf{v} \quad (3.5)$$

$\Omega \in \mathbb{R}^n$  est un domaine délimité par la frontière  $\Gamma$ ,  $n$  représente la dimension de l'espace,  $\mathbf{v}^T = (u_1, u_2, \dots, u_m)$  est un vecteur de  $m$  inconnues fonctions des coordonnées de l'espace  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $\mathcal{L}_k$  et  $\mathcal{L}_0$  sont des matrices  $N_{eq} \times m$  qui dépendent continûment de  $\mathbf{x}$ ,  $N_{eq}$  est le nombre d'équations et  $m$  le nombre d'inconnues.  $\mathbf{f}$  et  $\mathbf{w}$  représentent respectivement un terme source et la valeur de la condition à la limite.

Maintenant, si l'on suppose que  $\mathbf{f} \in [L^2(\Omega)]^m$  et que l'on pose  $\mathbb{V} = [H^1(\Omega)]^m$ , on peut définir les sous-espaces suivants pour une fonction test arbitraire  $\mathbf{v}^* \in \mathbb{V}$  :

$$\mathbb{V}_w = \{\mathbf{v}^* \in \mathbb{V} : \mathcal{B}\mathbf{v}^* = \mathbf{w} \text{ sur } \Gamma\} \quad (3.6)$$

$$\mathbb{V}_0 = \{\mathbf{v}^* \in \mathbb{V} : \mathcal{B}\mathbf{v}^* = \mathbf{0} \text{ sur } \Gamma\} \quad (3.7)$$

Pour tout  $\mathbf{v}^* \in \mathbb{V}_w$ , on peut introduire la fonction résidu  $R(\mathbf{v}^*)$  suivante pour le problème (3.4) :

$$R(\mathbf{v}^*) = \mathcal{L}\mathbf{v}^* - \mathbf{f} \quad \text{dans } \Omega \quad (3.8)$$

Ceci permet d'écrire la fonctionnelle  $I(\mathbf{v}^*)^2$  définie par :

$$I(\mathbf{v}^*) = \|R(\mathbf{v}^*)\|_2^2 = \|\mathcal{L}\mathbf{v}^* - \mathbf{f}\|_2^2 \quad \text{pour } \mathbf{v}^* \in \mathbb{V}_w \quad (3.9)$$

en notant que :

$$0 = I(\mathbf{v}) \leq I(\mathbf{v}^*) \quad \forall \mathbf{v}^* \in \mathbb{V}_w \quad (3.10)$$

Donc une solution  $\mathbf{v}$  du problème (3.4) minimise la fonctionnelle  $I$  et la méthode moindres carrés équivaut à trouver ce minimum, c'est-à-dire, trouver  $\mathbf{v} \in \mathbb{V}_w$  telle que :

$$I(\mathbf{v}) = \min_{\mathbf{v}^* \in \mathbb{V}_w} I(\mathbf{v}^*) \quad (3.11)$$

Une condition nécessaire pour qu'une fonction  $\mathbf{v} \in \mathbb{V}_w$  satisfasse l'équation (3.11) est :

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial t} I(\mathbf{v} + t\mathbf{v}^*) \equiv 2 \int_{\Omega} (\mathcal{L}\mathbf{v}^*)^T (\mathcal{L}\mathbf{v} - \mathbf{f}) d\Omega = \mathbf{0} \quad \forall \mathbf{v}^* \in \mathbb{V}_0 \quad (3.12)$$

---

<sup>2</sup> $\|\mathbf{v}\|_2 = \int_{\Omega} \mathbf{v}^2 \Omega$

Ainsi, la méthode des moindres carrés<sup>3</sup> conduit à la formulation variationnelle suivante : trouver  $\mathbf{v} \in \mathbb{V}_w$  telle que :

$$a(\mathbf{v}, \mathbf{v}^*) = b(\mathbf{v}^*) \quad \forall \mathbf{v}^* \in \mathbb{V}_0, \quad (3.13)$$

avec :

$$a(\mathbf{v}, \mathbf{v}^*) = \int_{\Omega} (\mathcal{L}\mathbf{v}) \cdot (\mathcal{L}\mathbf{v}^*) d\Omega \quad (3.14a)$$

$$b(\mathbf{v}^*) = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot (\mathcal{L}\mathbf{v}^*) d\Omega \quad (3.14b)$$

Jusqu'à maintenant dans l'équation (3.13), la condition aux limites  $\mathcal{B}\mathbf{v} = \mathbf{w}$  a été imposée de manière forte en limitant l'espace dans lequel on cherche la solution. C'est ce qui a été fait au cours de cette thèse.

Cependant, il est aussi possible d'introduire les conditions aux limites dans la fonctionnelle à minimiser. Cette manière de procéder est décrite dans le livre de Jiang [34].

### 3.1.2.3 Mise en oeuvre de la méthode des éléments finis

Pour le problème du premier ordre défini par l'équation (3.4), l'inconnue est le vecteur  $\mathbf{v}$ . Celle-ci ainsi que le terme source  $\mathbf{f}$ , peuvent s'écrire dans leur forme discrétisée :

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \sum_i^N N_i \mathbf{v}_i(\mathbf{x}) \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \sum_i^N N_i \mathbf{f}_i(\mathbf{x}) \quad (3.15)$$

où  $\mathbf{v}_i$  et  $\mathbf{f}_i$  sont les valeurs nodales de l'inconnue à déterminer et du terme source au  $i^{\text{ème}}$  noeud du maillage qui en comporte  $N$ .  $N_i$  sont les fonctions de forme.

En injectant ces notations dans la formulation faible (éq. (3.24)), l'équation linéaire discrétisée suivante est obtenue :

$$\sum_i^N \mathbf{v}_i \mathcal{K}_{i,j} = \sum_i^N \mathbf{f}_i \mathcal{M}_{i,j} = \mathbf{F}_j \quad \text{pour } j = 1, \dots, n \quad (3.16)$$

avec  $\mathcal{K}_{i,j}$  la matrice de rigidité,  $\mathbf{F}_j$  un vecteur source et,  $\mathbf{v}_i$  est le vecteur global des valeurs nodales de l'induction magnétique.  $i$  et  $j$  représentent respectivement les d.d.l. des espaces éléments finis primal<sup>4</sup> et dual<sup>5</sup> sur le même domaine de définition  $\Omega$ .

En particulier, si l'on se réfère à la formulation faible moindres carrés (3.13), on a :

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{i,j} &= \int_{\Omega} (\mathcal{L}N_i) \cdot (\mathcal{L}N_j) d\Omega \\ \mathbf{F}_j &= \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot (\mathcal{L}N_j) d\Omega \end{aligned} \quad (3.17)$$

Si on pose  $\mathcal{K} = (\mathcal{K}_{i,j})$  et  $\mathcal{M} = (\mathcal{M}_{i,j})$ , le système à résoudre s'écrit sous forme matricielle de la manière suivante :

$$\mathcal{K}\mathbf{v} = \mathcal{M}\mathbf{f} \quad (3.18)$$

$\mathcal{K}$  et  $\mathcal{M}$  sont plus communément appelés respectivement matrice de rigidité et matrice masse.

<sup>3</sup>En anglais : least squares

<sup>4</sup>lié à la variable à calculer

<sup>5</sup>lié à la fonction test

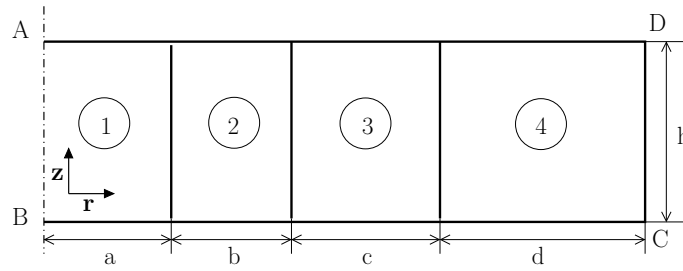


FIG. 3.1 – Géométrie du câble coaxial

Enfin, la manière dont les intégrales des équations (3.17) sont finalement calculées ne seront pas détaillées : passage à un élément de référence puis utilisation d'une quadrature de Gauss. En effet, ces éléments sont bien décrits dans tous bons livres sur les méthodes d'éléments finis, par exemple le Ern et Guermond [15].

### 3.1.3 Cas test magnétostatique 1D

Afin de tester cette méthode pour la résolution du problème magnétostatique défini précédemment par le système (2.32), un cas test a été fabriqué. Celui-ci consiste à trouver une solution analytique pour l'induction magnétique  $\mathbf{B}$ , à partir d'une densité de courant  $\mathbf{j}$  discontinue sur le domaine du cas test.

#### 3.1.3.1 Présentation du cas test

La géométrie utilisée est présentée sur la figure 3.1. Elle est composée de quatre parties et admet une symétrie de révolution.

Sur chacune des parties, on pose, pour la densité de courant  $\mathbf{j}$  :

$$\begin{cases} \mathbf{j}_1 = \frac{I \cos(r)}{\pi a^2} \mathbf{z} \\ \mathbf{j}_2 = \mathbf{0} \\ \mathbf{j}_3 = -\frac{I e^r}{\pi ((a+b+c)^2 - (a+b)^2)} \mathbf{z} \\ \mathbf{j}_4 = \mathbf{0} \end{cases} \quad (3.19)$$

Où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des dimensions liées à la géométrie du cas test présentée sur la figure 3.1.  $r$  et  $z$  sont respectivement les coordonnées radiale et axiale et,  $\mathbf{j}_k$  correspond à  $\mathbf{j}$  sur la partie  $k$ .  $I$  est le courant total.

En utilisant le modèle magnétostatique présenté précédemment pour cette configuration, on obtient le système :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad \text{sur } \Omega \quad (3.20a)$$

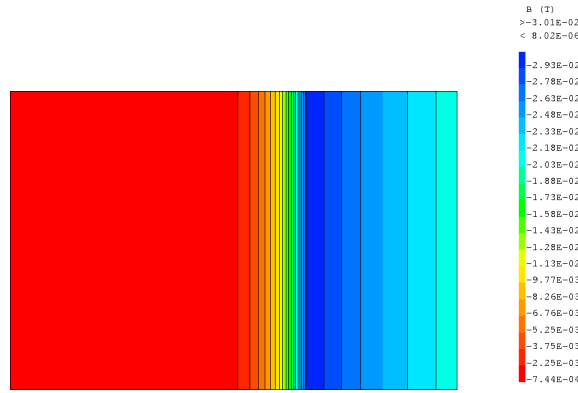
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{sur } \Omega \quad (3.20b)$$

associé aux conditions aux limites suivantes :

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{sur } \Gamma \quad (3.21a)$$

$$B_r = 0 \quad \text{sur } AB \quad (3.21b)$$

$$B_\theta = 0 \quad \text{sur } AB \quad (3.21c)$$

FIG. 3.2 – Solution analytique pour  $B_\theta$ 

Où  $r$  et  $\theta$  sont respectivement les coordonnées radiale et azimutale, et  $\Omega$  correspond au volume total délimité par sa frontière  $\Gamma$ . Aussi, on pose  $\mathbf{B} = \bigcup_{k=1}^4 \mathbf{B}_k$  et  $\mathbf{j} = \bigcup_{k=1}^4 \mathbf{j}_k$ . La solution analytique pour  $\mathbf{B}$  sur chacune des parties est alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{\pi a^2 r} (\cos(r) + r \sin(r) - 1) \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{\pi a^2 r} (\cos(a) + a \sin(a) - 1) \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{B}_3 = \frac{\mu_0 I}{\pi r} \left[ \frac{\cos(a) + a \sin(a) - 1}{a^2} - \frac{(r-1)e^r - (a+b-1)e^{a+b}}{(a+b+c)^2 - (a+b)^2} \right] \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{B}_4 = \frac{\mu_0 I}{\pi r} \left[ \frac{\cos(a) + a \sin(a) - 1}{a^2} - \frac{(a+b+c-1)e^{a+b+c} - (a+b-1)e^{a+b}}{(a+b+c)^2 - (a+b)^2} \right] \boldsymbol{\theta} \end{array} \right. \quad (3.22)$$

Comme on peut le remarquer, l'induction magnétique dépend uniquement de  $r$ . Ainsi, ce cas test est essentiellement 1D, ce qui constitue le principal désavantage de celui-ci. Néanmoins, l'efficacité de la méthode d'éléments finis moindres carrés peut tout de même être démontrée sur cette configuration. En effet, les avantages donnés à cette méthode qui sont principalement le calcul direct de  $\mathbf{B}$  et son applicabilité à la résolution d'un système du premier ordre restent valables. Aussi, il permet de tester les conditions aux limites (système (3.21)) qui seront identiques à celle qui seront utilisées pour la modélisation du procédé de soudage à l'arc TIG.

Enfin, pour l'application numérique, les données suivantes ont été choisies :

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 2 \text{ m} \\ b = 5 \text{ m} \\ c = 3 \text{ m} \\ d = 5 \text{ m} \\ h = 10 \text{ m} \\ I = 200 \text{ A} \end{array} \right. \quad (3.23)$$

Ces valeurs conduisent à la solution analytique représentée sur la figure 3.2.

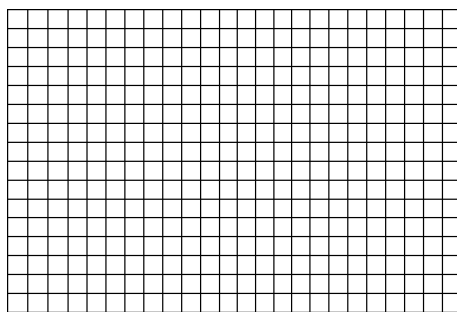


FIG. 3.3 – Exemple de maillage utilisé pour le cas test magnétostatique

### 3.1.3.2 Formulation faible

Tout d'abord, on considère que  $\mu_0 \mathbf{j} \in [L^2(\Omega)]^3$ .  $\mathbf{j}$  est donc discontinu. Afin de ne pas perdre en généralité, le système magnétostatique (3.20) a été résolu dans son ensemble en considérant qu'aucune des composantes n'est à priori nulle. Ainsi, le problème variationnelle dans sa formulation moindres carrés est : trouver  $\mathbf{B} \in \mathbb{V}_g$  tel que

$$\int_{\Omega} (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot (\nabla \times \mathbf{B}^*) \, d\Omega + \int_{\Omega} (\nabla \cdot \mathbf{B}) \cdot (\nabla \cdot \mathbf{B}^*) \, d\Omega = \int_{\Omega} (\mu_0 \mathbf{j}) \cdot (\nabla \times \mathbf{B}^*) \, d\Omega \quad \forall \mathbf{B}^* \in \mathbb{V}_0 \quad (3.24)$$

où  $\mathbf{B}^*$  est la fonction test de  $\mathbf{B}$ . Pour ce cas particulier, le terme  $\int_{\Omega} (\nabla \cdot \mathbf{B}) \cdot (\nabla \cdot \mathbf{B}^*) \, d\Omega$  est nul car  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ . En effet, du fait de l'hypothèse d'axisymétrie, seule la composante  $B_\theta$  est non nulle et  $\frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} = 0$ . Ainsi, un des intérêts de la méthode LSFEM n'est pas exploité dans ce cas test.

### 3.1.3.3 Discrétisation

La formulation faible définie par l'équation (3.24) est discrétisée grâce à la méthode des éléments finis présentées au paragraphe 3.1.2.3. Le maillage utilisé est composé de mailles de taille identique et est présenté sur la figure 3.3.

Afin que le terme source  $\mu_0 \mathbf{j}$  soit défini le plus précisément possible (condition définie par Jiang [34] pour la bonne applicabilité de la méthode),  $\mathbf{j}$  est discrétisé grâce à des éléments quadratiques  $\mathbb{Q}_2$ . En revanche, afin de tester la méthode, des éléments linéaires  $\mathbb{Q}_1$  et quadratiques  $\mathbb{Q}_2$  seront successivement utilisés pour la discrétisation de  $\mathbf{B}$ .

### 3.1.3.4 Résultats

Le tableau 3.1 recense le maximum de l'erreur relative  $L_2$  entre la solution trouvée et la solution analytique  $\frac{\|\mathbf{B}_{\text{calculé}} - \mathbf{B}_{\text{analytique}}\|_2}{\|\mathbf{B}_{\text{analytique}}\|_2}$  pour différents niveaux de raffinement du maillage. Ces erreurs sont tracées sur la figure 3.4(a). Elle permet de conclure sur la bonne convergence de la méthode : l'erreur baisse lorsque le maillage est plus raffiné et lorsque l'ordre d'interpolation des éléments utilisés est supérieur. Ainsi, l'erreur est logiquement plus faible pour le maillage le plus raffiné avec  $\mathbf{B}$  discrétisé sur des éléments  $\mathbb{Q}_2$ . Aussi, les interpolations linéaires des évolutions des erreurs présentées sur la figure 3.4(a) montrent que le coefficient directeur de ces droites est de 4,4 pour des éléments  $\mathbb{Q}_2$ , et est de 2,2 pour des éléments  $\mathbb{Q}_1$ . La décroissance plus rapide de l'erreur pour des éléments d'ordre

nombre d'éléments radiaux	éléments $Q_1$	éléments $Q_2$
12	$1,27 \cdot 10^{-2}$	$5,11 \cdot 10^{-4}$
19	$3,32 \cdot 10^{-3}$	$3,27 \cdot 10^{-5}$
36	$1,08 \cdot 10^{-3}$	$3,50 \cdot 10^{-6}$
63	$3,16 \cdot 10^{-4}$	$2,94 \cdot 10^{-7}$

TAB. 3.1 – Erreurs pour  $\frac{\|\mathbf{B}_{\text{calculé}} - \mathbf{B}_{\text{analytique}}\|_2}{\|\mathbf{B}_{\text{analytique}}\|_2}$  pour différents maillage et différents espaces de discrétisation pour  $\mathbf{B}$ .

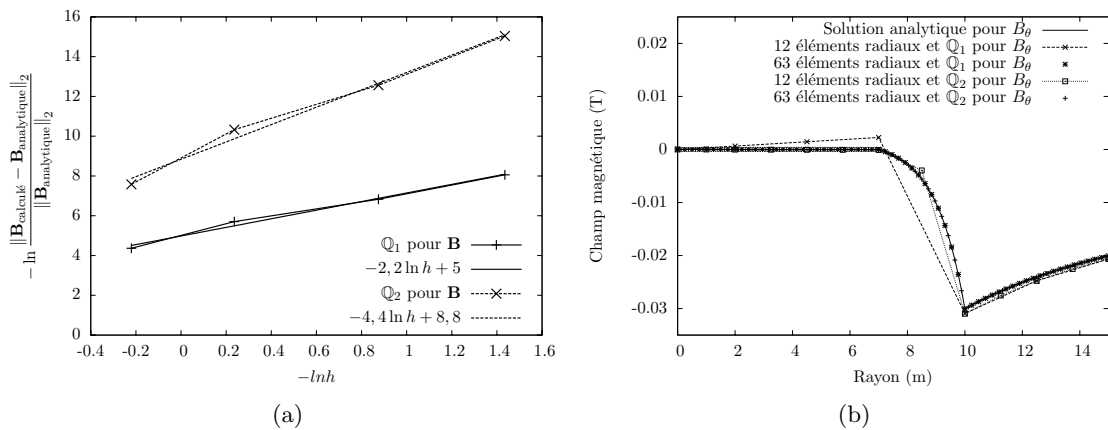


FIG. 3.4 – (a) : évolutions de l'erreur sur  $\mathbf{B}$  en fonction du pas moyen du maillage  $h$  ( $h = \frac{\text{rayon du maillage}}{\text{nombre d'éléments radiaux}}$ ) pour différents espaces de discrétisation et les interpolations linéaires associées, (b) : comparaison de l'évolution radiale de  $B_\theta$  sur BC avec la solution analytique pour différents niveaux de raffinement du maillage et différents espaces de discrétisation.



supérieur est donc bien vérifiée. Pour le cas avec des éléments  $\mathbb{Q}_2$ , ce coefficient directeur est supérieur à 3 qui est la valeur généralement trouvée pour ce type d'espace de discrétisation. Ceci peut être dû au maillage régulier utilisé qui limite les erreurs de discrétisation. La figure 3.4, permettant de comparer les évolutions radiales des champs obtenus en fonction de leur espace de discrétisation et du niveau de raffinement du maillage, confirme la bonne convergence de la méthode. Notamment, les solutions calculées avec le maillage le plus fin utilisé sont confondues (écart maximal de  $4.10^{-8}$ ) avec la solution analytique et ce, quel que soit l'espace de discrétisation utilisé.

L'efficacité de la méthode pour la résolution d'un problème magnétostatique similaire à celui d'un arc électrique est ainsi démontrée.

#### **3.1.4 Conclusions sur la méthode d'éléments finis moindres carrés**

Finalement, l'étude de ce cas test a montré qu'il était possible de résoudre un problème magnétostatique en utilisant une méthode d'éléments finis moindres carrés grâce au logiciel Cast3M. Les résultats obtenus sont en bon accord avec la solution analytique.

Enfin, le modèle magnétostatique résolu associé à ses conditions aux limites étant similaire à celui défini pour la modélisation de l'arc et du bain de soudage et l'efficacité de la méthode des moindres carrés ayant été démontrée, cette dernière sera utilisée par la suite pour la modélisation du procédé de soudage à l'arc TIG. Aussi, afin de garantir une meilleure précision de la méthode d'éléments finis moindres carrés, des éléments  $\mathbb{Q}_2$  seront choisis pour  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{j}$ .

## **3.2 Modèle numérique bas Mach 2D axisymétrique pour la prise en compte des forts gradients de masse volumique dans le plasma**

Afin de vérifier la bonne résolution de la partie thermohydraulique dans le plasma et la bonne discrétisation des différents termes de transport (convection, conduction,...), un cas test utilisant l'hypothèse bas Mach énoncée au paragraphe 2.1.6 a été réalisé.

La démarche a consisté à se définir une solution analytique 2D axisymétrique vérifiant  $Ma < 0.3$  et admettant de manière similaire au plasma des variations de masse volumique de l'ordre de  $10^2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , et des plages de températures et de vitesses d'écoulement similaires.

À partir des termes sources définis par la solution analytique et à partir des valeurs de grandeurs différentes de cette même solution, il s'agit de vérifier que la solution issue de la résolution de ce modèle bas Mach correspond à celle définie analytiquement.

### 3.2.1 Présentation du cas test

Les solutions analytiques de la vitesse  $\mathbf{u}$ , la température  $T$  et la masse volumique  $\rho$  sont définies par les équations suivantes :

$$T_a = \frac{T_c}{\pi} [e^z (\cos(r) + 1) + \pi] \quad (3.25a)$$

$$\rho_a = \frac{P}{R_g T} \quad (3.25b)$$

$$u_{ra} = U_c r^2 \sin(r) \cos(z) \quad (3.25c)$$

$$u_{\theta a} = 0 \quad (3.25d)$$

$$u_{za} = -U_c \sin(z) \cos(r) \quad (3.25e)$$

$$p' = \sin(r) \sin(z) \quad (3.25f)$$

avec  $U_c$  et  $T_c$  des constantes,  $R_g$  la constante spécifique des gaz parfaits,  $P$  la pression thermodynamique.  $r$ ,  $\theta$  et  $z$  sont les coordonnées radiale, azimutale et axiale du domaine. Par la suite, toutes les équations liées à  $u_\theta$  seront omises.

Sur la base du modèle bas Mach présenté au paragraphe 2.1.8, les équations de Navier-Stokes et de l'énergie s'écrivent sur le volume modélisé  $\Omega$  :

$$\rho \nabla \cdot \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho = Q_m \quad (3.26a)$$

$$\rho (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u} + \nabla p' - \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}} = \mathbf{F} \quad (3.26b)$$

$$\rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T + \nabla \cdot \mathbf{q} = S \quad (3.26c)$$

avec  $\mathbf{q} = -\lambda \nabla T$  et  $\bar{\bar{\tau}} = \mu \left( (\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T \right) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathcal{I}$ .  $Q_m$ ,  $\mathbf{F}$ ,  $S$  sont respectivement les termes sources des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. En considérant  $\mu$ ,  $\lambda$ ,  $C_p$  constants, et, en injectant la solution de  $\mathbf{u}$ ,  $\rho$  et  $T$  dans les équations précédentes, on obtient :

$$Q_m = \frac{\pi U_c P}{T_c R_g (e^z (\cos(r) + 1) + \pi)} \left[ r^2 \cos(r) \cos(z) + 3r \sin(r) \cos(z) - \cos(z) \cos(r) + \frac{r^2 \sin^2(r) \cos(z) e^z}{e^z (\cos(r) + 1) + \pi} + \frac{\sin(z) \cos(r) (\cos(r) + 1) e^z}{e^z (\cos(r) + 1) + \pi} \right] \quad (3.27a)$$

$$F_r = \rho U_c^2 r^4 \sin(r) \cos(r) \cos^2(z) + 2\rho U_c^2 r^3 \sin^2(r) \cos^2(z) + \cos(r) + \rho U_c^2 r^2 \cos(r) \sin(r) \sin^2(z) + \frac{7}{3} \mu U_c r^2 \sin(r) \cos(z) - \frac{20}{3} \mu U_c r \cos(r) \cos(z) - \frac{13}{3} \mu U_c \sin(r) \cos(z) \quad (3.27b)$$

$$F_z = \rho U_c^2 r^2 \sin^2(r) \cos(z) \sin(z) + \rho U_c^2 \cos^2(r) \sin(z) \cos(z) + \frac{1}{3} \mu U_c r^2 \cos(r) \sin(z) + \mu U_c r \sin(r) \sin(z) + \cos(z) - \frac{7}{3} \mu U_c \sin(z) \cos(r) - \mu U_c r^{-1} \sin(r) \sin(z) \quad (3.27c)$$

$$S = -\frac{\rho C_p U_c e^z}{\pi} \left[ r^2 \cos(z) + \cos(r) (\cos(r) + 1) \sin(z) \right] + \frac{\lambda T_c}{\pi} r^{-1} e^z (\sin(r) - r) \quad (3.27d)$$

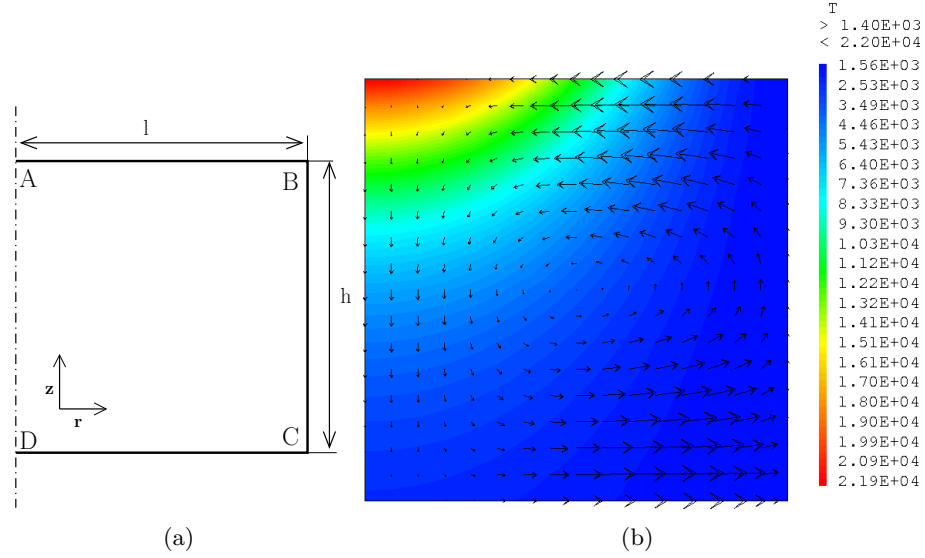


FIG. 3.5 – Configuration géométrique (a) et champs de température (K) et de vitesse ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) analytiques (b) du cas test bas Mach

La géométrie, présentée sur la figure 3.5(a), est un cylindre de rayon  $\pi$  m et de hauteur  $\pi$  m.

Les propriétés thermophysiques sont choisies constantes et listées dans le tableau 3.2. Dans celui-ci, sont aussi mentionnées les valeurs choisies pour  $U_c$  et  $T_c$ . Celles-ci conduisent aux solutions analytiques pour les champs de température et de vitesse tracés sur la figure 3.5(b).

En choisissant une longueur de référence de  $\pi$  m (hauteur du domaine), et en utilisant les différentes valeurs listées dans le tableau 3.2, on trouve  $Pr = 1$ ,  $Ma \ll 1$ ,  $Re \ll 2000$ . Ceci est vérifié sur les figures 3.6(b) et 3.6(a) par le calcul local de ces derniers nombres à partir des solutions analytiques. On a aussi  $Ma^2/Re \ll 1$  ( $Ma^2/Re \leq 2,66 \cdot 10^{-4}$ ) lorsque  $u \neq 0$ . Les hypothèses nécessaires à l'utilisation d'un modèle bas Mach (cf. paragraphe 2.1.6.5) sont donc vérifiées.

Ce problème posé est par la suite discrétisé et résolu.

### 3.2.1.1 Formulation faible

En considérant que les termes sources  $Q_m$ ,  $\mathbf{F}$  et  $S$  appartiennent à  $[L^2(\Omega)]^3$ , la formulation faible du système (3.26) est décrite par le système (3.28) où une intégration par

Description	Valeur
Viscosité dynamique	$\mu = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$
Chaleur massique à pression constante	$C_p = 1 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Conductivité thermique	$\lambda = 1 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Pression thermodynamique	$P = 101\,325 \text{ Pa}$
Constante spécifique du gaz	$R_g = 287 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Rapport des chaleurs massiques	$\lambda_g = 1,4$
Constante pour la température analytique	$T_c = 1400 \text{ K}$
Constante pour la vitesse analytique	$U_c = 30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Rayon du cylindre	$l = \pi \text{ m}$
Hauteur du cylindre	$h = \pi \text{ m}$

TAB. 3.2 – Propriétés thermophysiques et constantes utilisées pour la résolution du cas test bas Mach

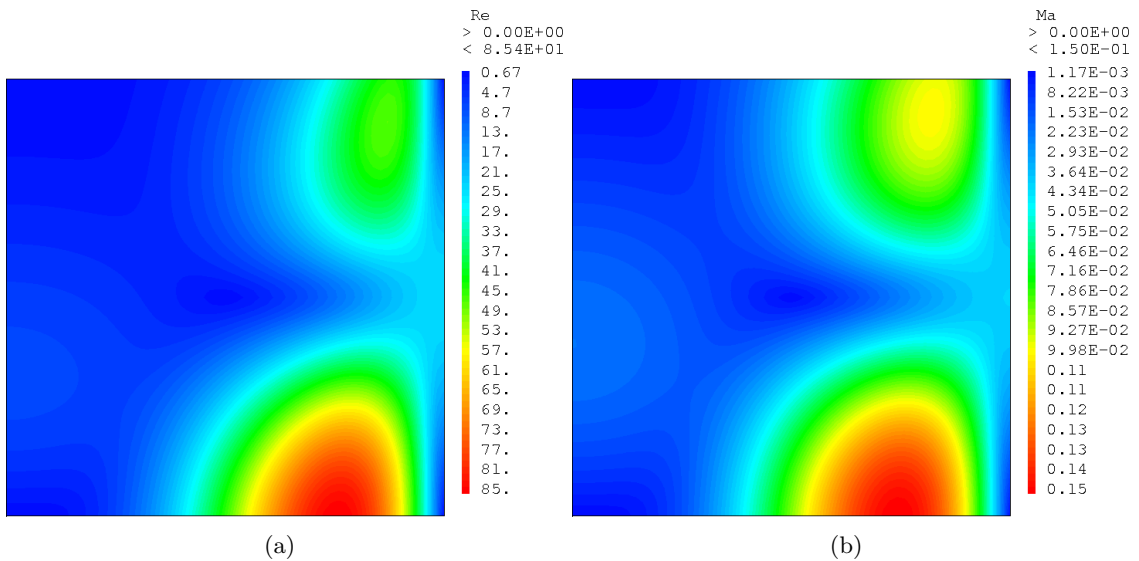


FIG. 3.6 – Nombre de Reynolds (a) et nombre de Mach (b) du cas test bas Mach

	AB	BC	CD	AD
$\mathbf{u}$	$u_z = 0$	$u_r = 0$	$u_z = 0$	
et	et	et $(\bar{\tau}\mathbf{n}) \cdot \boldsymbol{\tau} = 0$	et	$u_r = 0$
$p'$	$(\bar{\tau}\mathbf{n}) \cdot \boldsymbol{\tau} = 0$	en un 1 point : $p'\mathbf{n} + \bar{\tau} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0}$ voir paragraphe 3.2.1.2	$(\bar{\tau}\mathbf{n}) \cdot \boldsymbol{\tau} = 0$	
$T$	$T = T_a$	$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = 0$	$T = T_a$	$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = 0$

TAB. 3.3 – Conditions aux limites du cas test bas Mach sur  $T$  et  $\mathbf{u}$ , et  $\mathbf{n}$  le vecteur unitaire normal à la surface considérée

parties fait apparaître les termes de bord.

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega} (\rho \nabla \cdot \mathbf{u}) p^* d\Omega + \int_{\Omega} (\mathbf{u} \cdot \nabla \rho) p^* d\Omega \\
 & \quad + \int_{\Omega} (\rho (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u}) \cdot \mathbf{u}^* d\Omega \\
 & + \int_{\Omega} \frac{\mu}{2} \left[ \left( (\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T \right) \right] : \left[ \left( (\nabla \mathbf{u}^*) + (\nabla \mathbf{u}^*)^T \right) \right] d\Omega \\
 & \quad - \int_{\Omega} \left( \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{u} \right) \nabla \cdot \mathbf{u}^* d\Omega - \int_{\Omega} p' \nabla \cdot \mathbf{u}^* d\Omega \\
 & \quad - \int_{\Gamma} p' \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{n} d\Gamma - \int_{\Gamma} (\bar{\tau} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{u}^* d\Gamma \\
 & \quad - \int_{\Omega} Q_m p^* d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{F} \cdot \mathbf{u}^* d\Omega = 0 = R_{up} \quad \forall \mathbf{u}^* \in \mathbb{V}_0 \text{ et } \forall p^* \in \mathbb{V}_0
 \end{aligned} \tag{3.28a}$$

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega} (\rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T) T^* d\Omega + \int_{\Omega} (\lambda \nabla T) \cdot (\nabla T^*) d\Omega \\
 & \quad - \int_{\Gamma} (\lambda \nabla T \cdot \mathbf{n}) T^* d\Gamma - \int_{\Omega} S T^* d\Omega = 0 = R_T \quad \forall T^* \in \mathbb{V}_0
 \end{aligned} \tag{3.28b}$$

Où  $\mathbf{u}^*$ ,  $p^*$  et  $T^*$  sont respectivement les fonctions test de  $\mathbf{u}$ ,  $p'$  et  $T$ .  $R_{up}$  représente le résidu des équations couplées de conservation de la masse et de la quantité de mouvement, et,  $R_T$  celui de l'équation de conservation de l'énergie.

### 3.2.1.2 Les conditions aux limites

Les conditions aux limites correspondant à la solution analytique sont répertoriées dans le tableau 3.3.

Sur BC, la vitesse normale  $u_r$  est imposée nulle exceptée en un point où on laisse agir la condition à la limite naturelle  $p'\mathbf{n} + \bar{\tau} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0}$ , de manière à imposer  $p'$ . En ce point, la condition de compatibilité :  $\int_{\Omega} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) d\Omega = \int_{\partial\Omega} \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} d\partial\Omega = \int_{\Omega} Q_m d\Omega = 0$  doit conduire à  $u_r = 0$ .

Les conditions  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0$  et  $(\bar{\tau} \cdot \mathbf{n}) \cdot \boldsymbol{\tau} = 0$  sur les faces impliquent que  $\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{n} = 0$  et donc que  $\int_{\Gamma} p' \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{n} d\Gamma = 0 + \int_{\Gamma} (\bar{\tau} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{u}^* d\Gamma = 0$  dans l'équation (3.28a).

Pour la température, les conditions de Dirichlet  $T = T_a$  impliquant  $T^* = 0$ , et la condition

adiabatique  $\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = 0$ , permettent d'annuler le terme  $\int_{\Gamma} (\lambda \nabla T \cdot \mathbf{n}) T^* d\Gamma$  dans l'équation (3.28b).

### 3.2.1.3 Système linéarisé

Les équations du système (3.28) sont ensuite linéarisées à l'aide d'une méthode de type Newton approché définie par l'équation (3.29). On aura alors à résoudre une succession de problèmes linéarisés selon le système (3.29) jusqu'à ce que  $R_{up}$  et  $R_T$  deviennent inférieurs à une certaine valeur que l'on aura pris soin de se fixer.

$$\left( \frac{\partial R_{up}}{\partial \mathbf{UP}} \right)^n \Delta \mathbf{UP}^{n+1} = -R_{up}^n \quad (3.29a)$$

$$\left( \frac{\partial R_T}{\partial T} \right)^n \Delta T^{n+1} = -R_T^n \quad (3.29b)$$

avec  $\Delta \mathbf{UP}^{n+1} = \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{u}^{n+1} \\ \Delta p'^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_r^{n+1} - u_r^n \\ u_z^{n+1} - u_z^n \\ p'^{n+1} - p'^n \end{pmatrix}$  et  $\Delta T^{n+1} = T^{n+1} - T^n$ , où  $n$  désigne

le numéro de l'itération précédente.

Lors du calcul des dérivées des résidus, les coefficients de transports comme par exemple les propriétés thermophysiques n'ont pas été dérivées par rapport à la température. Ainsi, en prenant en compte les conditions aux limites (voir tableau 3.3), la matrice tangente approchée du système (3.28) a été choisie comme suit :

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial R_{up}}{\partial \mathbf{UP}} \right)^n \Delta \mathbf{UP}^{n+1} &= \int_{\Omega} (\rho^n \nabla \cdot (\Delta \mathbf{u}^{n+1})) p^* d\Omega + \int_{\Omega} ((\Delta \mathbf{u}^{n+1}) \cdot \nabla \rho^n) p^* d\Omega \\ &+ \int_{\Omega} [\rho^n (\nabla (\Delta \mathbf{u}^{n+1})) \mathbf{u}^n] \cdot \mathbf{u}^* d\Omega \\ &+ \int_{\Omega} \frac{\mu^n}{2} [((\nabla (\Delta \mathbf{u}^{n+1})) + (\nabla (\Delta \mathbf{u}^{n+1}))^T)] : [((\nabla \mathbf{u}^*) + (\nabla \mathbf{u}^*)^T)] d\Omega \\ &- \int_{\Omega} \frac{2\mu^n}{3} (\nabla \cdot (\Delta \mathbf{u}^{n+1})) (\nabla \cdot \mathbf{u}^*) d\Omega - \int_{\Omega} (\Delta p'^{n+1}) \cdot (\nabla \cdot \mathbf{u}^*) d\Omega \end{aligned} \quad (3.30a)$$

$$\left( \frac{\partial R_T}{\partial T} \right)^n \Delta T^{n+1} = \int_{\Omega} \rho^n C_p^n \mathbf{u}^n \cdot \nabla (\Delta T^{n+1}) T^* d\Omega + \int_{\Omega} (\lambda^n \nabla (\Delta T^{n+1})) \cdot \nabla T^* d\Omega \quad (3.30b)$$

En particulier dans ces équations,  $T^n$ ,  $\mathbf{u}^n$ ,  $\rho^n$  sont traitées comme des paramètres. Afin de stabiliser la résolution, un décentrement de type SUPG [53] a été fait uniquement sur le terme convectif.

### 3.2.1.4 Discrétisation

Le maillage utilisé est présenté sur la figure 3.7. Il est composé d'éléments de taille identique. On fera par la suite varier ce nombre d'éléments afin de vérifier la convergence de la solution obtenue.

La température, la vitesse et les propriétés thermophysiques sont discrétisés à l'aide d'éléments finis  $\mathbb{Q}_2$ . En revanche, la pression dynamique  $p'$  est discrétisée sur des éléments finis linéaires  $\mathbb{Q}_1$ . Ce couple d'éléments pour la vitesse et la pression vérifie une condition

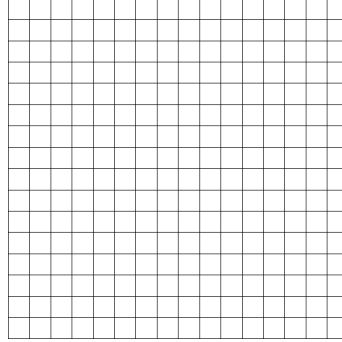


FIG. 3.7 – Maillage de  $16 \times 16$  éléments du cas test bas Mach

inf-sup de stabilité pour le problème de Stokes.

Les différents termes du système (3.29) ont été discrétisés par la méthode des éléments finis (cf. paragraphe 3.1.2.3) et implémentés dans le logiciel Cast3M [9].

### 3.2.1.5 Procédure numérique

La solution non linéaire du problème est calculée itérativement selon la procédure suivante :

1. Initialisation des variables à l'itération  $n = 0$  :
  - $\mathbf{u}^0 = \mathbf{0} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,
  - $p^0 = 0 \text{ Pa}$ ,
  - $T^0$  est la solution de  $\nabla \cdot (\lambda \nabla T) = 0$  avec les conditions aux limites du modèle bas Mach définies dans le tableau 3.3,
  - Calcul de la masse volumique initiale selon l'équation (3.25b) :  $\rho^0 = \frac{P}{R_g T^0}$ .
2. Résolution de l'équation (3.29b) :  $\left(\frac{\partial R_T}{\partial T}\right)^n \Delta T^{n+1} = -R_T^n$ .
3. Mise à jour du champ de température :  $T^{n+1} = T^n + \alpha \Delta T^{n+1}$  avec  $\alpha$  un coefficient de sous-relaxation pris égal à 0,1.
4. Mise à jour de la masse volumique selon l'équation (3.25b) :  $\rho^{n+1} = \frac{P}{R_g T^{n+1}}$
5. Résolution de l'équation (3.29a) :  $\left(\frac{\partial R_{up}}{\partial \mathbf{UP}}\right)^n \Delta \mathbf{UP}^{n+1} = -R_{up}^n$  avec  $\rho^n = \rho^{n+1}$ .
6. Mise à jour des champs de vitesse et de pression :  $\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^n + \alpha \Delta \mathbf{u}^{n+1}$  et  $p^{n+1} = p^n + \alpha \Delta p^{n+1}$  avec  $\alpha = 0,1$ .
7. Conditions d'arrêt :  $\max \left( \frac{|T^{n+1} - T^n|}{T^n} \right) < 1.10^{-6}$  et,  $\frac{\|\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n\|_2}{\|\mathbf{u}^n\|_2} < 1.10^{-6}$ .
  - Si la condition d'arrêt est vérifiée alors arrêt du processus :  $T_{\text{calculé}} = T^{n+1}$ ,  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\text{calculé}}^{n+1}$  et  $p'_{\text{calculé}} = p'^{n+1}$ .
  - Sinon étape suivante.
8. Itération du processus :  $n + 1 \rightarrow n$  : retour à l'étape 2.

### 3.2.1.6 Résultats

Dans le tableau 3.4, sont répertoriées les erreurs relatives du champ de vitesse et du

nombre d'éléments	$\epsilon_T$	$\epsilon_u$
$16 \times 16$	$6,36.10^{-3}$	$1,30.10^{-2}$
$32 \times 32$	$1,57.10^{-4}$	$5,14.10^{-4}$
$48 \times 48$	$1,92.10^{-5}$	$7,48.10^{-5}$
$62 \times 62$	$6,29.10^{-6}$	$8,46.10^{-6}$
$78 \times 78$	$6,37.10^{-6}$	$8,85.10^{-6}$
$94 \times 94$	$6,40.10^{-6}$	$9,01.10^{-6}$
$110 \times 110$	$6,42.10^{-6}$	$9,09.10^{-6}$

TAB. 3.4 – Erreurs relatives pour les champs de vitesse  $\left(\epsilon_u = \frac{\|\mathbf{u}_{\text{calculé}} - \mathbf{u}_{\text{analytique}}\|_2}{\|\mathbf{u}_{\text{analytique}}\|_2}\right)$  et de température  $\left(\epsilon_T = \frac{\|T_{\text{calculé}} - T_{\text{analytique}}\|_2}{\|T_{\text{analytique}}\|_2}\right)$  pour différents niveaux de raffinement du maillage

champ de température :

$$\begin{aligned}
 - \epsilon_u &= \frac{\|\mathbf{u}_{\text{calculé}} - \mathbf{u}_{\text{analytique}}\|_2}{\|\mathbf{u}_{\text{analytique}}\|_2} \\
 - \epsilon_T &= \frac{\|T_{\text{calculé}} - T_{\text{analytique}}\|_2}{\|T_{\text{analytique}}\|_2}
 \end{aligned}$$

Ces différentes valeurs ont été utilisées pour tracer le graphique présenté sur la figure 3.8. Le comportement numérique est bon puisque les erreurs trouvées baissent lorsque le nombre d'éléments du maillage augmente. On peut aussi remarquer, en toute logique, une saturation de cette erreur au critère de convergence fixé à  $1.10^{-6}$ . Les interpolations linéaires réalisées sur ces courbes montrent des coefficients directeurs d'environ 5, ce qui est supérieur à 3, c'est-à-dire la valeur généralement observée lorsque les grandeurs à calculer sont discrétisées sur des éléments quadratiques. Ceci peut être dû à la très grande régularité du maillage<sup>6</sup> et donc à la minisation des erreurs de discrétisation. Aussi, la solution analytique utilisée lors du calcul de l'erreur est discrétisée sur le même maillage que la solution calculée, ce qui peut modifier ces pentes. Cependant, ceci ne remet pas en cause les faibles erreurs relatives (de l'ordre de  $1.10^{-6}$ ) trouvées pour les maillages les plus fins. Celles-ci témoignent tout de même de la bonne résolution du problème.

### 3.2.2 Conclusions sur le modèle bas Mach

Ainsi, le modèle bas Mach développé a été validé par la comparaison des erreurs relatives entre les champs de température et de vitesse calculés et les solutions analytiques. L'obtention d'erreurs faibles (de l'ordre de  $1.10^{-6}$ ) trouvées pour les maillages les plus fins valide le schéma numérique employé et la bonne discrétisation des différents termes du modèle mathématique de ce cas test dans le logiciel Cast3M.

Ainsi, le schéma numérique employé et les différents termes discrétisés seront utilisés pour la modélisation complète du modèle permettant de simuler le procédé de soudage

<sup>6</sup>Pour une maille carré, le facteur de forme est optimal.



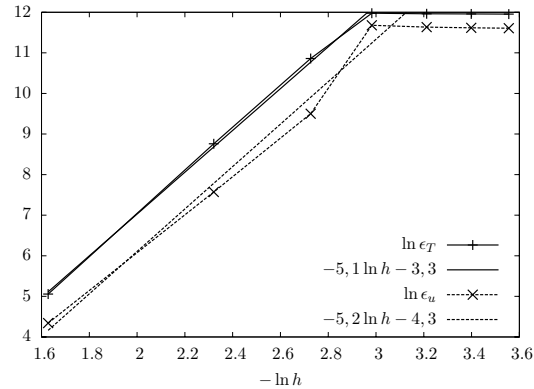


FIG. 3.8 – Évolutions des erreurs relatives sur  $\mathbf{u}$  et  $T$  en fonction du pas moyen du maillage  $h = \sqrt{\frac{\text{Aire du domaine}}{\text{nombre d'éléments}}}$  et interpolations linéaires associées

à l'arc TIG.

### 3.3 Le modèle numérique arc/bain

L'hypothèse d'axisymétrie est supposée par la suite. Ainsi, la géométrie type représentée est identique à celle présentée sur la figure 3.9. En plus des développements numériques présentés précédemment, une des principales difficultés pour la résolution du modèle couplé se situe au voisinage des électrodes, où la conductivité électrique est presque nulle du fait des faibles températures des surfaces de l'anode et de la cathode. Un champ électrique élevé est alors nécessaire pour que le courant puisse passer à travers la surface des électrodes. Le gradient du potentiel électrique dans ces zones devient alors élevé, puisque  $\mathbf{E} = -\nabla\phi$ . Ceci conduit donc à une tension aux bornes de l'arc pouvant être supérieure de plus d'une dizaine de volts à celle obtenue expérimentalement, qui est de l'ordre de 10 V pour un arc de 150 A sous argon et d'une hauteur de 5 mm. C'est pourquoi, afin de mieux traiter la densité de courant au voisinage des électrodes, la conductivité électrique a été calculée selon la méthode présentée dans ce qui suit.

#### 3.3.1 Calcul de la conductivité électrique au voisinage des électrodes

Lowke et al. [44] proposent deux méthodes pour calculer la conductivité électrique au voisinage des électrodes.

La première est basée sur la prise en compte de la diffusion ambipolaire (cf. paragraphe 1.2.2.2). Le modèle mathématique utilisé, qui a pour inconnue la densité électronique, permet de calculer les forts gradients de densité électronique au voisinage des électrodes. La conductivité électrique, qui dépend principalement de cette quantité, est alors mieux définie.

La seconde, qui est utilisée pour cette thèse, revient à définir une taille de maille proche des électrodes assez grande pour que le déséquilibre des charges dans les zones anodique et cathodique soit négligeable à l'échelle où l'on se place. La température moyenne dans ces mailles avoisine alors 7000 K et la conductivité électrique correspondante est différente de zéro. Les mailles concernées sont uniquement celles appartenant au domaine arc et qui sont au contact de la surface des électrodes. Leur dimension doit être égale à la longueur

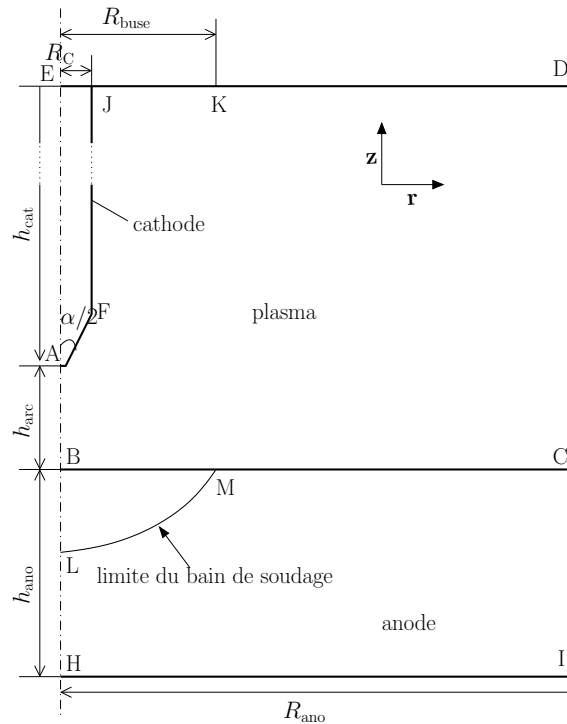


FIG. 3.9 – Géométrie modélisée type

de diffusion, c'est-à-dire la longueur pour laquelle le courant de diffusion (résultant d'un gradient de densité et donc de l'écart à l'ETL) est négligeable. Pour un arc de soudage, le choix conseillé par Lowke et al. [44] pour ces tailles de mailles est de  $1.10^{-4}$  m à la cathode et de  $4.10^{-4}$  m à l'anode. Selon ces mêmes auteurs, les modèles utilisant cette approximation donnent des résultats proches du modèle utilisant la diffusion ambipolaire.

Par la suite, comme le supposent Lowke et al. [44], la densité de courant axiale est considérée prépondérante. C'est pourquoi ces dimensions caractéristiques de maille seront utilisées uniquement dans la direction axiale.

Aussi, afin de ne pas perdre en précision pour le calcul des différentes équations présentées au chapitre 2, deux maillages pour le domaine du plasma sont employés :

- un maillage comportant une zone plus grossière au niveau des électrodes pour le calcul de la conductivité électrique. Pour les valeurs qui sont choisies pour cette thèse (taille de  $1.10^{-4}$  m à la cathode et  $4.10^{-4}$  m à l'anode), les maillages locaux correspondants sont présentés sur la figure 3.10(a) pour la zone cathodique et sur la figure 3.10(b) pour la zone anodique.
- un maillage fin au niveau des électrodes. Il est utilisé pour le calcul des autres grandeurs (vitesse, température,...). Celles-ci étant soumises à de forts gradients dans ces zones, ces dernières doivent être maillées finement pour conserver une bonne précision du calcul.

La procédure utilisée lors du traitement des équations est la suivante. La température du maillage définie sur le maillage fin est projetée sur le maillage plus grossier, et sa moyenne par élément est calculée. Puis, l'évolution de la conductivité électrique en fonction de la température présentée sur la figure 2.1 permet de trouver un champ de conductivité électrique constant par maille dans le plasma. Enfin, ce champ est projeté sur le maillage plus fin et est utilisé pour le traitement de l'ensemble des équations présentées au chapitre 2.

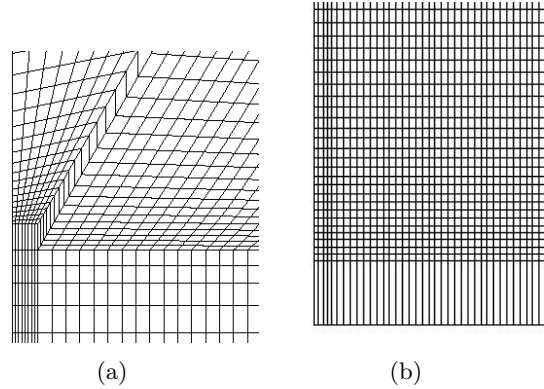


FIG. 3.10 – Maillage grossier à la cathode (a) et à l’anode (b) pour le calcul de la conductivité électrique

### 3.3.2 Formulation faible des équations et linéarisation

La formulation faible de l’ensemble des équations présentées au chapitre 2 est présentée en annexe B.2. Celle-ci reprend les principes présentés aux paragraphes 3.1 pour le modèle magnétostatique et 3.2 pour le modèle bas Mach. La formulation faible générale est présentée en annexe B. On notera en particulier que les termes surfaciques supplémentaires apparaissent naturellement dans cette formulation.

Aussi, un décentrement des termes convectifs de type SUPG [53] a été réalisé.

### 3.3.3 Les conditions aux limites

Pour les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement, les conditions aux limites sont :  $u_r = 0$  et/ou  $u_z = 0$  et  $p'\mathbf{n} + \bar{\tau} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0}$  et  $p''\mathbf{n} + \bar{\tau}' \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0}$ . Ainsi, les termes de bord sur  $\Gamma_{plasma}$  et  $\Gamma_{anode}$  apparaissant dans la formulation faible de l’équation de conservation de la quantité de mouvement (équ. (B.1)), sont nuls.

La température est imposée sur  $\Gamma$ . On a donc  $\int_{\Gamma} (\lambda \nabla T \cdot \mathbf{n}) T^* d\Gamma = 0$  dans l’équation (équ. (B.2)).

Sur EJ (voir figure 3.9), on pose  $-\sigma \nabla \phi = \frac{I}{\pi R_c^2}$  avec  $I$  le courant utilisé. Sur, HI la masse est imposée grâce à la condition à la limite  $\phi = 0$ . Les autres bords (JD, CD, CI) sont considérés non conducteurs, ce qui conduit à la condition à la limite  $-\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n} = 0$ .

Enfin, pour la formulation faible magnétostatique, seule la condition de symétrie est nécessaire. En effet,  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = 0$  est automatiquement vérifiée en configuration axisymétrique. La seule condition à la limite à imposer est donc la condition de symétrie, soit  $B_\theta = 0$  sur EH.

### 3.3.4 Discrétisation

L’ensemble des grandeurs physiques et des propriétés thermophysiques sont discrétisés à l’aide d’éléments finis quadratiques triangles et quadrangles. Seules les pressions dynamiques du plasma  $p'$  et du bain  $p''$  sont discrétisées avec des éléments finis linéaires afin de vérifier la condition inf-sup de stabilité pour le problème de Stokes. Enfin, les équations (B.5) à (B.8) de l’annexe B sont discrétisées en utilisant la méthode des éléments finis (cf. paragraphe 3.1.2.3) grâce au logiciel Cast3M [9].

### 3.3.5 Procédure numérique

La procédure itérative pour la résolution de l'ensemble des équations présentées au paragraphe B.2 est la suivante :

1. Initialisation des variables à l'itération  $n = 0$  :
  - $\mathbf{u}^0 = \mathbf{0} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,
  - $p^0 = 0 \text{ Pa}$ ,
  - $T^0$  est la solution de  $\nabla \cdot (\lambda \nabla T) = 0$  avec les conditions aux limites sur la température dépendant de la configuration modélisée,
  - Calcul des propriétés thermophysiques en fonction de  $T^0$ . Seule la conductivité électrique dans le plasma est calculée différemment. L'amorçage de l'arc n'étant pas modélisé, il est nécessaire de créer un canal conducteur entre l'anode et la cathode afin d'avoir une densité de courant initiale différente de zéro permettant ainsi d'avoir un effet Joule non nul qui peut chauffer l'arc. C'est pourquoi dans le plasma, on pose  $\sigma^0 = [500 \cdot \exp(-500r) + 1] \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$  si  $z < h_{arc}$  et  $\sigma^0 = 1.10^{-5} \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$  sinon.
2. Résolution de l'équation (B.5b) :  $\left( \frac{\partial R_T}{\partial T} \right)^n \Delta T^{n+1} = -R_T^n$ .
3. Mise à jour du champ de température :  $T^{n+1} = T^n + \alpha \Delta T^{n+1}$  avec  $\alpha$  un coefficient de sous-relaxation pris égal à 0,4.
4. Mise à jour des propriétés thermophysiques et de  $\varepsilon_n$ . Elles sont considérées comme étant à l'itération  $n$  pour ce qui suit.
5. Calcul de  $\phi^{n+1}$  grâce à l'équation (B.7).
6. Calcul de  $B_\theta^{n+1}$  grâce à l'équation (B.8).
7. Résolution de l'équation (B.5a) :  $\left( \frac{\partial R_{up}}{\partial \mathbf{UP}} \right)^n \Delta \mathbf{UP}^{n+1} = -R_{up}^n$ .
8. Mise à jour des champs de vitesse et de pression :  
 $\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^n + \alpha \Delta \mathbf{u}^{n+1}$  et  $p^{n+1} = p^n + \alpha \Delta p^{n+1}$ ,  $p'^{n+1} = p'^n + \alpha \Delta p'^{n+1}$  avec  $\alpha = 0,5$ .
9. Conditions d'arrêt :  $\max \left( \frac{|T^{n+1} - T^n|}{T^n} \right) < 1.10^{-3}$ ,  $\frac{\|\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n\|_2}{\|\mathbf{u}^n\|_2} < 1.10^{-3}$  pour le plasma et,  $\frac{\|\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n\|_2}{\|\mathbf{u}^n\|_2} < 1.10^{-3}$  pour le bain de soudage.
  - Si l'ensemble des conditions d'arrêt est vérifié alors arrêt du processus :  
 $T_{\text{calculé}} = T^{n+1}$ ,  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\text{calculé}}^{n+1}$ ,  $p'_{\text{calculé}} = p'^{n+1}$  et  $p''_{\text{calculé}} = p''^{n+1}$ .
  - Sinon étape suivante.
10. Itération du processus :  $n + 1 \rightarrow n$  : retour à l'étape 2.

## Conclusions du chapitre 3

Les objectifs de ce chapitre ont été de présenter les développements numériques réalisés avec le logiciel Cast3M [9] pour résoudre le modèle mathématique présenté au chapitre 2. Il a été vu dans celui-ci que l'approximation bas Mach pouvait être utilisée pour décrire l'écoulement dans le plasma, et que le logiciel Cast3M utilisé pendant cette thèse ne pouvait pas calculer l'induction magnétique de manière optimale sans développement préalable. C'est pourquoi, les développements préalables ont consisté à développer un cas test bas Mach 2D axisymétrique et un cas test pour le calcul de l'induction magnétique. Ainsi, une revue des modèles magnétostatiques utilisés dans la littérature a tout d'abord été entreprise. Les objectifs principaux étaient d'avoir une méthode où l'induction magnétique est calculée directement, et qui soit généralisable à une future configuration 3D, c'est-à-dire où l'électrode de soudage est mobile. *C'est pourquoi le choix s'est porté sur la méthode des éléments finis moindre carrés qui, à notre connaissance, n'a jamais été utilisée pour la modélisation du procédé TIG.* Afin de tester cette méthode, un cas test magnétostatique 1D, ayant une solution analytique que l'on s'est donnée, a été réalisé. Les faibles erreurs relatives entre la solution calculée et la solution analytique ont montré l'efficacité de la formulation, justifiant ainsi, son utilisation pour la modélisation du procédé de soudage à l'arc TIG.

Ensuite, un cas test bas Mach 2D axisymétrique a aussi été fabriqué. La solution analytique créée admet des variations de masse volumique, de température et de vitesse similaires à celles généralement rencontrées dans un arc de soudage. La discrétisation des équations mises en jeu ainsi que le schéma numérique employées ont été validé grâce à l'écart faible trouvé avec les solutions analytiques.

Ces développements ont servi de base pour la construction du modèle numérique arc/bain. Le traitement de la partie magnétostatique se fait selon le cas test magnétostatique présenté précédemment. La discrétisation des équations dans le plasma et la procédure numérique sont similaires à celles utilisées pour le cas test bas Mach précédent excepté pour les termes supplémentaires aux interfaces plasma/électrodes. Aussi, afin d'éviter une conductivité nulle aux interfaces plasma/électrodes, des éléments de la méthode développée par Lowke et al. [44] ont été utilisés. L'idée maîtresse est de calculer une conductivité électrique moyenne sur des mailles qui ont des dimensions suffisamment grande pour que cette région soit considérée à l'ETL. Pour cette thèse, un maillage grossier au voisinage des électrodes est utilisé pour le calcul de la conductivité électrique et, afin de ne pas perdre en précision, la résolution de l'ensemble des équations se fait sur un maillage plus fin. *Le modèle alors développé est l'un des plus complet de la littérature puisque le traitement de la cathode, du plasma, du bain de soudage et des interfaces plasma/cathode et plasma/anode, se fait de façon unifiée.*

Les bases de ce modèle étant présentées, il convient de vérifier qu'il représente bien la physique du procédé de soudage à l'arc TIG. Pour cela, deux étapes seront réalisées dans les chapitres suivants.

Tout d'abord au chapitre 4, des configurations expérimentales et des modèles numériques de la littérature seront reproduits. Parce que toutes les grandeurs physiques ne sont pas accessibles dans la littérature et parce que leur nombre est conséquent, nous nous concentrerons sur les éléments dont la validation nous semble primordiale, comme par

exemple :

- pour la thermique : le champ de température dans le plasma, le flux de chaleur transmis à la pièce, le bilan des différentes contributions énergétiques et la géométrie du bain de soudage
- pour la partie électrique : la densité de courant à la surface de l’anode puisqu’elle joue directement sur le flux de chaleur transmis à la pièce par sa contribution dans la part d’énergie gagnée par la pièce lorsqu’elle absorbe les électrons.

Ces comparaisons avec les résultats de la littérature permettront aussi de déterminer quelles sont les forces prépondérantes dans le bain de soudage et comment elles agissent sur la définition de sa géométrie, et également d’évaluer comment se fait le bilan énergétique selon le matériau utilisé pour la pièce.

Enfin, au chapitre 5, on s’attachera à la vérification du bon accord entre les tendances obtenues par notre modèle suite à une modification des paramètres du procédé et celles obtenues grâce aux essais expérimentaux réalisés. Pour cela, des analyses de sensibilité expérimentale et numérique seront réalisées.

# Chapitre 4

## Comparaison du modèle avec les résultats de la littérature

### Sommaire

---

<b>Objectifs du chapitre 4</b> . . . . .	<b>82</b>
<b>4.1 Configuration géométrique de Hsu</b> . . . . .	<b>83</b>
4.1.1 Présentation . . . . .	83
4.1.2 Résultats . . . . .	88
<b>4.2 Configuration géométrique de Nestor</b> . . . . .	<b>91</b>
4.2.1 Présentation . . . . .	91
4.2.2 Résultats . . . . .	93
<b>4.3 Configuration géométrique de Tanaka</b> . . . . .	<b>94</b>
4.3.1 Présentation . . . . .	94
4.3.2 Résultats . . . . .	100
<b>Conclusions du chapitre 4</b> . . . . .	<b>109</b>

---

### Objectifs du chapitre 4

Les objectifs de ce chapitre sont tout d'abord de vérifier le bon accord des résultats du modèle avec ceux de la littérature et de vérifier sa bonne adaptabilité à différentes configurations possibles en terme de données opératoires (courant, hauteur d'arc, angle d'affûtage), de matériaux et de dimensions utilisées pour la pièce. Pour cela, on se compare à différentes configurations géométriques de la littérature pour lesquelles des résultats expérimentaux et/ou numériques existent. Les deux premières études utilisées issues des travaux de Hsu et al. [31] et de Nestor [57] permettent en particulier de valider la partie arc car la pièce en cuivre utilisée n'atteint pas sa température de fusion. Les quantités suivantes sont comparées (paragraphe 4.1 et 4.2) :

- le champ de température dans l'arc,
- le flux de chaleur anodique,
- la densité de courant anodique,
- l'évolution de la vitesse du plasma sur l'axe.

Le modèle complet, caractérisé par la présence d'un bain de soudage, est ensuite comparé à la configuration de Tanaka et al. [71] pour laquelle des résultats numériques existent pour deux aciers à haut et bas soufre induisant deux géométries de bain de soudage spécifiques. On s'attachera alors plus particulièrement à la vérification de la bonne obtention des deux

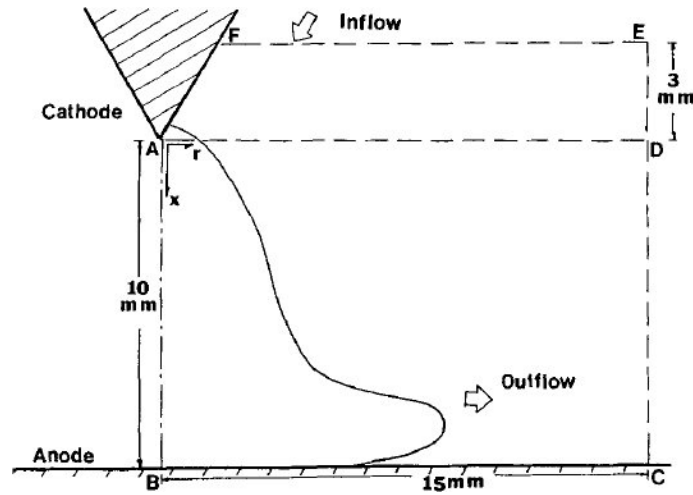


FIG. 4.1 – Géométrie modélisée par Hsu et al. [31]

formes de bain de soudage. La comparaison des bilans énergétiques obtenus par le modèle de Tanaka [69] et notre modèle est réalisée au paragraphe 4.3. Ce paragraphe permettra aussi d'étudier l'influence de la thermique dans la pièce sur l'induction magnétique dans le système complet, et sur les chargements du plasma sur la pièce (flux de chaleur, force de cisaillement).

## 4.1 Configuration géométrique de Hsu

### 4.1.1 Présentation

La connaissance expérimentale du champ de température dans l'arc est essentielle puisqu'elle permet de valider l'équilibre énergétique des différentes interactions du plasma. Pour obtenir ces mesures et dans le cadre de validations de modèles théoriques, la spectroscopie d'émission<sup>1</sup> a été utilisée par Hsu et al. [31].

Ces mêmes auteurs ont développé un modèle numérique 2D axisymétrique correspondant à la configuration expérimentale réalisée (voir figure 4.1) : arc de 200 A, une hauteur d'arc de 10 mm, une anode en cuivre et une électrode en tungstène thorié. Dans leur modèle, seul le domaine du plasma y est modélisé.

Ses principales conditions aux limites sont les suivantes :

- sur EF et EC :  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0$ ,  $T = 1000$  K.
- sur BC :  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ ,  $\phi = \text{constante}$  et  $T = T_{\text{exp}}$  avec  $T_{\text{exp}}$  le profil de température obtenu expérimentalement. Celui-ci n'est pas défini explicitement dans la publication de Hsu et al. [31].
- sur AF :  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$  et  $T = 3000$  K.
- sur AD :  $\mathbf{j} = \mathbf{j}_{\text{donné}}$ . La densité de courant est calculée uniquement dans le domaine ABCD.

Cette dernière condition à la limite semble imposer fortement la description de la densité de courant dans le plasma. Celle-ci étant utilisée dans le terme source des équations

<sup>1</sup>La spectroscopie, ou spectrométrie, est l'étude du spectre d'un phénomène, c'est-à-dire l'étude de la répartition d'une onde ou d'un faisceau de particules en fonction de la fréquence ou de l'énergie.



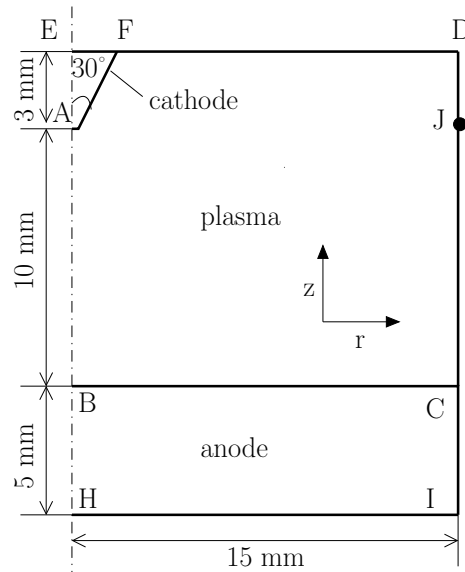


FIG. 4.2 – Géométrie modélisée pour la comparaison avec les résultats expérimentaux et numériques de Hsu et al. [31]

thermohydrauliques, ce profil défini à priori peut contraindre fortement la description du plasma modélisé.

Lago [38] a développé un modèle, validé sur cette configuration mais avec la thermique modélisée dans l'anode. Cette pièce est en cuivre et fait 5mm d'épaisseur. En sa frontière, une température de 1000 K est imposée. Nous utiliserons aussi cette condition à la limite. La configuration géométrique employée ici est résumée sur la figure 4.2.

Le modèle et le schéma numérique sont identiques à ceux présentés au paragraphe 3.3. La seule différence est dans la résolution des équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement qui s'effectue uniquement dans le plasma.

#### 4.1.1.1 Maillage et conditions aux limites utilisées

Pour cette configuration particulière, le maillage, pour lequel les solutions calculées sont convergées en maillage, est constitué de  $52 \times 76$  éléments quadrangles. Il est présenté sur la figure 4.3.

Les conditions aux limites choisies sont résumées dans le tableau 4.1 où  $R_c$  désigne le rayon de la cathode.

#### 4.1.1.2 Propriétés physiques utilisées

Le gaz plasmagène utilisé est l'argon, la cathode est en tungstène thorié et l'anode en cuivre, supposé pur.

**Les propriétés de l'argon :** Les propriétés thermophysiques de l'argon fonction de la température ont été introduites au paragraphe 2.1.2 et sont présentées à nouveau sur les figures 4.4 et 4.5. .

**Les propriétés du tungstène :** Pour la cathode, les propriétés thermophysiques du tungstène pur sont utilisées. La fusion de l'électrode n'étant pas prise en compte, seules

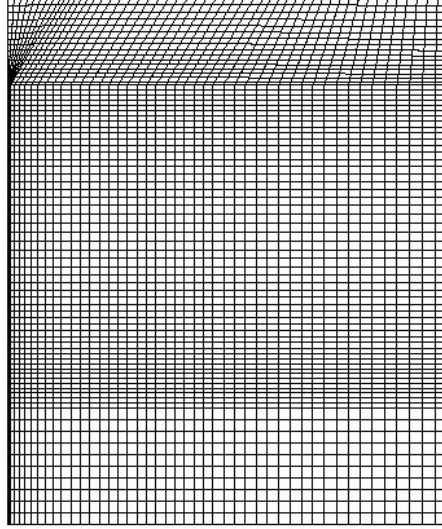


FIG. 4.3 – Maillage utilisé pour la configuration de Hsu et al. [31]

	$u_r$	$u_z$	$T$	$\phi$	$B_\theta$
EF			$T = 1000 K$	$-\sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{I}{\pi R_C^2}$	
FD	$\mathbf{n} \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}} \cdot \mathbf{n} = 0$ et $u_r = 0$		$T = 1000 K$	$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$	
AB	$\mathbf{n} \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}} \cdot \mathbf{n} = 0$ et $u_r = 0$		$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	$B_\theta = 0$
CD	$\mathbf{n} \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}} \cdot \mathbf{n} = 0$ et $u_z = 0$		$T = 1000 K$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	
CI			$T = 1000 K$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	
HI			$T = 1000 K$	$\phi = 0$	
BH			$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	$B_\theta = 0$
AE			$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	$B_\theta = 0$
BC	$u_r = 0$	$u_z = 0$	éq. (2.84c)		
AF	$u_r = 0$	$u_z = 0$	éq. (2.69b)		

TAB. 4.1 – Conditions aux limites utilisées pour la configuration de Hsu et al. [31]

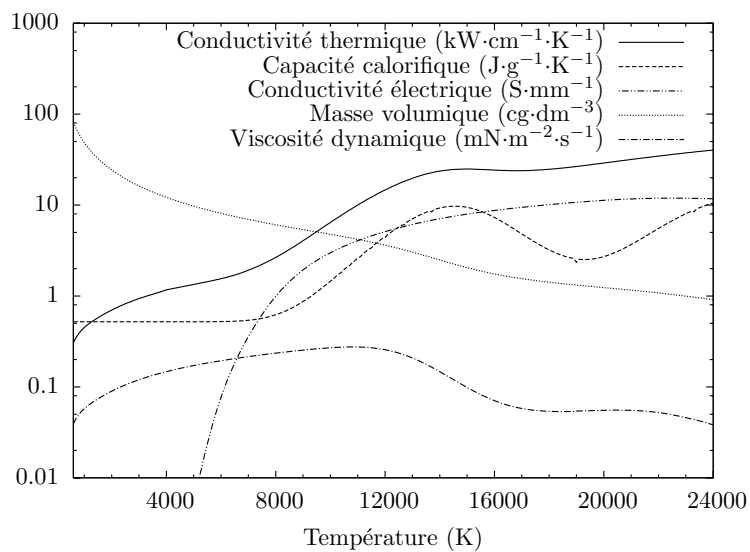


FIG. 4.4 – Évolutions avec la température (K) des propriétés thermophysiques de l'argon (Boulos et al. [5])

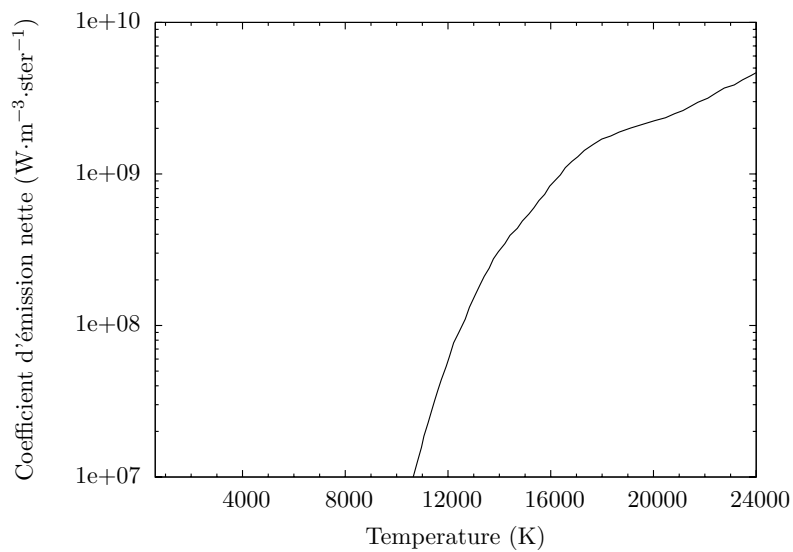


FIG. 4.5 – Évolution avec la température (K) du coefficient d'émission nette ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{ster}^{-1}$ ) de l'argon (Lago [39])

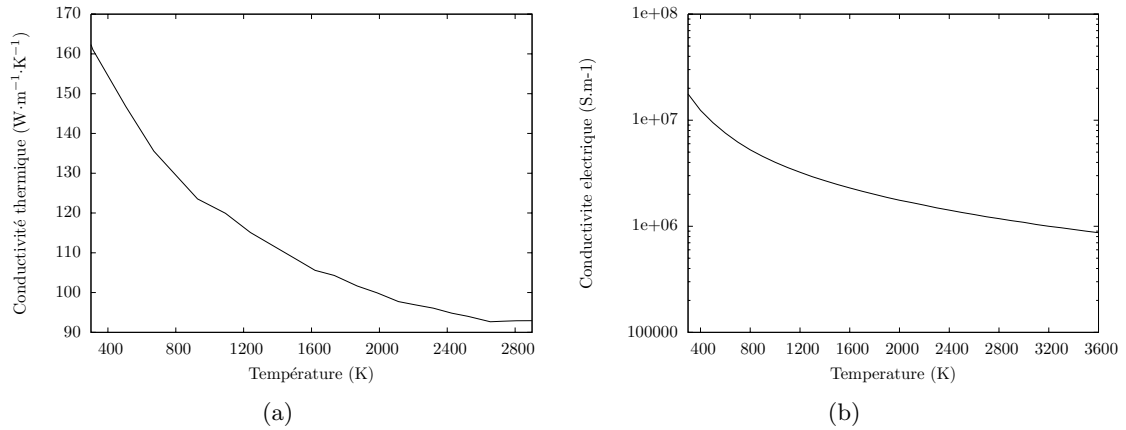


FIG. 4.6 – Évolutions en fonction de la température (K) de : (a) la conductivité thermique ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ), (b) la conductivité électrique ( $\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ ) [1] du tungstène pur

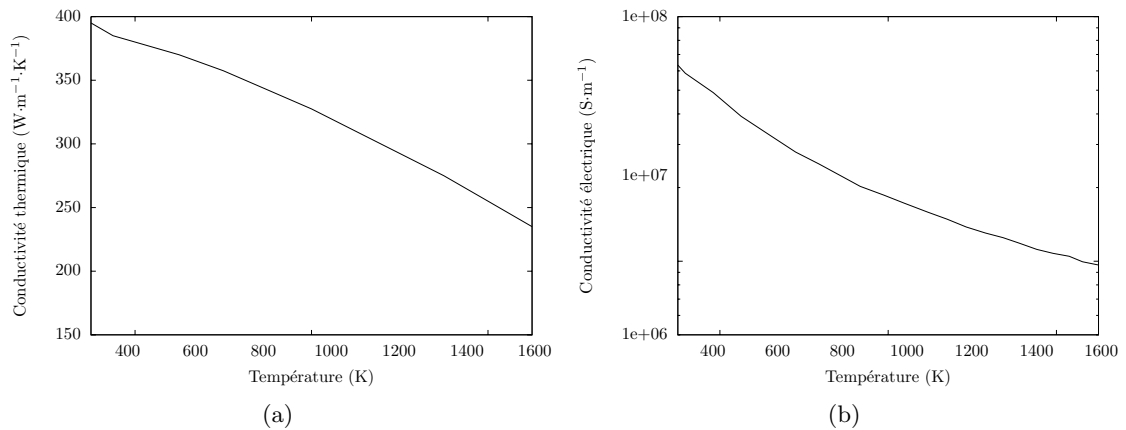


FIG. 4.7 – Évolutions en fonction de la température (K) de : (a) la conductivité thermique ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ), (b) la conductivité électrique ( $\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ ) [1] du cuivre pur

les conductivités thermique et électrique sont utilisées. Leur évolution par rapport à la température est présentée sur la figure 4.6.

**Les propriétés du cuivre :** Lors de l'utilisation d'une anode en cuivre et pour les valeurs de courant utilisées, il n'y pas de création d'un bain de fusion. Ainsi, comme pour l'électrode seules les conductivités thermique et électrique sont utilisées. Ces propriétés sont présentées sur la figure 4.7.

**Les autres propriétés physiques :** Les autres propriétés physiques utilisées sont listées dans le tableau 4.2.

courant	$I = 200 \text{ A}$
travail de sortie de l'anode	$\phi_a = 4,65 \text{ V}$ [71]
travail de sortie de la cathode	$\phi_c = 4,52 \text{ V}$ [65]
travail de sortie effectif de la cathode (tungstène thorié)	$\phi_e = 2,63 \text{ V}$ [65]
constante pour l'équation de Richardson (2.62)	$A_r = 3 \text{ W}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{K}^{-2}$ [71]
potentiel d'ionisation de l'argon	$V_i = 15,68 \text{ V}$
émissivité	0,4 [33]

TAB. 4.2 – Propriétés physiques utilisées pour la modélisation de la configuration de Hsu et al. [31]

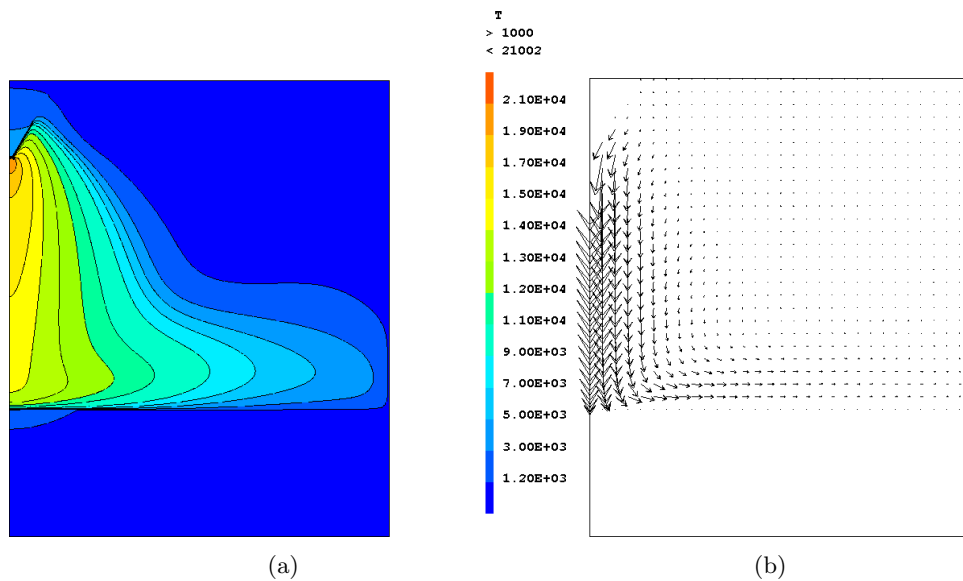


FIG. 4.8 – Champ de température (K) (a) et champ de vitesse ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) (vitesse maximale de  $280 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  sur l'axe) (b) obtenus sur la configuration de Hsu [31]

#### 4.1.2 Résultats

À convergence, les champs de température et de vitesse obtenus sont représentés respectivement sur les figures 4.10 et 4.8(b). La forme de cloche caractéristique pour ce type d'arc est bien retrouvée.

##### 4.1.2.1 Vérification de la condition à limite à la sur AJ en densité de courant

La principale différence entre le modèle développé et ceux de Hsu et al. [31] et Lago [38] est dans la résolution du potentiel électrique. Ces derniers imposent une densité de courant axiale ( $j_z$ ) sur AJ ayant la forme d'une exponentielle. Cette condition à la limite est présentée sur la figure 4.9. Celle-ci est comparée à la densité de courant axiale calculée par le modèle de cette thèse.

Ces deux évolutions sont différentes aussi bien en termes de valeurs que d'allures. En effet, la valeur maximale obtenue est presque deux fois supérieure. Aussi, on peut noter la pré-

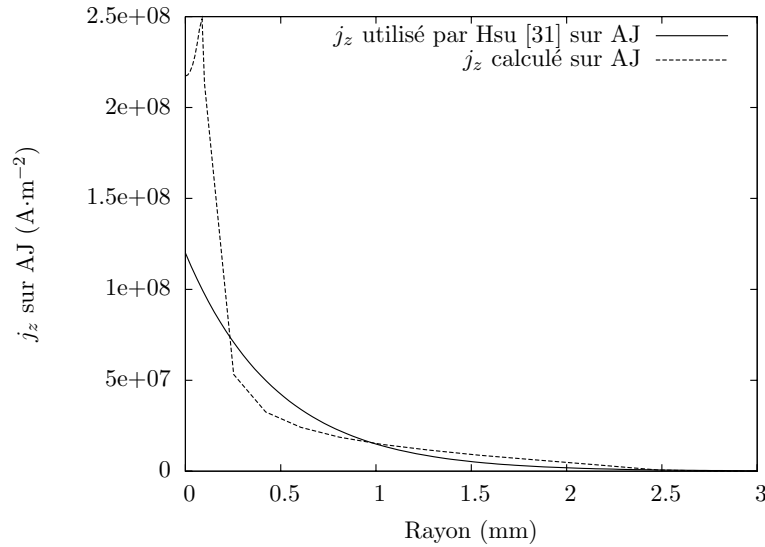


FIG. 4.9 – Comparaison sur une partie de AJ de l'évolution de  $j_z$  ( $\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$ ) calculée avec celle utilisée comme condition à la limite par Hsu [31]

sence d'un pic à l'extrémité de la troncature de l'électrode<sup>2</sup> probablement dû à une brusque variation de conductivité électrique en cet endroit et/ou à une singularité de pointe.

*Cependant, à notre connaissance, aucune autre donnée n'est disponible à ce sujet dans la littérature pour cette configuration, il est donc difficile d'émettre une conclusion concernant la validité de cette condition à la limite.. C'est pourquoi, cette comparaison est principalement donnée à titre informatif.*

#### 4.1.2.2 Le champ de température

Une des premières étapes de validation de notre modèle consiste à comparer le champ de température calculé avec celui obtenu expérimentalement par Hsu et al. [31]. Cette comparaison est présentée sur la figure 4.10 où les isothermes expérimentales sont à gauche et celles issues de notre modèle à droite.

Dans les deux ensembles de résultats, la zone la plus chaude est située au voisinage de la cathode et atteint une température de 21 000 K. Les isothermes comprises entre 11 000 K et 14 000 K sont en bon accord avec l'expérimental. En revanche, les isothermes supérieures à 15 000 K s'étendent moins le long de l'axe pour nos résultats. Toutefois, bien que l'auteur n'indique pas de barres d'erreurs pour ses mesures, une étude similaire faite par Masquère [49] donne des incertitudes de l'ordre du millier de Kelvins sur l'axe. Celles-ci sont accentuées dès lors que l'on se rapproche de la cathode. C'est pourquoi, l'accord entre le champ de température calculé et l'expérimental peut être considéré comme bon.

#### 4.1.2.3 Évolution de la vitesse sur l'axe

La figure 4.11 représente l'évolution de la vitesse axiale de la colonne du plasma suivant l'axe. Nos résultats sont comparés avec ceux obtenus numériquement par Hsu et al. [31] et Lago [38].

<sup>2</sup> Cette troncature, présente dans les études de Hsu [31] (cathode en forme d'escalier) et de Lago [38] (diamètre de troncature non précisé), a été mise afin de conserver un maillage structuré.

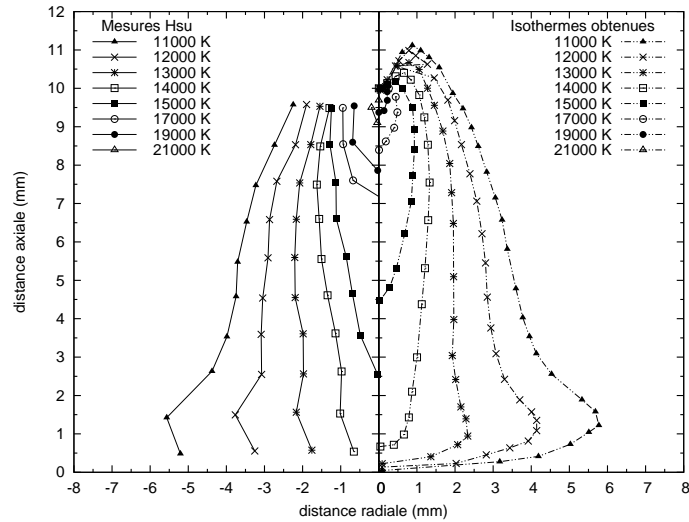


FIG. 4.10 – Comparaison entre les isothermes (K) calculées et celles obtenues expérimentalement par Hsu et al. [31]

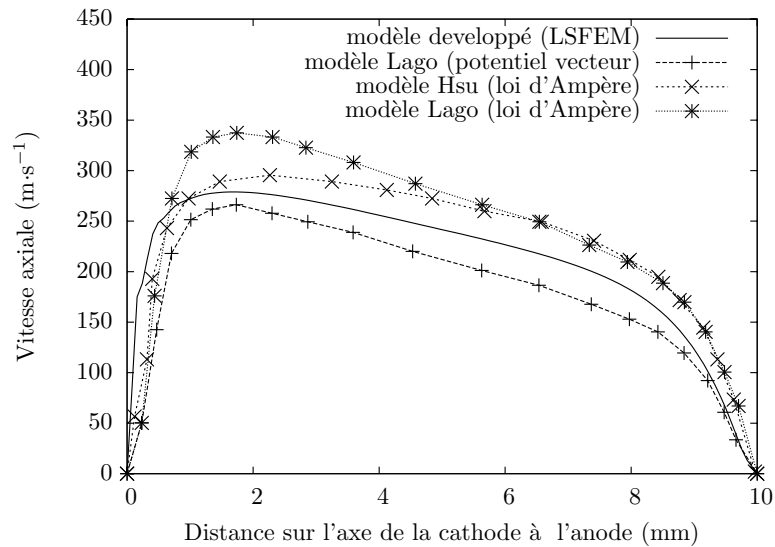


FIG. 4.11 – Comparaison de l'évolution de la vitesse ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) calculée le long de l'axe de l'arc de la pointe de la cathode à l'anode avec celles obtenues en utilisant la loi d'Ampère (ou approche électrique : voir paragraphe 3.1.1.1) (modèles de Hsu [31] et de Lago [38]) et celles lorsque la méthode des potentiels vecteurs est employée (voir paragraphe 3.1.1.2) (modèle Lago [38])

Cette comparaison met en avant l'utilisation de différentes méthodes de résolution pour le calcul de l'induction magnétique :

- la méthode LSFEM<sup>3</sup> utilisé par notre modèle,
- l'approche électrique (voir paragraphe 3.1.1.1) avec l'utilisation seule de la loi d'Ampère (modèles de Hsu [31] et Lago [38]),
- la méthode des potentiels vecteurs (voir paragraphe 3.1.1.2) utilisée aussi par Lago [38].

Dans l'ensemble, l'allure des courbes est similaire et, les valeurs obtenues par notre modèle se situent dans la moyenne de celles calculées par les autres auteurs. Cependant, il y a une différence dans la valeur maximale obtenue :  $280 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  pour notre modèle,  $295 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  pour celui de Hsu,  $295 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  pour celui de Lago utilisant la loi d'Ampère et,  $270 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  pour celui de Lago lorsqu'une formulation en potentiel vecteur est employée. Ainsi, l'utilisation de la loi d'Ampère semble conduire à des vitesses plus élevées comparativement aux autres formulations.

Le relativement bon accord sur ce point avec les résultats de la littérature constitue une validation au moins numérique du modèle développé au cours de cette thèse.

## 4.2 Configuration géométrique de Nestor

### 4.2.1 Présentation

Les seules validations du champ de température et de la vitesse sur l'axe ne permettent pas de valider totalement la partie arc du modèle développé. C'est pourquoi nous allons comparer les profils du flux de chaleur et de la densité de courant à la surface supérieure de l'anode à des résultats expérimentaux issus des travaux de Nestor [57].

Il utilise un calorimètre : c'est un système thermodynamique isolé qui n'échange aucune énergie avec le milieu extérieur (parois indéformables et adiabatiques). Néanmoins, il y a des transferts de chaleur entre les différentes parties du calorimètre. Comme il n'y a aucun échange de chaleur avec l'extérieur, cela implique que la somme des chaleurs échangées au sein du calorimètre est nulle. On peut alors obtenir l'énergie récupérée par le calorimètre en fonction des masses, des capacités calorifiques des constituants mis en jeu, et de l'écart entre les températures d'équilibre et les températures initiales.

Le montage qui fait référence est celui utilisé par Nestor [57] et est présenté sur la figure 4.2.1. La méthode employée consiste à séparer en deux une anode refroidie en cuivre, et de mesurer, grâce à un calorimètre, le flux de chaleur d'une des sections en fonction de la position de l'arc par rapport au plan de séparation. Ensuite, un traitement mathématique permet d'obtenir la distribution radiale du flux de chaleur sur la face endroit de la pièce. Afin de mesurer la densité de courant locale, une sonde est placée entre les deux parties de l'anode.

La figure 4.13(a) définit les dimensions de la géométrie utilisée pour représenter le montage. On reprend les dimensions mentionnées par Nestor [57]. L'épaisseur de l'anode n'étant pas indiquée, elle sera fixée à 10 mm, c'est-à-dire suffisamment épaisse pour qu'une température imposée de 300 K sur la face envers de la pièce soit possible pour le système de refroidissement utilisé et pour que cette condition à la limite ne soit pas trop forte et ne perturbe pas le flux de chaleur et la densité de courant calculés sur BC.

Là aussi, la résolution des équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement s'effectue uniquement dans le plasma. Le schéma numérique est celui présenté au paragraphe 3.3.5.

<sup>3</sup>Least Squares Finite Element Method : méthode d'éléments finis moindres carrés en français



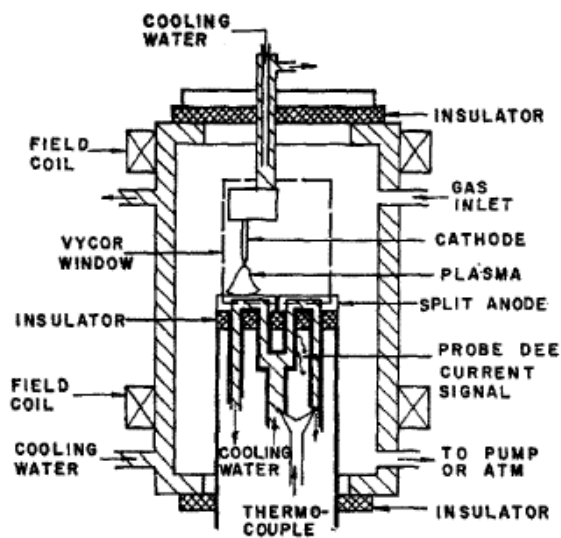


FIG. 4.12 – Schéma du calorimètre utilisé par Nestor [57]

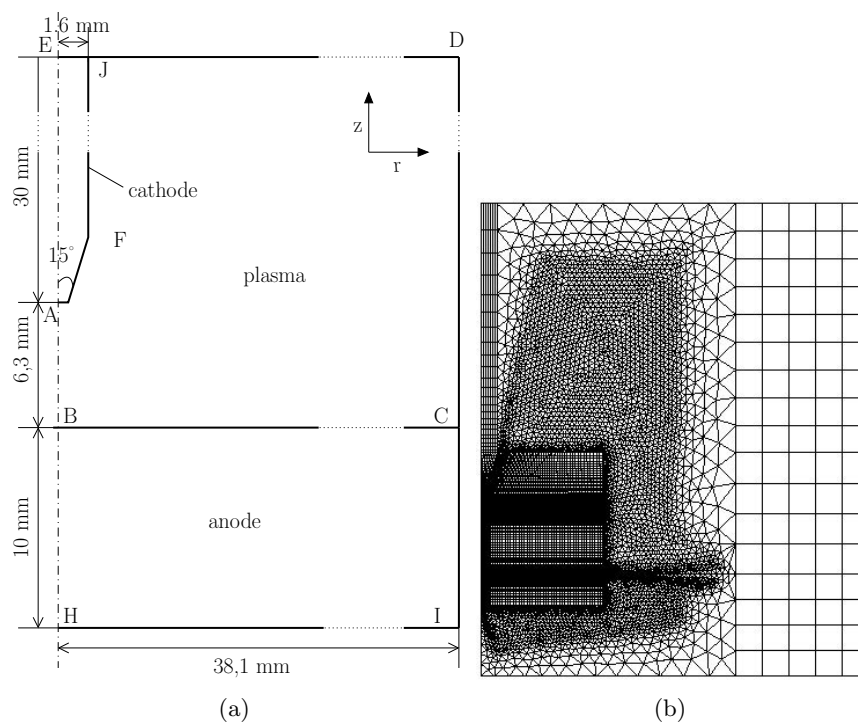


FIG. 4.13 – (a) : Géométrie modélisée pour la configuration de Nestor [57] et maillage utilisé (b)

	$u_r$	$u_z$	$T$	$\phi$	$B_\theta$
EJ			$T = 300 K$	$-\sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{I}{\pi R_C^2}$	
JD	$\mathbf{n} \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}} \cdot \mathbf{n} = 0$ et $u_r = 0$		$T = 300 K$	$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$	
AB	$\mathbf{n} \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}} \cdot \mathbf{n} = 0$ et $u_r = 0$		$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	$B_\theta = 0$
CD	$\mathbf{n} \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}} \cdot \mathbf{n} = 0$ et $u_z = 0$		$T = 300 K$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	
CI			$T = 300 K$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	
HI			$T = 300 K$	$\phi = 0$	
BH			$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	$B_\theta = 0$
AE			$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	$B_\theta = 0$
BC	$u_r = 0$	$u_z = 0$	éq. (2.84c)		
AF, FJ	$u_r = 0$	$u_z = 0$	éq. (2.69b)		

TAB. 4.3 – Conditions aux limites utilisées pour la configuration de Nestor [57]

#### 4.2.1.1 Maillage et conditions aux limites utilisées

Le maillage, pour lequel la convergence en maillage est assurée, est présenté sur la figure 4.13(b) est constitué de 15172 éléments quadrangles et triangles. Les conditions aux limites choisies sont résumées dans le tableau 4.3.

#### 4.2.1.2 Les propriétés physiques utilisées

Le gaz plasmagène utilisé est de l'argon. L'anode est en cuivre supposé pur et la cathode en tungstène thorié. Les propriétés physiques étant identique à celles utilisées pour la configuration de Hsu, elles sont définies au paragraphe 4.1.1.2.

### 4.2.2 Résultats

#### 4.2.2.1 La densité de courant anodique

La densité de courant  $j$  calculée sur la surface de l'anode BC est comparée, sur la figure 4.14, à celle trouvée expérimentalement par Nestor [57].

On peut remarquer que le profil de densité de courant expérimental correspond assez bien à celui calculé. Il a approximativement la forme d'une gaussienne dont la valeur maximale obtenue est supérieure à l'expérimentale d'environ  $1.10^6 \text{ A}\cdot\text{m}^{-2}$  et l'écart type plus petit. La zone de passage du courant trouvée est donc inférieure à celle obtenue expérimentalement. Cette différence peut être due à notre modèle simpliste pour le calcul de la conductivité électrique au voisinage de l'anode et donc à une mauvaise définition de la zone conductrictrice. Pour des développements futurs, il serait intéressant d'introduire dans cette zone en déséquilibre thermodynamique local, un modèle plus élaboré, tel celui de Lowke et al. [44], qui définit plus finement la conductivité électrique à partir du calcul de la densité électronique.

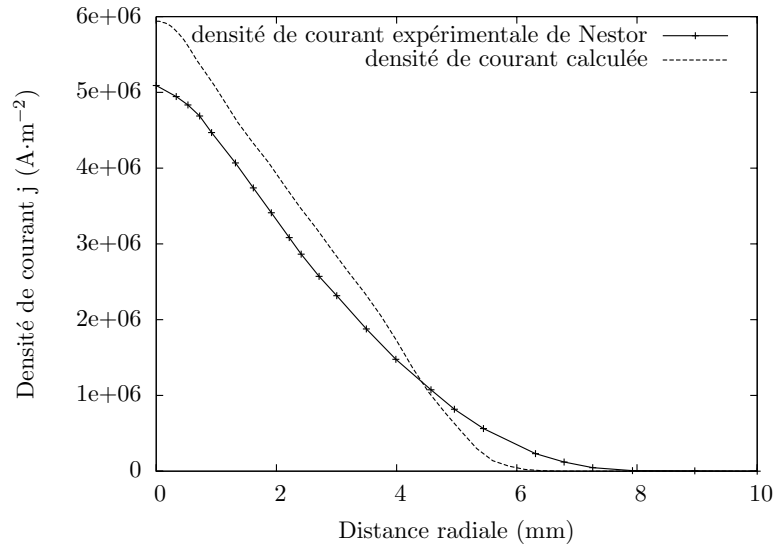


FIG. 4.14 – Comparaison de la densité de courant  $j$  ( $\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$ ) calculée sur la surface de l'anode BC avec celle trouvée expérimentalement par Nestor [57]

#### 4.2.2.2 Le flux de chaleur anodique

Sur la figure 4.15, le flux de chaleur obtenu sur la surface anodique BC est comparé à celui trouvé expérimentalement par Nestor [57].

Là aussi, on peut remarquer que le flux de chaleur calculé correspond assez bien à l'expérimental. Néanmoins, notre modèle surestime quelque peu le flux de chaleur transmis à la pièce. En effet, la valeur maximale obtenue numériquement est supérieure d'environ  $0,9 \cdot 10^7 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ , et la quantité d'énergie totale transmise à la pièce (l'intégrale du flux) semble être supérieure à l'expérimental. Cependant, il est difficile de quantifier la surestimation réalisée car les résultats fournis par Nestor ne permettent pas de définir l'énergie totale précisément à cause d'un manque de précision dans le graphique présenté dans sa publication [57] pour les valeurs inférieures à  $0,5 \cdot 10^6 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ .

Aussi, il est utile de préciser que la valeur la plus élevée du flux obtenu peut être due à l'erreur réalisée sur la densité de courant  $j$ . En effet, il a été vu au paragraphe 2.5 que le flux de chaleur a une contribution d'origine électrique, le flux relatif à l'absorption des électrons  $q_{\text{abs}}$  ( $q_{\text{abs}} = j\phi_a$ ), s'exprimant directement à partir de  $j$ .

## 4.3 Configuration géométrique de Tanaka

### 4.3.1 Présentation

Tanaka et al. [69] ont réalisé trois calculs sur la base d'une même configuration géométrique présentée sur la figure 4.16(a). Ceux-ci se différencient par le matériau utilisé pour la pièce (l'anode) qui est soit :

- en cuivre. Il n'y a pas de bain de soudage de créé.
- en acier 304 avec une teneur en soufre élevée ( $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  positif). Il y a présence d'un bain de soudage avec un rapport  $P/L$  élevé.
- en acier 304 avec une teneur en soufre faible ( $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  négatif). Il y a présence d'un bain

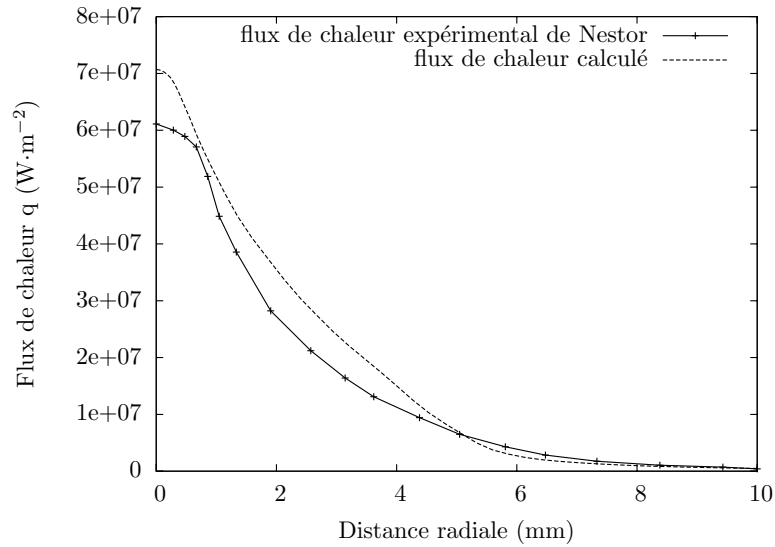


FIG. 4.15 – Comparaison du flux de chaleur  $q$  ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) calculé sur la surface de l'anode BC avec celui trouvé expérimentalement par Nestor [57]

de soudage avec un rapport  $P/L$  faible.

Pour chacune des configurations, la hauteur d'arc est fixée à 5 mm, l'angle d'affûtage de l'électrode à  $60^\circ$ , le courant à 150 A, et le débit du gaz utilisé, l'argon, est de  $15\text{ l}\cdot\text{min}^{-1}$ . L'électrode est en tungstène avec 2% de  $\text{La}_2\text{O}_3$ .

L'ensemble de ces calculs est réalisé afin de valider les éléments suivants :

- les contributions énergétiques mises en jeu,
- les géométries de bain de soudage obtenues.

Ils permettent aussi d'évaluer l'importance de chaque force mise en jeu et de quantifier leur importance sur la définition de la géométrie du bain de soudage.

Enfin, le modèle numérique employé est celui présenté au paragraphe 3.3. Lorsque l'anode utilisée est en cuivre, les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement ne sont pas calculées dans celle-ci.

#### 4.3.1.1 Maillage et conditions aux limites utilisées

Le maillage utilisé est présenté sur la figure 4.16(b). Il est composé d'un total de 19050 éléments triangle et quadrangles dans une zone proche de l'axe et du bain de soudage afin de gagner en précision dans cette zone à fort gradients de vitesse et de température. Le niveau de raffinement du maillage a été choisi de manière à avoir un temps de calcul raisonnable tout en restant dans la limite de la puissance de calcul à disposition au cours de cette thèse.

Les conditions aux limites employées sont listées dans le tableau 4.4.

#### 4.3.1.2 Propriétés physiques utilisées

Les propriétés thermophysiques de l'argon, du tungstène et du cuivre sont décrites au paragraphe 4.1.1.2. Celles de l'acier 304 sont détaillées dans ce qui suit.

	$u_r$	$u_z$	$T$	$\phi$	$B_\theta$
EJ			$T = 300 K$	$-\sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{I}{\pi R_C^2}$	
JK	$u_r = 0$	$u_z = u_{gaz}$ (éq. (2.49))	$T = 300 K$	$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$	
KD	$\mathbf{n} \cdot \bar{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{n} = 0$ et $u_r = 0$		$T = 300 K$	$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$	
AB	$\mathbf{n} \cdot \bar{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{n} = 0$ et $u_r = 0$		$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	$B_\theta = 0$
CD	$\mathbf{n} \cdot \bar{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{n} = 0$ et $u_z = 0$		$T = 300 K$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	
CI			$T = 300 K$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	
HI			$T = 300 K$	$\phi = 0$	
BH			$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	$B_\theta = 0$
AE			$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	$B_\theta = 0$
BC anode en cuivre	$u_r = 0$	$u_z = 0$	éq. (2.84c)		
BC anode en acier	éq. (2.80d) et $u_z = 0$		éq. (2.84c)		
AF, FJ	$u_r = 0$	$u_z = 0$	éq. (2.69b)		
LM anode en cuivre	$u_r = 0$	$u_z = 0$			

TAB. 4.4 – Conditions aux limites utilisées pour la configuration de Tanaka et al. [71]

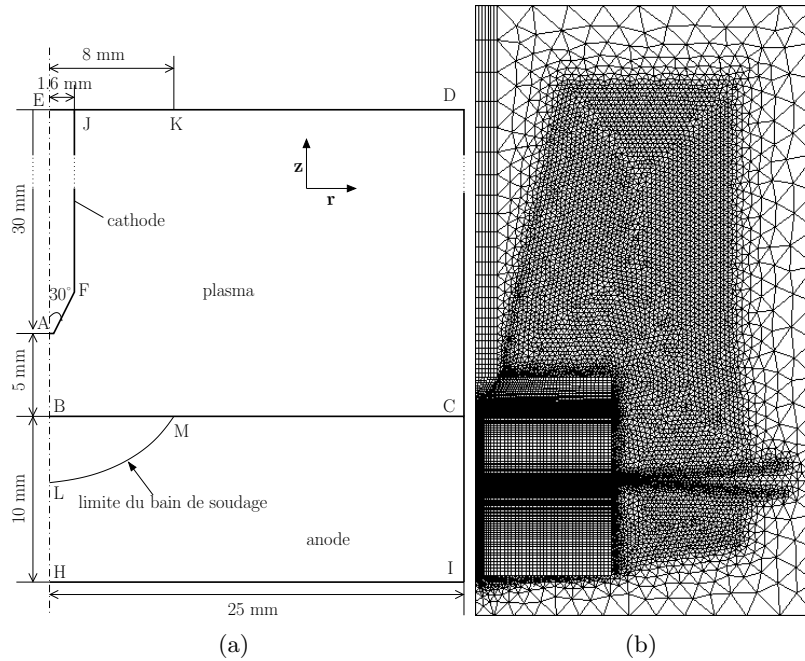


FIG. 4.16 – (a) : Géométrie modélisée pour la configuration de Tanaka et al. [71] et maillage utilisé (b)

**Les propriétés de l'acier 304 :** Elles sont tirées de travaux de Kim [36] et leurs évolutions linéarisées par rapport à la température sont tracées sur les figures 4.17. Celles-ci sont extrapolées dans l'intervalle de fusion compris entre 1670 K et 1730 K. Pour ces graphiques et pour les modélisations réalisées, les températures du solidus et du liquidus sont fixées respectivement à 1670 K et 1730 K et, les évolutions de ces propriétés thermophysiques sont considérées linéaires entre ces deux températures.

Pour cet acier, la conductivité électrique a été fixée à  $7,7 \cdot 10^5 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$  et la viscosité dynamique à  $3 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  [17]<sup>4</sup>. Comme cela a été mentionné au paragraphe 2.2, la masse volumique utilisée pour la résolution des équations de conservation de la masse (éq. (2.56a)) et de la quantité de mouvement (éq. (2.56b)) est considérée constante et égale à sa valeur à la température de référence, définie à 2000 K. En revanche, sa dépendance à la température est prise en compte dans la résolution de l'équation de conservation de l'énergie (éq. (2.81a)).

**Les autres propriétés physiques :** Les autres propriétés physiques utilisées sont listées dans le tableau 4.5. Contrairement aux propriétés thermophysiques de l'acier 304 présentées précédemment, les valeurs prises pour les propriétés physiques de ce tableau sont similaires à celles choisies par Tanaka. Pour les configurations utilisant une pièce en acier 304, les coefficients  $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$  ont été choisis constants et identiques à ceux utilisés par Tanaka et al. [72].

<sup>4</sup>Cette valeur a été artificiellement multipliée par 5 de manière à améliorer la convergence.

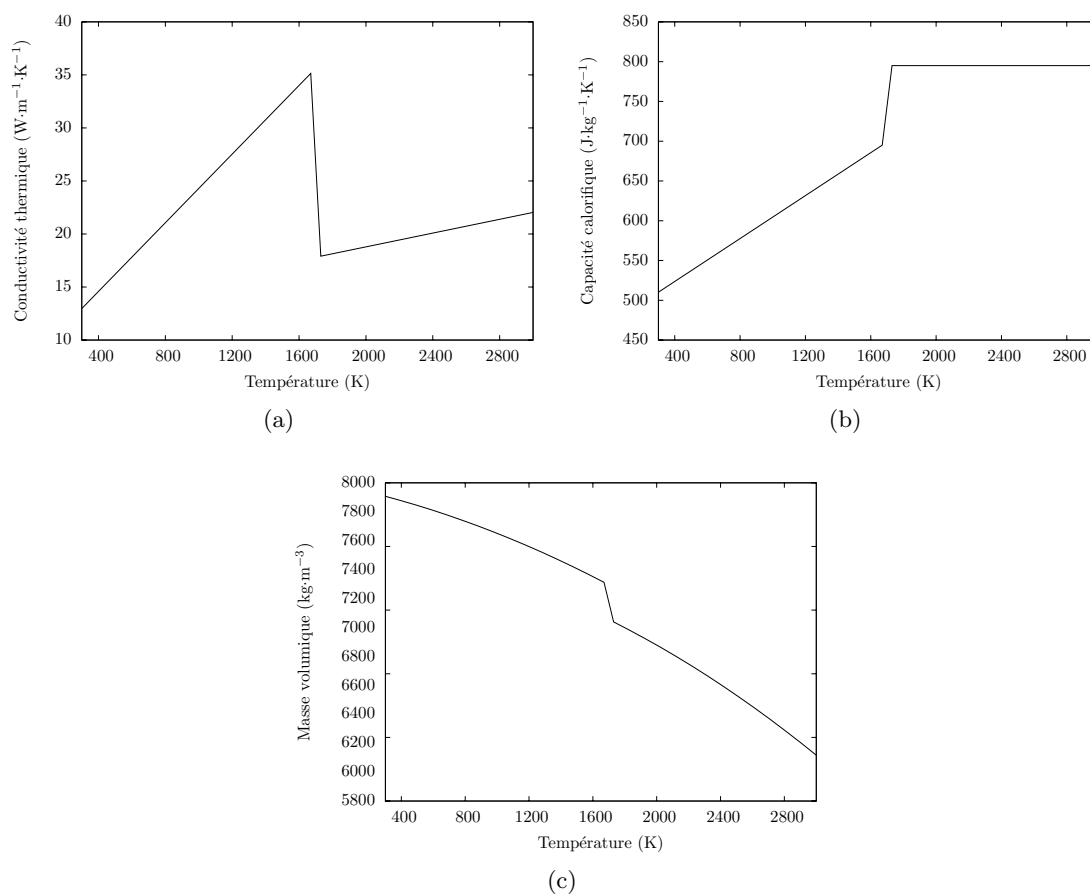


FIG. 4.17 – Évolutions en fonction de la température (K) de : (a) la conductivité thermique ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ), (b) la capacité calorifique ( $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ), (c) la masse volumique ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) pour l'acier 304 [36]

courant	$I = 150 \text{ A}$
Débit du gaz	$Q = 15 \text{ l}\cdot\text{min}^{-1}$
<b>Pour la cathode en tungstène :</b>	
travail de sortie de la cathode	$\phi_c = 4,52 \text{ V}$ [71]
travail de sortie effectif de la cathode	$\phi_e = 2,63 \text{ V}$ [71]
constante pour l'équation de Richardson (2.62)	$A_r = 3 \text{ W}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{K}^{-2}$ [71]
potentiel d'ionisation de l'argon	$V_i = 15,68 \text{ V}$
<b>Pour le cuivre :</b>	
émissivité	0,4 [33]
travail de sortie de l'anode en cuivre	$\phi_{a_{\text{cuivre}}} = 4,65 \text{ V}$ [71]
<b>Pour l'acier 304 :</b>	
température de référence	$T_{\text{réf}} = 2000 \text{ K}$
masse volumique de référence	$\rho_{\text{réf}} = 6725 \text{ kg}\cdot\text{m}^3$
coefficient de dilatabilité	$\beta = 3,315\cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ [36]
température du solidus de l'acier	$T_s = 1670 \text{ K}$ [36]
température du liquidus de l'acier	$T_l = 1730 \text{ K}$ [36]
travail de sortie de l'anode en acier 304	$\phi_a = 4,7 \text{ V}$ [38]
émissivité	0,4 [33]
coefficient de thermodépendance	$\frac{\partial \gamma}{\partial T} = -4,58\cdot 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
de la tension de surface	ou $\frac{\partial \gamma}{\partial T} = 2,08\cdot 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

TAB. 4.5 – Propriétés physiques utilisées pour la modélisation de la configuration de Tanaka et al. [71]



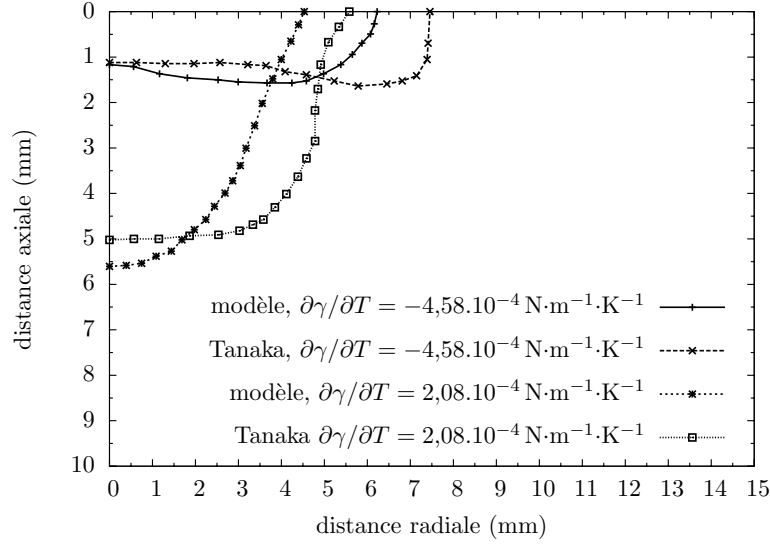


FIG. 4.18 – Comparaison de bains de soudage obtenus par notre modèle avec ceux obtenus par Tanaka et al. [72]

## 4.3.2 Résultats

### 4.3.2.1 Comparaison des bains de soudage obtenus pour une pièce en acier 304 avec deux gradients de tension de surface différents

Sur la figure 4.18, les bains de soudage obtenus pour les deux coefficients  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  présentés dans le tableau 4.5 sont comparés à ceux obtenus par Tanaka et al. dans les mêmes conditions opératoires. On peut remarquer que deux formes caractéristiques sont reproduites grâce à notre modèle avec :

- un rapport  $P/L$  plus faible lorsque  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  est négatif, c'est-à-dire lorsque la teneur en soufre est faible (par exemple 40 ppm).
- un rapport  $P/L$  plus élevé lorsque  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  est positif, c'est-à-dire lorsque la teneur en soufre est élevée (par exemple 220 ppm).

Cependant, contrairement aux pénétrations calculées, les rayons du bain trouvés sont inférieurs de plus de 1 mm à ceux de Tanaka :

- -1,23 mm pour  $\frac{\partial\gamma}{\partial T} = -4,58.10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ,
- -1,03 mm pour  $\frac{\partial\gamma}{\partial T} = 2,08.10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .

Ces différences peuvent être causées par l'utilisation de propriétés thermophysiques différentes. Tanaka et al. [72] ne donnent qu'une plage de variation pour les valeurs des propriétés thermophysiques qu'ils utilisent, ce qui ne nous permet pas de quantifier précisément les différences avec les propriétés thermophysiques utilisées pour notre modèle, et donc d'évaluer précisément la source des différences obtenues.

Afin de comparer l'importance des différentes forces mises en jeu dans le bain de soudage, les puissances<sup>5</sup> des différentes forces mises en jeu dans l'équation de conservation de la

<sup>5</sup>La résultante de la puissance est calculée selon l'équation  $\int_{\Omega} \mathbf{F} \cdot \mathbf{u} \, d\Omega$ , avec  $\Omega$  le volume du domaine,  $\mathbf{F}$  la force pour laquelle la puissance est calculé et  $\mathbf{u}$  le champ de vitesse.

Description des puissances	$\frac{\partial\gamma}{\partial T}$ (N·m <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )	
	$-4,58 \cdot 10^{-4}$ N·m <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup>	$2,08 \cdot 10^{-4}$ N·m <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup>
Puissance de la force de pression $\int_{\Omega} -\nabla p'' \cdot \mathbf{u} d\Omega$	$-8,13 \cdot 10^{-20}$	$6,10 \cdot 10^{-20}$
Puissance de la force visqueuse $\int_{\Omega} \nabla \cdot \bar{\tau} \cdot \mathbf{u} d\Omega$	$-1,04 \cdot 10^{-3}$	$-1,41 \cdot 10^{-4}$
Puissance de la force de convection $\int_{\Omega} -[\rho_{\text{réf}}(\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u}] \cdot \mathbf{u} d\Omega$	$1,08 \cdot 10^{-5}$	$-6,12 \cdot 10^{-8}$
Puissance de la force d'extinction des vitesses $\int_{\Omega} \left( -c \frac{(1-f_l)^2}{f_l^3 + b} \mathbf{u} \right) \cdot \mathbf{u} d\Omega$	$4,01 \cdot 10^{-11}$	$9,88 \cdot 10^{-13}$
Puissance de la force électromagnétique $\int_{\Omega} (-\sigma \nabla \phi \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{u} d\Omega$	$-1,14 \cdot 10^{-5}$	$1,12 \cdot 10^{-5}$
Puissance de la force de flottabilité $\int_{\Omega} -\rho_{\text{réf}} \beta (T - T_{\text{réf}}) \mathbf{g} \cdot \mathbf{u} d\Omega$	$-1,28 \cdot 10^{-7}$	$-1,24 \cdot 10^{-6}$
Puissance de la force de gradient de tension de surface $\int_{BC} \frac{\partial\gamma}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial r} u_r dBC$	$3,93 \cdot 10^{-4}$	$3,77 \cdot 10^{-4}$
Puissance de la force cisaillement du plasma $\int_{BC} ((\bar{\tau}_{\text{plasma}} - p' \mathcal{I}) \cdot \tau) u_r dBC$	$6,50 \cdot 10^{-4}$	$-2,45 \cdot 10^{-4}$
Bilan	$4 \cdot 10^{-11}$	$-2 \cdot 10^{-11}$

TAB. 4.6 – Puissances (W) obtenues pour les différentes forces mises en jeu dans le bain de soudage pour deux gradients de tension de surface :  $\frac{\partial\gamma}{\partial T} = 2,08 \cdot 10^{-4}$  N·m<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup> et  $\frac{\partial\gamma}{\partial T} = -4,58 \cdot 10^{-4}$  N·m<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>

quantité de mouvement (éq. (2.85b)) sont calculés et listés dans le tableau 4.6.

Une résultante de puissance négative signifie que la force étudiée est résistante à l'écoulement et au contraire, lorsqu'elle est positive, la force est motrice du mouvement. La valeur absolue de cette résultante de la puissance rend compte de l'intensité avec laquelle la force agit globalement sur l'écoulement.

En particulier, on peut remarquer (tableau 4.6) que les résultantes des puissances des forces de gradient de tension de surface et de cisaillement du plasma, qui sont de l'ordre de  $1.10^{-4}$  W, sont prépondérantes face aux autres termes sources dans le bain. Par exemple, la résultante de la puissance de la force électromagnétique est de l'ordre de  $1.10^{-5}$  W, et celle de la force de flottabilité est de l'ordre de  $1.10^{-6}$  W  $\sim 1.10^{-7}$  W.

L'évolution de la vitesse radiale  $u_r$  sur BC (face supérieure de la pièce), présentée sur la figure 4.19(a), montre, de part le signe de  $u_r$ , que l'écoulement est dirigé de la frontière du bain vers l'axe de soudage lorsque  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  est positif puisque  $u_r \leq 0$ , et, le sens de l'écoulement

est contraire lorsque  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  est négatif puisque  $u_r \geq 0$ . Ceci est en accord avec la figure 1.5(a) du paragraphe 1.2.2.5.

Ainsi, en prenant en compte le signe de la résultante des puissances et le sens de l'écoulement, l'action de ces forces se fait :

- de l'axe vers la frontière du bain (sur BC) pour :
  - la force de cisaillement du plasma,
  - la force de flottabilité pour  $\frac{\partial\gamma}{\partial T} = 2,08.10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ,
  - la force de gradient de tension de surface pour  $\frac{\partial\gamma}{\partial T} = -4,58.10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .
- de la frontière du bain (sur BC) vers l'axe pour :
  - la force électromagnétique,
  - la force de flottabilité pour  $\frac{\partial\gamma}{\partial T} = -4,58.10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ,
  - la force de gradient de tension de surface pour  $\frac{\partial\gamma}{\partial T} = 2,08.10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .

La figure 4.19(b) présente l'évolution de la température sur la face BC pour les deux bains obtenus. On peut noter que la température maximale trouvée est supérieure pour le cas  $\frac{\partial\gamma}{\partial T} = 2,08.10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  et vaut 3392 K. Elle est à comparer à la valeur de 2110 K pour le cas  $\frac{\partial\gamma}{\partial T} = -4,58.10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .

#### 4.3.2.2 Bilans d'énergie pour différents matériaux utilisés pour l'anode

Afin de quantifier l'importance des contributions énergétiques mises en jeu dans le système couplé (voir chapitre 2), ces contributions sont calculées et listées dans les tableaux 4.7, 4.8, 4.9 pour les trois matériaux utilisées : le cuivre, l'acier 304 avec  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  positif ou négatif. Elles sont comparées avec les valeurs données par Tanaka et al. ([72], [69]). À notre connaissance, ces auteurs ne présentent pas de bilan énergétique pour la configuration utilisant une pièce avec  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  positif. Il est utile de préciser que la puissance convective du plasma vers le milieu extérieur sur la frontière  $\Gamma$ , qui s'écrit  $\int_{\Gamma} \rho C_p T \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} d\Gamma$ , est nulle car la température imposée à 300 K sur  $\Gamma$  donne des propriétés thermophysiques ( $\rho$ ,  $C_p$ ) constantes sur  $\Gamma$ . De part l'équation de conservation de la masse  $\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$ , on a :

			Tanaka [69]	Modèle	Écarts
cathode	entrée	effet Joule	47	58,8	+11,8
		conduction de l'arc	478	378,9	-99,1
		neutralisation des ions	157	289,2	+132,2
	sortie	émission thermoionique	633	594,6	-38,4
		conduction sur EJ	33	72	+39
		rayonnement surfacique	47	60,3	+13,3
	bilan		-31	0	
plasma	entrée	effet Joule	1539	1589,8	+50,8
	sortie	conduction vers l'extérieur	3	42,4	+39,4
		conduction vers la cathode	478	378,9	-99,1
		conduction vers l'anode	588	875,4	+287,4
		rayonnement volumique	290	293,1	+3,1
	bilan		+180	0	
anode	entrée	effet Joule	0	0	0
		conduction de l'arc	588	875,4	+287,4
		absorption des électrons	698	697,5	-0,5
	sortie	conduction vers l'extérieur	1299	1572,4	+273,4
		rayonnement surfacique	0,3	0,5	+0,2
	bilan		-13,3	0	

TAB. 4.7 – Comparaison des puissances (W) obtenues avec celles de Tanaka et al. [69] pour une anode en cuivre.

			Tanaka [71]	Modèle	Écarts
cathode	entrée	effet Joule	47	59,3	+12,3
		conduction de l'arc	478	383,6	-94,4
		neutralisation des ions	156	285,1	+129,1
	sortie	émission thermoïonique	678	595,8	-82,2
		conduction sur EJ	33	72	+39
		rayonnement surfacique	47	60,2	+13,2
bilan		-77	0		
plasma	entrée	effet Joule	1183	1579	+396
	sortie	conduction vers l'extérieur	5	54,1	+50,3
		conduction vers la cathode	478	383,6	-94,4
		conduction vers l'anode	373	845,8	+472,8
		rayonnement volumique	276	294,3	+18,3
	bilan		+51	0	
anode	entrée	effet Joule	1	1,9	+0,9
		conduction de l'arc	373	845,8	+472,8
		absorption des électrons	697	705	+8
	sortie	conduction vers l'extérieur	1009	1486,8	+475
		rayonnement surfacique	30	68,7	+38,7
	bilan		+32	0	

TAB. 4.8 – Comparaison des puissances (W) obtenues avec celles de Tanaka et al. [71] pour une anode en acier avec  $\frac{\partial\gamma}{\partial T} = -4,58.10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .

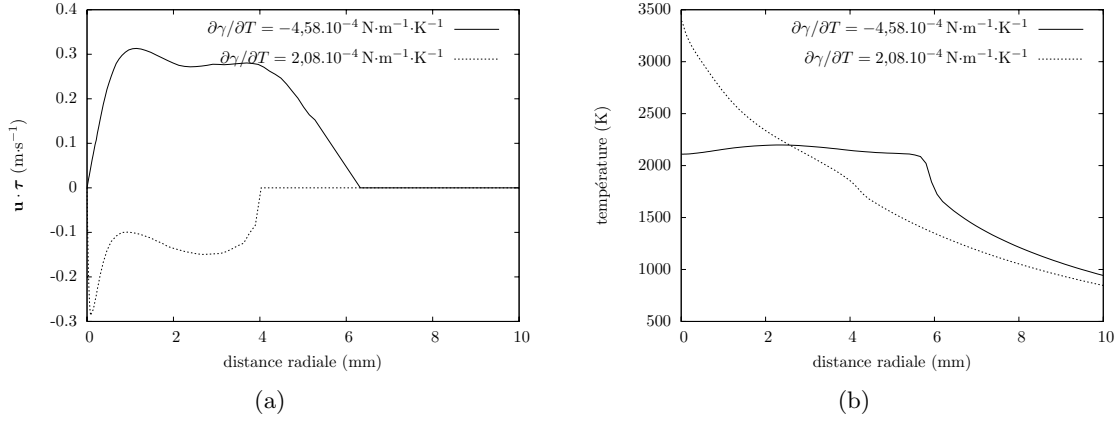


FIG. 4.19 – Évolutions sur la face BC de l’anode pour  $\frac{\partial\gamma}{\partial T} = 2,08 \cdot 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  et  $\frac{\partial\gamma}{\partial T} = -4,58 \cdot 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ , de la vitesse radiale ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) (a) et de la température (K) (b)

$$\int_{\Gamma} \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} d\Gamma \text{ et donc, } \rho \int_{\Gamma} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} d\Gamma = 0.$$

Les différences entre notre modèle et celui de Tanaka (tableaux 4.7 et 4.8) sont de plus de 90 W pour les quantités suivantes :

- le flux de conduction du plasma vers la cathode,
- le flux de conduction du plasma vers l’anode,
- la contribution liée à la neutralisation des ions à la cathode,
- l’émission thermoïonique,
- l’énergie perdue par conduction par l’anode sur les faces HI et CI.

L’équilibre énergétique entre notre modèle et le leur n’est donc pas équivalent.

Cependant, quelques erreurs peuvent être notées pour le modèle de Tanaka et al. Tout d’abord, contrairement au modèle développé pendant cette thèse, les bilans énergétiques de Tanaka présentés sur les tableaux 4.7 et 4.8 ne sont pas nuls dans chacune des parties du domaine. L’énergie de son modèle n’est alors pas conservée. Dans son article [71], il attribue ces écarts à l’accumulation d’erreurs d’ordre numérique lors du calcul itératif de l’équation de conservation de l’énergie. Ainsi, ces erreurs peuvent être à l’origine de la différence entre leurs résultats et les nôtres.

De plus, contrairement à notre modèle, le courant à la surface de la cathode ne semble pas être conservé. En effet, sachant que  $j = j_e + j_i$ , que  $I = \int_{\Gamma} j d\Gamma$  et que le flux de neutralisation des ions  $q_i$  vaut  $j_i V_a$  et que l’émission thermoïonique  $q_{em}$  vaut  $j_e \phi_c$ , on trouve à la surface de la cathode pour leur modèle  $I = \int_{\Gamma} \frac{q_i}{V_a} + \frac{q_{em}}{\phi_c} d\Gamma = 159,9 \text{ A}$  pour le cas avec

une anode en acier avec  $\frac{\partial\gamma}{\partial T} = -4,58 \cdot 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ . Le courant n’est donc pas égal aux 150 A utilisés pour cette configuration. Cette erreur est aussi présente pour le cas utilisant une anode en cuivre où l’on trouve à la surface de la cathode  $I = 148,75 \text{ A}$ .

Les différences observées pour ces derniers flux peuvent ainsi être expliquées par ces irrégularités dans la résolution de leur modèle.

Si l’on se concentre sur nos résultats, les principales conclusions sont les suivantes :

			Modèle
cathode	entrée	effet Joule	57,6
		conduction de l'arc	368,4
		neutralisation des ions	299,4
	sortie	émission thermoïonique	591,7
		conduction sur EJ	72,3
		rayonnement surfacique	61,4
bilan		0	
plasma	entrée	effet Joule	1550
	sortie	conduction vers l'extérieur	53,3
		conduction vers la cathode	368,4
		conduction vers l'anode	839,9
		rayonnement volumique	288,4
	bilan		0
anode	entrée	effet Joule	1,9
		conduction de l'arc	839,9
		absorption des électrons	705
	sortie	conduction vers l'extérieur	1498,1
		rayonnement surfacique	48,7
	bilan		0

TAB. 4.9 – Puissances (W) obtenues pour une anode en acier avec  $\frac{\partial\gamma}{\partial T} = 2,08 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

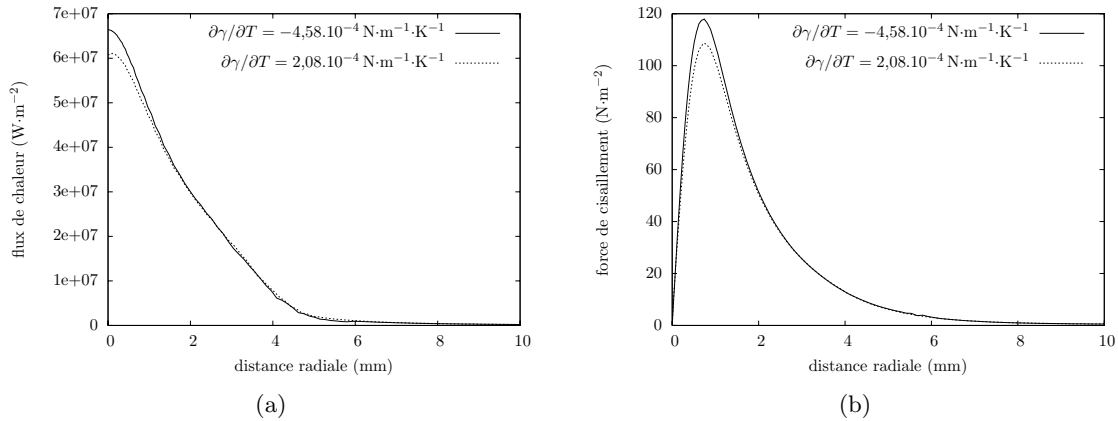


FIG. 4.20 – Évolutions sur la face BC de l'anode pour  $\frac{\partial\gamma}{\partial T} = 2,08 \cdot 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  et  $\frac{\partial\gamma}{\partial T} = -4,58 \cdot 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ , du flux de chaleur ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) (a) et de la force de cisaillement du plasma (b)

- Les deux configurations avec une pièce en acier présentent des différences faibles (inférieures à 20 W) entre les puissances pour chacune des contributions.
- La puissance transmise à la pièce est plus élevée d'environ 80 W pour la pièce en cuivre.
- La puissance totale transmise à la pièce est décomposée ainsi :
  - de 56% à 57% de la puissance de conduction du plasma vers la pièce,
  - de 44% à 47% de la puissance liée à l'absorption des électrons à la surface anodique,
  - de 0% à 4% de perte par rayonnement.

Ainsi, le bain n'influence pas beaucoup le flux de chaleur transmis à la pièce. Cependant, sa forme est très importante pour la qualité de la soudure puisqu'elle est à l'origine des déformations de l'assemblage soudé.

Nous allons montrer dans ce qui suit que cette dernière conclusion peut s'appliquer à d'autres grandeurs physiques. Les figures 4.20(a) et 4.20(b) montrent que les flux de chaleur et les forces de cisaillement du plasma sur la face supérieure de la pièce (BC) sont différents entre les deux géométries de bain de soudage obtenues avec des écarts respectifs de  $0,6 \cdot 10^7 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$  et de  $9,3 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$ , soit des écarts inférieurs à 10% par rapport aux valeurs maximales, ce qui est relativement faible.

La conclusion est similaire pour l'induction magnétique dont le champ sur le domaine traité est présenté sur la figure 4.21 pour les deux valeurs de  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$ . On peut remarquer que ces deux champs sont similaires. En effet, l'erreur relative en norme  $L_2$  entre ceux-ci vaut  $2,53 \cdot 10^{-5}$ , ce qui est négligeable.

Ainsi, la géométrie du bain de soudage semble jouer un faible rôle sur les chargements du plasma sur la pièce et sur l'induction magnétique.



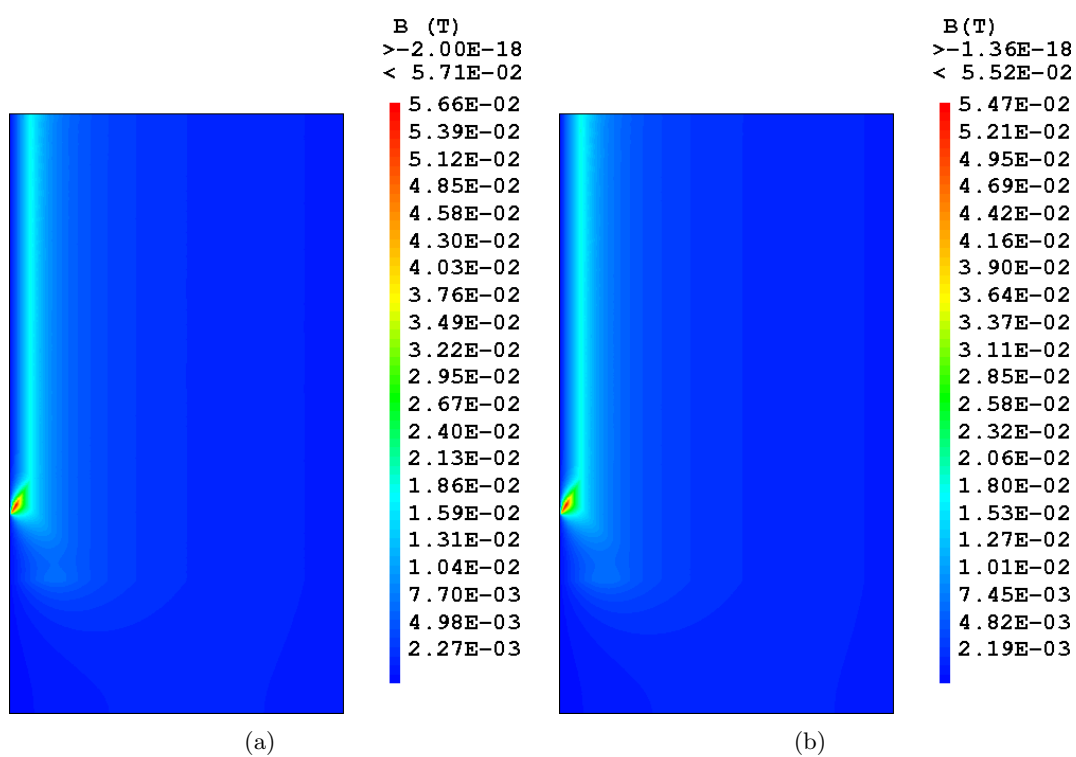


FIG. 4.21 – Induction magnétique (T) pour  $\frac{\partial \gamma}{\partial T} = -4,58 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  (a) et pour  $\frac{\partial \gamma}{\partial T} = 2,08 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  (b)

## Conclusions du chapitre 4

Ce chapitre a consisté à valider le modèle en le comparant avec des résultats expérimentaux et numériques de la littérature. Pour cela, trois configurations géométriques ont été utilisées : celle de Hsu et al. [31], celle de Nestor [57] et celle de Tanaka et al. [69]. Sur cette dernière modélisation, l'équilibre énergétique dans le système complet et l'influence des différentes forces dans le bain ont été discutés.

Hsu et al. [31] ont réalisé des mesures de température dans le plasma et développé le modèle associé au dispositif expérimental. La pièce utilisée étant en cuivre, il n'y a pas création d'un bain de soudage. *Ces comparaisons effectuées permettent donc de valider uniquement la partie arc de notre modèle complet.* Cependant, celles-ci sont essentielles afin de vérifier la bonne reproduction par notre modèle de la physique dans le plasma d'arc. Il a été trouvé que l'accord entre le champ de température calculé et l'expérimental était bon compte tenu des incertitudes expérimentales pour ce type de mesures. L'évolution de la vitesse d'écoulement du plasma le long de l'axe a aussi été validée. En effet, celle calculée grâce à notre modèle est dans la moyenne de celles obtenues numériquement par Hsu et al. [31] et, par Lago [38] qui a aussi modélisé cette configuration.

Afin de valider la densité de courant et le flux de chaleur à la surface de l'anode, la configuration expérimentale de Nestor [57] (sans création de bain de soudage) a été modélisée. Les profils obtenus, qui se rapprochent d'une distribution gaussienne, sont similaires à ceux données par cet auteur. Néanmoins, notre modèle surestime d'une vingtaine de pourcents les valeurs maximales de ces évolutions. Ceci peut être causé par l'utilisation du modèle simpliste pour le calcul de la conductivité électrique (voir paragraphe 3.3.1) et donc à une mauvaise définition de la zone conductrice à la surface anodique. Une zone conductrice plus faible donne une valeur maximale pour la densité de courant plus élevée, et donc un flux de chaleur plus élevé puisqu'il dépend en partie de cette densité de courant. *Ainsi, pour des développements futurs, il pourrait être intéressant d'introduire dans les zones anodique et cathodique, en déséquilibre thermodynamique local, un modèle plus sophistiqué tel que celui de Lowke et al. [44] qui obtiennent la conductivité électrique à partir du calcul de la densité électronique. Il permettrait aussi de valider ou d'invalidier l'hypothèse choisie pour le calcul de la conductivité électrique*

Enfin, les résultats du modèle développé ont été comparés à ceux obtenus numériquement par Tanaka et al. ([71], [72], [69]). Ces auteurs utilisent trois matériaux différents pour la pièce :

- du cuivre pur : aucun bain de soudage créé ;
- de l'acier 304 avec une teneur en soufre élevée ( $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$  positif) ;
- de l'acier 304 avec une teneur en soufre faible ( $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$  négatif).

Les bains obtenus par notre modèle pour la pièce en acier avec deux signes de  $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$  sont en bon accord avec ceux trouvés par Tanaka et al. [71]. Cependant, notre modèle sous-estime quelque peu le rayon du bain d'environ 1 mm. Cet écart peut être dû aux propriétés thermophysiques différentes que nous utilisons.

Ensuite, les puissances des forces dans le bain ont été étudiés. *Il a été trouvé que la force de cisaillement de l'arc et la force causée par le gradient de tension de surface sont prépondérantes face aux autres termes sources de l'équation de conservation de la quantité de*

*mouvement.* La force de gradient de tension de surface agit en faveur de l'augmentation de la pénétration du bain lorsque  $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$  est positif, et au contraire en faveur de l'augmentation du rayon du bain lorsqu'il est négatif. Le cisaillement de l'arc contribue aussi à l'augmentation du rayon et à la diminution de la pénétration du bain de soudage. Ces résultats sont en accord avec ceux trouvés par Tanaka et al.

Puis, les bilans énergétiques ont été analysés. Les équilibres énergétiques trouvés ne sont pas équivalents à ceux calculés par Tanaka. Cependant, il a été démontré que leur modèle ne respectait pas les conservations du courant et de l'énergie. Ces irrégularités peuvent ainsi expliquer les différences obtenues sur les différents modes de transfert de chaleur. *Aussi, les bilans énergétiques ont permis de montrer que l'énergie transmise est principalement partagée assez équitablement entre l'énergie transmise par l'arc par conduction et l'énergie résultante de l'absorption des électrons. Il a aussi été vu que la géométrie du bain de soudage influait peu sur les chargements du plasma sur la pièce (flux de chaleur et force de cisaillement) et sur l'induction magnétique.* Cependant, il est essentiel de traiter le couplage entre les différentes parties du procédé (cathode, plasma, anode) afin que ces dernières grandeurs soient dépendantes des paramètres opératoires du procédé, et que ce type de modèle soit utilisable à l'échelle industrielle. Une modélisation de la pièce seule entraînerait un choix pour les conditions à la limite, comme par exemple le flux de chaleur transmis à la pièce, plus ou moins hypothétique et plus ou moins indépendant des conditions opératoires du procédé.

Aussi, afin de rendre compte de l'effet des paramètres opératoires sur la géométrie du bain de soudage et sur d'autres quantités comme l'énergie transmise à la pièce et le rendement de l'arc, des analyses de sensibilité expérimentale et numérique sont réalisées et comparées au chapitre suivant. Cela a pour but d'évaluer le pouvoir prédictif du modèle face à la modification de ces paramètres, et ainsi de tester son applicabilité à une aide à la conception d'assemblages soudés au niveau industriel. Afin de compléter cette étape de validation des tendances obtenues, les résultats numériques et expérimentaux seront aussi confrontés avec les résultats de la revue bibliographique faite au paragraphe 1.4.

## Chapitre 5

# Étude de sensibilité aux paramètres du procédé

### Sommaire

---

<b>Objectifs du chapitre 5</b>	<b>111</b>
<b>5.1 Mise en place de l'étude de sensibilité</b>	<b>112</b>
5.1.1 Domaine de fonctionnement	112
5.1.2 Variables centrées réduites	112
5.1.3 Le modèle de régression	112
<b>5.2 Essais expérimentaux TIG spot</b>	<b>113</b>
5.2.1 Montage expérimental	113
5.2.2 Analyse de sensibilité expérimentale	117
<b>5.3 Essais numériques TIG spot</b>	<b>121</b>
5.3.1 Présentation du modèle TIG spot	121
5.3.2 Analyse de sensibilité numérique	126
<b>Conclusions du chapitre 5</b>	<b>136</b>

---

### Objectifs du chapitre 5

Ce chapitre a pour objectifs de proposer une validation supplémentaire du modèle couplé arc/bain et de répondre aux contradictions vues dans la revue bibliographique faite au paragraphe 1.4. On s'intéresse ici aux effets de l'intensité du courant, de la hauteur d'arc et de l'angle d'affûtage de l'électrode (appelés facteurs) sur trois réponses : le flux de chaleur transmis à la pièce, le rendement de l'arc, et la géométrie du bain de soudage. Pour cela, des essais expérimentaux de type TIG spot (configuration axisymétrique) et leur modélisation associée ont été réalisés selon un plan d'expériences présenté au paragraphe 5.1.

Les objectifs sont :

- d'étudier la sensibilité expérimentale de l'essai TIG spot en fonction des facteurs (paragraphe 5.2),
- de valider le modèle numérique de ce procédé et d'étudier sa sensibilité aux paramètres opératoires (paragraphe 5.3).

## 5.1 Mise en place de l'étude de sensibilité

### 5.1.1 Domaine de fonctionnement

Une valeur basse et une valeur haute sont définies selon le tableau 5.1 pour l'intensité ( $I$ ), la hauteur d'arc ( $h_{arc}$ ) et l'angle d'affûtage de l'électrode ( $\alpha$ ). Ceci correspond à un plan

	I (A)	$h_{arc}$ (mm)	$\alpha$
valeur basse	100	3	30
valeur haute	150	5	60

TAB. 5.1 – Valeurs des facteurs

factoriel complet  $2^3$ , c'est-à-dire ayant trois facteurs à deux niveaux chacun (Goupy [28]). Il permet de définir les 8 essais numériques et expérimentaux à réaliser. Ce plan d'expériences est résumé dans le tableau 5.2.

Essais	I (A)	$\alpha(^{\circ})$	$h_{arc}(mm)$
I150 $\alpha$ 60h5	150	60	5
I150 $\alpha$ 30h5	150	30	5
I100 $\alpha$ 30h5	100	30	5
I100 $\alpha$ 60h5	100	60	5
I150 $\alpha$ 60h3	150	60	3
I150 $\alpha$ 30h3	150	30	3
I100 $\alpha$ 30h3	100	30	3
I100 $\alpha$ 60h3	100	60	3

TAB. 5.2 – Définition des différents essais à réaliser

### 5.1.2 Variables centrées réduites

Afin de donner le même poids à chacune des variations des facteurs on effectue le changement de variable suivant :  $X_j = \frac{P_j - \bar{P}_j}{\Delta P_j}$ .

Où  $\Delta P_j = \frac{P_j^{max} - P_j^{min}}{2}$  et  $\bar{P}_j = \frac{P_j^{max} + P_j^{min}}{2}$ ,  $P$  représente le facteur considéré.

Ce changement de variable permet de ramener les variations entre -1 et +1 et d'avoir une moyenne lorsque toutes les variables prennent la valeur 0. On définit ainsi trois nouvelles variables centrées réduites :  $X_I$ ,  $X_{harc}$ , et  $X_\alpha$ .

### 5.1.3 Le modèle de régression

Le modèle de régression permet d'exprimer la variation d'une réponse en fonction de la variation de différents facteurs ( $X_I$ ,  $X_{harc}$ ,  $X_\alpha$ ).

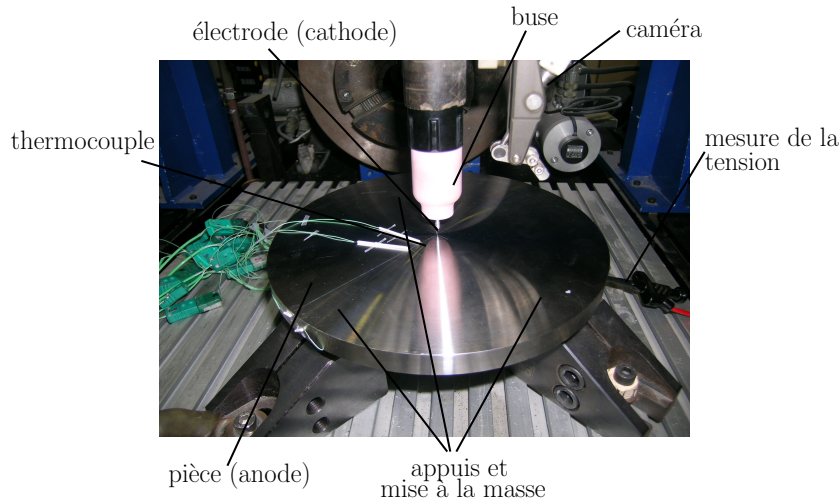


FIG. 5.1 – Montage expérimental de l'essai TIG spot

Pour un plan d'expériences factoriel complet, le modèle de régression linéaire, en fonction des paramètres  $a_k$ , s'exprime ainsi (Goupy [28]) :

$$y = a_1 + a_2 X_I + a_3 X_\alpha + a_4 X_{h_{arc}} + a_5 X_I X_\alpha + a_6 X_I X_{h_{arc}} + a_7 X_\alpha X_{h_{arc}} + a_8 X_I X_\alpha X_{h_{arc}} \quad (5.1)$$

Où  $y$  représente la réponse, l'observable que l'on cherche à quantifier en fonction des facteurs testés et de leurs interactions.

Cette réponse est calculée grâce au logiciel Lumière [48], développé par le CEA. Il est utilisé notamment pour l'analyse d'effets de facteurs sur les réponses, et pour la mise au point, l'amélioration et l'optimisation de produits et procédés. La méthode employée par ce logiciel est présentée en annexe C.

## 5.2 Essais expérimentaux TIG spot

Les essais expérimentaux ont deux objectifs :

- évaluer expérimentalement l'influence des conditions opératoires sur la géométrie du cordon de soudage,
- fournir des informations (conditions aux limites, géométrie du bain de soudage, tension d'arc) afin de valider le modèle numérique arc/bain pour un jeu de paramètres opératoires donnés, mais aussi de valider son comportement face à une variation de ces mêmes paramètres.

Ces essais, appelés TIG spot, désignent une configuration de laboratoire où la torche est immobile et placée dans l'axe d'un disque de manière à pouvoir être reproduit par un modèle numérique 2D axisymétrique.

### 5.2.1 Montage expérimental

Le dispositif expérimental utilisé est présenté sur la figure 5.1. Il est composé d'une électrode en tungstène thorié de 1,6 mm de diamètre, d'une buse en céramique de 16 mm de diamètre interne, d'une anode en acier 316L de 15 mm d'épaisseur et de 110 mm de

Données	Valeurs
hauteur du disque	15 mm
rayon du disque	110 mm
matériau du disque	acier 316L
quantité de soufre	300 ppm
matériau de l'électrode	tungstène thorié
gaz utilisé	argon
débit du gaz	16 l·min <sup>-1</sup>
diamètre interne de la buse	16 mm
hauteur de la buse par rapport à la pointe de l'électrode	12 mm
distance entre le centre des appuis et l'axe	85 mm
diamètre des appuis	20 mm
durée de l'essai	10 min

TAB. 5.3 – Paramètres opératoires utilisées pour l'essai TIG spot

rayon. Celle-ci contient en particulier 300 ppm de soufre (haut soufre). Une caméra a été placée dans le voisinage du montage de manière à observer en temps réel l'évolution de l'opération de soudage.

La pièce est posée sur trois boulons de 20 mm de diamètre dont leur centre est situé à 85 mm du centre du disque et qui sont réparties uniformément autour du centre du disque (angle de 120° entre chaque appui). Ils sont aussi utilisés pour réaliser la mise à la masse de l'opération. Leur disposition est choisie de façon à ce que la distribution de la densité de courant dans la pièce conserve une symétrie autour de l'axe de soudage. L'argon est injecté par la buse placée à 12 mm de la pointe de l'électrode avec un débit de 16 l·min<sup>-1</sup>. La hauteur d'arc définie pour chaque expérience reste fixe au cours de l'essai. Ces différentes données sont répertoriées dans le tableau 5.3.

Enfin, des thermocouples de type K ont été placés sur les différentes faces de la pièce. Leur incertitude de mesure sur la plage de température utilisée ([20°C, 1200°C]), est d'environ ±10 K.

### 5.2.1.1 Positionnement des thermocouples

Ces thermocouples sont soudés en surface sur un rayon du disque selon la figure 5.2. Deux thermocouples ont été placés sur la face endroit au voisinage du bain. Ceux-ci permettent de valider les températures obtenues numériquement en cet endroit.

Sur la face envers, six thermocouples sont placés approximativement selon une gaussienne afin de définir au mieux ce profil de température observé lors d'essais préliminaires. De manière à vérifier l'uniformité de la température sur la face latérale, deux thermocouples sont placés à 1 mm des faces endroit et envers.

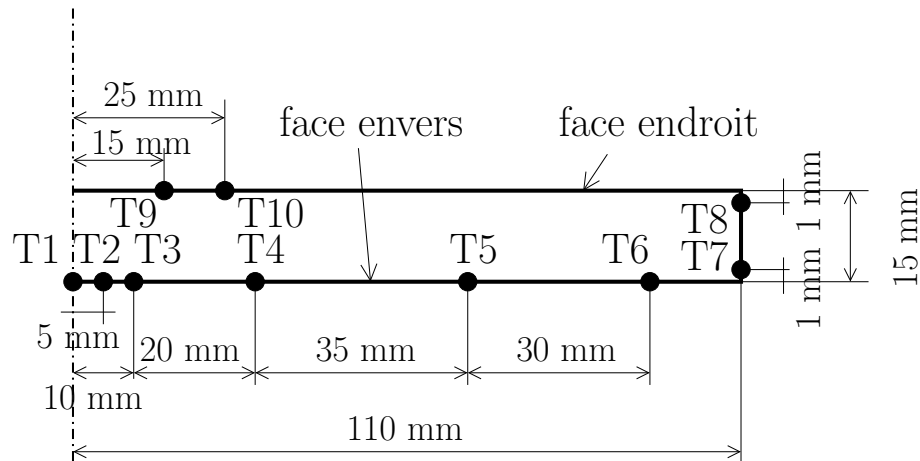


FIG. 5.2 – Positions des thermocouples (dénommés T1, T2, ...) de l'essai TIG spot.

### 5.2.1.2 Vérification de la symétrie du problème

La vérification de la symétrie du problème a été réalisée sur un essai préliminaire de 150 A pour une hauteur d'arc de 5 mm et un angle d'affûtage de 60°, et pour une durée de soudage de 5 min. Elle s'est faite en deux étapes.

Tout d'abord, il a été vérifié que les températures mesurées par les thermocouples étaient axialement symétriques. Pour cela, les mêmes thermocouples ont été disposés sur deux rayons différents faisant un angle de 60° entre eux. Ainsi, sur le second rayon, les thermocouples T2bis, T5bis et T7bis ont respectivement la même position radiale que T2, T5 et T7. La figure 5.3(a) montre que les mesures des thermocouples sur ces deux rayons sont très proches, compte tenu de l'incertitude de mesure des thermocouples ( $\pm 10$  K) et de l'erreur de leur placement ( $\pm 0,5$  mm). En effet, les différences observées sont inférieures à 5 K. Ainsi, sur les faces envers et latérale, le problème est axisymétrique.

La seconde étape a consisté à vérifier la symétrie du bain de soudage solidifié. La coupe macrographique de cet essai présentée sur la figure 5.3(b) montre un bain de soudage obtenu relativement symétrique.

Ainsi, l'hypothèse d'axisymétrie est considérée comme acceptable.

### 5.2.1.3 Validation de l'existence un régime stationnaire

L'essai précédent (intensité de 150 A, hauteur d'arc de 5 mm et angle d'affûtage de 60°) a été fait sur une durée de 10 min. Cette configuration a été choisie parmi les autres pour la vérification de cette hypothèse, car c'est l'une de celles qui fournit le plus d'énergie à la pièce.

Les mesures de température présentées sur la figure 5.4<sup>1</sup> au cours du temps montre que les évolutions des températures mesurées tendent vers une asymptote. Les températures les plus élevées, proche du bain de soudage, augmentent de moins de 3%<sup>2</sup> entre 8 et 10 min de soudage. Le système est donc proche d'un régime stationnaire thermique, même s'il n'est

<sup>1</sup>Le bruit visible sur la figure 5.4 est dû principalement au mauvais contact des thermocouples suite aux déformations, même légères, de la pièce. En particulier, le thermocouple T10 n'a pas été présenté car la mesure présentait un bruit trop important.

<sup>2</sup>écart =  $\frac{T_{t=10 \text{ min}} - T_{t=8 \text{ min}}}{T_{t=8 \text{ min}}}$



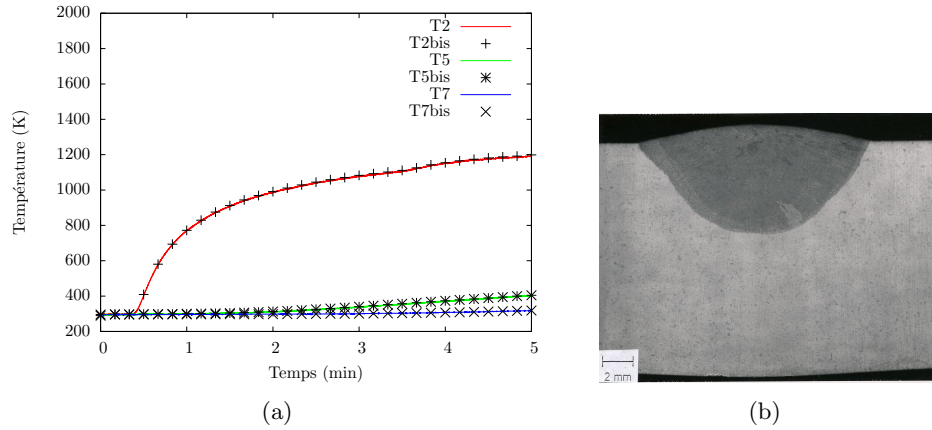


FIG. 5.3 – Températures mesurées au cours du temps par les thermocouples T2, T5 et T7 sur deux rayons du disque différents (a) et coupe macrographique (b) après 5 min d'un essai TIG spot à 150 A pour une hauteur d'arc de 5 mm et un angle d'affûtage de l'électrode de  $60^\circ$ .

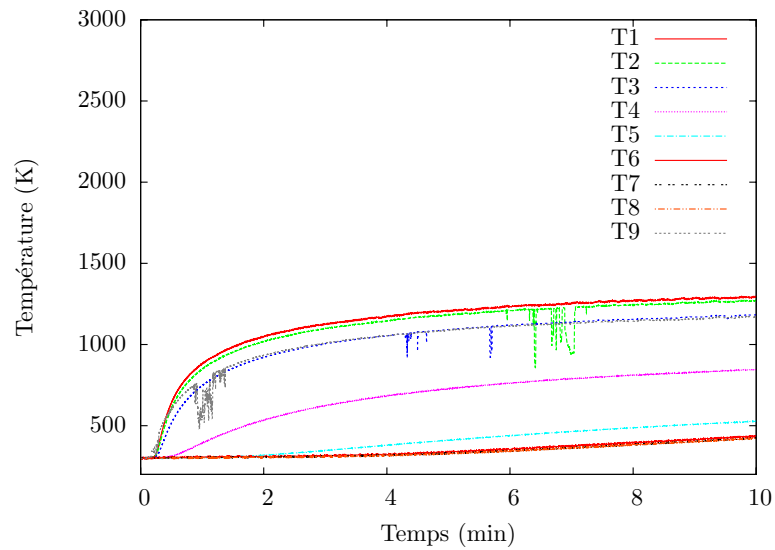


FIG. 5.4 – Températures mesurées au cours du temps par les thermocouples T1 à T9, pour un essai TIG spot de 150 A, avec une hauteur d'arc de 5 mm et un angle d'affûtage de l'électrode de  $60^\circ$ .

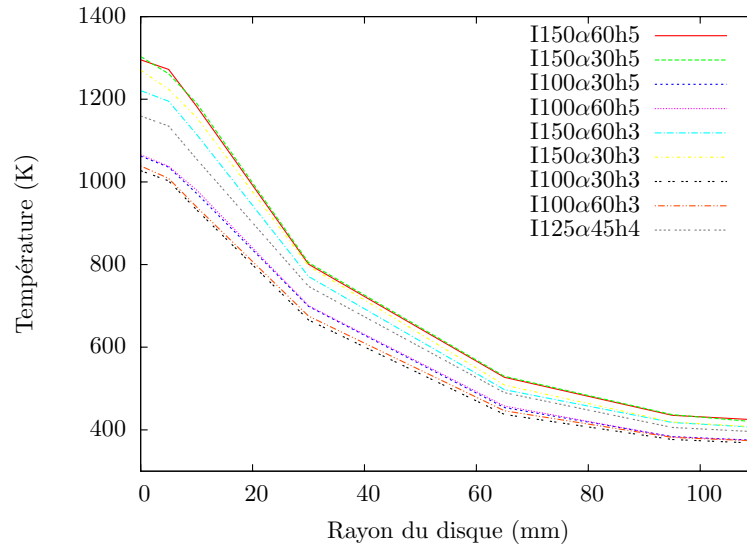


FIG. 5.5 – Évolutions radiales des températures (K) mesurées en face envers après 10 min de soudage.

pas tout à fait atteint.

C'est pourquoi, lors des modélisations de ces essais, l'existence d'un régime stationnaire sera supposée.

## 5.2.2 Analyse de sensibilité expérimentale

### 5.2.2.1 Résultats des essais réalisés

Les 8 essais du plan d'expériences défini par le tableau 5.2 ont été effectués. La dénomination suivante est employée : I150α60h5 désigne l'essai à 150 A pour un angle d'affûtage de 60° et une hauteur d'arc de 5 mm.

Un 9<sup>ème</sup> essai est réalisé afin de valider les surfaces de réponse trouvées. Il constitue un point milieu. C'est-à-dire que chacun des paramètres a été pris à sa valeur moyenne. Ainsi, un courant de 125 A, une hauteur d'arc de 4 mm et un angle d'affûtage de 45° sont utilisés pour celui-ci.

Les mesures des températures prises à un temps de 10 min de soudage sont répertoriées, pour les différents essais dans les tableaux D.1 et D.2 de l'annexe D. La figure 5.5 représente l'évolution des températures mesurées sur la face envers. Au point égal au rayon du disque, la température moyenne entre celles mesurées par les thermocouples T7 et T8 a été prise. Ceci est justifié par la faible différence observée entre ces deux températures (de l'ordre de 1 K).

Enfin, les coupes macrographiques, présentées en annexe D permettent d'obtenir les dimensions du bain (rayon et pénétration) répertoriées dans le tableau 5.4. Le rayon a été pris comme étant la largeur du bain divisée par deux, et la pénétration comme étant la profondeur du bain par rapport à la face endroit non déformée. Le rapport  $P/L$ , référencé dans ce même tableau, est le rapport entre la pénétration et la largeur du bain.

Essais	$L/2$ (mm)	$P$ (mm)	Rapport $P/L$
I150 $\alpha$ 60h5	6,5	7,2	0,55
I150 $\alpha$ 30h5	6,6	7	0,53
I100 $\alpha$ 30h5	4,9	3,8	0,39
I100 $\alpha$ 60h5	4,6	3,8	0,41
I150 $\alpha$ 60h3	5	8,2	0,82
I150 $\alpha$ 30h3	5,9	8,4	0,71
I100 $\alpha$ 30h3	4,4	3,8	0,43
I100 $\alpha$ 60h3	4,3	4	0,47
I125 $\alpha$ 45h4	5,4	5,2	0,48

TAB. 5.4 – Rayon  $L/2$  (mm), pénétration  $P$  (mm) du bain et rapport  $P/L$  à 10 min pour chaque essai TIG spot expérimental

### 5.2.2.2 Effet des paramètres opératoires sur la géométrie du bain de soudage

Pour étudier l'effet des différents facteurs  $X_I$ ,  $X_\alpha$  et  $X_{h_{arc}}$  sur la géométrie du bain, les réponses suivantes sont étudiées : le rayon du bain, sa pénétration et le rapport  $P/L$ .

**Le rayon du bain :** Les coefficients  $a_k$  de la surface de réponse ont été identifiés. Ils sont listés dans le tableau 5.5. En particulier, le coefficient  $a_1 = 5,28$  correspond à la valeur du rayon du bain pour le point milieu ( $X_I = 0$ ,  $X_\alpha = 0$  et  $X_{h_{arc}} = 0$ ) qui correspond à l'essai I125 $\alpha$ 45h4. Pour ce dernier, le rayon obtenu est de 5,4 mm, ce qui constitue un écart de 2,2% avec  $a_1$ . Cette différence étant faible, la surface de réponse trouvée est donc vérifiée. Dans le tableau 5.6 sont répertoriées les contributions des facteurs (%) sur la variation du rayon du bain calculées, grâce au logiciel Lumière [48], selon la méthode présentée au paragraphe C.3 de l'annexe C.

On remarque alors que l'intensité ( $X_I$ ) contribue à 70% sur la valeur du rayon du bain, la hauteur d'arc ( $X_{h_{arc}}$ ) à 19%, et leur effet conjoint à 4%. En revanche, les autres effets semblent négligeables, car ils contribuent à moins de 3%.

Afin de rendre compte de la variation du rayon du bain en fonction des facteurs, le tableau des moyennes 5.7 est utilisé. Celui-ci est basé sur le calcul de la moyenne du rayon du bain pour un niveau considéré. Sur la base de celui-ci, une augmentation de l'intensité entre 100 A et 150 A conduit à une augmentation moyenne de 32% du rayon du bain. Aussi, lorsque la hauteur d'arc passe de 3 mm à 5 mm, le rayon augmente en moyenne de 15%.

**La pénétration du bain :** Les coefficients  $a_k$  de la surface de réponse pour la pénétration du bain sont répertoriés dans le tableau 5.5. Une erreur de 7% est obtenue entre le coefficient  $a_1 = 5,78$  et la valeur de la pénétration pour l'essai I125 $\alpha$ 45h4 (point milieu). Cette différence est considérée faible et la surface de réponse trouvée peut être utilisée.

La contribution des facteurs (%) sur la variation de la pénétration du bain est listée dans le tableau 5.6. Là aussi, la contribution de l'angle d'affûtage est faible (0,02%). Il en est de même pour la hauteur d'arc (3%) et les interactions entre les différents facteurs. En revanche, l'intensité est un facteur prépondérant puisqu'elle contribue à 95% sur la valeur

$a_i$	Pour $L/2$	Pour $P$	Pour le rapport $P/L$
$a_1$	5,28	5,78	0,539
$a_2$	0,73	1,93	0,115
$a_3$	-0,18	0,03	-0,024
$a_4$	0,38	-0,33	-0,068
$a_5$	-0,08	-0,03	0,009
$a_6$	0,18	-0,28	-0,044
$a_7$	0,08	0,03	-0,012
$a_8$	0,13	0,08	-0,010

TAB. 5.5 – Coefficients  $a_k$  de l'équation  $y = a_1 + a_2X_I + a_3X_\alpha + a_4X_{harc} + a_5X_I X_\alpha + a_6X_I X_{harc} + a_7X_\alpha X_{harc} + a_8X_I X_\alpha X_{harc}$  pour différentes réponses : rayon ( $L/2$ ), pénétration ( $P$ ) du bain et rapport  $P/L$  pour les essais expérimentaux.

Contributions des facteurs (%)			
Facteurs	Pour $L/2$	Pour $P$	Pour le rapport $P/L$
$X_I$	69,68	95,15	63,95
$X_\alpha$	4,06	0,02	2,75
$X_{harc}$	18,64	2,71	22,43
$X_I X_\alpha$	0,75	0,02	0,41
$X_I X_{harc}$	4,06	1,94	9,37
$X_\alpha X_{harc}$	0,75	0,02	0,65
$X_I X_\alpha X_{harc}$	2,07	0,14	0,44

TAB. 5.6 – Contributions des facteurs (%) sur le rayon  $P/2$ , la pénétration  $P$  du bain de soudage (mm) et le rapport  $P/L$  pour les essais expérimentaux.

niveaux/paramètres	$I$	$\alpha$	$h_{arc}$
bas	4,55	5,45	4,9
haut	6	5,1	5,65
variations	+31,9%	-6,4%	+15,3%

TAB. 5.7 – Tableau des moyennes pour le rayon du bain de soudage  $L/2$  (mm) pour les essais expérimentaux.

de cette pénétration.

À partir du tableau des moyennes 5.8, on peut remarquer qu'en moyenne la pénétration double lorsque l'on passe de 100 A à 150 A. Aussi, augmenter la hauteur d'arc de 3 à 5 mm la fait diminuer en moyenne de 11%.

niveaux/paramètres	$I$	$\alpha$	$h_{arc}$
bas	3,85	5,75	6,1
haut	7,7	5,8	5,45
variations	+100%	+0,9%	-10,7%

TAB. 5.8 – Tableau des moyennes pour la pénétration  $P$  du bain de soudage (mm) pour les essais expérimentaux.

**Le rapport  $P/L$  :** Les coefficients  $a_k$  de la surface de réponse pour le rapport  $P/L$  sont mentionnés dans le tableau 5.5. Une erreur de 12,3% est obtenue entre le coefficient  $a_1 = 0,539$  et la valeur de ce rapport pour l'essai I125 $\alpha$ 45h4 (0,48). Bien qu'il soit supérieur à 10%, cet écart reste petit, la surface de réponse trouvée sera tout de même considérée pour la suite.

La contribution des facteurs (%) sur la variation du rapport  $P/L$  est listée dans le tableau 5.6. Les termes liés à l'angle d'affûtage de l'électrode sont inférieurs à 3% et sont donc négligeables. En revanche, ceux liés à l'intensité, la hauteur d'arc et l'interaction entre eux contribuent respectivement à 64%, 22% et 9%.

Le tableau des moyennes 5.9 montre que lorsque l'on augmente entre les niveaux bas et haut l'intensité et l'angle d'affûtage, ceci conduit à une augmentation moyenne du rapport  $P/L$  de respectivement 53% et 9%. Aussi, passer d'une hauteur d'arc de 3 mm à 5 mm entraîne une diminution moyenne de ce rapport de 23%.

**Comparaison avec les résultats de la revue bibliographique :** Les résultats énoncés précédemment sont comparés à ceux du paragraphe 1.4.

L'augmentation de l'intensité conduit ici en moyenne à un rayon et à une pénétration du bain plus élevés, ce qui va dans le sens des conclusions de Niles et al. [58]. En effet, il ressort de leur étude que l'aire de la section du bain augmente avec l'intensité. En revanche, les divergences des travaux de la littérature sur l'évolution du rapport  $P/L$  en fonction de l'intensité ne permettent pas d'effectuer de comparaisons avec les résultats obtenus.

Les résultats exposés ici concernant l'effet de la hauteur d'arc sur la géométrie du bain

niveaux/paramètres	$I$	$\alpha$	$h_{arc}$
bas	0,425	0,515	0,607
haut	0,652	0,562	0,470
variations	+53,4%	+9,1%	-22,6%

TAB. 5.9 – Tableau des moyennes pour le rapport  $P/L$  pour les essais expérimentaux.

sont en accord avec ceux de la littérature, c'est-à-dire que la pénétration et le rapport  $P/L$  augmentent lorsque la hauteur d'arc diminue (Burgardt et Heiple [7]). L'effet de l'angle d'affûtage de l'électrode sur la géométrie du bain de soudage a conduit à des conclusions nuancées des auteurs de la littérature. Notre étude confirme uniquement les conclusions de certains auteurs. Notamment, l'effet de cet angle sur la géométrie du bain semble être faible et rejoint les conclusions de Niles et al. [58] et de Binard [4]. Les résultats confirment aussi ceux de Goodrazi [26], pour lequel le rapport  $P/L$  augmente de quelques pourcents lorsque l'on passe d'un angle de  $30^\circ$  à  $60^\circ$ .

## 5.3 Essais numériques TIG spot

### 5.3.1 Présentation du modèle TIG spot

La géométrie modélisée, qui correspond à la configuration expérimentale de l'essai TIG spot, est représentée sur la figure 5.6(a). L'angle d'affûtage  $\alpha$ , la hauteur d'arc  $h_{arc}$  et l'intensité  $I$  varient selon l'essai considéré. Le modèle numérique employé est celui présenté au paragraphe 3.3.

#### 5.3.1.1 Maillage et conditions aux limites utilisées

Le maillage utilisé est présenté sur la figure 5.6(b). Il comprend 11453 éléments : des quadrangles dans une zone proche de l'axe et des triangles sur le reste du domaine. Il permet d'assurer une relativement bonne convergence en maillage du calcul.

Les conditions aux limites employées sont listées dans le tableau 5.10.

Il convient de souligner que les températures sur les faces envers et latérale de la pièce ont été imposées égales à celles trouvées expérimentalement. Ainsi, sur la face HI, les évolutions présentées sur la figure 5.5 ont été employées comme condition à la limite. Comme nous l'avons vu au paragraphe 5.2.2.1, la température peut être considérée constante sur CI. Cette température que l'on notera  $T_c$  correspond à la valeur à  $r = 110$  mm sur les évolutions de la figure 5.5.

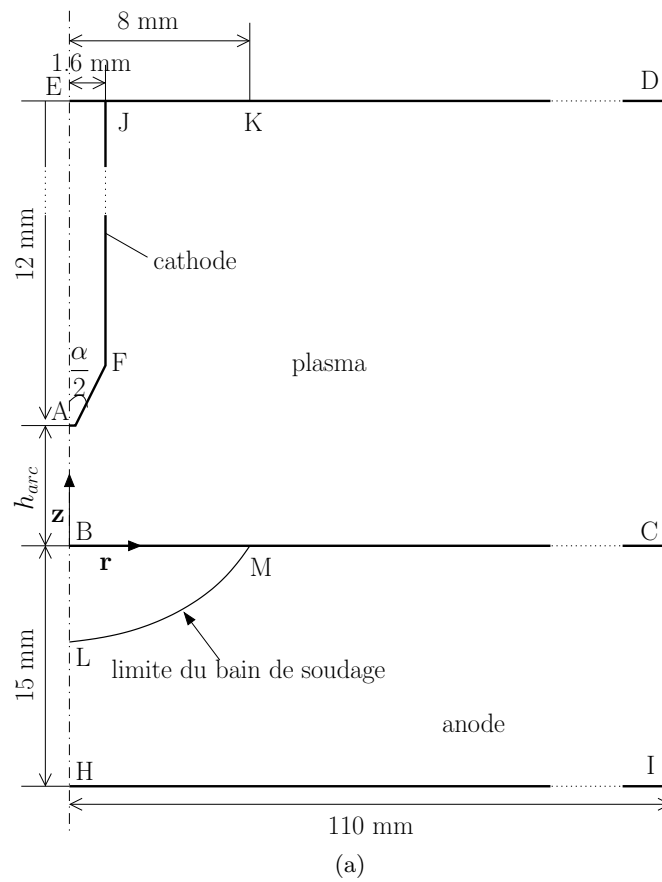
À la surface supérieure de la cathode EJ, une température de 1000 K est imposée. Afin de respecter la continuité de la température, on impose :

– sur JD :

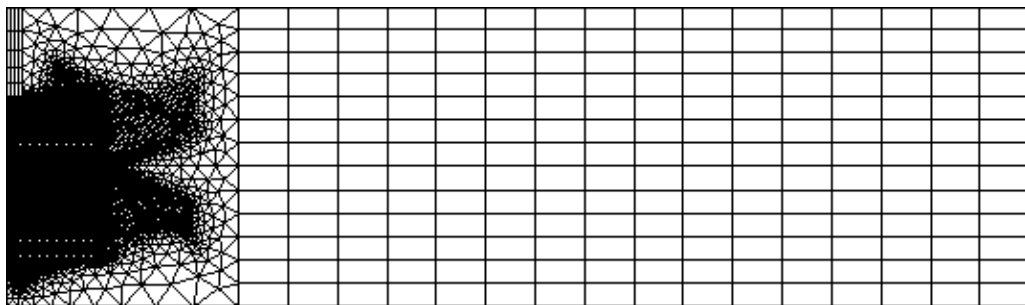
$$T = -6457,56(r - 1,6 \cdot 10^{-3}) + 1000 \quad (5.2)$$

– sur CD :

$$T = -\frac{T_c - 300}{h_{arc} + 12 \cdot 10^{-3}}z + T_c \quad (5.3)$$



(a)



(b)

FIG. 5.6 – (a) : Géométrie modélisée pour les essais numériques TIG spot et maillage utilisé (b)

	$u_r$	$u_z$	$T$	$\phi$	$B_\theta$
EJ			$T = 1000 K$	$-\sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{I}{\pi R_C^2}$	
JK	$u_r = 0$	$u_z = u_{gaz}$ éq. (2.49)	éq. (5.2)	$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$	
KD	$\mathbf{n} \cdot \vec{\tau} \cdot \mathbf{n} = 0$ et $u_r = 0$		éq. (5.2)	$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$	
AB	$\mathbf{n} \cdot \vec{\tau} \cdot \mathbf{n} = 0$ et $u_r = 0$		$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	$B_\theta = 0$
CD	$\mathbf{n} \cdot \vec{\tau} \cdot \mathbf{n} = 0$ et $u_z = 0$		éq. (5.3)	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	
CI			voir fig. 5.5	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	
HI			voir fig. 5.5	$\phi = 0$	
BH			$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	$B_\theta = 0$
AE			$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$	$B_\theta = 0$
BC anode en cuivre	$u_r = 0$	$u_z = 0$	éq. (2.84c)		
BC	éq. (2.80d) et $u_z = 0$		éq. (2.84c)		
AF, FJ	$u_r = 0$	$u_z = 0$	éq. (2.69b)		
LM	$u_r = 0$	$u_z = 0$			

TAB. 5.10 – Conditions aux limites utilisées pour représenter l'essai TIG spot



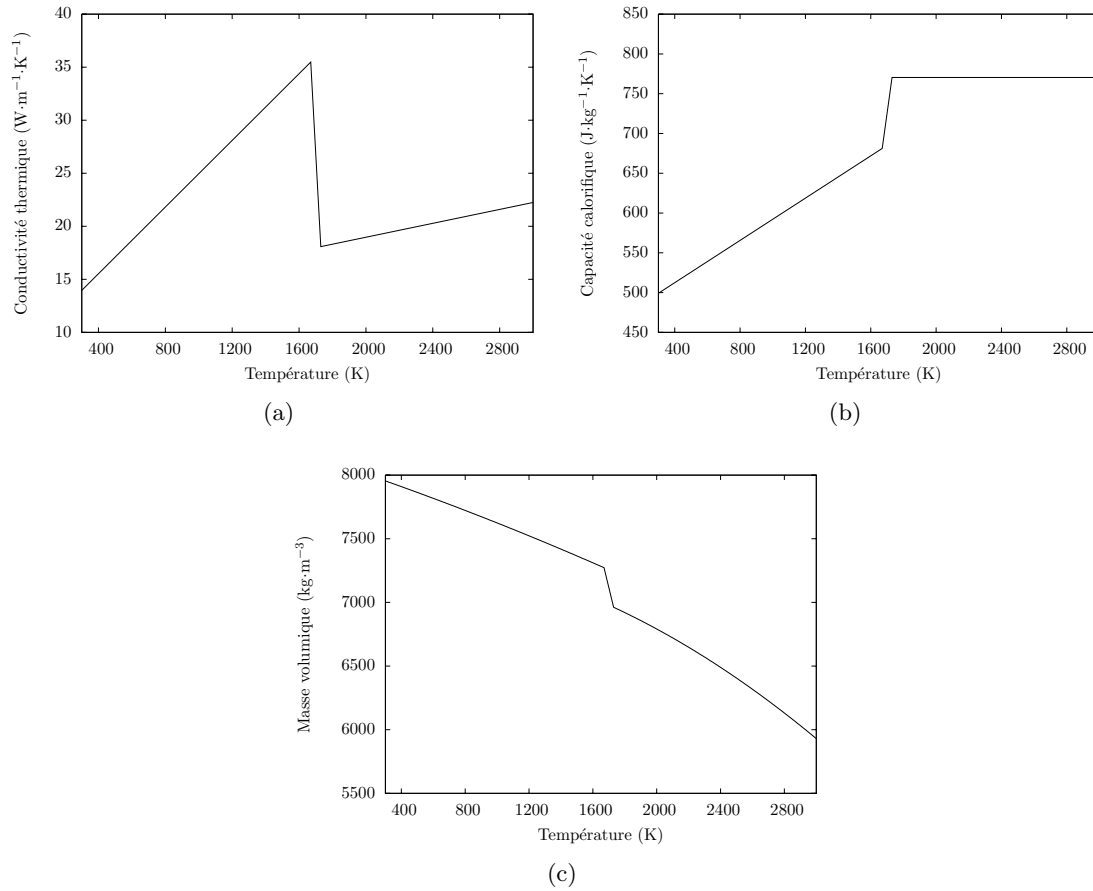


FIG. 5.7 – Évolutions en fonction de la température (K) de : (a) la conductivité thermique ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ), (b) la capacité calorifique ( $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ), (c) la masse volumique ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) pour l'acier 316L [36]

### 5.3.1.2 Propriétés physiques utilisées

Les propriétés thermophysiques de l'argon, du tungstène et du cuivre utilisées sont celles décrites au paragraphe 4.1.1.2.

**Les propriétés de l'acier 316L :** Les propriétés thermophysiques de l'acier 316L sont tirées de travaux de Kim [36] et leurs évolutions par rapport à la température sont tracées sur les figures 5.7. Ces évolutions sont obtenues de la même manière que pour celles de l'acier 304 présentées au paragraphe 4.3.1.2.

La masse volumique utilisée pour la résolution des équations de conservation de la masse (éq. (2.56a)) et de la quantité de mouvement (éq. (2.56b)) est considérée constante et égale à sa valeur à la température de référence définie à 2000 K. En revanche, sa dépendance à la température est prise en compte dans la résolution de l'équation de conservation de l'énergie (éq. (2.81a)).

**Les autres propriétés physiques :** Les autres propriétés physiques utilisées sont listées dans le tableau 5.11. L'évolution de  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  utilisée en fonction de la température est présentée

Débit du gaz	$Q = 16 \text{ l}\cdot\text{min}^{-1}$
<b>Pour la cathode en tungstène :</b>	
travail de sortie de la cathode	$\phi_c = 4,52 \text{ V}$ [71]
travail de sortie effectif de la cathode	$\phi_e = 2,63 \text{ V}$ [71]
constante pour l'équation de Richardson (2.62)	$A_r = 3 \text{ W}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{K}^{-2}$ [71]
potentiel d'ionisation de l'argon	$V_i = 15,68 \text{ V}$
<b>Pour l'acier 316L :</b>	
température de référence	$T_{\text{réf}} = 2000 \text{ K}$
masse volumique de référence	$\rho_{\text{réf}} = 6791 \text{ kg}\cdot\text{m}^3$
coefficient de dilatabilité	$\beta = 3,078 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ [36]
température du solidus de l'acier	$T_s = 1670 \text{ K}$ [36]
température du liquidus de l'acier	$T_l = 1730 \text{ K}$ [36]
conductivité électrique	$7,7 \cdot 10^5 \text{ S}\cdot\text{m}^{-1}$ [17]
viscosité dynamique	$3 \cdot 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ [17]
travail de sortie de l'anode en acier 316L	$\phi_a = 4,7 \text{ V}$ [38]
émissivité	0,4 [33]
opposé de $\partial\gamma/\partial T$ pour le fer pur	$A_g = 4,3 \cdot 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ [64]
paramètre $k_1$	$k_1 = 3,18 \cdot 10^{-3}$ [64]
enthalpie standard d'adsorption	$\Delta H^0 = -1,66 \cdot 10^5 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}$ [64]
excès de concentration en surface à saturation	$\Gamma_s = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ mol}\cdot\text{m}^{-2}$ [64]
teneur en soufre	$a_k = 0,03$ (300 ppm)

TAB. 5.11 – Propriétés physiques utilisées pour la modélisation des essais TIG spot

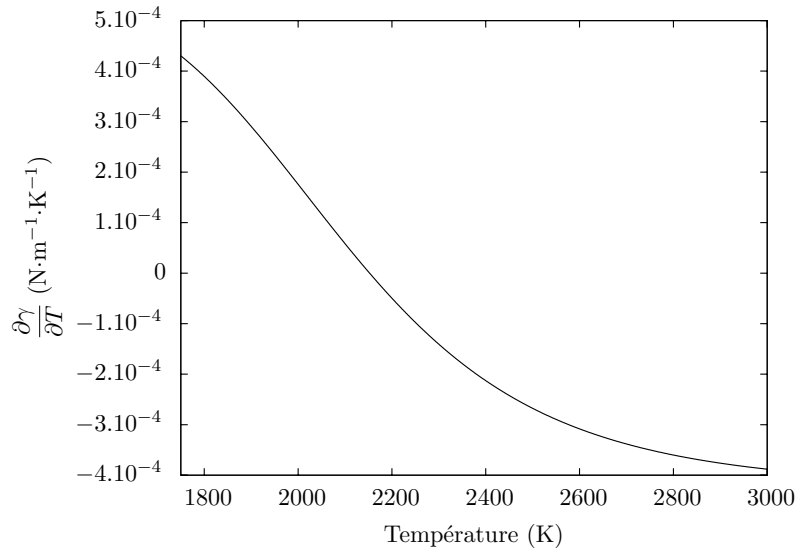


FIG. 5.8 – Évolution de  $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$  (N·m<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>) en fonction de la température (K) pour 300 ppm de soufre.

sur la figure 5.8.

### 5.3.2 Analyse de sensibilité numérique

#### 5.3.2.1 Comparaison avec la partie expérimentale

La validation expérimentale se fait en deux temps. Tout d'abord, les températures en face endroit et les géométries de bain obtenues numériquement et expérimentalement sont comparées. Dans un second temps, les tendances calculées à partir des modèles de régression sur le rayon, la pénétration, le rapport  $P/L$  du bain de soudage sont comparées.

**Comparaison expérimentale/numérique :** Les températures aux positions des thermocouples T9 et T10 et les bains de soudage calculés pour chacun des essais numériques sont comparés avec ceux obtenus expérimentalement sur le tableau 5.12 et sur les figures D.2 et D.3. Le tableau 5.13 recense les rayons, les pénétrations et les rapports  $P/L$  des bains de soudage des essais numériques.

L'erreur  $Sr_x$  réalisée sur la grandeur  $X$  est définie selon l'équation suivante :

$$Sr_x = \frac{\sum_{i=1}^N |X_{exp_i} - X_{num_i}|}{\sum_{i=1}^N X_{exp_i}} \quad (5.4)$$

avec :

- *exp* et *num* les indices relatifs aux résultats expérimentaux et numériques ;
- $N$  le nombre d'essais total, soit les 8 du plan d'expériences plus le point milieu (I125α45h4).

Lorsque l'on compare les températures trouvées numériquement et expérimentalement au niveau des thermocouples T9 et T10, on a respectivement  $Sr = 9,2\%$  et  $S_r = 6,8\%$ . Ces erreurs sont faibles et valident en partie, au moins dans la région proche du bain, les températures à la surface de l'anode. Cette comparaison rend compte de la bonne prédictivité du modèle dans cette zone.

Essais	T9 numérique (°C)	T10 numérique (°C)
I150 $\alpha$ 60h5	946 (896)	683 (dysfonctionnement)
I150 $\alpha$ 30h5	932 (889)	655 (643)
I100 $\alpha$ 30h5	730 (685)	516 (485)
I100 $\alpha$ 60h5	732 (663)	518 (482)
I150 $\alpha$ 60h3	881 (775)	627 (550)
I150 $\alpha$ 30h3	904 (822)	628 (601)
I100 $\alpha$ 30h3	679 (635)	476 (439)
I100 $\alpha$ 60h3	687 (631)	485 (455)
I125 $\alpha$ 45h4	823 (747)	578 (542)

TAB. 5.12 – Températures (°C) obtenues aux positions des thermocouples T9 et T10 pour chaque essai TIG spot pour les essais numériques. Les valeurs expérimentales sont indiquées entre parenthèses.

Essais	Pour $L/2$ (mm)	Pour $P$ (mm)	Pour $P/L$
I150 $\alpha$ 60h5	7,4 (6,5)	6,5 (7,2)	0,44 (0,55)
I150 $\alpha$ 30h5	7,4 (6,6)	6,2 (7)	0,42 (0,53)
I100 $\alpha$ 30h5	5,1 (4,9)	3,1 (3,8)	0,30 (0,39)
I100 $\alpha$ 60h5	5,1 (4,6)	3,2 (3,8)	0,31 (0,41)
I150 $\alpha$ 60h3	6,8 (5)	5,6 (8,2)	0,41 (0,82)
I150 $\alpha$ 30h3	7,1 (5,9)	6,1 (8,4)	0,43 (0,71)
I100 $\alpha$ 30h3	4,7 (4,4)	2,7 (3,8)	0,29 (0,43)
I100 $\alpha$ 60h3	4,7 (4,3)	2,9 (4)	0,31 (0,47)
I125 $\alpha$ 45h4	6,2 (5,4)	4,7 (5,2)	0,38 (0,48)

TAB. 5.13 – Rayon  $L/2$  (mm) et pénétration  $P$  (mm) du bain ainsi que le rapport  $P/L$  pour chaque essai TIG spot pour les essais numériques. Les valeurs expérimentales sont indiquées entre parenthèses.

Essais	Pour $L/2$	Pour $P$	Pour $P/L$
$a_1$	6,06	4,52	0,362
$a_2$	1,11	1,55	0,062
$a_3$	-0,032	0,02	0,005
$a_4$	0,20	0,2	0,004
$a_5$	-0,03	-0,06	-0,004
$a_6$	0	0,06	0,003
$a_7$	0,03	0,10	0,004
$a_8$	0,03	0,12	0,007

TAB. 5.14 – Coefficients  $a_k$  de l'équation  $y = a_1 + a_2X_I + a_3X_\alpha + a_4X_{h_{arc}} + a_5X_I X_\alpha + a_6X_I X_{h_{arc}} + a_7X_\alpha X_{h_{arc}} + a_8X_I X_\alpha X_{h_{arc}}$  pour différentes réponses : rayon ( $L/2$ ) et pénétration ( $P$ ) du bain et le rapport  $P/L$  pour les essais numériques.

Pour le rayon du bain de soudage, on obtient  $Sr = 14,5\%$ . Cette erreur étant faible, la prédiction du rayon du bain par notre modèle est jugée satisfaisante.

En revanche, la pénétration du bain de soudage est sous-estimée pour la majorité des essais. L'erreur commise ( $Sr = 20,2\%$ ) est plus élevée que celle pour le rayon du bain. Cela est dû à une mauvaise prédiction de la pénétration pour une hauteur d'arc de 3 mm et plus généralement à une mauvaise prise en compte des effets liés à la modification de la hauteur d'arc. En effet, si l'on se concentre sur les essais à 5 mm et 4 mm, on trouve une erreur beaucoup plus faible :  $Sr = 12\%$ . Une des voies d'explication peut être la sous-estimation de la pression à la surface du bain. En effet, dans notre modèle, la déformation de la surface libre du bain et donc l'effet de la pression de l'arc sur le bain sont négligés. Cette dernière conduisant à une pénétration plus élevée lorsqu'elle augmente, sa sous-estimation peut conduire aux erreurs relevées. Il conviendrait donc pour des développements futurs de considérer cette déformation de surface afin de mieux rendre compte des effets des différentes forces agissant en faveur de la pénétration.

Aussi, cette erreur sur la pénétration conduit logiquement à une erreur  $Sr$  non négligeable (31,3%) pour le rapport  $P/L$ .

**Surfaces de réponse pour le bain de soudage :** Bien qu'il y ait des différences entre les essais numériques et expérimentaux pour les valeurs de la pénétration et du rapport  $P/L$ , il convient de vérifier que le modèle peut reproduire les tendances.

C'est pourquoi, la surface de réponse calculée et présentée dans le tableau 5.14 prend en compte la totalité des 8 essais numériques du plan d'expériences (voir tableau 5.2).

En comparant les valeurs des coefficients  $a_1$  pour le rayon, la pénétration, et le rapport  $P/L$  pour le bain de soudage, avec les valeurs obtenues par l'essai numérique pour ce même point (essai I125 $\alpha$ 45h4), on obtient des erreurs respectives de 7%, 4%, 5%. Ces chiffres étant faibles, les surfaces de réponse calculées peuvent être utilisées.

Le tableau 5.15 présente les contributions des différents facteurs pour les trois réponses. *Tout d'abord, on peut remarquer sur ce tableau que la contribution de l'intensité est supérieure à 96% pour chacune des réponses étudiées. Cette forte contribution limite celle de la hauteur d'arc qui agit pour les essais expérimentaux à 19% pour le rayon, à 3% pour*

Contributions des facteurs (%)			
Facteurs	Pour $L/2$	Pour $P$	Pour le rapport $P/L$
$X_I$	96,71 (69,68)	97,07 (95,15)	96,61 (63,95)
$X_\alpha$	0,08 (4,06)	0,02 (0,02)	0,55 (2,75)
$X_{h_{arc}}$	2,96 (18,64)	1,62 (2,71)	0,51 (22,43)
$X_I X_\alpha$	0,08 (0,75)	0,13 (0,02)	0,33 (0,41)
$X_I X_{h_{arc}}$	0 (4,06)	0,17 (1,94)	0,18 (9,37)
$X_\alpha X_{h_{arc}}$	0,08 (0,75)	0,38 (0,02)	0,49 (0,65)
$X_I X_\alpha X_{h_{arc}}$	0,08 (2,07)	0,61 (0,14)	1,33 (0,44)

TAB. 5.15 – Contributions des facteurs (%) sur le rayon  $L/2$  et la pénétration  $P$  du bain de soudage et le rapport  $P/L$  pour les essais numériques, et entre parenthèses pour les valeurs expérimentales.

niveaux/paramètres	$I$	$\alpha$	$h_{arc}$
bas	4,95	6,09	5,87
haut	7,18	6,03	6,26
variations	+45,1%	-1%	+6,6%
(variations expérimentales)	+31,9%	-6,4%	+15,3%

TAB. 5.16 – Tableau des moyennes pour le rayon du bain de soudage (mm) pour les essais numériques, et rappel des variations expérimentales.

la pénétration et à 22% pour le rapport  $P/L$ . Ceci traduit bien la limite de notre modèle énoncée précédemment concernant le calcul des effets physiques liés à la hauteur d'arc.

Les évolutions entre leurs niveaux haut et bas du rayon, de la pénétration et du rapport  $P/L$  du bain de soudage sont repertoriées respectivement dans les tableaux des moyennes 5.16, 5.17 et 5.18.

On peut notamment remarquer qu'une augmentation de l'intensité entre 100 A et 150 A conduit à une augmentation des différentes réponses étudiées pour la géométrie du bain de plus de 30%. Cette tendance est en accord avec celle obtenue expérimentalement.

Les tendances pour l'angle d'affûtage de l'électrode sont aussi respectées. En effet, une augmentation de celui-ci entre 30° et 60° conduit en moyenne à une diminution du rayon du bain, et à une augmentation de quelques pourcents de la pénétration et du rapport  $P/L$ . En revanche, les tendances pour la hauteur d'arc ne sont pas vérifiées. En effet, numériquement, une augmentation de cette quantité induit une augmentation de quelques pourcents de toutes les réponses liées à la géométrie du bain, alors qu'expérimentalement, la pénétration et donc le rapport  $P/L$  augmentent lorsque la hauteur d'arc diminue.

Ainsi, nous avons vu que notre modèle reproduisait d'une manière générale bien les géométries du bain de soudage et les effets de certains paramètres dont l'intensité. En revanche, les effets de la hauteur d'arc sont mal reproduits. Comme nous l'avons introduit précédemment, une des explications peut être la non prise en compte de la déformation de

niveaux/paramètres	$I$	$\alpha$	$h_{arc}$
bas	2,97	4,50	4,32
haut	6,07	4,54	4,72
variations	+104,4%	+0,9%	+9,2%
(variations expérimentales)	+100%	+0,9%	-10,7%

TAB. 5.17 – Tableau des moyennes pour la pénétration du bain de soudage pour les essais numériques, et rappel des variations expérimentales.

niveaux/paramètres	$I$	$\alpha$	$h_{arc}$
bas	0,30	0,36	0,36
haut	0,42	0,37	0,37
variations	+40%	+2,8%	+2,8%
(variations expérimentales)	+53,4%	+9,1%	-22,6%

TAB. 5.18 – Tableau des moyennes pour le rapport  $P/L$  pour les essais numériques, et rappel des variations expérimentales.

la surface libre et donc des efforts normaux à cette surface comme la pression de l'arc. Ceux-ci agissant en faveur d'une pénétration plus importante, l'hypothèse peut être forte et ainsi limiter la prédictivité de notre modèle. C'est pourquoi, dans l'objectif d'améliorer la prédictivité voulue de ce type de modèle couplé, la prise en compte de la déformation de cette surface et des efforts mécaniques agissant sur celle-ci, doit être une étape primordial pour les développements futurs.

### 5.3.2.2 Influence des paramètres opératoires sur l'énergie transmise à la pièce

Les flux de chaleur calculés pour les différents essais sont représentés sur la figure 5.9. On peut remarquer que ceux-ci se rapprochent d'une distribution gaussienne. C'est d'ailleurs la distribution qui est généralement utilisée pour les modèles modélisant uniquement le bain de soudage. Cependant, parce que les flux obtenus ne sont pas exactement des gaussiennes, la conversion de ceux-ci en ce type de distribution introduirait des erreurs supplémentaires. C'est pourquoi seule la résultante du flux de chaleur transmis à la pièce (voir tableau 5.19) est utilisée pour le calcul du modèle de régression.

Les coefficients  $a_k$  de la surface de réponse sont répertoriés dans le tableau 5.20. Une erreur faible de 4% est obtenue entre le coefficient  $a_1$  et la valeur trouvée pour le point milieu, c'est-à-dire l'essai I125 $\alpha$ 45h4. La surface de réponse définie par les valeurs présentées dans le tableau 5.20 peut donc être considérée pour la suite.

Les contributions des facteurs sur la variation de l'énergie transmise à la pièce sont listées dans le tableau 5.21. On peut notamment remarquer que l'intensité a un effet prépondérant puisqu'elle contribue à 97% sur la définition de l'énergie incidente, alors que la hauteur d'arc contribue à 2%. Cependant, ce faible chiffre est à nuancer du fait de l'observation vue au paragraphe précédent concernant la mauvaise reproduction des effets liés à la hau-

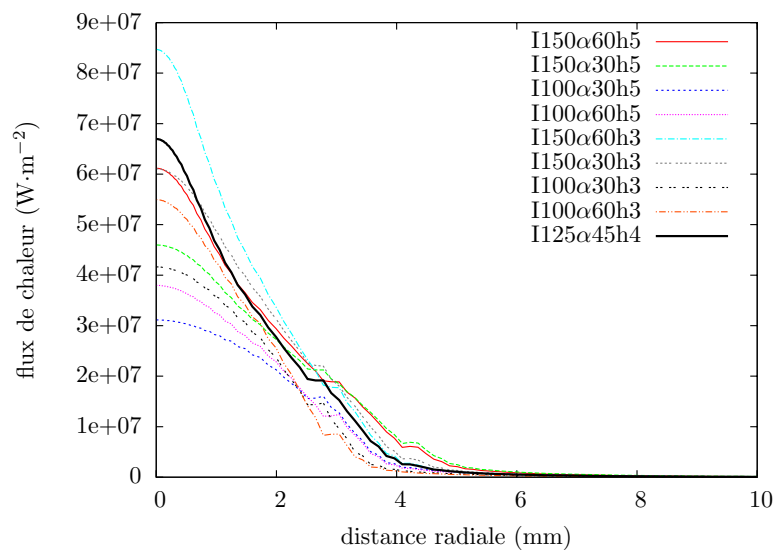


FIG. 5.9 – Flux de chaleur ( $W \cdot m^{-2}$ ) sur la face endroit pour chaque essai numérique TIG spot.

Essais	Énergies transmises à la pièce (W)
I150α60h5	1408,33
I150α30h5	1425,41
I100α30h5	929,83
I100α60h5	925,83
I150α60h3	1328,96
I150α30h3	1340,14
I100α30h3	867,29
I100α60h3	859,48
I125α45h4	1179,53

TAB. 5.19 – Énergie transmise à la pièce (W) pour chaque essai numérique.



$a_i$	Pour l'énergie transmise à la pièce
$a_1$	1135,66
$a_2$	240,05
$a_3$	-5,01
$a_4$	36,69
$a_5$	-2,06
$a_6$	4,47
$a_7$	-0,26
$a_8$	-1,21

TAB. 5.20 – Coefficients  $a_k$  de l'équation  $y = a_1 + a_2X_I + a_3X_\alpha + a_4X_{harc} + a_5X_I X_\alpha + a_6X_I X_{harc} + a_7X_\alpha X_{harc} + a_8X_I X_\alpha X_{harc}$  pour l'énergie transmise à la pièce pour les essais numériques.

Contributions des facteurs (%)	
Facteurs	Pour l'énergie transmise à la pièce
$X_I$	97,63
$X_\alpha$	0,04
$X_{harc}$	2,28
$X_I X_\alpha$	0,01
$X_I X_{harc}$	0,03
$X_\alpha X_{harc}$	0
$X_I X_\alpha X_{harc}$	0

TAB. 5.21 – Contributions des facteurs (%) sur l'énergie transmise à la pièce pour les essais numériques.

niveaux/paramètres	$I$	$\alpha$	$h_{arc}$
bas	895,61 W	1140,62 W	1098,97 W
haut	1375,71 W	1194,08 W	1172,35 W
variations	+53,6%	+4,7%	+6,7%

TAB. 5.22 – Tableau des moyennes pour l'énergie transmise à la pièce (W) pour les essais numériques.

teur d'arc (voir paragraphe 5.3.2.1). Aussi, les autres facteurs semblent être négligeables (contributions quasi-nulles).

À partir du tableau des moyennes 5.22, on peut conclure qu'en moyenne, l'énergie transmise à la pièce augmente de 54% lorsque le courant passe de 100 A à 150 A et, elle est supérieure de quelques pourcents lorsque la hauteur d'arc passe de 3 mm à 5 mm et l'angle d'affûtage de l'électrode de 30° à 60°.

Ces résultats sont en accord pour l'intensité et la hauteur d'arc avec ceux présentés dans la revue bibliographique faite au paragraphe 1.4. En revanche, pour l'angle d'affûtage, il n'est pas possible de comparer nos résultats puisqu'aucune autre étude à notre connaissance ne portait sur l'évolution de l'énergie intégrée en fonction de cet angle.

### 5.3.2.3 Influence des paramètres opératoires sur le rendement de l'arc du modèle

Le rendement de l'arc usuel pour le soudeur est le rapport entre l'énergie transmise à la pièce et l'énergie électrique introduite dans le procédé, c'est-à-dire le produit entre la tension de l'arc et le courant utilisé. Cependant, pour notre modèle, les sources énergétiques d'origine électrique (voir paragraphes 2.4 et 2.5) introduites à la surface des électrodes n'ont pas d'équivalence directe en terme de saut de potentiel électrique. Dit autrement, cela signifie que les gradients de potentiel électrique dans ces zones contribuent uniquement à la création d'énergie par effet Joule et non à la création d'énergie correspondant aux termes sources d'énergie spécifiques ajoutées aux interfaces. C'est pourquoi, pour cette analyse de sensibilité, il a été choisi d'étudier le rendement de l'arc tel qu'il est écrit dans les équations du chapitre 2, c'est-à-dire comme étant le rapport entre l'énergie transmise à la pièce et l'énergie totale injectée dans l'équation de conservation de l'énergie sur le domaine total. Cela se traduit par l'équation :

$$\eta = \frac{q_{anode}}{UI + j\phi_a - j_e\phi_c + j_iV_i} \quad (5.5)$$

avec  $q_{anode}$  l'énergie apportée à la pièce,  $U$  la tension trouvée entre la pièce et la cathode,  $I$  l'intensité du courant utilisée,  $j\phi_a$  l'apport d'énergie par absorption des électrons dans la pièce,  $j_e\phi_c$  la perte d'énergie au niveau de la cathode par effet thermoionique, et,  $j_iV_i$  l'apport énergétique engendrée par la neutralisation des ions à la cathode.

Les valeurs calculées pour ce rendement sont répertoriées dans le tableau 5.23.

À partir de ces résultats, la surface de réponse calculée conduit aux coefficients  $a_k$  listés dans le tableau 5.24. Une erreur faible de 2,4% est commise entre le point milieu de la surface de réponse ( $y = a_1 = 75,17\%$ ) et l'essai numérique correspondant (I125 $\alpha$ 45h4). Cette surface de réponse sera donc utilisée pour la suite de cette étude de sensibilité.

Puis, les contributions des facteurs sont calculées selon la méthode présentée au paragraphe

Essais	Rendements de l'arc (%)
I150 $\alpha$ 60h5	69,42
I150 $\alpha$ 30h5	72,84
I100 $\alpha$ 30h5	76,95
I100 $\alpha$ 60h5	73,77
I150 $\alpha$ 60h3	74,65
I150 $\alpha$ 30h3	73,96
I100 $\alpha$ 30h3	76,95
I100 $\alpha$ 60h3	80,47
I125 $\alpha$ 45h4	76,98

TAB. 5.23 – Rendement de l'arc (%) pour chaque essai numérique.

$a_i$	Pour le rendement de l'arc
$a_1$	75,17
$a_2$	-1,87
$a_3$	-1,63
$a_4$	-1,92
$a_5$	0,03
$a_6$	-0,24
$a_7$	-0,01
$a_8$	-0,01

TAB. 5.24 – Coefficients  $a_k$  de l'équation  $y = a_1 + a_2X_I + a_3X_\alpha + a_4X_{harc} + a_5X_I X_\alpha + a_6X_I X_{harc} + a_7X_\alpha X_{harc} + a_8X_I X_\alpha X_{harc}$  pour le rendement de l'arc pour les essais numériques.

Contributions des facteurs (%)	
Facteurs	Pour le rendement de l'arc
$X_I$	35,62
$X_\alpha$	26,86
$X_{h_{arc}}$	37,14
$X_I X_\alpha$	0,01
$X_I X_{h_{arc}}$	0,58
$X_\alpha X_{h_{arc}}$	0
$X_I X_\alpha X_{h_{arc}}$	0,09

TAB. 5.25 – Contributions des facteurs (%) sur le rendement de l'arc pour les essais numériques.

niveaux/paramètres	$I$	$\alpha$	$h_{arc}$
bas	77,04	76,80	77,09
haut	73,29	51,10	53,24
variations	-4,9%	-33,5%	-5%

TAB. 5.26 – Tableau des moyennes pour le rendement de l'arc pour les essais numériques.

C.3 de l'annexe C. Elles sont résumées dans le tableau 5.25. Il est trouvé que l'intensité, l'angle de l'affûtage de l'électrode et, la hauteur d'arc ont à peu près le même poids sur la définition du rendement de l'arc, puisqu'elles contribuent respectivement à 36%, 27% et 37%. En revanche, les effets conjoints semblent négligeables, car ils agissent à moins de 1%.

Sur le tableau des moyennes 5.26, on peut remarquer que pour tous les paramètres opératoires étudiés, ce rendement diminue lorsque l'on passe du niveau haut au niveau bas. L'écart le plus significatif est pour l'augmentation de l'angle d'affûtage avec une variation de -33%.

On a vu au paragraphe 1.4 que les conclusions de l'effet de l'intensité et de l'angle d'affûtage de l'électrode divergeaient selon les différentes études expérimentales de la littérature. La revue bibliographique réalisée ne permet donc pas de valider les résultats obtenus numériquement pour ces quantités. Cependant, la baisse du rendement consécutive à une augmentation de la hauteur d'arc observée par les différents auteurs, est en accord avec le résultat obtenu ici.

## Conclusions du chapitre 5

Ce chapitre a permis d'estimer le caractère prédictif du modèle couplé arc/bain développé par l'étude des effets de trois facteurs ou paramètres opératoires (l'intensité, la hauteur d'arc, l'angle d'affûtage de l'électrode) sur trois réponses : la géométrie du bain de soudage, l'énergie transmise à la pièce et le rendement de l'arc.

Pour cela, des essais expérimentaux et leur modélisation associée ont été réalisés selon un plan d'expériences. Le dispositif expérimental choisi a été une configuration 2D axi-symétrique de type TIG spot, c'est-à-dire une opération de soudage à l'arc TIG sur un disque avec une électrode immobile dont son axe est confondu avec celui de la pièce. Huit thermocouples ont été placés sur les faces envers et latérale de la pièce afin de fournir un jeu de conditions aux limites pour les essais numériques. Deux autres ont été utilisés sur la face endroit dans l'objectif de comparer les températures expérimentales et numériques à la surface de la pièce.

La démarche s'est articulée en trois temps. Tout d'abord, le plan d'expériences a été présenté. Il comprend huit essais avec deux niveaux pour l'intensité (100 A et 150 A), la hauteur d'arc (3 mm et 5 mm) et l'angle d'affûtage de l'électrode (30° et 60°). Grâce à un modèle de régression linéaire, les surfaces de réponse correspondantes ont été calculées. Afin de les valider, un neuvième essai correspondant au point milieu a été réalisé. Pour celui-ci, la valeur moyenne de chacun des facteurs a été prise.

Ensuite, les surfaces de réponse pour les grandeurs liées à la géométrie du bain de soudage expérimental ont été obtenues. Il s'agit du rayon, de la pénétration et du rapport  $P/L$  du bain de soudage. Il a notamment été montré que les contributions des effets (%), hors effets conjoints, sont par ordre d'importance :

- pour le rayon du bain de soudage  $L/2$  : l'intensité (70%), la hauteur d'arc (19%), et l'angle d'affûtage de l'électrode (4%) ;
- pour la pénétration du bain  $P$  : l'intensité (95%), la hauteur d'arc (3%), et l'angle d'affûtage (0%) ;
- pour le rapport  $P/L$  : l'intensité (64%), la hauteur d'arc (22%), et l'angle d'affûtage de l'électrode (3%) ;

Il a aussi été montré qu'une augmentation de l'intensité entre 100 A et 150 A conduit à une augmentation moyenne de ces réponses de plus de 30%. Aussi, une augmentation de la hauteur d'arc entre 3 mm et 5 mm aboutit à une augmentation du rayon du bain (+15%) alors qu'elle diminue sa pénétration (-11%) et le rapport  $P/L$  (-23%). Enfin, une diminution de l'angle d'affûtage de l'électrode donne un bain plus large (+6%) et moins pénétré (-1%). Le rapport  $P/L$  est alors plus faible de 9%. L'ensemble de ces résultats sont en relativement bon accord avec ceux de la revue bibliographique présentée au paragraphe 1.4.

Ces résultats ont ensuite été comparés à ceux obtenus grâce aux essais numériques. Tout d'abord, les températures en face endroit et les géométries du bain de soudage ont été comparées. Puis, les tendances ont été vérifiées.

Les températures en face endroit sont en bon accord avec l'expérimental, ce qui permet de valider *en partie* le couplage entre l'arc et la pièce. Concernant la géométrie du bain de soudage, il a été noté que les rayons du bain correspondaient à ceux obtenus expérimentalement (erreur de 14,5%) contrairement à sa pénétration où l'erreur est plus élevée (environ 20%). L'analyse de la surface de réponse a montré que les tendances obtenues

expérimentalement concernant les effets de l'intensité et de l'angle d'affûtage de l'électrode sur la géométrie du bain sont vérifiées par notre modèle numérique.

En revanche, des différences ont été observées pour l'effet de la hauteur d'arc. En effet, une augmentation de cette quantité conduit à une augmentation de toutes les dimensions du bain, alors qu'expérimentalement, la pénétration est plus importante lorsque la hauteur d'arc diminue. Ceci est sûrement dû à la non prise en compte de la déformation de la surface libre et donc des efforts normaux agissant sur celle-ci. Ces efforts, dont la pression de l'arc causée par l'écoulement du plasma, agissent en faveur de la pénétration du bain. Ainsi, ne pas la prendre en compte conduit inévitablement à une mauvaise prédiction de la pénétration. Aussi, la hauteur d'arc induisant une modification des vitesses dans le plasma (voir paragraphe 1.4) et donc de la pression de l'arc, le fait de négliger son action à la surface du bain doit limiter l'effet de la hauteur d'arc sur la pénétration. *C'est pourquoi, afin de mieux rendre compte de l'effet de la hauteur d'arc, la déformation de la surface libre du bain devra être prise en compte dans des développements futurs.*

À cela, s'est ajoutée l'étude numérique de l'effet des paramètres opératoires sur l'énergie transmise à la pièce et le rendement de l'arc. Il a été vu que cette énergie était principalement déterminée par l'intensité puisqu'elle contribue à 98% sur sa définition. Un passage de 100 A à 150 A induit une énergie plus importante de 54%. En revanche, elle est supérieure de seulement quelques pourcents lorsque la hauteur d'arc ou l'angle d'affûtage de l'électrode passe de leur niveau bas à leur niveau haut. Enfin, l'analyse de sensibilité sur le rendement de l'arc (rapport entre l'énergie transmise à la pièce sur l'énergie totale injectée dans l'équation de conservation de l'énergie) a montré que chacun des paramètres a à peu près le même poids dans la définition de ce rendement. Ces résultats numériques sont en bon accord avec les conclusions disponibles de la revue bibliographique du paragraphe 1.4.

# Conclusion générale

## Contributions

L'objet de cette thèse était de mettre en place une modélisation du procédé de soudage à l'arc TIG afin de pouvoir prédire les géométries de bain de soudage, le chargement thermique et les forces transmises à la pièce, en fonction des paramètres opératoires du procédé. Ce travail a consisté à modéliser de manière couplée chacune des parties du procédé : la cathode (ou électrode de soudage), le plasma (ou arc), l'anode (ou pièce), et leurs interfaces.

Comme nous avons pu le voir au chapitre 1, peu d'études existent sur la modélisation couplée de l'ensemble énoncée précédemment. Le modèle 2D axisymétrique de Tanaka et al. [69] apparaît comme la référence dans le domaine puisque c'est celui qui prend en compte le plus de phénomènes physiques. Sa modélisation s'appuie sur une résolution couplée des phénomènes physiques dans la cathode, le plasma, le bain et la pièce (ou l'anode). Il traite aussi les interfaces entre la cathode et le plasma, et entre la pièce et le plasma. Cependant, certains éléments peuvent être améliorés comme par exemple, le calcul de la force liée à l'effet Marangoni sur la surface du bain de soudage, qui est l'une des forces prépondérantes dans le bain. Dans leur modèle, le coefficient de thermodépendance de la tension de surface  $\left(\frac{\partial\gamma}{\partial T}\right)$  est pris constant. Or, il est montré dans l'étude bibliographique du chapitre 1, que ce terme peut varier en fonction de la teneur en éléments tensio-actifs comme le soufre, et, de la température à la surface du bain. Notamment, il peut prendre des valeurs positives ou négatives modifiant alors l'orientation de la force de Marangoni et donc la géométrie du bain de soudage. *C'est pourquoi, afin d'améliorer la prédiction de cette dernière, le modèle de Tanaka a été reproduit dans cette thèse avec comme principale différence, la prise en compte d'un coefficient  $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$  dépendant directement de la teneur en soufre, l'élément tensio-actif qui a le plus d'influence sur le bain, et, de la température de surface.* Pour ce, la loi développée par Sahoo et al. [64] a été utilisée.

En complément de cette étude bibliographique, une revue expérimentale de l'influence de trois paramètres opératoires (l'intensité, la hauteur d'arc, l'angle de l'affûtage de l'électrode) sur la géométrie du bain de soudage, l'énergie transmise à la pièce, et, le rendement de l'arc, a été présentée. Il a été noté qu'il était souvent impossible d'établir une généralité concernant l'influence de tel ou tel paramètre sur la réponse étudiée. Ceci est principalement dû aux différences mêmes infimes, et souvent non mentionnées, qu'il peut y avoir entre les différents dispositifs expérimentaux de la littérature.

*Cette conclusion a motivé la réalisation de l'étude de sensibilité numérique présentée au chapitre 5.* En effet, la facilité de mise en oeuvre d'une telle étude grâce à notre modèle, et, la fourniture de certaines quantités difficilement accessibles expérimentalement (décomposition des différents flux énergétiques, contribution de chacune des forces mises en jeu,...), constituent les principales valeurs ajoutées du modèle développé.

Le chapitre 2 a permis d'établir le modèle mathématique. Les équations de Navier-Stokes, de conservation de l'énergie, et les équations électromagnétiques sont utilisées pour décrire l'ensemble du procédé dans un *régime stationnaire*. Il a été montré qu'afin de prendre en compte les forts gradients de masse volumique dans le plasma (facteur 100), l'approximation bas Mach peut être utilisé. Aussi, des termes énergétiques spécifiques aux interfaces entre le plasma et les électrodes (rayonnement, absorption des électrons à l'anode, émission des électrons et neutralisation des ions à la cathode) ont été modélisés et ajoutés dans le bilan d'énergie. La force de Marangoni à la surface du bain a été introduite dans le bilan de quantité de mouvement du système complet.

Dans le chapitre 3, les développements réalisés pour la définition du modèle éléments finis ont été présentés. Sa construction s'est basée sur deux développements préliminaires permettant de traiter correctement la partie électromagnétique et la partie fluide du plasma.

La premier développement a consisté à trouver une méthode permettant de calculer l'induction magnétique  $\mathbf{B}$  de manière efficace tout en restant adaptable à une modélisation 3D pour des développements futurs. Pour ce, *la méthode des éléments finis moindres carrés a été retenue* parce que, contrairement aux autres méthodes utilisées dans la littérature, elle présentait l'ensemble des avantages suivantes :

- son adaptabilité à une configuration 3D ;
- le calcul direct de l'induction magnétique  $\mathbf{B}$ .

Un cas test magnétostatique a été fabriqué et a permis de valider l'efficacité et la précision de cette méthode. De la même manière, un cas test bas Mach 2D axisymétrique, créé au cours de cette thèse, a permis de valider le schéma numérique de résolution qui a été utilisé pour le modèle couplé cathode-plasma-pièce.

Ensuite, au cours du chapitre 4, ce modèle a été comparé à des résultats expérimentaux et numériques issus de la littérature. Pour ce, les configurations expérimentales de Hsu et al. [31] et de Nestor [57] ont été modélisées. Ceci a permis de valider le champ de température dans l'arc, l'évolution de la vitesse sur l'axe de soudage et les profils de densité de courant et le flux de chaleur à la surface de l'anode. Cependant, un écart de 20% a été observé pour la valeur maximale de ces deux grandeurs. Ceci peut être causé par un calcul trop simpliste de la conductivité électrique du plasma au voisinage de l'anode qui conduit à une mauvaise définition de la zone de passage du courant. *C'est pourquoi, il serait utile, pour des développements futurs, d'implémenter un modèle plus sophistiqué dans cette zone afin de valider ou d'invalidier, entre autres, l'hypothèse faite pour le calcul de la conductivité électrique.*

Puis, les résultats de notre modèle ont été comparés à ceux de Tanaka et al. ([71], [72], [69]). Les géométries de bain de soudage calculées pour deux pièces en acier 304 avec un coefficient  $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$  positif ou négatif, sont en bon accord avec celles de Tanaka. En particulier,

la pénétration plus importante et le rayon du bain plus faible lorsque  $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$  est positif, sont bien retrouvés. En revanche, lorsque les bilans énergétiques sont comparés, des différences sont obtenues. Cependant, il a été démontré que leur modèle ne respectait pas les conservations du courant et de l'énergie, ce qui peut expliquer les écarts entre nos résultats et les leurs.

Dans la continuité de cette validation, les résultats obtenus pour ces deux aciers ont été analysés. Il a été démontré que les forces de Marangoni et de cisaillement de l'arc sur la



surface du bain de soudage avaient un effet prépondérant sur la définition de sa géométrie. Aussi, on a pu voir que *l'énergie totale transmise à la pièce était partagée de manière à peu près égale entre le flux de conduction de l'arc vers la pièce et le flux lié à l'absorption des électrons dans le matériau. Le rayonnement surfacique apparaît négligeable face à ces deux contributions. On a également pu voir que la géométrie du bain de soudage influe peu sur les chargements du plasma sur la pièce (flux de chaleur et force de cisaillement) et sur l'induction magnétique.*

Finalement, des études de sensibilité expérimentale et numérique ont été menées et comparées. Pour cela, des essais expérimentaux de type TIG spot (configuration axialement symétrique) ont été réalisés selon un plan d'expériences. L'objectif a été de valider la prédictivité du modèle par l'étude des effets de trois paramètres opératoires (l'intensité, la hauteur d'arc, l'angle d'affûtage de l'électrode) sur trois réponses : la géométrie du bain de soudage, l'énergie transmise à la pièce et, le rendement de l'arc.

Les températures numériques et expérimentales sur la face endroit ont été trouvées proches, ce qui a permis de valider en partie le couplage entre le plasma et la pièce. Aussi, il a été trouvé que les rayons du bain obtenus correspondaient à ceux obtenus expérimentalement (erreur de 14,5%) contrairement à sa pénétration où l'erreur est plus élevée (environ 20%). *L'analyse des surfaces de réponse expérimentales et numériques a montré que les effets de l'intensité et de l'angle d'affûtage de l'électrode étaient bien représentés par notre modèle.*

En revanche, ce n'est pas le cas pour la hauteur d'arc. En effet la pénétration du bain calculée est trouvée plus faible lorsque la hauteur d'arc diminue. L'hypothèse de surface libre non déformable peut être la cause de cette mauvaise représentation puisque cela implique que la pression de l'arc (ou du plasma), qui agit en faveur de la pénétration, n'a pas d'influence sur le bain. De plus, la hauteur d'arc contribuant à la modification du champ de vitesse dans le plasma et donc à la modification de la pression de l'arc, l'effet de la hauteur d'arc sur la pénétration peut être artificiellement limité. *C'est pourquoi, pour des développements futurs, il serait important de traiter la déformation de la surface libre afin de mieux rendre compte de certains effets.*

Pour les résultats obtenus uniquement à partir du modèle numérique, on a pu voir que l'énergie transmise à la pièce est principalement déterminée par l'intensité et que, l'intensité, l'angle d'affûtage de l'électrode et la hauteur d'arc ont une contribution à peu près équivalente sur la valeur du rendement de l'arc.

Ces conclusions et les limites du modèle énoncées, ouvrent ainsi le champ des perspectives.

## Perspectives

Ce travail constitue une des premières briques pour la modélisation directe du procédé de soudage à l'arc TIG. Bien qu'il ne soit pas encore applicable à une réelle configuration de soudage (électrode de soudage mobile), il permet d'ores et déjà de fournir des éléments de réponses concernant l'influence des paramètres opératoires sur la géométrie du bain de soudage. Pour l'améliorer, on peut citer les développements à entreprendre suivants :

1. Implémenter la déformation de la surface libre du bain de soudage, comme peuvent le faire Médale et al. ([56], [62]), afin de mieux rendre compte de l'effet de la pression d'arc sur le bain. Le pouvoir prédictif du modèle pourrait ainsi être amélioré.
2. Passer à une modélisation 3D afin de pouvoir traiter une réelle configuration de soudage et ainsi rendre le modèle utilisable pour des configurations plus proches du

problème de soudage à l'échelle industrielle. En effet, la configuration 2D axisymétrique modélisée au cours de cette thèse est, généralement, utilisée uniquement à des fins expérimentales parce que l'électrode de soudage n'est pas mobile.

3. Améliorer le traitement des zones anodique et cathodique afin de mieux calculer les contributions énergétiques aux interfaces. Comme pistes de développement, on citera les modèles de Lowke et al. [44] et de Cayla [10] présentés au paragraphe 1.2.3. Ceci permettra de définir plus finement les bilans énergétiques et les termes électromagnétiques dans les zones anodique et cathodique.
4. Prendre en compte la diffusion des vapeurs métalliques dans le plasma comme peuvent le faire par exemple Lago et al. [38]. Selon cet auteur, l'évaporation de l'anode peut avoir un rôle non négligeable sur la description du plasma et du flux de chaleur transmis à la pièce. En effet, il trouve que cette énergie est plus faible de 15% lorsqu'il y a une contamination du plasma par des vapeurs métalliques de fer pour un arc sous argon à 200 A. Ainsi, prendre en compte ce phénomène physique supplémentaire pourrait permettre d'améliorer la description du procédé.

# Bibliographie

- [1] Metals Handbook : vol. 2., properties and selection : non ferrous alloys and special-purpose materials., 1990.
- [2] J.M. Bauchire, J.J. Gonzalez, and A. Gleizes. Modeling of a DC plasma torch in laminar and turbulent flow. *Plasma Chemistry and Plasma Processing*, 17(4) :409–4432, 1997.
- [3] C. Baudry. *Contribution à la modélisation instationnaire et tridimensionnelle du comportement dynamique de l'arc dans une torche de projection plasma*. PhD thesis, Université de Limoges, 2003.
- [4] J. Binard and A. Chabenat. Étude expérimentale des paramètres influençant le bain de fusion. *Soudage et Techniques Connexes*, Janvier-Février :20–35, 1985.
- [5] M.I. Boulos, P. Fauchais, and E. Pfender. *Thermal plasmas : Fundamentals and applications, volume 1*. Plenum Press, 1994.
- [6] A.D. Brent, V.R. Voller, and K.J. Reid. Enthalpy-porosity technique for modeling convection-diffusion phase change : application to the melting of a pure metal. *Numerical Heat Transfer*, 13 :297–318, 1988.
- [7] P. Burgardt and C.R. Heiple. Interaction between impurities and welding variables in determining GTA weld shape. *Welding Journal*, 65 :150–155, 1986.
- [8] S. Candel. *Mécanique des fluides - cours*. Dunod, 2001.
- [9] Cast3M. Téléchargeable sur <http://www-cast3m.cea.fr>, 2008.
- [10] F. Cayla. *Modélisation de l'interaction entre un arc électrique et une cathode*. PhD thesis, Université Toulouse III - Paul Sabatier, 2008.
- [11] R.T.C. Choo, J. Szekely, and R.C. Westhoff. On the calculation of the free surface temperature of gas-tungsten-arc weld pools from first principles : Part I. modeling of the welding arc. *Metallurgical Transactions B*, 23B :357–369, 1992.
- [12] C. Delalandre. *Modélisation aérothermodynamique d'arcs électriques à fortes intensité avec prise en compte du déséquilibre thermodynamique local et du transfert thermique à la cathode*. PhD thesis, Université de Rouen, 1990.
- [13] S. Dorlencourt. Caractérisation de l'apport thermique en soudage TIG, focalisée en particulier sur la relation hauteur d'arc/tension. Technical report, CEA Saclay, LMS, 1998.
- [14] J.N. Dupont and A.R. Marder. Thermal efficiency of arc welding processes. *Welding Journal*, December :406S–416S, 1995.
- [15] A. Ern and J.L. Guermond. *Éléments finis : théorie, applications, mise en œuvre*. 2002.
- [16] D.M. Evans, D. Huang, J.C. McClure, and A.C. Nunes. Arc efficiency of plasma arc welding. *Welding Journal*, Février :53S–58S, 1998.

- [17] H.G. Fan and R. Kovacevic. A unified model of transport phenomena in gas metal arc welding including electrode, arc plasma and molten pool. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 37 :2531–2544, 2004.
- [18] H.G. Fan, H.L. Tsai, and S.J. Na. Heat and fluid flow in a partially or fully penetrated weld pool in gas tungsten arc welding. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 44 :417–428, 2001.
- [19] P. Freton, J.J. Gonzalez, and A. Gleizes. Comparison between a two and a three dimensional arc plasma configuration. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 33 :2442–2452, 2000.
- [20] H.W. Ghent, D.W. Roberts, C.E. Hermance, H.W. Kerr, and A.B. Strong. Arc efficiencies in TIG welds. In *Arc physics and weld pool behaviour ; Proceedings of the International Conference*, 1989.
- [21] W.H. Giedt, L.N. Tallerico, and P.W. Fuerschbach. GTA welding efficiency : calorimetric and temperature field measurement. *Welding Journal*, January :28S–32S, 1989.
- [22] P. Girard, M. Bellet, G. Caillibotte, M. Carin, S. Gounand, F. Mathey, and M. Médale. Benchmark for fluid flow in weld pool simulation twodimensional transient computational models for arc welding. *Mécanique et Industrie*, en cours de publication.
- [23] J.J. Gonzalez, M. Bouaziz, M. Razafinimanana, and A. Gleizes. The influence of iron vapour on an argon transferred arc. *Plasma Sources Sci. Technol.*, 6 :20–28, 1997.
- [24] J.J. Gonzalez, A. Gleizes, P. Proulx, and M. Boulos. Mathematical modelling of a free-burning arc in the presence of metal vapor. *Journal of Applied Physics*, 74 :3065–3070, 1993.
- [25] J.J. Gonzalez, F. Lago, P. Freton, M. Masquère, and X. Franceries. Numerical modeling of an electric arc and its interaction with the anode : part II. the three-dimensional model - influence of external forces on the arc column. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 38 :306–318, 2005.
- [26] M. Goodarzi, R. Choo, T. Takasu, and J.M. Toguri. The effect of the cathode tip angle on the gas tungsten arc welding arc and weld pool : II. the mathematical model for the weld pool. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 31(5) :569–583, 1998.
- [27] M. Goodarzi, R. Choo, and J. Toguri. The effect of the cathode tip angle on the GTAW arc and weldpool : I. mathematical model of the arc. *Journal of physics D : Applied Physics*, 30 :2744–2756, 1997.
- [28] J. Goupy. *Modélisation par les plans d'expériences*. Techniques de l'ingénieur, 2000.
- [29] J. Haidar. A theoretical model for gas metal arc welding and gas tungsten arc welding I. *Journal of Applied Physics*, 84(7) :3518–3529, 1998.
- [30] C.R. Heiple and J.R. Roper. *Welding : Theory and practice*. Elsevier Science, 1990.
- [31] K.C. Hsu, K. Etemadi, and E. Pfender. Study of the free-burning high-intensity argon arc. *Journal of Applied Physics*, 54 :1293–1301, 1982.
- [32] K.C. Hsu and E. Pfender. Analysis of the cathode region of a free-burning high intensity argon arc. *Journal of Applied Physics*, 54(7) :3818–3824, 1983.
- [33] J. Hu, H. Guo, and H.L. Tsai. Weld pool dynamics and the formation of ripples in 3D gas metal arc welding. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, In Press - Corrected proof, 2007.
- [34] B. Jiang. *The Least Squares Finite Element Method*. 1998.

- [35] J.F. Key. Anode-cathode geometry and shielding gas interrelationships in GTAW. *Welding Research Supplement*, December :364s–379s, 1980.
- [36] C.S. Kim. Thermophysical properties of stainless steels. Master's thesis, Argonne national laboratory, 1975.
- [37] I.S. Kim and A. Basu. A mathematical model of heat transfer and fluid flow in the gas metal arc welding process. *Journal of Materials processing Technology*, 77 :17–24, 1998.
- [38] F. Lago. *Modélisation de l'interaction entre un arc électrique et une surface : application au foudroiement d'un aéronef*. PhD thesis, Université Paul Sabatier, Toulouse III, 2004.
- [39] F. Lago, J.J. Gonzalez, P. Freton, and A. Gleizes. A numerical modelling of an electric arc and its interaction with the anode : Part I. the two-dimensional model. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 37 :883–897, 2004.
- [40] Y.P. Lei, Y.W. Shi, and H. Murakawa. Mathematical modeling of the interactions between coupled welding arc and pool for gas tungsten arc welding. In *Annual Assembly of the IIW*, number IIW Doc. 212-1063-04, 2004.
- [41] J.J. Lowke. Simple theory of free-burning arcs. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 12 :1873–1886, 1979.
- [42] J.J. Lowke, P. Kovitya, and H.P. Schmidt. Theory of free-burning arc columns including the influence of the cathode. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 25 :1600–1606, 1992.
- [43] J.J. Lowke and J.C. Quartel. Use of transport coefficients to calculate properties of electrode sheaths of electric arcs. *Australian Journal of Physics*, 50 :539–552, 1997.
- [44] J.J. Lowke and M. Tanaka. "LTE diffusion approximation" for arc calculations. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 39 :3634–3643, 2006.
- [45] J.J. Lowke, M. Tanaka, and M. Ushio. Mechanisms giving increased weld depth due to a flux. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 38 :3438–3445, 2005.
- [46] F. Lu, X. Tang, H. Yu, and S. Yao. Numerical simulation on interaction between TIG welding arc and weld pool. *Computational Materials Science*, 35 :458–465, 2006.
- [47] F. Lu, S. Yao, S. Lou, and Y. Li. Modeling and finite element analysis on GTAW arc and weld pool. *Computational Materials Science*, 29 :371–378, 2004.
- [48] Lumière. version 5.40, 2006.
- [49] M. Masquère. *Étude du transfert d'énergie entre un arc électrique et un matériau*. PhD thesis, Université Paul Sabatier, Toulouse III, 2005.
- [50] A. Matsunawa, S. Yokoya, T. Okada, and Y. Asako. Model experiments of weld pool convection and penetration shape in TIG arc welding, 1988. IIW Doc. 212-707-88.
- [51] J. McKelliget and J. Szekely. Heat transfer and fluid flow in the welding arc. *Metallurgical Transactions A*, 17A :1139–1148, 1986.
- [52] P.F. Mendez, M.A. Ramirez, G. Trapaga, and A.T.W. Eagar. Scaling laws in the welding arc. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 32B :547–554, 2001.
- [53] B. Michaelis and B. Rogg. FEM-simulation of laminar flame propagation. I : Two-dimensional flames. *Journal of Computational Physics*, 196 :417–447, 2003.
- [54] K.C. Mills and B.J. Keene. Factors affecting variable weld penetration. *International Materials Review*, 35(35) :185–216, 1990.

- [55] S. Mishra, T.J. Lienert, M.Q. Johnson, and T. DebRoy. An experimental and theoretical study of gas tungsten arc welding of stainless steel plates with different sulfur concentrations. *Acta Materialia*, In Press, Corrected Proof, 2008.
- [56] M. Médale and M. Jaeger. Modélisation par éléments finis d'écoulements à surface libre avec changement de phase solide-liquide. *Int. J. Therm. Sci.*, 38 :267–276, 1999.
- [57] O.H. Nestor. Heat intensity and current density distributions at the anode of high current inert gas arcs. *Journal of Applied Physics*, 33(1) :1638–1648, 1962.
- [58] R.W. Niles and C.E. Jackson. Weld thermal efficiency of the GTAW process. *Welding Journal*, January :25S–32S, 1975.
- [59] N. Perry. *Étude et développement des flux solides en vue d'application en soudage ATIG appliqué au titane et ses alliages ainsi qu'aux aciers inoxydables*. PhD thesis, École Centrale de Nantes, 2000.
- [60] W. Pitscheneder, T. DebRoy, K. Mundra, and R. Ebner. Role of sulfur and processing variables on the temporal evolution of weld pool geometry during multi-kilowatt laser welding of steels. *Welding Journal*, 75(3) :71s–80s, 1996.
- [61] J. Poirier. *Analyse de la variance et de la régression. Plans d'expériences*. Techniques de l'ingénieur, 1993.
- [62] S. Rabier and M. Medale. Computation of free surface flows with a projection FEM in a moving mesh framework. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 192 :4703–4721, 2003.
- [63] J.M. Rax. *Physique des Plasmas*. Dunod, 2005.
- [64] P. Sahoo, T. Debroy, and M. McNallan. Surface tension of binary metal - surface active solute systems under conditions relevant to welding metallurgy. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 19 :483–491, 1988.
- [65] L. Sansonnens, J. Haidar, and J.J. Lowke. Prediction of properties of free burning arcs including effects of ambipolar diffusion. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 33 :148–157, 2000.
- [66] W. Savage, S. Strunck, and Y. Ishikawa. The effect of electrode geometry on gas tungsten arc welding. *Welding Journal Research Supplement*, November :489s–496s, 1965.
- [67] H.B. Smartt, J.A. Stewart, and C.J. Einerson. Heat transfer in gas tungsten arc welding. In *Proceedings of the ASM International Conference*, 1986.
- [68] M. Tanaka. An introduction to physical phenomena in arc welding processes. *Welding International*, 18 :11, 2004.
- [69] M. Tanaka and J.J. Lowke. Predictions of weld pool profiles using plasma physics. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 40(1) :R1–R23, 2007.
- [70] M. Tanaka, S. Tashiro, and J.J. Lowke. Predictions of current attachment at thermionic cathode for gas tungsten arc at atmospheric pressure. In *Annual Assembly of the International Institute of Welding*, 2006.
- [71] M. Tanaka, H. Terasaki, M. Ushio, and J.J. Lowke. A unified numerical modeling of stationary tungsten-inert-gas welding process. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 33(7) :2043–2052, 2002.
- [72] M. Tanaka, H. Terasaki, M. Ushio, and J.J. Lowke. Numerical study of a free-burning argon arc with anode melting. *Plasma Chemistry and Plasma Processing*, 23(3) :585–605, 2003.

- [73] M. Tanaka, H. Terasaki, M. Ushio, and J.J. Lowke. Numerical study of weld formations for stationary TIG arc in different gaseous atmosphere. In *Annual Assembly of the IIW*, number IIW Doc. 212-1040-03, 2003.
- [74] M. Tanaka and M. Ushio. Plasma state in free-burning argon arc and its effect on anode heat transfer. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 32 :1153–1162, 1999.
- [75] M. Tanaka, M. Ushio, and J.J. Lowke. "LTE-diffusion approximation" for arc welding calculations. In *Annual Assembly of the International Institute of Welding*, number IIW Doc. 212-1064-04, 2004.
- [76] N. Tsai. *Heat distribution and weld bead geometry in arc welding*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1983.
- [77] N.S. Tsai and T.W. Eagar. Distribution of the heat and current fluxes in gas tungsten arcs. *Metallurgical Transactions B*, 16B :841–846, 1985.
- [78] S. Vacquie. *L'arc électrique*. CNRS Editions, 2000.
- [79] C. Viozat. *Calcul d'écoulements stationnaires et instationnaires à petit nombre de Mach, et en maillages étirés*. PhD thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis, 1998.
- [80] T. Zacharia, S.A. David, J.M Vitek, and T. Debroy. Weld pool development during GTA and laser beam welding of type 304 stainless steel ; part I. theoretical analysis. *Welding Journal*, Dec. :499s–509s, 1989.
- [81] W. Zhang, C.L. Kim, and T. DebRoy. Heat and fluid flow in complex joints during gas-metal arc welding, part I. : numerical model of fillet welding. *Journal of Applied Physics*, 95 :5210–5219, 2004.
- [82] P. Zhu, J.J. Lowke, R. Morrow, and J. Haidar. Prediction of anode temperatures of free burning arcs. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 28(7) :1369–1376, 1995.

## Annexe A

# Approximation quasi-stationnaire des équations électromagnétiques

Dans ce qui suit, nous montrerons que l'approximation quasi-stationnaire des équations électromagnétiques peut s'appliquer pour la description du soudage à l'arc TIG et du plasma et du bain de soudage en particulier.

En supposant  $\varepsilon = \varepsilon_0$ ,  $\mu_m = \mu_0$  et l'hypothèse de quasi-neutralité  $q_{totale} = 0$ , les équations du système électromagnétique (2.18) peuvent s'écrire :

$$\text{loi de Faraday :} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{A.1a})$$

$$\text{loi de Gauss :} \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (\text{A.1b})$$

$$\text{loi d'Ampère :} \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (\text{A.1c})$$

$$\text{équation de conservation du flux magnétique :} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{A.1d})$$

À partir d'une analyse dimensionnelle, ces équations peuvent être simplifiées dans l'arc et le bain de soudage.

### A.1 Les grandeurs caractéristiques

Les grandeurs caractéristiques utilisées ici et définies au paragraphe 2.1.4 pour le plasma sont présentées sur le tableau A.1. Pour le bain de soudage et donc l'anode, elles sont récapitulées dans le tableau A.2.

### A.2 Simplification de la loi d'Ampère

En appliquant l'opérateur rotationnel à la loi de Faraday (éq. A.1a), elle devient :

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\nabla \times \left( \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) \quad (\text{A.2})$$

En utilisant la loi d'Ampère (éq. A.1c) et l'équation (A.2), on a :

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \mu_0 \mathbf{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \quad (\text{A.3})$$



description de la grandeur caractéristique	notation	valeur
vitesse de l'écoulement	$u_*$	$300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
longueur	$l_*$	2 mm
température	$T_*$	15 000 K
masse volumique	$\rho_*$	$2,1\cdot 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
chaleur massique pression constante	$C_{p*}$	$9444,7 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
conductivité thermique	$\lambda_*$	$2,4 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
conductivité électrique	$\sigma_*$	$7956,1 \Omega^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$
temps caractéristique de la partie diffusive	$t_{plasma*,d}$	$3,3\cdot 10^{-4} \text{ s}$
temps caractéristique de la partie convective	$t_{plasma*,u}$	$6,4\cdot 10^{-6} \text{ s}$

TAB. A.1 – Valeurs caractéristiques des grandeurs mises en jeu dans la modélisation de l'arc de soudage sous argon.

En utilisant la loi de Gauss (éq. A.1b) et sachant que  $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E}$ , l'équation obtenue est :

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (\text{A.4})$$

Le nombre adimensionnel  $E_1 = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 l^2}{t^2}$  permet de comparer  $\nabla^2 \mathbf{E}$  et  $\mu_0 \varepsilon_c \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$ .

**Pour le plasma :** Pour un plasma d'argon, en utilisant les valeurs du tableau A.1 (avec  $t_* = t_{plasma*,u}$ ) on trouve  $E_1 \approx 9,9\cdot 10^{-13}$ , ce qui est très inférieur à 1.

**Pour la pièce :** Pour la pièce et le bain de soudage en particulier, on trouve  $E_1 \approx 6,7\cdot 10^{-18}$ , ce qui est très inférieur à 1.

Ainsi,  $\left| \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \right| \ll |\nabla^2 \mathbf{E}|$ . Dans le plasma et la pièce, l'équation (A.4) peut se simplifier sous la forme :

$$\mu_0 \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \nabla \times \left( \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) \quad (\text{A.5})$$

La loi d'Ampère (éq. A.1c) se réduit alors à :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (\text{A.6})$$

description de la grandeur caractéristique	notation	valeur
vitesse de l'écoulement	$u_*$	$0,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ [73]
longueur	$l_*$	6 mm (rayon d'un bain caractéristique [73])
température	$T_*$	2000 K
masse volumique	$\rho_*$	$6,8 \cdot 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
chaleur massique pression constante	$C_{p*}$	$770 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
conductivité thermique	$\lambda_*$	$19,6 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
conductivité électrique	$\sigma_*$	$7,7 \cdot 10^5 \Omega^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$
temps caractéristique de la partie diffusive	$t_{anode*,d} = \frac{\rho_* C_{p*} l_*^2}{\lambda_*}$	9,6 s
temps caractéristique de la partie convective	$t_{anode*,u} = \frac{l_*}{u_*}$	$1 \cdot 10^{-2} \text{ s}$

TAB. A.2 – Valeurs caractéristiques des grandeurs mises en jeu dans le bain de soudage pour une pièce en acier 316L. Les valeurs des propriétés thermophysiques sont issues des travaux de Kim [36].

### A.3 Vers une formulation quasi-stationnaire

Le nombre de Reynolds magnétique  $Rm$  étant généralement petit pour les plasmas d'arc (cf. paragraphe 2.1.5.1) ou un bain de soudage (cf. paragraphe 2.2), le terme  $\nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})$  est négligeable dans l'équation de l'induction suivante (cf. paragraphe 2.1.5) :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (\text{A.7})$$

On va montrer que les variations temporelles du champ magnétique peuvent être négligées dans le cadre de la modélisation du soudage à l'arc TIG.

En considérant les hypothèses énoncées précédemment, on peut écrire le théorème de Poynting suivant qui exprime la conservation de l'énergie électromagnétique :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0} \right) + \nabla \cdot \left( \mathbf{E} \times \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \right) + \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (\text{A.8})$$

On trouve un temps caractéristique pour l'évolution de  $\mathbf{B}$  au moyen d'une décomposition de type Fourier pour  $\mathbf{B}$ , où l'on remplace l'opérateur temporel  $\partial/\partial t$  par  $i\omega_{b*}$ . On a alors :

$$\left| \frac{i\omega_{b*} B_*^2}{2\mu_0} \right| \approx \left| \frac{B_*^2}{\mu_0^2 \sigma_* l_*^2} \right| \quad (\text{A.9})$$

avec  $\omega_b$  la fréquence de l'évolution de  $B$ . Ainsi, on a :

$$t_{b*} = \omega_{b*}^{-1} = \frac{\mu_0 \sigma l}{2} \quad (\text{A.10})$$

**Pour le plasma :** En utilisant les valeurs du tableau A.1, on trouve  $t_{b*} = 1.10^{-4}$  s. Si on le compare avec les temps caractéristiques de la partie fluide  $t_{plasma*,d}$  et  $t_{plasma*,u}$  (voir tableau A.1), ces deux valeurs obtenues sont supérieures de plusieurs ordres de grandeur au temps caractéristique  $t_{b*}$ . L'évolution du champ magnétique peut donc être considérée stationnaire vis à vis de l'écoulement fluide du plasma.

**Pour la pièce :** On trouve  $t_{b*} \approx 1,7.10^{-5}$  s, ce qui est très inférieur à  $t_{anode*,d}$  et  $t_{anode*,u}$ . Là aussi, l'évolution du champ magnétique peut être considérée stationnaire face à l'écoulement dans le bain de soudage et les transferts thermiques dans la pièce.

Finalement, pour le plasma et la pièce, la loi de Faraday (éq. A.1a) peut s'écrire :

$$\nabla \times \mathbf{E} = \mathbf{0} \quad (\text{A.11})$$

## Annexe B

# Formulation faible et linéarisation du modèle couplé cathode, plasma et anode

### B.1 La formulation faible du modèle couplé

Par la suite, afin de simplifier les écritures, les domaines et interfaces relatifs au plasma, l'anode, la cathode, plasma, plasma/anode et plasma/cathode portent respectivement les indices  $p$ ,  $a$ ,  $c$ ,  $p/a$  et  $p/c$ .

En considérant que les termes sources appartiennent à  $[L^2(\Omega)]^3$ , la formulation faible de l'ensemble des équations présentées par les systèmes (2.81) à (2.86) s'écrit selon les équations suivantes.

Pour les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega_p} (\rho \nabla \cdot \mathbf{u}) p^* d\Omega_p + \int_{\Omega_p} (\mathbf{u} \cdot \nabla \rho) p^* d\Omega_p \\
& \quad + \int_{\Omega_p} (\rho (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u}) \cdot \mathbf{u}^* d\Omega_p \\
& + \int_{\Omega_p} \frac{\mu}{2} \left[ ((\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T) \right] : \left[ ((\nabla \mathbf{u}^*) + (\nabla \mathbf{u}^*)^T) \right] d\Omega_p \\
& \quad - \int_{\Omega_p} \left( \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{u} \right) \nabla \cdot \mathbf{u}^* d\Omega_p - \int_{\Omega_p} p' \nabla \cdot \mathbf{u}^* d\Omega_p \\
& \quad \int_{\Omega_a} (\nabla \cdot \mathbf{u}) p^* d\Omega_a + \int_{\Omega_a} (\rho (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{u}) \cdot \mathbf{u}^* d\Omega_a \\
& + \int_{\Omega_a} \frac{\mu}{2} \left[ ((\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T) \right] : \left[ ((\nabla \mathbf{u}^*) + (\nabla \mathbf{u}^*)^T) \right] d\Omega_a \\
& \quad - \int_{\Omega_a} p'' \nabla \cdot \mathbf{u}^* d\Omega_a - \int_{\Gamma_{p/a}} \frac{\partial \gamma}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{\tau}} \cdot \mathbf{u}^* d\Gamma_{p/a} \\
& \quad - \int_{\Gamma_p} p' \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{n} d\Gamma_p - \int_{\Gamma_p} (\bar{\boldsymbol{\tau}} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{u}^* d\Gamma_p \\
& \quad - \int_{\Gamma_a} p'' \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{n} d\Gamma_a - \int_{\Gamma_a} (\bar{\boldsymbol{\tau}}' \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{u}^* d\Gamma_a \\
& \quad - \int_{\Omega_p} ((-\sigma \nabla \phi) \times \mathbf{B}) \mathbf{u}^* d\Omega_p \\
& - \int_{\Omega_a} ((-\sigma \nabla \phi) \times \mathbf{B} - \rho \beta (T - T_{\text{réf}}) \mathbf{g}) \cdot \mathbf{u}^* d\Omega_a \\
& \quad - \int_{\Omega_a} \left( -c \frac{(1 - f_l)^2}{f_l^3 + b} \mathbf{u} \right) \cdot \mathbf{u}^* d\Omega_a = 0 = R_{up} \quad \forall \mathbf{u}^* \in \mathbb{V}_0 \text{ et } \forall p^* \in \mathbb{V}_0
\end{aligned} \tag{B.1a}$$

Pour l'équation de conservation de l'énergie

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega_p} (\rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T) T^* d\Omega_p + \int_{\Omega_p} (\lambda \nabla T) \cdot (\nabla T^*) d\Omega_p \\
& + \int_{\Omega_a} (\rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T) T^* d\Omega_a + \int_{\Omega_a} (\lambda \nabla T) \cdot (\nabla T^*) d\Omega_a \\
& \quad + \int_{\Omega_c} (\lambda \nabla T) \cdot (\nabla T^*) d\Omega_c \\
& - \int_{\Gamma_{p/c}} (j_i V_i - j_e m \phi_c + j_{\text{cons}} \phi_c - \varepsilon \sigma_B T^4) T^* d\Gamma_{p/c} \\
& \quad - \int_{\Gamma_{p/a}} (|-\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n}| \phi_a - \varepsilon \sigma_B T^4) T^* d\Gamma_{p/a} \\
& - \int_{\Gamma} (\lambda \nabla T \cdot \mathbf{n}) T^* d\Gamma - \int_{\Omega_p} (\sigma \nabla \phi \cdot \nabla \phi) T^* d\Omega_p + \int_{\Omega_p} (4\pi \varepsilon_n) T^* d\Omega_p \\
& \quad - \int_{\Omega_a} (\sigma \nabla \phi \cdot \nabla \phi) T^* d\Omega_a - \int_{\Omega_c} (\sigma \nabla \phi \cdot \nabla \phi) T^* d\Omega_c = 0 = R_T \quad \forall T^* \in \mathbb{V}_0
\end{aligned} \tag{B.2a}$$

Où en particulier,  $j_{em}$  est la densité de courant thermoémis définie au paragraphe 2.4.1 par  $j_{em} = A_r T^2 \exp\left(\frac{-e\phi_e}{k_b T}\right)$ . Celle-ci est introduite explicitement dans la formulation faible précédente parce qu'elle s'écrit en fonction de la température, et est donc facilement linéarisable. Cependant,  $j_{em}$  n'est pas égal à  $j_e$ , la densité de courant électronique utilisée pour le calcul de flux d'énergie thermoïonique ( $j_e \phi_c$ ). C'est pourquoi afin de calculer de manière plus exacte cette contribution et afin d'assurer la conservation du courant total, la densité de courant  $j_{cons}$  est introduite. Celle-ci est définie par :  $j_{cons} = j_{em} - j_c^1$  si  $j_{em} > j_c$  et  $j_{cons} = 0$  sinon. Le courant total est alors conservé car on a :  $j_e + j_i = j_c$  avec  $j_e = j_{em}$  si  $j_c > j_{em}$  et  $j_e = j_c$  sinon (voir paragraphe 2.4).

### Pour la partie électrocinétique

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_c} (\sigma \nabla \phi) \cdot (\nabla \phi^*) d\Omega_c + \int_{\Omega_p} (\sigma \nabla \phi) \cdot (\nabla \phi^*) d\Omega_p \\ + \int_{\Omega_a} (\sigma \nabla \phi) \cdot (\nabla \phi^*) d\Omega_a \\ - \int_{\Gamma} (\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n}) \phi^* d\Gamma = 0 = R_\phi \quad \forall \phi^* \in \mathbb{V}_0 \end{aligned} \quad (\text{B.3a})$$

**Pour la partie magnétostatique** Dans la configuration axisymétrique utilisée, seule la composante azimutale est non nulle. Ainsi, l'équation  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  est automatiquement vérifiée. C'est pourquoi, ce terme est omis de la formulation faible ci-dessous.

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_c} (\nabla \times B_\theta) \cdot (\nabla \times B_\theta^*) d\Omega_c + \int_{\Omega_p} (\nabla \times B_\theta) \cdot (\nabla \times B_\theta^*) d\Omega_p \\ + \int_{\Omega_a} (\nabla \times B_\theta) \cdot (\nabla \times B_\theta^*) d\Omega_a \\ - \int_{\Omega_c} (\mu_0 \mathbf{j}) \cdot (\nabla \times B_\theta^*) d\Omega_c - \int_{\Omega_p} (\mu_0 \mathbf{j}) \cdot (\nabla \times B_\theta^*) d\Omega_p \\ - \int_{\Omega_a} (\mu_0 \mathbf{j}) \cdot (\nabla \times B_\theta^*) d\Omega_a = 0 = R_B \quad \forall B_\theta^* \in \mathbb{V}_0 \end{aligned} \quad (\text{B.4a})$$

## B.2 Linéarisation de la formulation faible

Les formulations faibles des équations de conservation de la quantité de mouvement et de la masse (éq. (B.1)) et de l'énergie (éq. (B.2)) sont linéarisées à l'aide d'une méthode de type Newton approché comme pour le modèle bas Mach (voir paragraphe 3.2.1.3).

$$\left( \frac{\partial R_{up}}{\partial \mathbf{UP}} \right)^n \Delta \mathbf{UP}^{n+1} = -R_{up}^n \quad (\text{B.5a})$$

$$\left( \frac{\partial R_T}{\partial T} \right)^n \Delta T^{n+1} = -R_T^n \quad (\text{B.5b})$$

<sup>1</sup> $j_c$  est la densité de courante totale à la surface cathodique.

$$\text{avec } \Delta \mathbf{UP}^{n+1} = \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{u}^{n+1} \\ \Delta p^{n+1} \\ \Delta p'^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_r^{n+1} - u_r^n \\ u_z^{n+1} - u_z^n \\ p^{n+1} - p^n \\ p'^{n+1} - p'^n \end{pmatrix} \text{ et } \Delta T^{n+1} = T^{n+1} - T^n, \text{ où } n \text{ désigne}$$

le numéro de l'itération précédente.

Puisque les termes de bords sont nuls (voir paragraphe 3.3.3), les matrices tangentes simplifiées sont définies ainsi :

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial R_{up}}{\partial \mathbf{UP}} \right)^n \Delta \mathbf{UP}^{n+1} &= \int_{\Omega_p} (\rho^n \nabla \cdot (\Delta \mathbf{u}^{n+1})) p^* d\Omega_p + \int_{\Omega_p} ((\Delta \mathbf{u}^{n+1}) \cdot \nabla \rho^n) p^* d\Omega_p \\ &+ \int_{\Omega_p} (\rho^n [\nabla (\Delta \mathbf{u}^{n+1})] \mathbf{u}^n) \cdot \mathbf{u}^* d\Omega_p \\ &+ \int_{\Omega_p} \frac{\mu^n}{2} \left[ ((\nabla (\Delta \mathbf{u}^{n+1})) + (\nabla (\Delta \mathbf{u}^{n+1}))^T) \right] : \left[ ((\nabla \mathbf{u}^*) + (\nabla \mathbf{u}^*)^T) \right] d\Omega_p \\ &- \int_{\Omega_p} \left( \frac{2}{3} \mu^n \nabla \cdot (\Delta \mathbf{u}^{n+1}) \right) \nabla \cdot \mathbf{u}^* d\Omega_p - \int_{\Omega_p} (\Delta p'^{n+1}) \nabla \cdot \mathbf{u}^* d\Omega_p \\ &\int_{\Omega_a} (\nabla \cdot (\Delta \mathbf{u}^{n+1})) p^* d\Omega_a + \int_{\Omega_a} (\rho^n [\nabla (\Delta \mathbf{u}^{n+1})] \mathbf{u}^n) \cdot \mathbf{u}^* d\Omega_a \\ &+ \int_{\Omega_a} \frac{\mu^n}{2} \left[ ((\nabla (\Delta \mathbf{u}^{n+1})) + (\nabla (\Delta \mathbf{u}^{n+1}))^T) \right] : \left[ ((\nabla \mathbf{u}^*) + (\nabla \mathbf{u}^*)^T) \right] d\Omega_a \\ &- \int_{\Omega_a} (\Delta p'^{n+1}) \nabla \cdot \mathbf{u}^* d\Omega_a - \int_{\Omega_a} \left( -c \frac{(1-f_l)^2}{f_l^3 + b} (\Delta \mathbf{u}^{n+1}) \right) \cdot \mathbf{u}^* d\Omega_a \end{aligned} \quad (\text{B.6a})$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial R_T}{\partial T} \right)^n \Delta T^{n+1} &= \int_{\Omega_p} (\rho^n C_p^n \mathbf{u}^n \cdot \nabla (\Delta T^{n+1})) T^* d\Omega_p + \int_{\Omega_p} (\lambda^n \nabla (\Delta T^{n+1})) \cdot (\nabla T^*) d\Omega_p \\ &+ \int_{\Omega_a} (\rho^n C_p^n \mathbf{u}^n \cdot \nabla (\Delta T^{n+1})) T^* d\Omega_a + \int_{\Omega_a} (\lambda^n \nabla (\Delta T^{n+1})) \cdot (\nabla T^*) d\Omega_a \\ &+ \int_{\Omega_c} (\lambda^n \nabla (\Delta T^{n+1})) \cdot (\nabla T^*) d\Omega_c \\ &+ \int_{\Gamma_{p/c}} \left( \left[ \left( 2A_r T^n + \frac{e\phi_e}{k_B} \right) \exp \left( \frac{-e\phi_e}{k_B T^2} \right) \phi_c \right] (\Delta T^{n+1}) + 4\varepsilon \sigma_B T^{n3} (\Delta T^{n+1}) \right) T^* d\Gamma_{p/c} \\ &+ \int_{\Gamma_{p/a}} \left( 4\varepsilon \sigma_B T^{n3} (\Delta T^{n+1}) \right) T^* d\Gamma_{p/a} \end{aligned} \quad (\text{B.6b})$$

Les termes à l'itération  $n$  sont traités comme des paramètres dans ces équations.

Aussi, dans les matrices tangentes et résidus des équations de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie précédentes, un décentrement de type SUPG [53] a été introduit uniquement pour les termes convectifs.

Les autres formulations faibles sont exprimées comme suit en fonction des conditions aux limites énoncées au paragraphe 3.3.3. L'objectif est de calculer  $\phi^{n+1}$  et  $B_\theta^{n+1}$ . Pour l'équation sur  $\phi$  on a :

$$\begin{aligned} &\int_{\Omega_c} (\sigma^n \nabla \phi^{n+1}) \cdot (\nabla \phi^*) d\Omega_c + \int_{\Omega_p} (\sigma^n \nabla \phi^{n+1}) \cdot (\nabla \phi^*) d\Omega_p \\ &+ \int_{\Omega_a} (\sigma^n \nabla \phi^{n+1}) \cdot (\nabla \phi^*) d\Omega_a = \int_{EJ} \frac{I}{\pi R_c^2} \phi^* dEJ \end{aligned} \quad (\text{B.7a})$$

L'équation utilisée pour la résolution du problème magnétostatique est :

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega_c} (\nabla \times B_\theta^{n+1}) \cdot (\nabla \times B_\theta^*) \, d\Omega_c + \int_{\Omega_p} (\nabla \times B_\theta^{n+1}) \cdot (\nabla \times B_\theta^*) \, d\Omega_p \\
& + \int_{\Omega_a} (\nabla \times B_\theta^{n+1}) \cdot (\nabla \times B_\theta^*) \, d\Omega_a = + \int_{\Omega_c} (-\mu_0 \sigma^n \nabla \phi^n) \cdot (\nabla \times B_\theta^*) \, d\Omega_c \\
& + \int_{\Omega_p} (-\mu_0 \sigma^n \nabla \phi^n) \cdot (\nabla \times B_\theta^*) \, d\Omega_p + \int_{\Omega_a} (-\mu_0 \sigma^n \nabla \phi^n) \cdot (\nabla \times B_\theta^*) \, d\Omega_a \quad (\text{B.8a})
\end{aligned}$$



## Annexe C

# Construction du modèle de régression linéaire

Dans cette annexe, la méthode employée pour construire un modèle de régression linéaire à partir d'une matrice de calcul des effets (Goupy [28]) est présentée. Aussi, l'analyse des variances (Poirier [61]) pour trouver la contribution des facteurs est résumée.

### C.1 Définition de la matrice d'expériences

Les différents essais du plan d'expériences vu au paragraphe 5.1.1 sont répertoriés dans le tableau C.1. La matrice de calcul des effets correspondante est présentée dans le

Essais	I (A)	$\alpha(^{\circ})$	$h_{arc}(mm)$
I150 $\alpha$ 60h5	150	60	5
I150 $\alpha$ 30h5	150	30	5
I100 $\alpha$ 30h5	100	30	5
I100 $\alpha$ 60h5	100	60	5
I150 $\alpha$ 60h3	150	60	3
I150 $\alpha$ 30h3	150	30	3
I100 $\alpha$ 30h3	100	30	3
I100 $\alpha$ 60h3	100	60	3

TAB. C.1 – Définition des différents essais à réaliser.

tableau C.2. Le signe - représente la valeur basse et le signe + la valeur haute d'un facteur. L'analyse des résultats permet d'étudier les effets des trois paramètres de soudage testés ainsi que leurs effets conjoints. La prise en compte de la moyenne des effets est faite en ajoutant une colonne de signes + dans cette matrice [28]. Aussi, le signe d'une interaction entre plusieurs facteurs est égal au signe du produit des facteurs pris un à un.

		Variables centrées			Produits des variables centrées			
essai	Moy.	$X_I$	$X_\alpha$	$X_{harc}$	$X_I X_\alpha$	$X_I X_{harc}$	$X_\alpha X_{harc}$	$X_I X_\alpha X_{harc}$
I150 $\alpha$ 60h5	+	+	+	+	+	+	+	+
I150 $\alpha$ 30h5	+	+	-	+	-	+	-	-
I100 $\alpha$ 30h5	+	-	-	+	+	-	-	+
I100 $\alpha$ 60h5	+	-	+	+	-	-	+	-
I150 $\alpha$ 60h3	+	+	+	-	+	-	-	-
I150 $\alpha$ 30h3	+	+	-	-	-	-	+	+
I100 $\alpha$ 30h3	+	-	-	-	+	+	+	-
I100 $\alpha$ 60h3	+	-	+	-	-	+	-	+

TAB. C.2 – Matrice de calcul des effets.

## C.2 Construction du modèle de régression

Le modèle mathématique est un polynôme prenant en compte la moyenne, les effets de chaque facteur et toutes les interactions entre les facteurs pris deux à deux, et trois à trois. L'expression de ce polynôme est donnée par l'équation (5.1). Le plan factoriel complet de 3 facteurs à 2 niveaux choisi, comporte  $2^3$  points, issus de calculs numériques et expérimentaux dans notre cas. Le modèle mathématique contient  $2^3$  coefficients qui sont les inconnues que nous cherchons pour évaluer les effets des facteurs. L'ensemble du plan conduit donc à un système de  $2^3$  équations à  $2^3$  inconnues. Ce système peut se mettre sous la forme matricielle :

$$\mathbf{y} = \mathcal{Z}\mathbf{a} \quad (\text{C.1})$$

Où  $\mathbf{y}$  est un vecteur ayant pour composantes les réponses de chaque essai et est représenté par une matrice colonne  $(2^3, 1)$ .  $\mathbf{a}$  est un vecteur ayant pour composantes la moyenne des effets, les effets des facteurs et de toutes les interactions. Il est représenté par une matrice colonne  $(2^3, 1)$ . Ces composantes sont les inconnues que l'on cherche à déterminer. Enfin,  $\mathcal{Z}$  est une matrice carrée  $(2^3, 2^3)$  composée de  $-1$  et  $+1$  suivant les valeurs des niveaux. Dans notre cas cette matrice  $\mathcal{Z}$ , qui correspond à la matrice de calcul des effets définie par le tableau C.2, a la forme suivante :

$$\mathcal{Z} = \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & -1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 \end{bmatrix}$$

La matrice  $\mathcal{Z}$  étant orthogonale, si on multiplie deux quelconques de ces huit colonnes et que l'on additionne les produits, on trouve zéro. Cette propriété est très importante car, dans ce cas, l'inverse de  $\mathcal{Z}$  est égale à la transposée de  $\mathcal{Z}$  divisée par le nombre de lignes  $n$ . En effet, on a pour ce type de matrice, la relation suivante [28] :

$$\mathcal{Z}^T \mathcal{Z} = n\mathcal{I} \quad (\text{C.2})$$

avec  $n$  égal à 8 et  $\mathcal{I}$  représentant la matrice unité.

L'inversion de cette matrice  $\mathcal{Z}$  se réduit alors à la transposition de  $\mathcal{Z}$ . Le calcul de l'inconnue  $\mathbf{a}$  s'effectue à partir de l'équation (C.1) et en tenant compte de l'équation (C.2).

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}^T \mathbf{y} &= \mathcal{Z}^T \mathcal{Z} \mathbf{a} \\ \mathcal{Z}^T \mathbf{y} &= n\mathcal{I} \mathbf{a} \\ \mathbf{a} &= \frac{1}{n} \mathcal{Z}^T \mathbf{y} \end{aligned}$$

Cette relation est valable pour tous les plans factoriels complets. Chaque élément de  $\mathbf{a}$  est donc de la forme :

$$a_i = \frac{1}{n} [\pm y_1 \pm y_2 \pm \dots \pm y_n] \quad (\text{C.3})$$

Pour chaque variable de sortie étudiée, on calcule les effets des différents facteurs, ainsi que leurs interactions.

### C.3 Calcul de la contribution des facteurs

Les valeurs des réponses trouvées sont analysées au travers du calcul de la contribution des facteurs [61]. Celle-ci, notée  $S_c$ , est définie ainsi :

$$S_c = \frac{Se_x}{Se_t} \quad (\text{C.4})$$

avec  $Se_x$  la somme des écarts associée au facteur  $x$  et  $Se_t$  est la somme des carrés des écarts totale :  $Se_t = \sum Se_x$ .

Pour un facteur  $f$ , la somme des écarts vaut :

$$Se_x = Se_f = \alpha_f \sum_{i=1}^{n_f} (\bar{y}_i - \bar{y})^2 \quad (\text{C.5})$$

avec :

- $\bar{y} = \sum_{i=1}^N y_i$  la moyenne des réponses avec  $N$  le nombre total d'expériences ;
- $\alpha_f = \frac{N}{n_f}$  le nombre d'expériences pour lesquelles le facteur  $f$  prend un de ses  $n_f$  niveaux ;
- $\bar{y}_i$  la moyenne des réponses observées pour les expériences où le facteur  $f$  prend son  $i^{\text{ème}}$  niveau.

Pour les interactions mettant en jeu les facteurs  $f$  et  $g$ , la somme des carrés des écarts vaut :

$$Se_x = Se_{fg} = \alpha_{fg} \sum_{i=1}^{n_f} \sum_{j=1}^{n_g} (\bar{y}_{ij} - \bar{y}_i - \bar{y}_j + \bar{y})^2 \quad (\text{C.6})$$

où :

- $\alpha_{fg} = \frac{N}{n_f n_g}$  est le nombre d'expériences pour lesquelles le facteur  $f$  prend un de ses  $n_f$  niveaux et lorsque le facteur  $g$  adopte un de ses  $n_g$  niveaux ;
- $\bar{y}_{ij}$  est la moyenne des réponses observées pour les expériences où le facteur  $f$  prend son  $i^{\text{ème}}$  niveau, et où le facteur  $g$  prend son  $j^{\text{ème}}$  niveau.

## Annexe D

# Résultats expérimentaux et numériques pour la configuration TIG spot

### D.1 Températures et tensions mesurées

Les mesures des thermocouples prises à un temps de 10 min de soudage sont répertoriées pour les différents essais dans les tableaux D.1 et D.2 (voir figure 5.2 pour la position des différents thermocouples). Le tableau D.3 liste les tensions d'arc mesurées.

### D.2 Les coupes macrographiques

Les coupes macrographiques pour les essais TIG spot du plan d'expériences sont présentées sur la figure D.1.

### D.3 Comparaison expérimentale et numérique des géométries de bains de soudage obtenues

Les figures D.2 et D.3 montrent une comparaison des géométries de bain de soudage obtenues expérimentalement et numériquement pour chacun des essais TIG spot réalisé.

Essais	T1 (°C)	T2 (°C)	T3 (°C)	T4 (°C)	T5 (°C)	T6 (°C)
I150α60h5	1022	999	910	573	254	162
I150α30h5	1030	989	917	531	256	164
I100α30h5	789	762	699	426	181	110
I100α60h5	792	765	707	427	185	110
I150α60h3	948	922	842	498	224	145
I150α30h3	997	951	883	523	235	146
I100α30h3	754	729	659	393	164	104
I100α60h3	765	735	666	402	173	109
I125α45h4	886	862	782	474	217	137

TAB. D.1 – Températures (°C) mesurées par les thermocouples T1 à T6 à 10 min pour chaque essai TIG spot.

Essais	T7 (°C)	T8 (°C)	T9 (°C)	T10 (°C)
I150a60h5	150	149	896	dysfonctionnement
I150a30h5	146	146	889	643
I100a30h5	101	101	685	485
I100a60h5	102	101	663	482
I150a60h3	133	133	775	550
I150a30h3	134	134	822	601
I100a30h3	95	94	635	439
I100a60h3	101	100	631	455
I125a45h4	123	121	747	542

TAB. D.2 – Températures (°C) mesurées par les thermocouples T7 à T10 à 10 min pour chaque essai TIG spot.

Essais	Tension (V)
I150 $\alpha$ 60h5	10,37
I150 $\alpha$ 30h5	11,05
I100 $\alpha$ 30h5	10
I100 $\alpha$ 60h5	10,14
I150 $\alpha$ 60h3	7,83
I150 $\alpha$ 30h3	8,47
I100 $\alpha$ 30h3	8,78
I100 $\alpha$ 60h3	8,93
I125 $\alpha$ 45h4	9,29

TAB. D.3 – Tensions de l'arc (V) à 10 min pour chaque essai TIG spot.

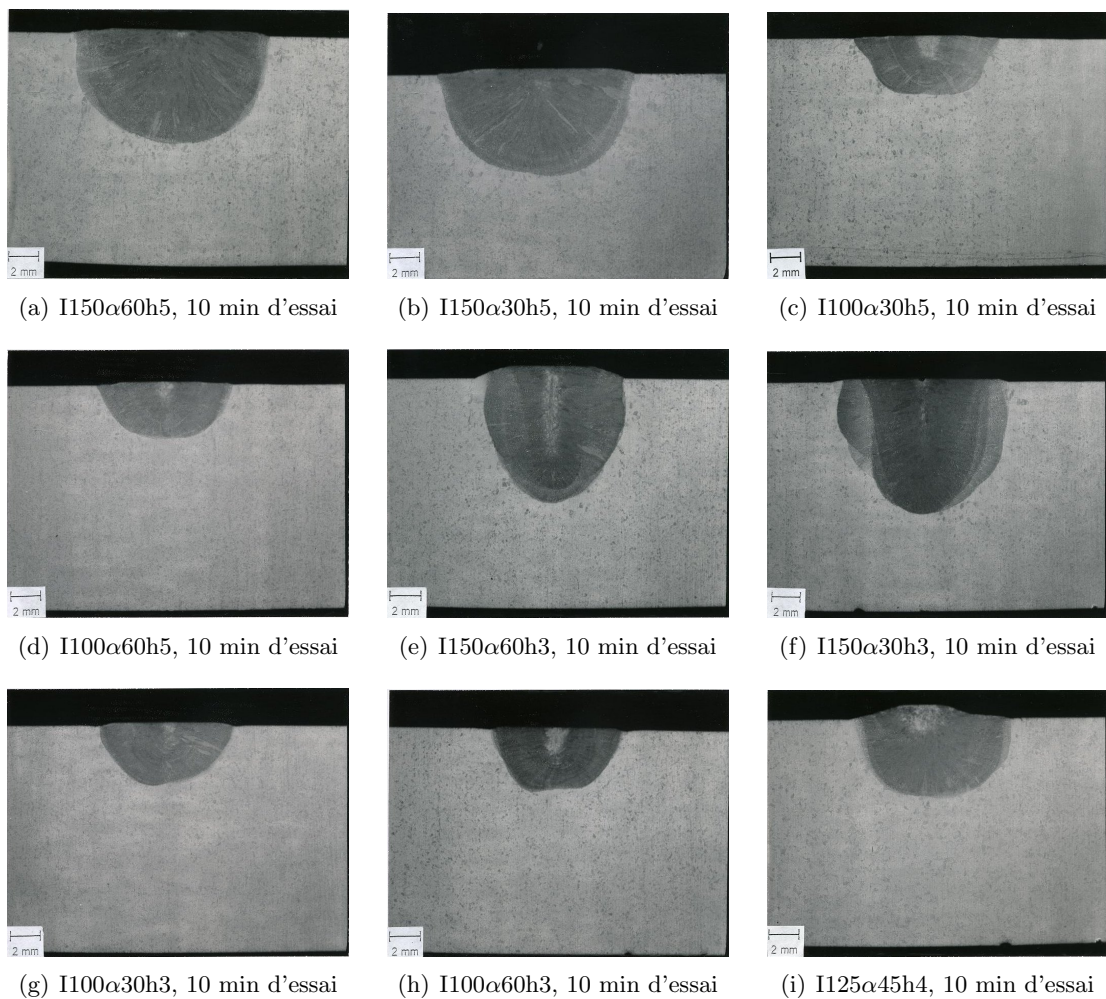
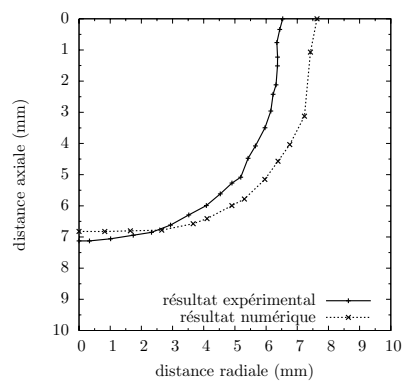
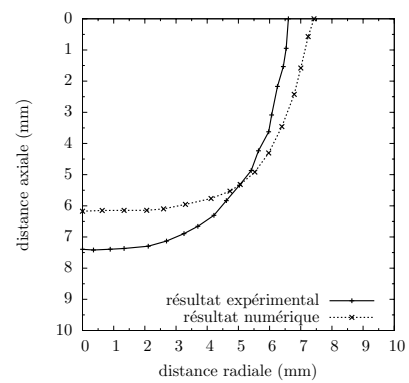


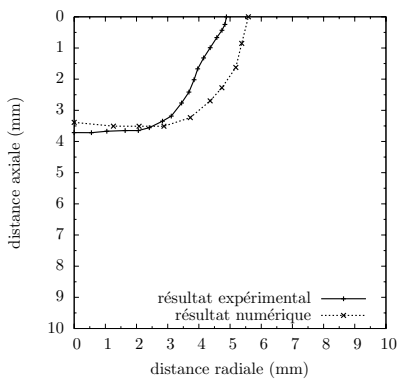
FIG. D.1 – Macrographies des essais TIG spot. Certaines surfaces supérieures ont été limées afin d'enlever la bosse causée par l'extinction de l'arc.



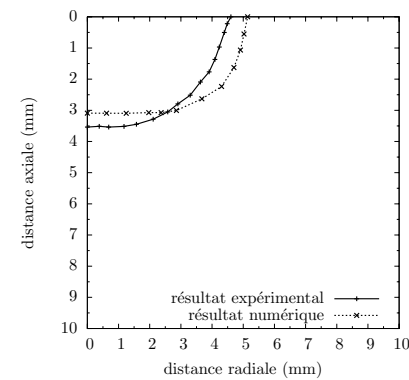
(a) I150α60h5



(b) I150α30h5



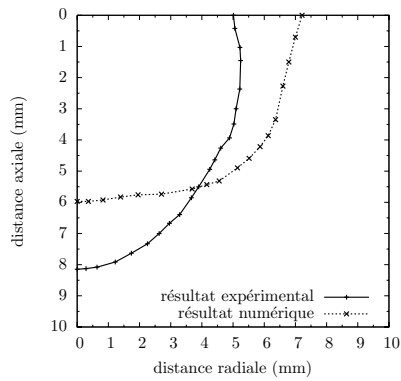
(c) I100α30h5



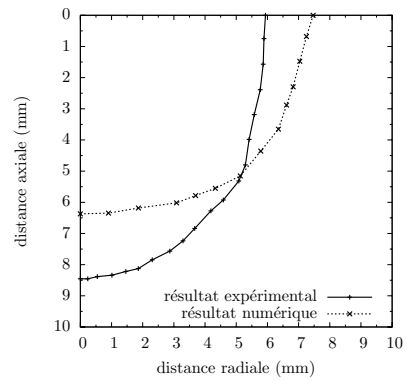
(d) I100α60h5

FIG. D.2 – Comparaisons des géométries de bain de soudage obtenues expérimentalement et numériquement. Les géométries présentées ont été approchées par une fonction de points reliés linéairement entre eux.

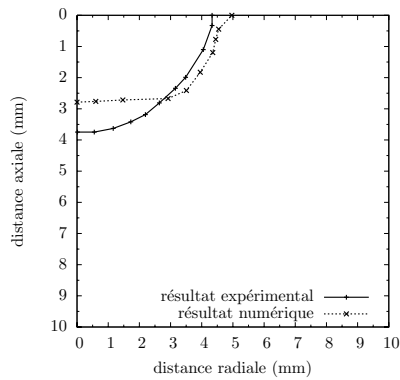




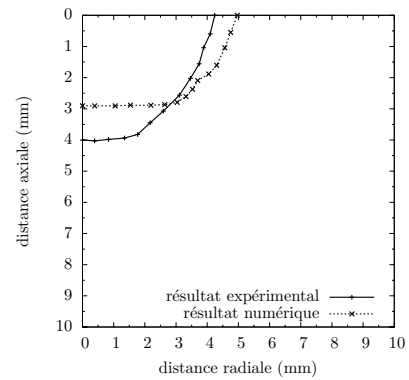
(a) I150 $\alpha$ 60h3



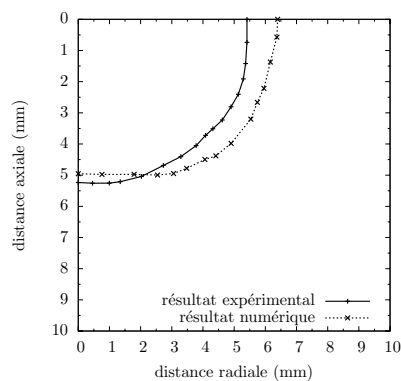
(b) I150 $\alpha$ 30h3



(c) I100 $\alpha$ 30h3



(d) I100 $\alpha$ 30h3



(e) I125 $\alpha$ 45h4

FIG. D.3 – Comparaisons des géométries de bain de soudage obtenues expérimentalement et numériquement. Les géométries présentées ont été approchées par une fonction de points reliés linéairement entre eux.