

Prise en compte de la condition de stabilité dans Cast3M

- Contexte et intérêt
- Difficultés du problème
- Méthode des contraintes initiales
- Accélération de convergence
- Implantation dans Cast3M
- Exemple de calcul
- Conclusion et perspectives

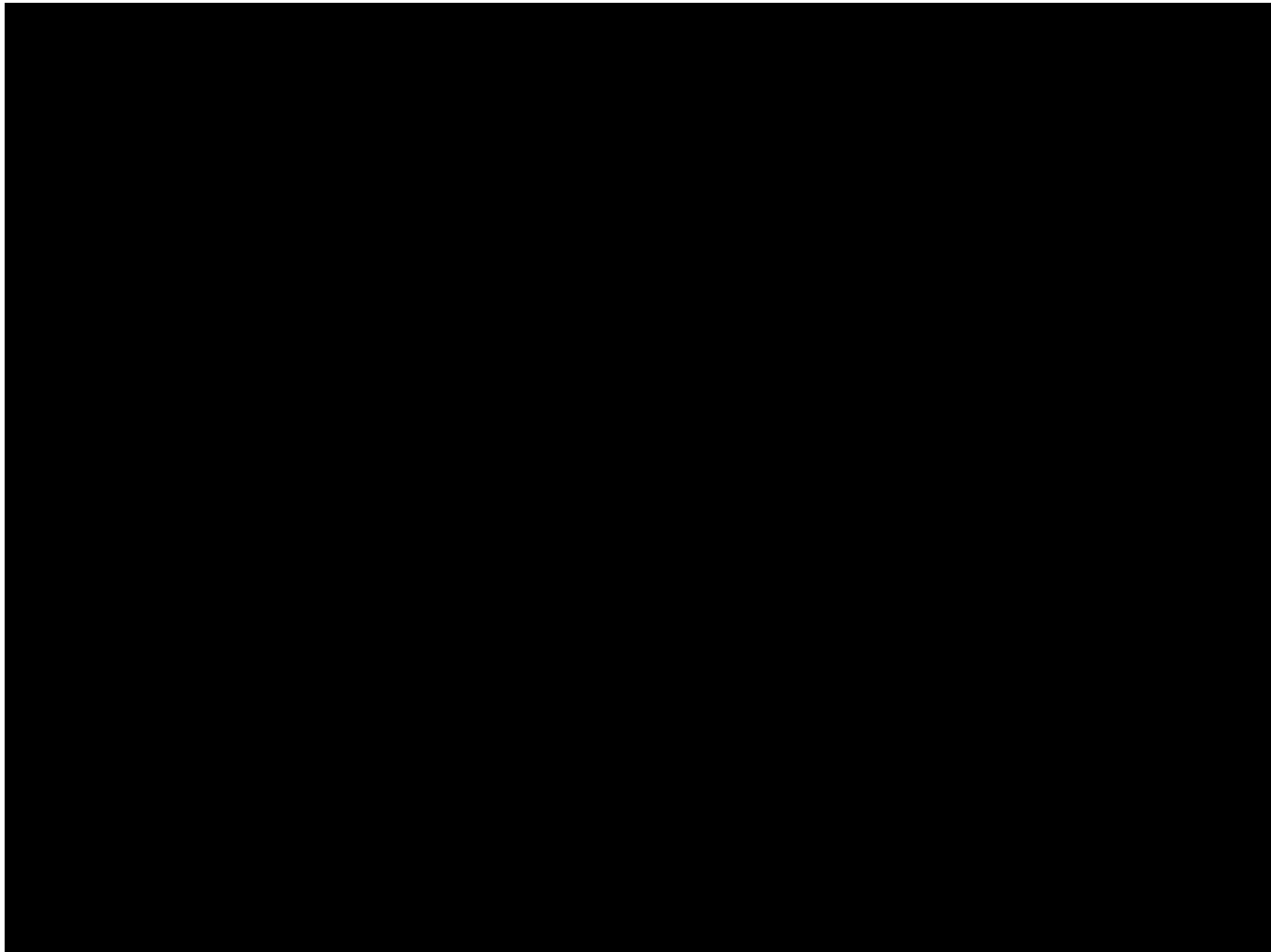
Contexte au CEA

- Etudes de sûreté, analyses limites, chargements ultimes
- Sollicitation des structures jusqu'à la perte de toute résistance mécanique

Problématique

- Instabilités, écrouissage négatif, flambages locaux
- Récupération de la stabilité après un saut de déplacements

Un problème physique



Difficultés du problème

- Très mauvais conditionnement de la raideur tangente, quasi-indétermination en rotation
- Passage d'instabilités, pas de contrôle possible, perte d'unicité
- Pas de garantie de trouver la solution physique
- Quelle est la solution physique?

Equilibre en quasi-statique

- Structure S , conditions aux limites Cl , comportement $Comp$, état initial U_0 au repos, chargement F_{ext}
- On cherche l'état tel que :
- $F_{ext} - B \sigma = 0$ Équilibre
- $\sigma = Comp(\varepsilon)$ Comportement
- $dF.dU > 0$ Stabilité

Stabilité

- Plusieurs écritures possibles
 - $DF \cdot dU > 0$
 - $Df = K_t dU \quad K_t > 0$
 - K_t peut être négatif à cause de :
 - Comportement, CL
 - Non linéarité géométrique K_σ
 - Perte d'unicité de la solution

Non linéarités géométriques

- Lagrangien réactualisé
- Terme non linéaire dans le calcul des déformations
- Transport des contraintes initiales
- Intégration sur la configuration finale

Raideur tangente

- Raideur élastique + raideur transport des contraintes initiales

- Travail des contraintes dans une transformation u

$$\varepsilon = \varepsilon_L + \varepsilon_{NL}$$

$$dW = \int_{\Omega} \sigma d\varepsilon = (F_0 + F)dq \quad \sigma = \sigma_0 + D(\varepsilon_L + \varepsilon_{NL})$$

$$dW = \int (\sigma_0 + D(\varepsilon_L + \varepsilon_{NL})) (d\varepsilon_L + d\varepsilon_{NL}) = (F_0 + F)dq$$

$$dW \approx \int \sigma_0 d\varepsilon_L + \int D\varepsilon_L d\varepsilon_L + \int \sigma_0 d\varepsilon_{NL}$$

$$dqF_0$$

$$dqKq$$

$$dqK_{sig}q$$

$$\varepsilon_{ijNL} = \frac{1}{2} \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \quad d\varepsilon_{NL} = \frac{1}{2} d\left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i}\right) \frac{\partial u_k}{\partial x_j} + \frac{1}{2} d\left(\frac{\partial u_k}{\partial x_j}\right) \frac{\partial u_k}{\partial x_i}$$

Non linéaire géométrique

$$dqK_{sig}q = \int \sigma_0 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial du}{\partial x}$$

$$u = \sum N_i q_i \quad du = N dq$$

$$\frac{\partial du}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial x} dq \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial x} q$$

$$dqK_{sig}q = dq \left(\int_{\Omega} \sigma_0 \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial N}{\partial y} \right) q$$

Contraintes initiales

- Déplacement U
- → Déformations ε
- → Contraintes σ (avec le comportement)
- → Forces nodales équivalentes : $F = B \sigma$
- → Actualisation forces extérieures et CL
- → Résidu $R = F - F_{\text{ext}} - F_{\text{react}}$
- → Incrément déplacement $\Delta U = O^{-1} R$
- On itère

Contraintes initiales (convergence)

$$\left| \frac{U_{n+1} - U_e}{U_n - U_e} \right| < 1$$

- $\mathbf{K} = \mathbf{K}_{\text{elas}} + \mathbf{K}_{\text{sig}}$
- $U_{n+1} = U_n + \mathbf{O}^{-1}(\mathbf{F}_{\text{ext}} - \mathbf{K}(U_n))$
- $\mathbf{F}_{\text{ext}} = \mathbf{K}(U_e)$
- $U_{n+1} = U_n + \mathbf{O}^{-1} \mathbf{K}'(U_e - U_n)$
- $U_{n+1} - U_e = (\mathbf{I} - \mathbf{O}^{-1} \mathbf{K}') (U_n - U_e)$

Convergence (suite)

- $-1 < O^{-1} K' < 1$
- $0 < O^{-1} K' < 2$
- Problème : K' change pendant les itérations (raideur tangente) à cause du changement de la géométrie
- Si $O^{-1}K'$ petit convergence lente
- $O = K'$ donne la meilleure convergence

Remarque

- Si O n'est pas positif:
 - $\Delta U R$ négatif éventuellement
 - Vérifie l'équilibre mais pas le bon sens
- **→** O doit être positif
- $O = K_{\text{comp}} + K_{\text{sigm}} + K_{\text{augm}}$

Accélération de convergence

- O non optimal
 - Coût de la résolution
 - Contrainte de positivité
 - Variation de K^T dans le pas
- ➔ Accélération de convergence
 - Raideur tangente constante

Raideur tangente constante

- Recherche sur sous espace
- Les itérations définissent des couples (U_i, R_i) vérifiant l'équilibre : $F_{\text{ext}} - F_{\text{int}} = R_i$
- Supposons l'existence opérateur tangent T
- $R_i - R_j = T (U_i - U_j)$

Raideur tangente constante - 2

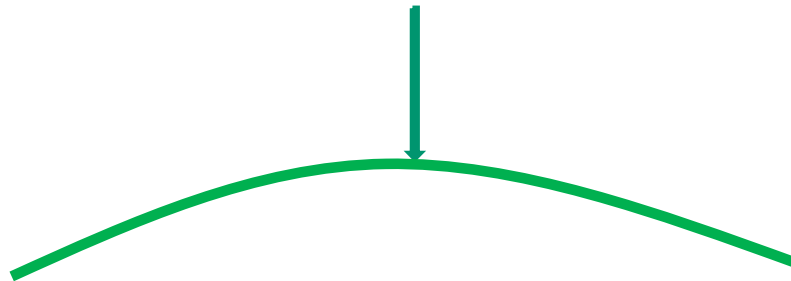
- $U = U_n + \sum \lambda_i (U_i - U_n)$
- $R = R_n + \sum \lambda_i (R_i - R_n)$
- Minimisation de R^2 (autres normes possibles)
- $R \partial R / \partial \lambda_k = 0$
- $(R_n + \sum \lambda_i (R_i - R_n)) R_k = 0$
- Résolution système linéaire $\rightarrow \lambda_i$
- continuer avec le nouveau U

Raideur tangente constante - 3

- Dans Cast3m accélération tous les 2 pas avec 4 itérés. Compromis stabilité vitesse.
- Correction direction de l'incrément
- En fait on accélère les forces (conditions unilatérales)
- Calcul une projection de T sur le sous-espace engendré par les itérés

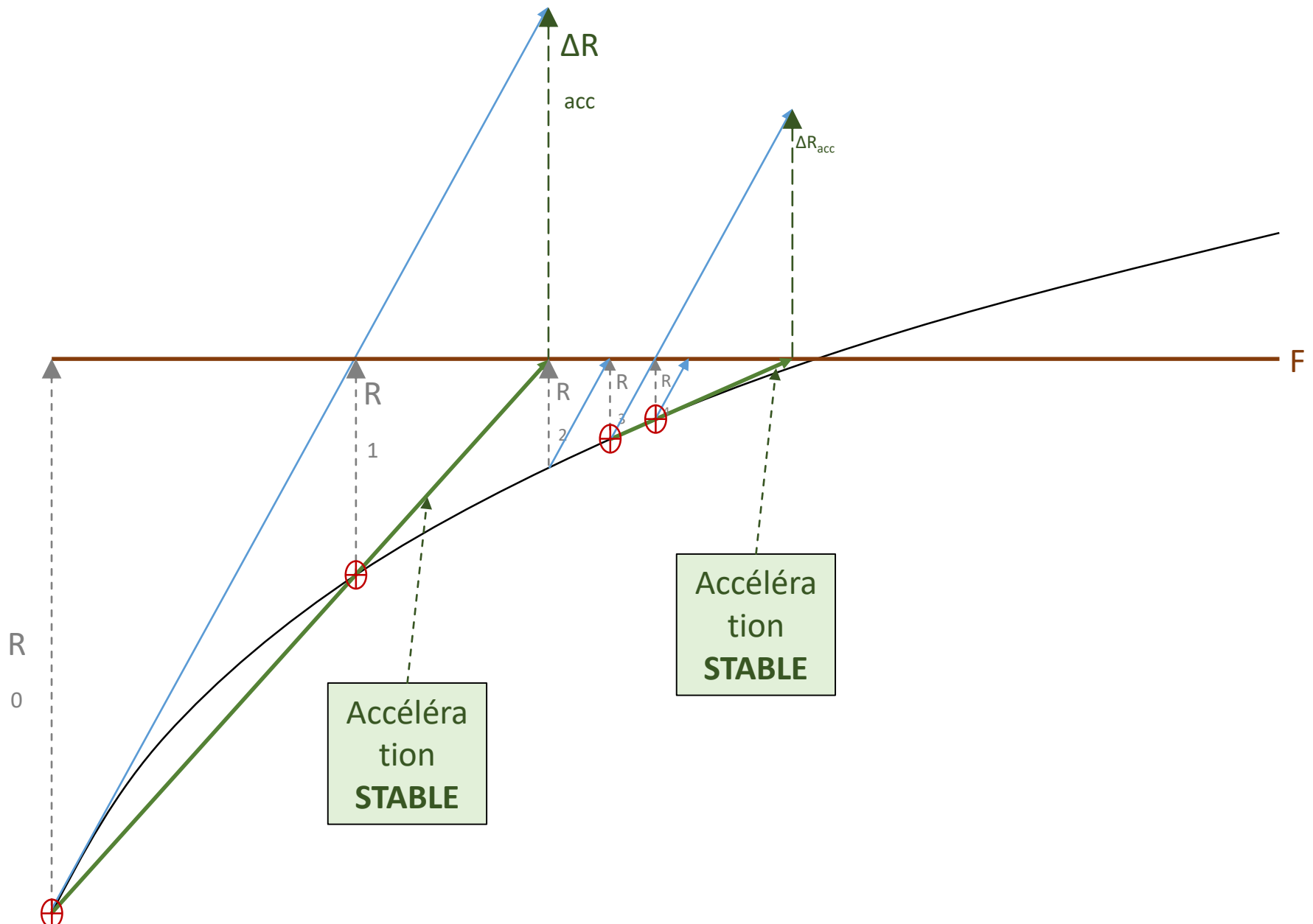
Illustration

- Exemple du retournement de fond

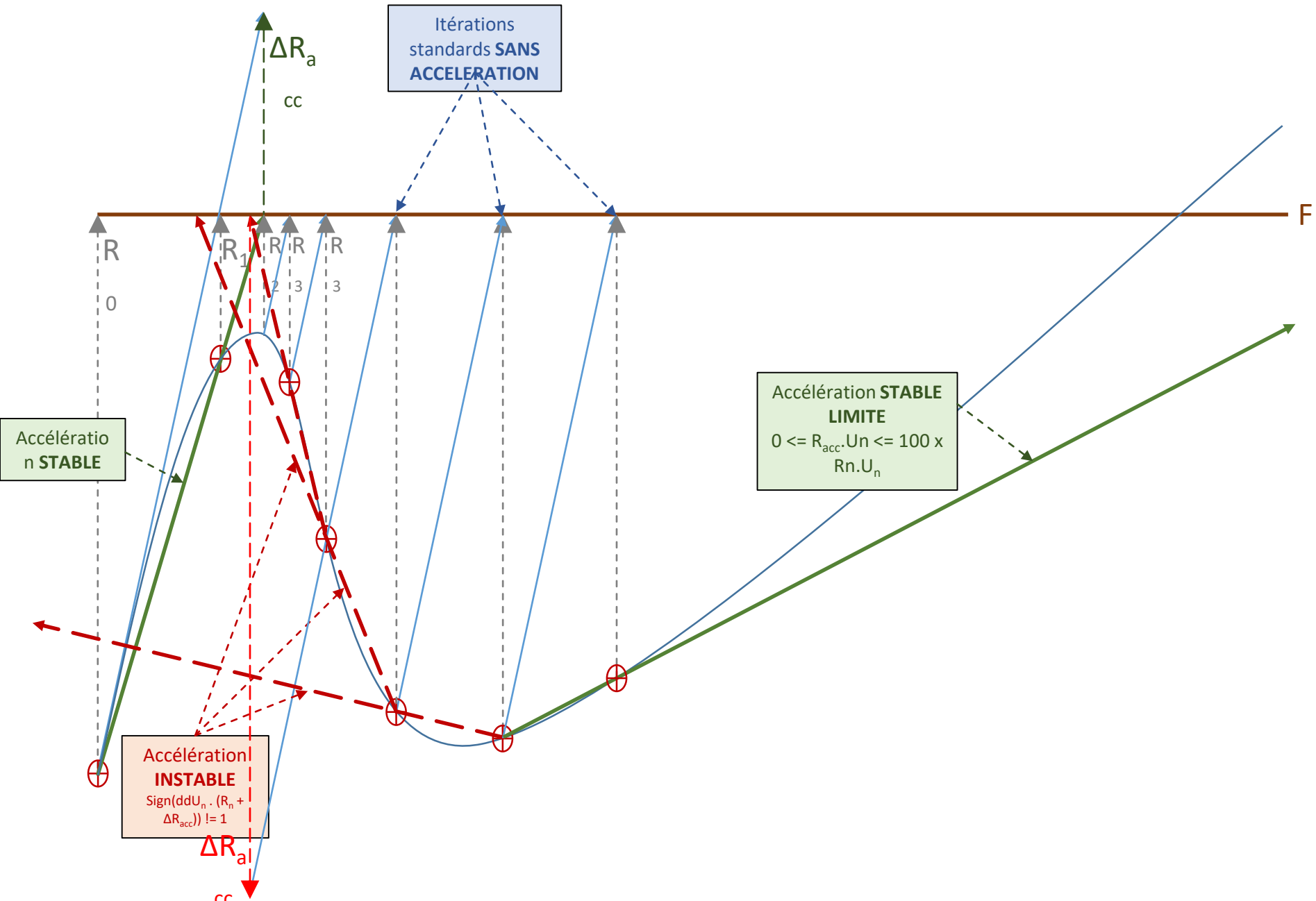


- Courbe charge déplacement non monotone
- Équilibre instable le long de la branche descendante

Cas 1 : Raideur Sécante POSITIVE



Cas 2 : Raideur Sécante NON POSITIVE



Contraintes initiales modifié

- Nouvel algorithme dans Cast3M:
 - Actualisation géométrie
 - Actualisation contact
 - Déséquilibre R
 - Calcul $O = K_{elas} + K_{sigm}$
 - Si O non positif augmentation de O par K_{augm}

Boucle interne

- Répéter
 - Calcul $\Delta U = \mathbf{O}^{-1}\mathbf{R}$
 - Calcul $\Delta U_{\text{accéléré}}$ par accélération de convergence
 - Comparer signe $\Delta F \Delta U_{\text{accéléré}}$ et $\Delta F \Delta U$
 - Si identique $\Delta U = \Delta U_{\text{accéléré}}$
 - Calcul $\mathbf{R} = \mathbf{B}\sigma - \mathbf{F}_{\text{ext}} - \mathbf{F}_{\text{react}}$
 - Si K_{augm} non nul test non convergence
 - Fin itérations si test ok
 - Si K_{augm} nul test convergence
 - Sortie si test ok
- Fin Répéter

Convergence contraintes initiales

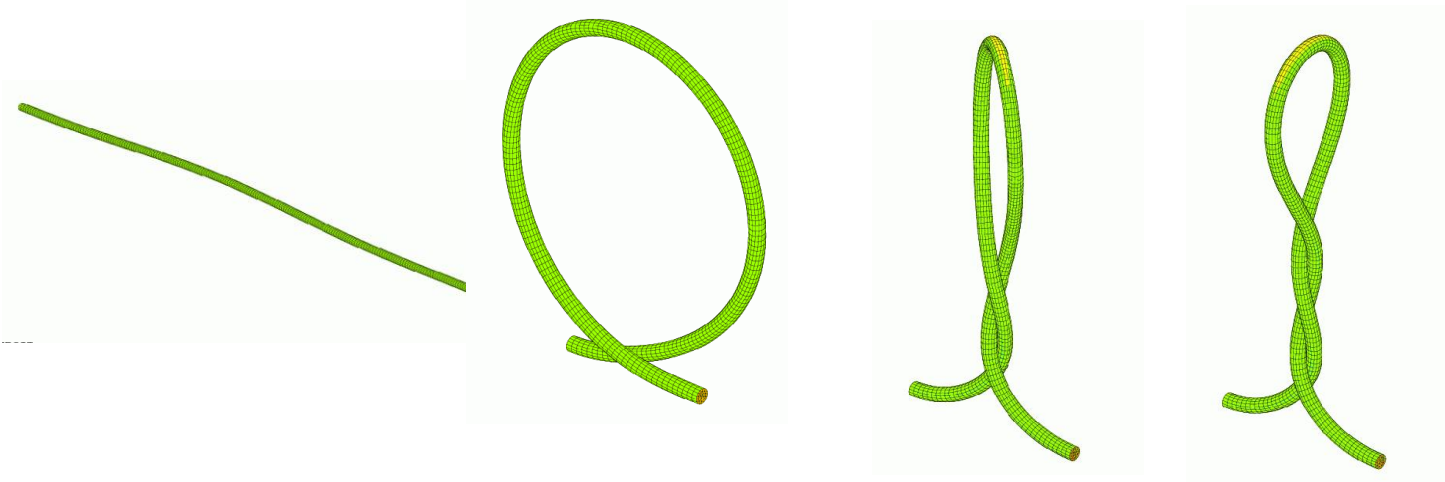
- $K^T > 0$
 - Compte tenu des contacts actifs
- $B\sigma - F_{\text{ext}} - F_{\text{react}}$ petit
- Stationnarité des itérations

Corde élastique

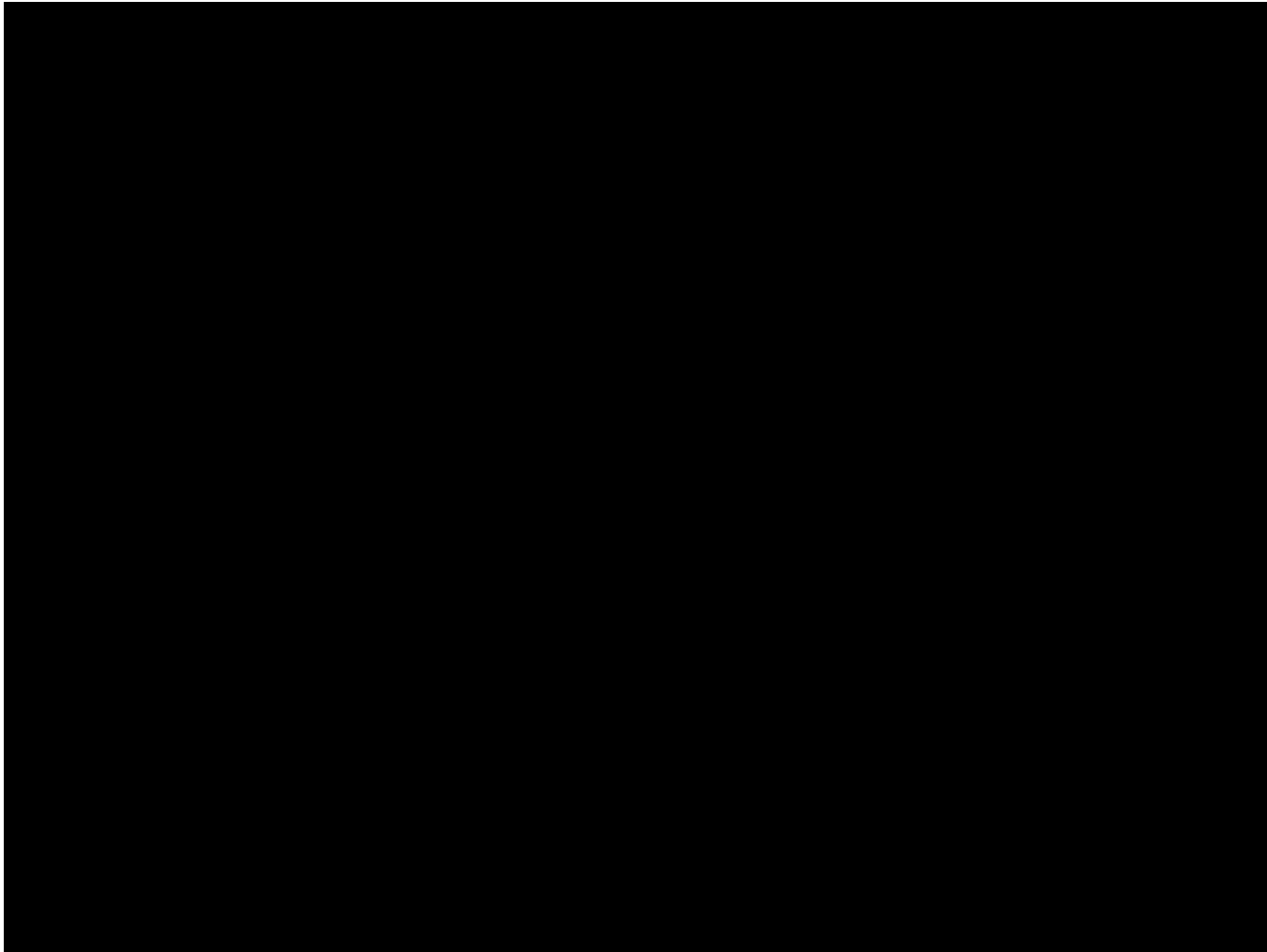
- Longueur 10^{-1} dans la direction UX
- Rayon $1.414 \cdot 10^{-3}$
- Young indifférent
- NU 0.35
- UX UY UZ bloqué sur extrémité 1
- UY UZ bloqué sur extrémité 2
- Chargement rotation imposée extrémité 2
- 200 pas par tour
- Élément prisme à 6 noeuds

Résultat corde

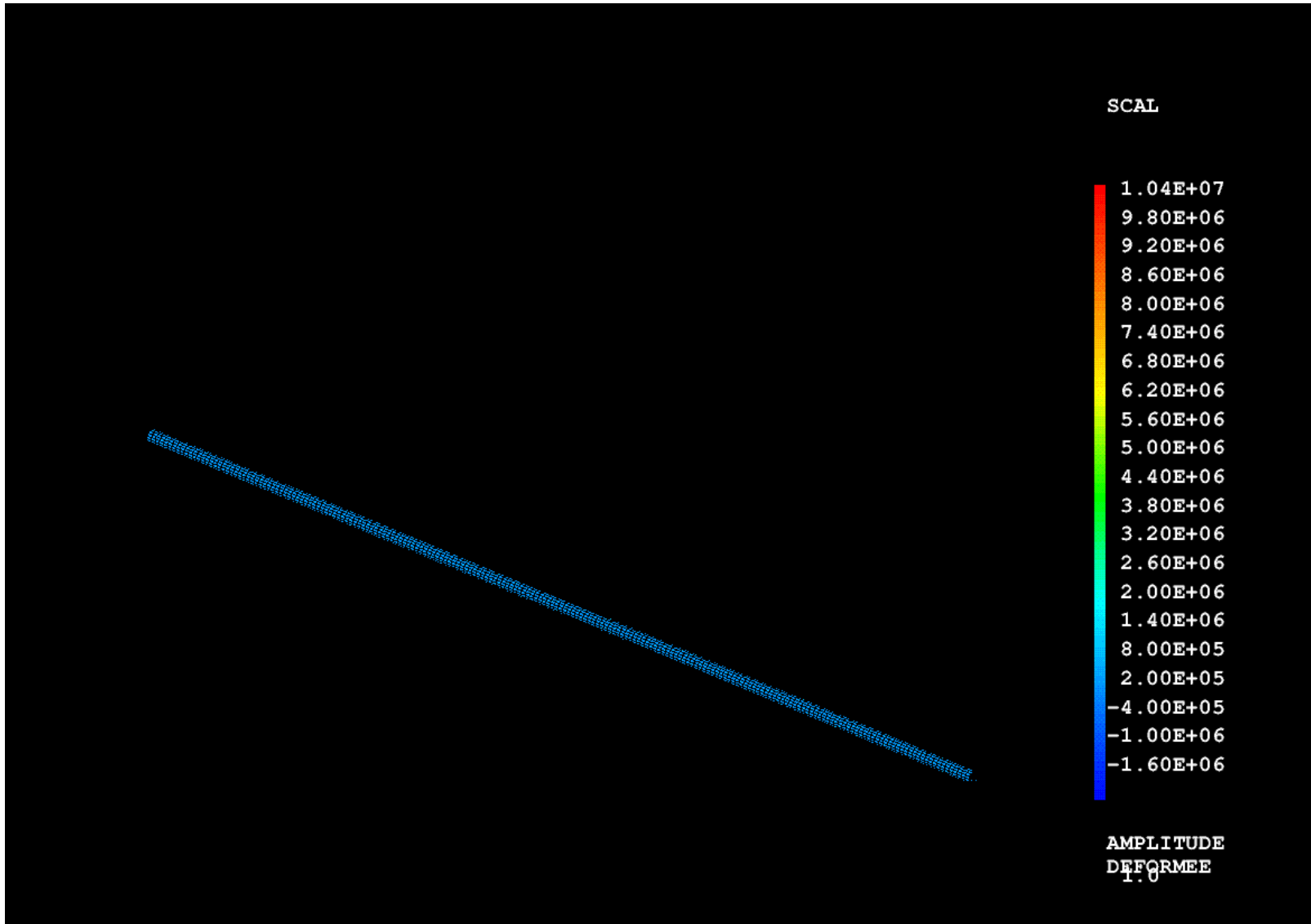
- Flambage initial vers 2,8 tours
- Succession d'instabilités entre des états stables.
- Fin (provisoire) du calcul vers 3,2 tours



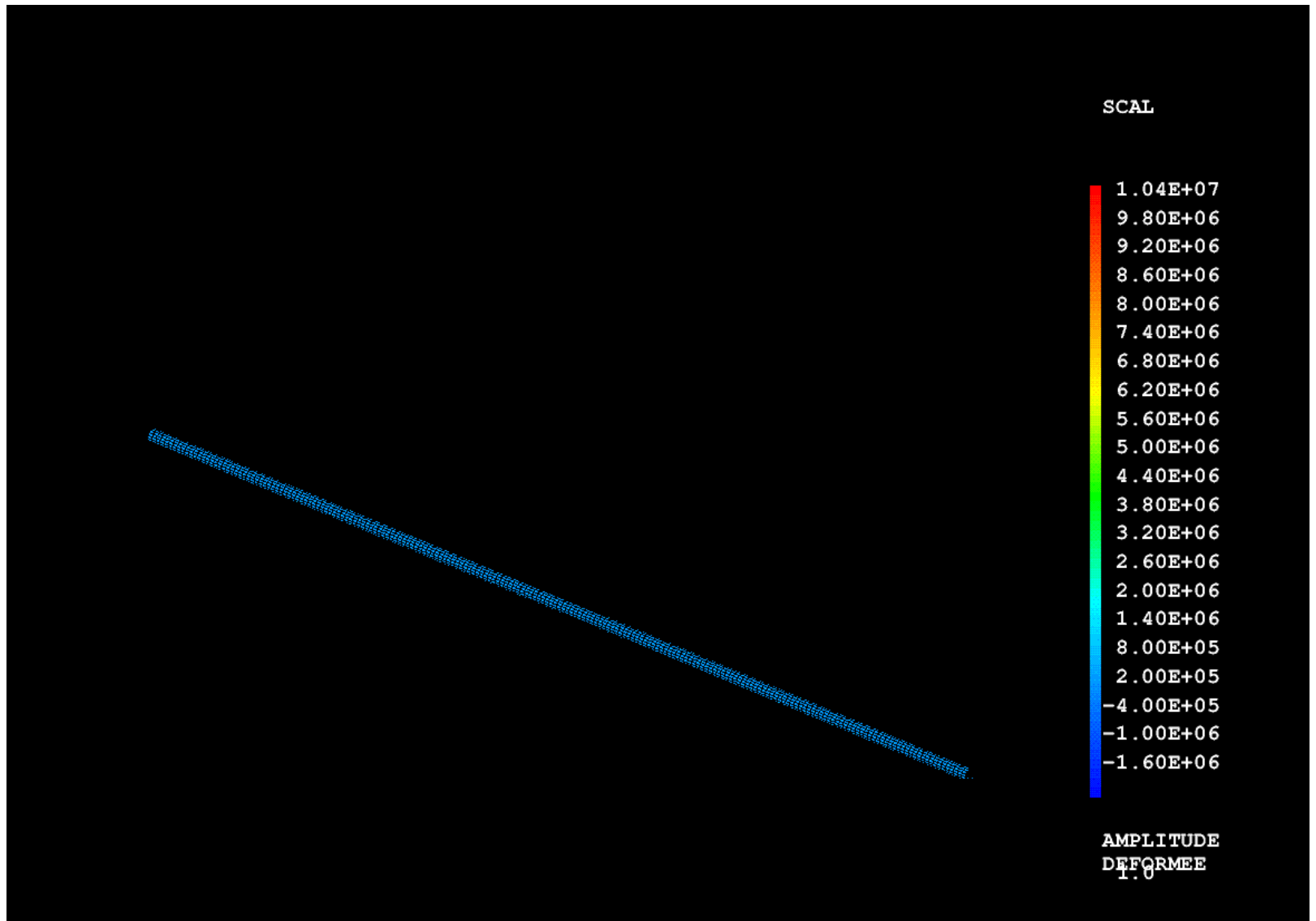
Résultats



Equilibre



Dynamique



Dans PASAPAS

- STABILITE: test de stabilité.
 - Vrai par défaut
 - Mettre à Faux si problème physique non positif
- AUGMENTATION_AUTOMATIQUE
 - Faux par défaut
 - Mettre à Vrai si incrément de déformation non infinitésimal
- K_SIGMA
 - Faux par défaut
 - Mettre à vrai si recherche de point limite

Conclusion

- Désactivation automatique de l'accélération de convergence si instabilité détectée
- Possibilité dans Cast3M (2022) de traiter les passages d'instabilités et les problèmes à raideur tangente nulle
- Développement réalisé entièrement en langage de données de Cast3M, utilisation des opérateurs existants