DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE

Analyse de bifurcations en dynamique non-linéaire avec CAST3M

Roberto ALCORTA

Doctorant
Laboratoire d'Études de Dynamique
CEA de Saclay - DEN/DANS/DM2S/SEMT/DYN

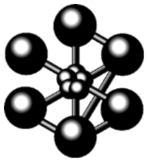
Club CAST3M 2019
Paris, 29/11

www.cea.fr

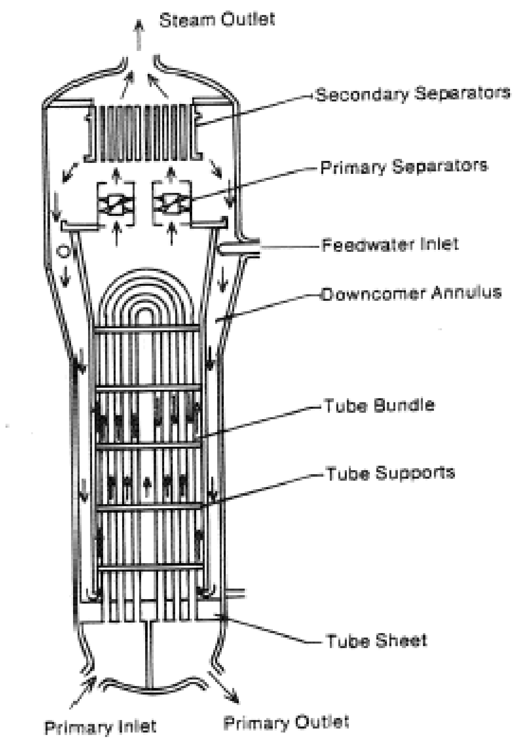
Motivation

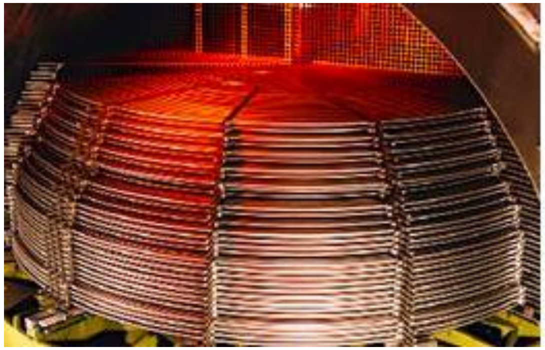
Vibrations des tubes de GV (échangeurs de chaleur pour réacteurs nucléaires) sous écoulement à haute vitesse:

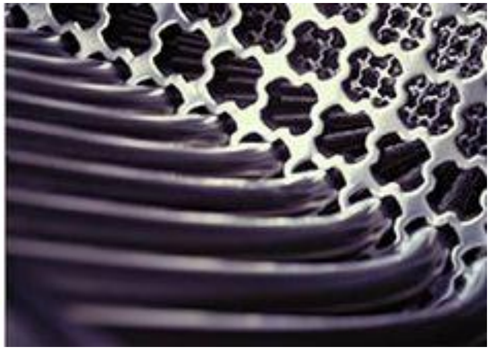
- Caractère multi-physique.
- Conditions aux limites de contact frottant ⇒ problème fortement non-linéaire.
- Grand nombre de DDL.
- Présence de bifurcations. ☹



☺







Motivation

Vibrations des tubes de GV (échangeurs de chaleur pour réacteurs nucléaires) sous écoulement à haute vitesse:

- Caractère multi-physique.
- Conditions aux limites de contact frottant ⇒ problème fortement non-linéaire.
- Grand nombre de DDL.
- Présence de bifurcations.

OBJECTIF

Développer un opérateur CAST3M permettant l'étude des bifurcations pour les problèmes de vibrations non-linéaires.

Plan de l'exposé

1. **Vibrations non-linéaires**
2. **Méthodes numériques**
3. **Implémentation CAST3M**
4. **Exemples**
5. **Perspectives**

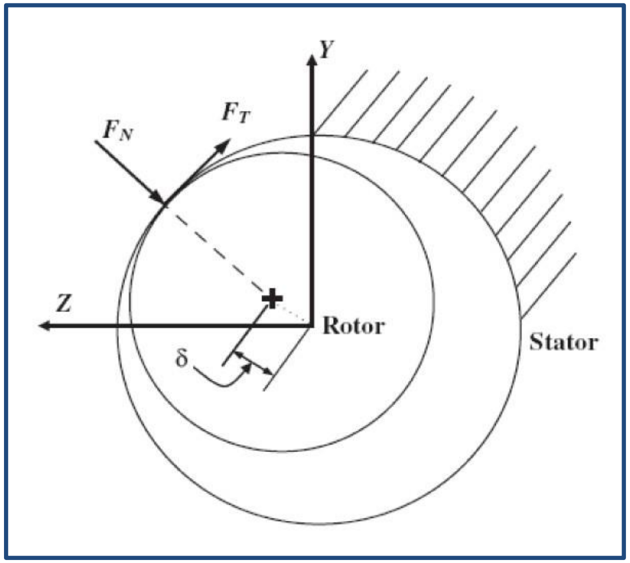
1. Vibrations non-linéaires

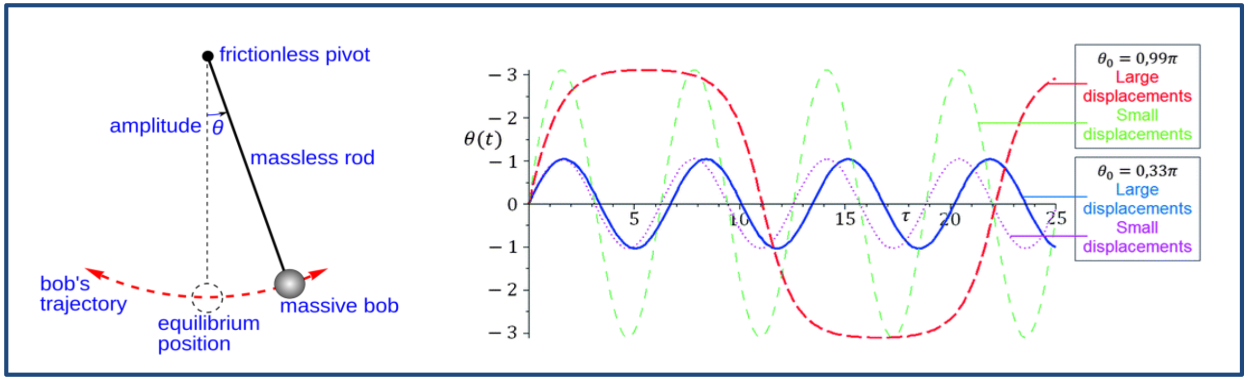
Équations (discrètes) d'équilibre dynamique:

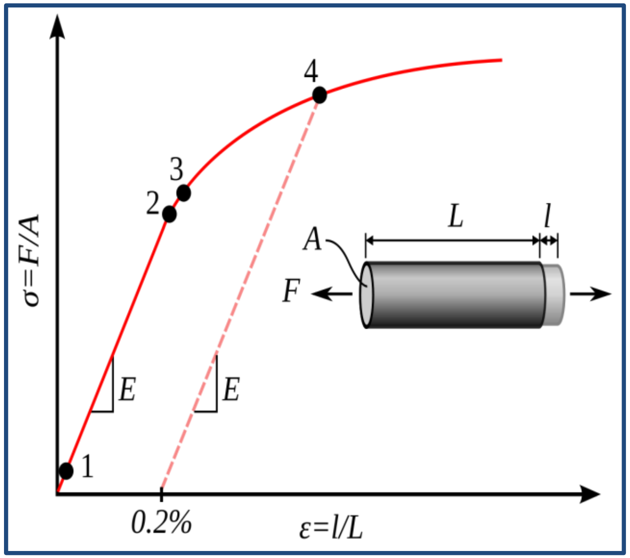
$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) + \mathbf{f}_{\mathrm{NL}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, t) = \mathbf{p}(t)$$

La présence du terme $\mathbf{f}_{\mathrm{NL}}(\sim)$ introduit une série de complications:

- **phénoménologiques**: dynamique extrêmement riche (non-unicité des solutions, fréquences propres variables, changements de stabilité, bifurcations, chaos, résonances isolées…)
- **numériques**: équations couplées, systèmes (très) raides...





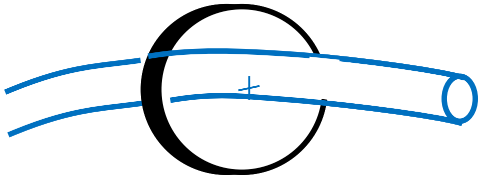


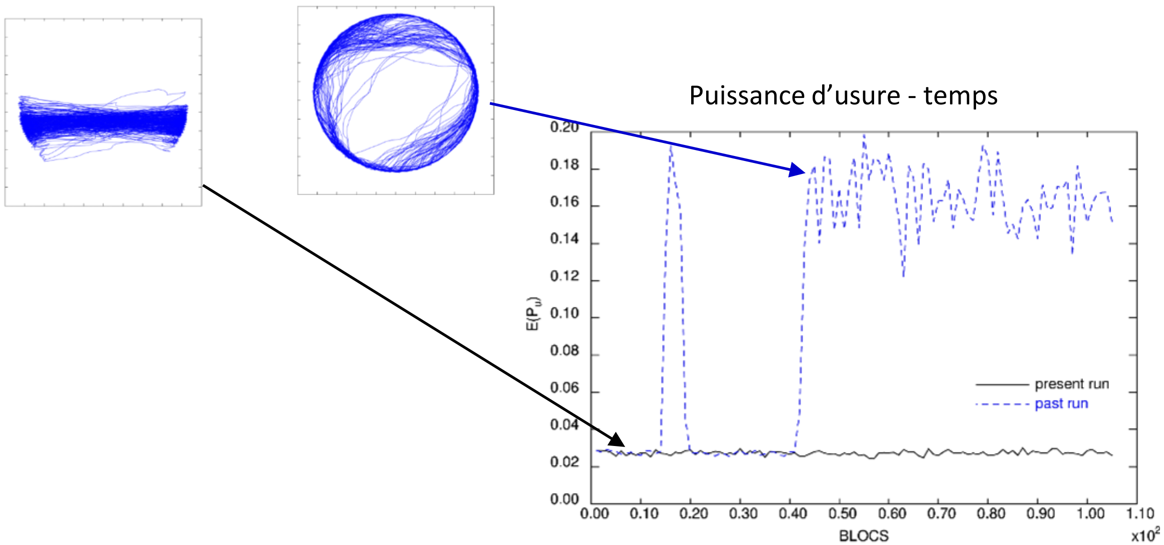
1. Vibrations non-linéaires

Approche « traditionnelle » : intégration temporelle directe des équations de mouvement.

- **Exemple:** butée circulaire excentrée

$$M\ddot{u}(t) + Ku(t) = F^{ext}(t) + F^{nl}(u, \dot{u}, \lambda, t)$$



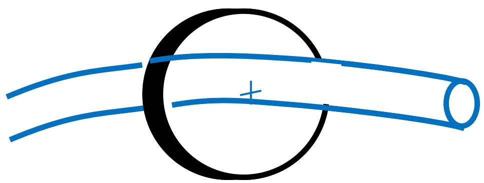


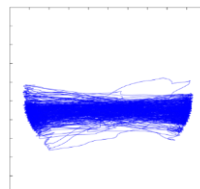
1. Vibrations non-linéaires

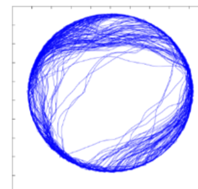
Approche « traditionnelle » : intégration temporelle directe des équations de mouvement.

- **Exemple:** butée circulaire excentrée

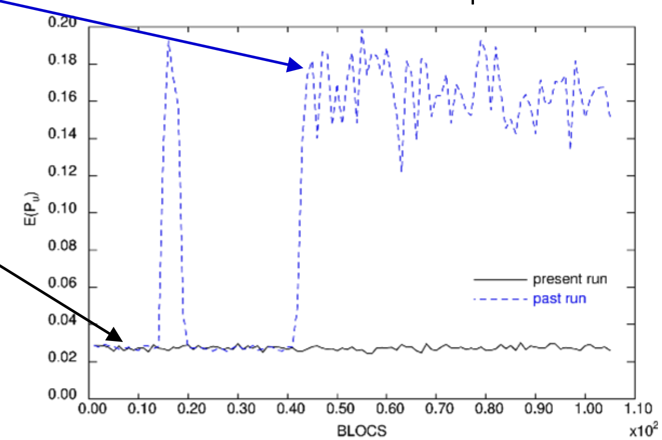
$$M\ddot{u}(t) + Ku(t) = F^{ext}(t) + F^{nl}(u, \dot{u}, \lambda, t)$$

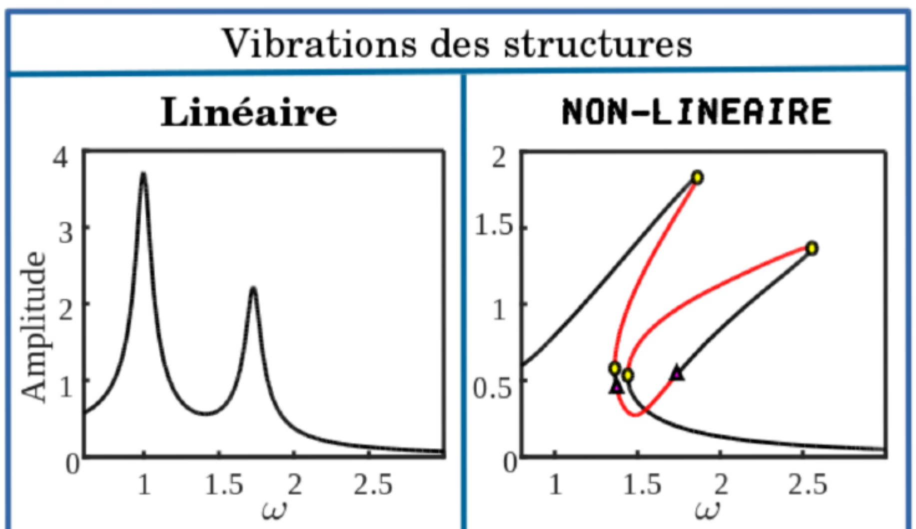






Puissance d'usure - temps

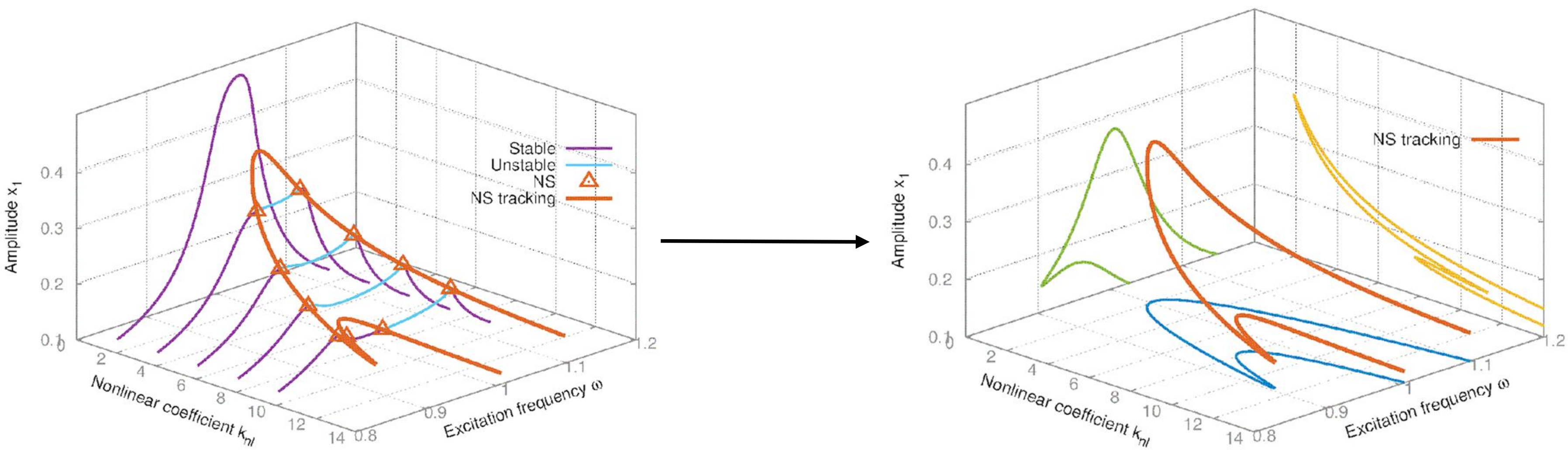




1. Vibrations non-linéaires

► Approche alternative:

1. Calcul direct des régimes établis (**HBM**) : pas d'intégration temporelle.
2. Cartographie des régimes dynamiques (**continuation**): détection des bifurcations et étude de leur évolution en fonction des paramètres du système .



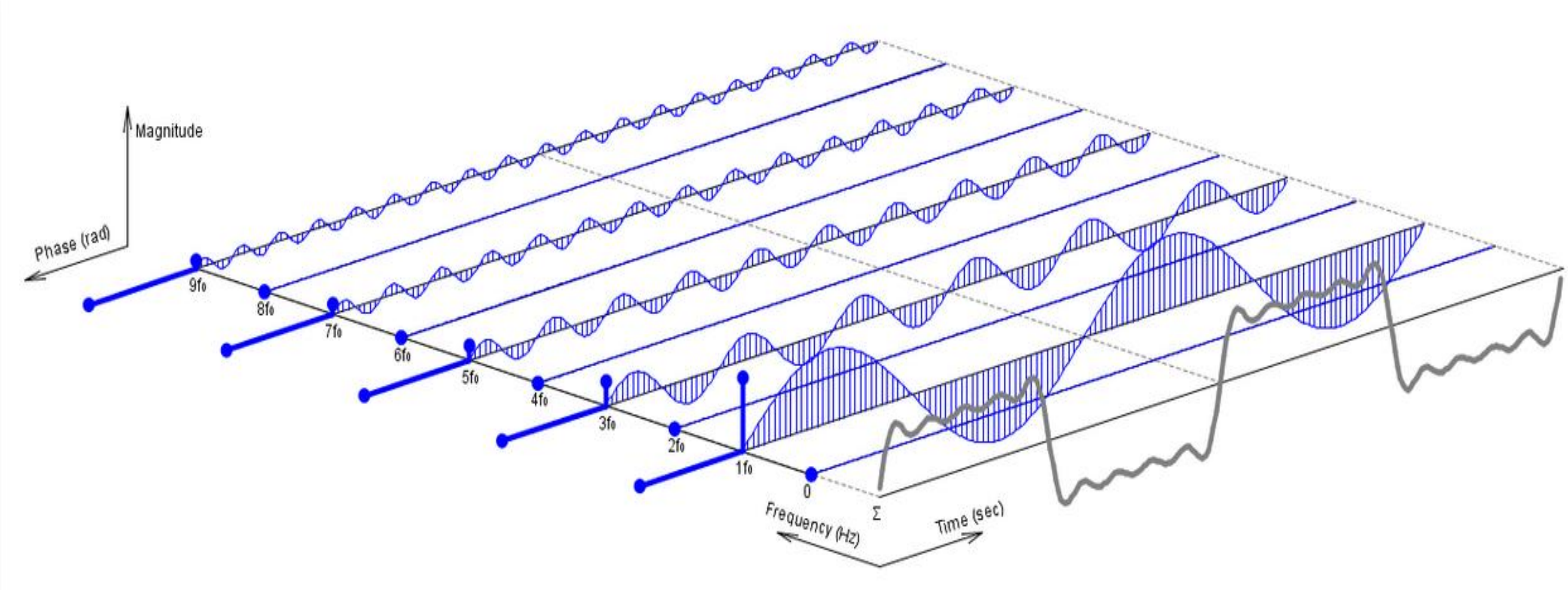
2. Méthodes Numériques

► Méthode d'Équilibrage Harmonique (HBM)

On cherche des solution <u>périodiques</u> → développement des variables (déplacements,vitesses) en série de Fourier.

$$\mathbf{q}(t) = [\mathbb{T}(\omega t) \otimes \mathbf{I}_N]\mathbf{Q}$$

$$\mathbb{T}(\omega t) = [1, \cos(\omega t), \sin(\omega t), ..., \cos(H\omega t), \sin(H\omega t)]$$



2. Méthodes Numériques

▶ **Méthode d'Équilibrage Harmonique (HBM)**

On cherche des solution périodiques → développement des variables (déplacements,vitesses) en série de Fourier.

$$\mathbf{q}(t) = [\mathbb{T}(\omega t) \otimes \mathbf{I}_N]\mathbf{Q}$$

$$\mathbb{T}(\omega t) = [1, \cos(\omega t), \sin(\omega t), ..., \cos(H\omega t), \sin(H\omega t)]$$

$$\boxed{\mathbf{R}(\mathbf{Q}, \omega) = \underbrace{\mathbf{Z}(\omega)\mathbf{Q}}_{\text{linéaire}} + \underbrace{\mathbf{F}_{\mathrm{NL}}(\mathbf{Q})}_{\text{non-linéaire}} - \underbrace{\mathbf{P}}_{\text{constant}} = \mathbf{0}}$$

Système **algébrique** non-linéaire → résolution itérative (NR)

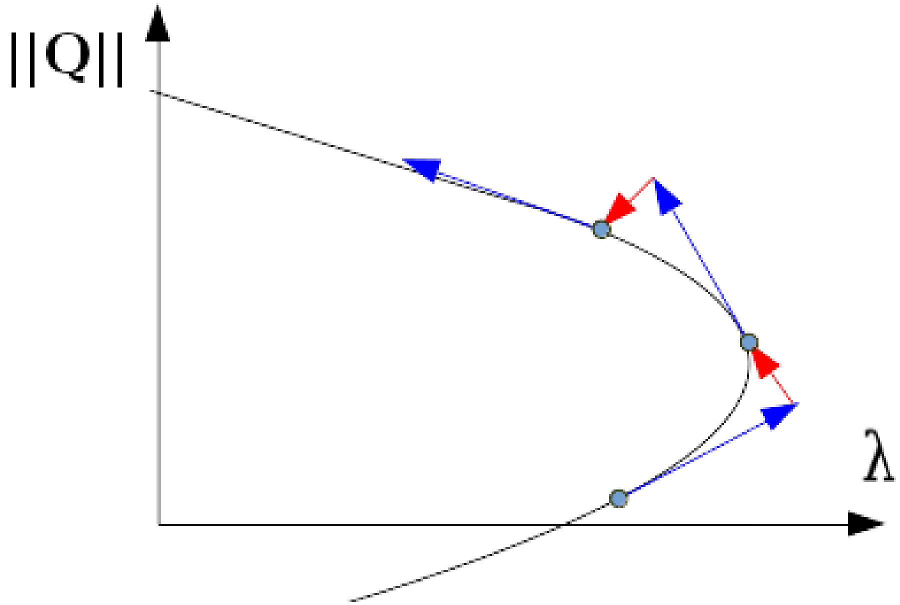
Remarque: en général, pas d'expression analytique pour $\mathbf{F}_{\mathrm{NL}}(\mathbf{Q})$.
Or, les forces dans le temps $\mathbf{f}_{\mathrm{NL}}(\mathbf{q}(t))$ sont souvent simples.
⇒ allers-retours entre les deux domaines par FFT/IFFT

► Continuation par (pseudo-)longueur d'arc

Dépendance continue des EDM avec leurs paramètres: $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}(\lambda)$

→ une petite variation de λ implique une petite variation de **Q** (Th. de la fonction implicite).

Construction pas à pas de la courbe $\mathbf{Q}(\lambda)$

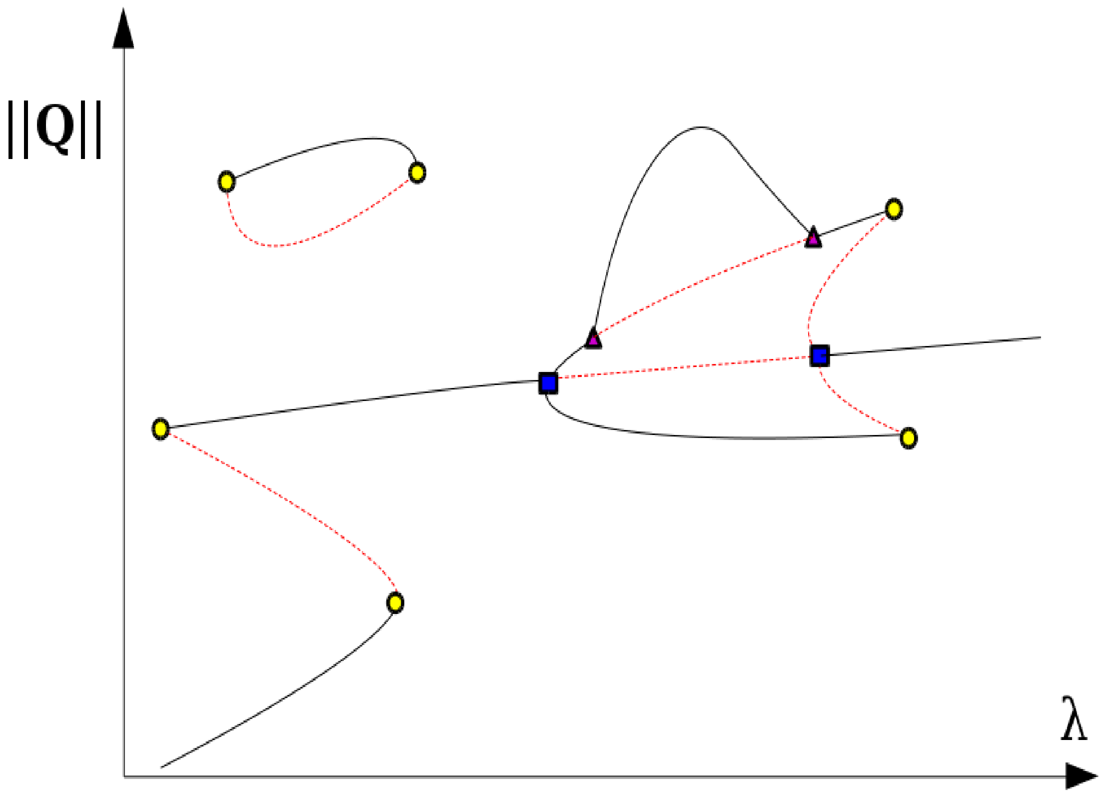


- Il faut une évaluation de **stabilité** pour chaque solution convergée: théorie de Floquet.

2. Méthodes Numériques

► Bifurcations

Les conditions du TFI ne sont pas respectées aux points de **bifurcation**: coïncidence de plusieurs branches de solutions ⇒ matrice tangente $\mathbf{J_Q}$ singulière.



En étudiant le spectre de $\mathbf{J_Q}$, on distingue entre différents types de bifurcations:

- Point Limite
- Brisure de symétrie
- Hopf secondaire (quasi-périodique)
- Doublement de période

Chaque bifurcation peut être caractérisée, localisée (NR) et <u>continuée</u>.

2. Méthodes Numériques

Exemple: Système 2-ddl à couplage faible en résonance interne 1:1 [Vakakis, 1992].

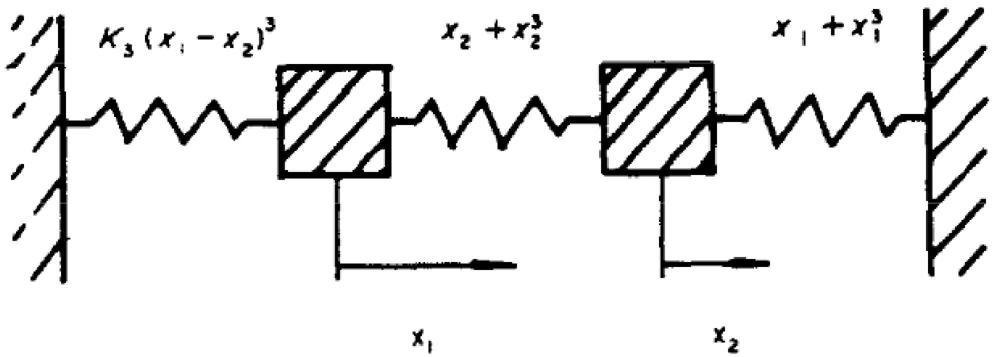


Fig. 1. The non-linear oscillator under consideration.

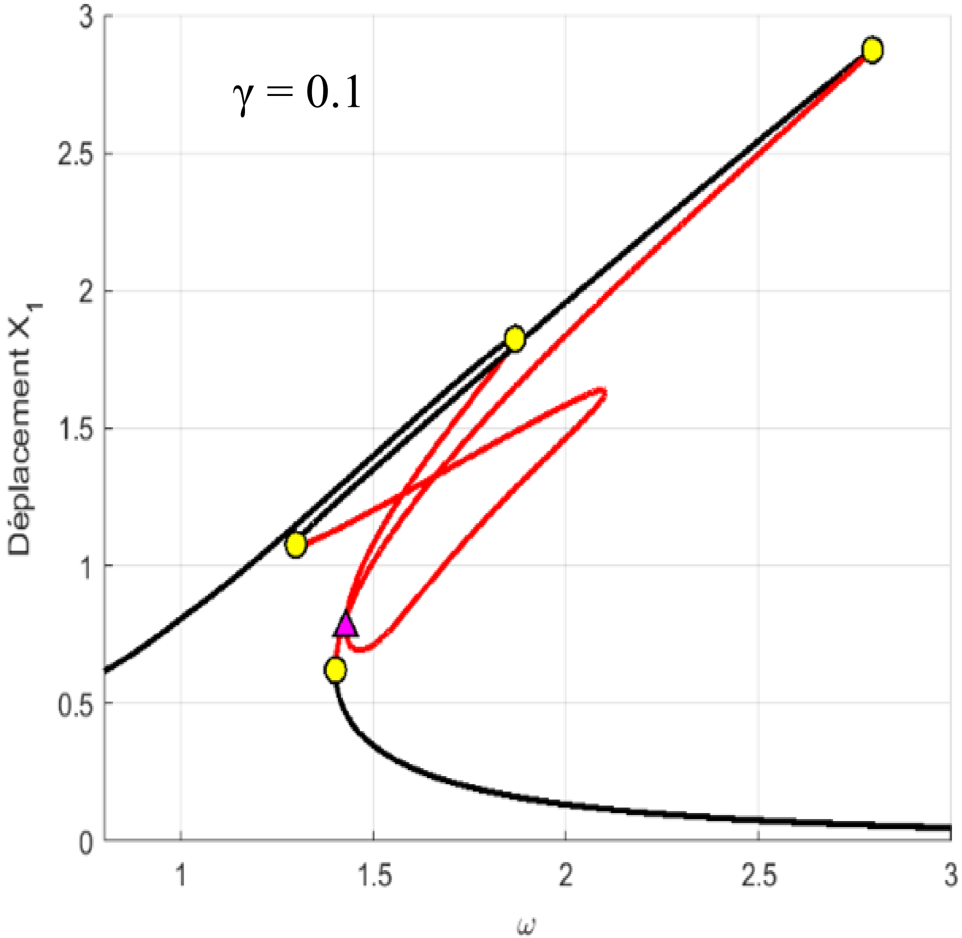
$$\ddot{x}_1 + x_1 + x_1^3 + K(x_1 - x_2)^3 = 0$$

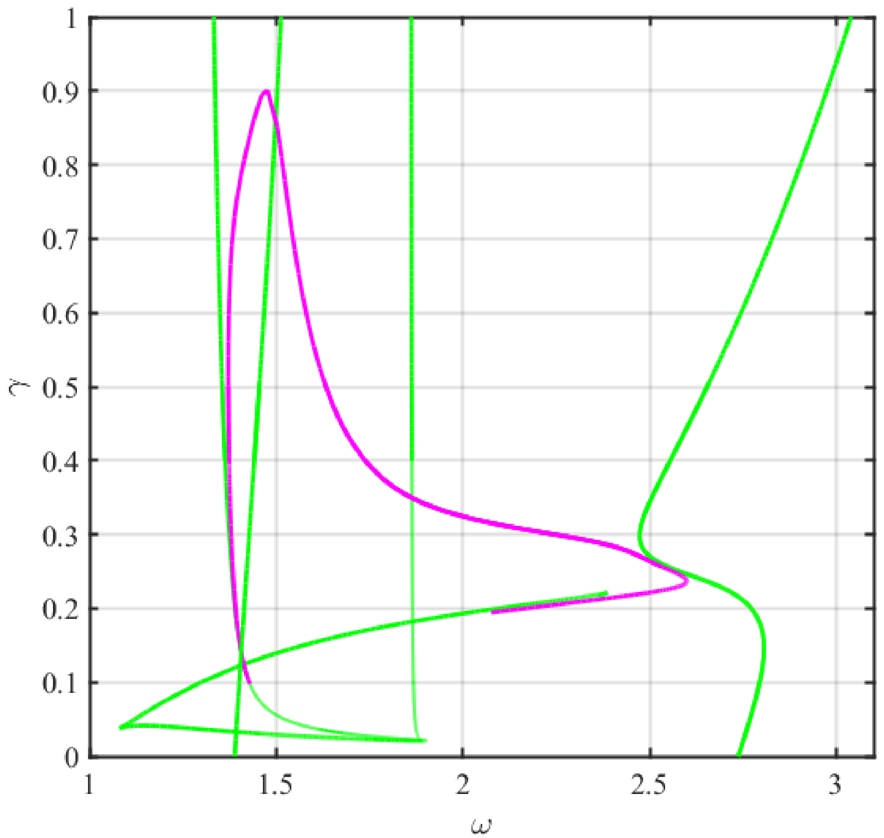
$$\ddot{x}_2 - K(x_1 - x_2)^3 + x_2 + x_2^3 = 0.$$

Vakakis, A. F., & Rand, R. H. (1992). Normal modes and global dynamics of a two-degree-of-freedom non-linear system-I. Low energies. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, *27*(5), 861-874. https://doi.org/10.1016/0020-7462(92)90040-E

2. Méthodes Numériques

Exemple: Système 2-ddl à couplage faible en résonance interne 1:1 [Vakakis, 1992].

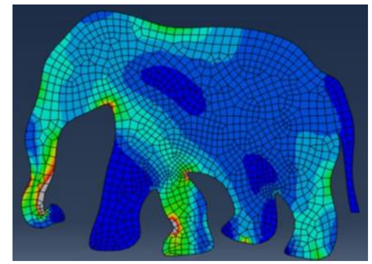




Vakakis, A. F., & Rand, R. H. (1992). Normal modes and global dynamics of a two-degree-of-freedom non-linear system-I. Low energies. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, *27*(5), 861-874. https://doi.org/10.1016/0020-7462(92)90040-E

▶ Pourquoi CAST3M?

- Traitement efficace de systèmes à géométries quelconques.



$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) + \mathbf{f}_{\mathrm{NL}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, t) = \mathbf{p}(t)$$

- Librairie de non-linéarités (“liaisons”) déjà existante ⇒ opérateur DYNE.

```
$$$$ DYNE      NOTICE  BP208322  18/12/20     21:15:42     10048
                                              DATE      18/12/20

    Operateur DYNE                            Voir aussi : VIBR PJBA
    ______________                                         PSMO    RECO
                                                           EVOL    TRADUIRE
                                                           BASE    CINIMOD

                    Y ^
                      |
                     .|.
                 .    |    .                 O    centre du cercle
               .      |      .
                      |                      A    point de la structure
              .   A   *-------.-->
                  *   O            X         -->
               .                 .           AO   excentrement du cercle
                 .             .
                     . .
                                             ->
                                             N  normale perpendiculaire
                  Z  ^                          au plan du cercle
                     |  ->
                     |  N                    R    rayon du cercle
                     |
             ................----->
                                  X
                        R
                     ------->
```

```
4.              DEFINITION DES LIAISONS
     4.1 La liaison POINT_PLAN
     4.2 La liaison POINT_POINT base B
     4.3 La liaison POINT_CERCLE base B
     4.4 La liaison POINT_CERCLE_FROTTEMENT base B
     4.5 La liaison POINT_PLAN_FROTTEMENT base B
     4.6 La liaison POINT_POINT_FROTTEMENT base B
     4.7 La liaison CERCLE_CERCLE_FROTTEMENT base B
     4.8 La liaison CERCLE_PLAN_FROTTEMENT base B
     4.9 La liaison PROFIL_PROFIL_INTERIEUR base B
     4.10 La liaison PROFIL_PROFIL_EXTERIEUR base B
     4.11 La liaison POINT_PLAN_FLUIDE
     4.12 La liaison COUPLAGE_DEPLACEMENT base A
     4.13 La liaison COUPLAGE_VITESSE base A
     4.14 La liaison POLYNOMIALE base A
     4.15 La liaison POINT_CERCLE_MOBILE base B
     4.16 La liaison POINT_POINT_DEPLACEMENT_PLASTIQUE base B
     4.17 La liaison POINT_POINT_ROTATION_PLASTIQUE base B
     4.18 La liaison LIGNE_LIGNE_FROTTEMENT base B
     4.19 La liaison LIGNE_CERCLE_FROTTEMENT base B
     4.20 La liaison PALIER_FLUIDE base B
```

3. Implémentation CAST3M

▶ Utilisation de l'opérateur DYNH

1. Définition du système (géométrie/chargements/liaisons/propriétés) identique à celle de DYNE.

2. Appel à VIBR : projection du problème sous base modale.

3. Paramètres de continuation.

```
* Paramètres numériques pour la continuation
      PAR_NUM = TABLE 'PAR_CONT';
      PAR_NUM . 'DS0'  =  0.01;
      PAR_NUM . 'DSMAX' = 0.05;
      PAR_NUM . 'DSMIN' = 1.E-3;
      PAR_NUM . 'ITERMOY' = 3.4;
      PAR_NUM . 'ITERMAX' = 30;
      PAR_NUM . 'ANGMIN' = 0.;
      PAR_NUM . 'ANGMAX' = 50.;
      PAR_NUM . 'ISENS' = -1.;
      PAR_NUM . 'NBPAS' = 800;
```

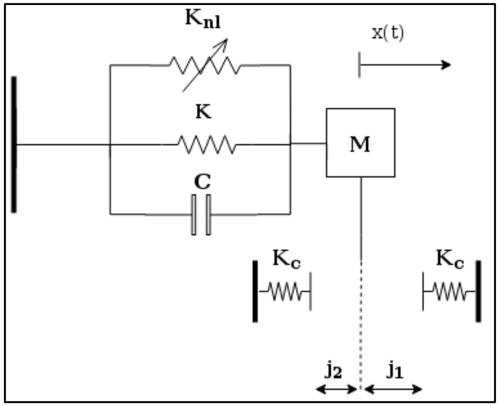
```
NHBM = 8;
NFFT = 256;

VEC_INIT = TABLE 'INITIAL';
Wext =  0.4;
VEC_INIT . 'RANGEB' = Wext ;
VEC_INIT . 'RANGEH' = 4.0 ;
VEC_INIT . 2 = 0.0;
```

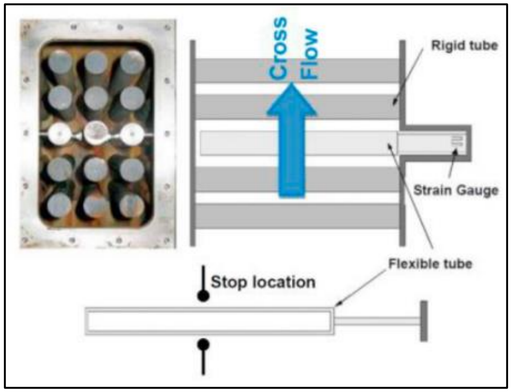
1. Appel à DYNH.

Problème industriel: vibrations des tubes de GV sous écoulement fluide.
On étudie des systèmes simplifiés de plus en plus complexes.

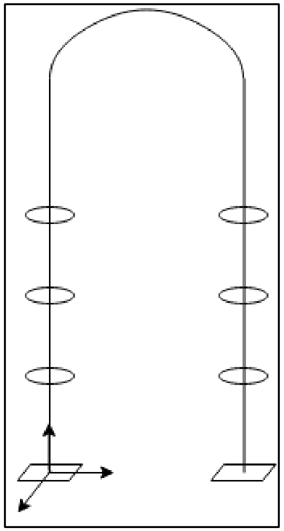
1.



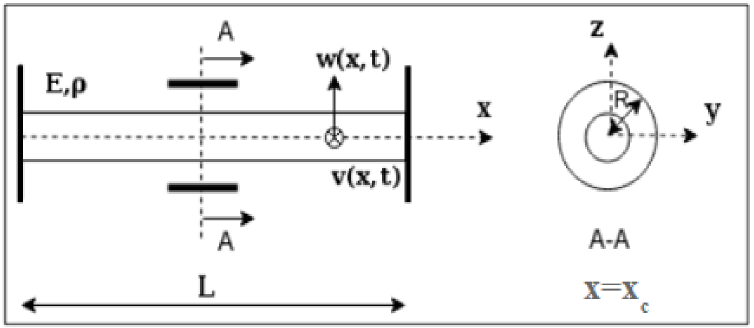
2.



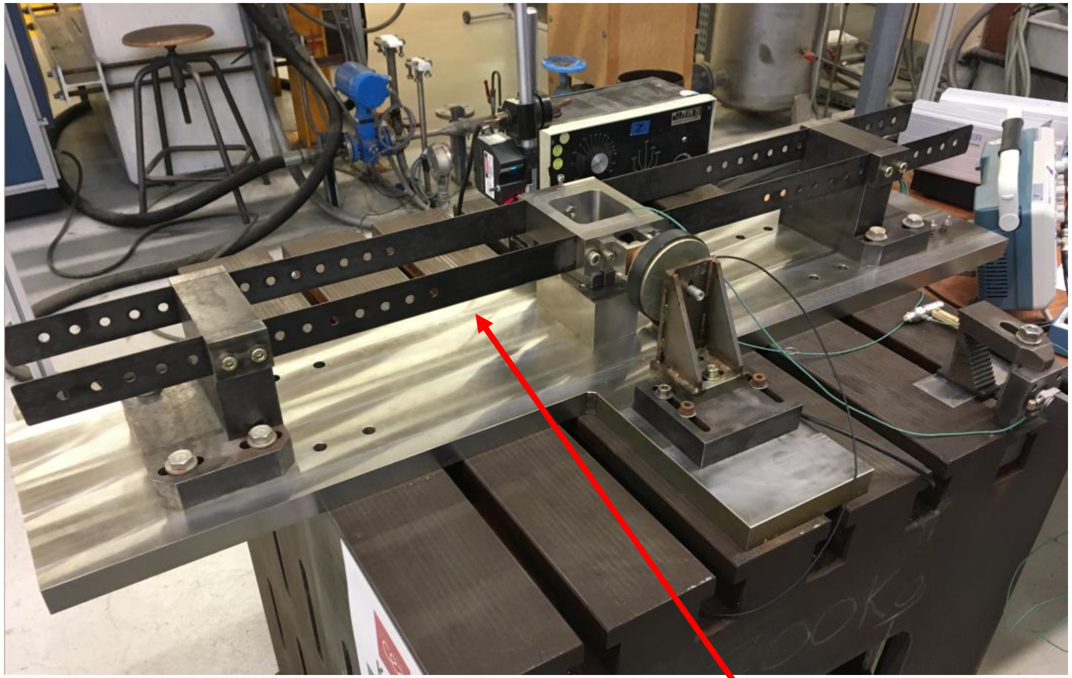
4.

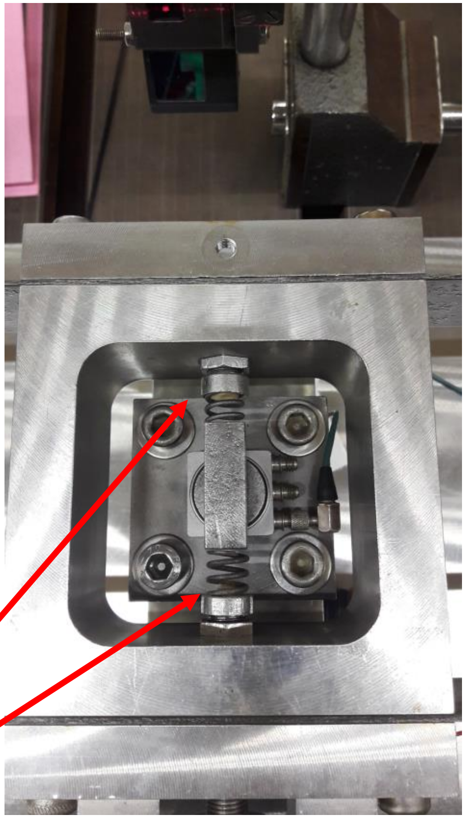


3.



1. Maquette "KOALA"

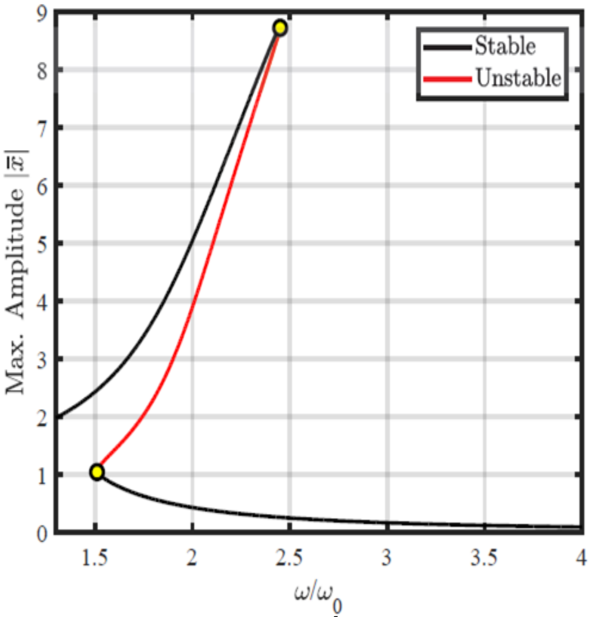




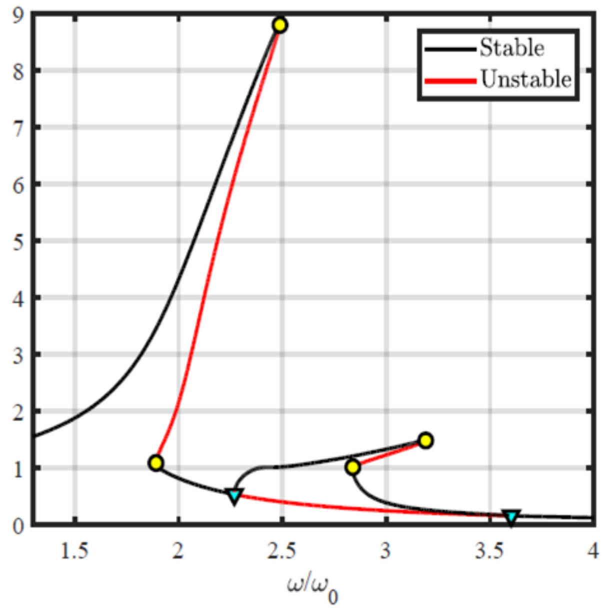
$$\ddot{q}(\tau) + 2\zeta\dot{q}(\tau) + q(\tau) + \bar{\alpha}q(\tau)^3 + \bar{F}_c(q(\tau)) = pSin(\frac{\omega}{\omega_0}\tau)$$

$$\bar{F}_c(q(\tau)) = \begin{cases} \bar{K}_c(q(\tau) - 1) & q(\tau) > 1 \\ \bar{K}_c(q(\tau) + j) & q(\tau) < -j \\ 0 & sinon \end{cases}$$

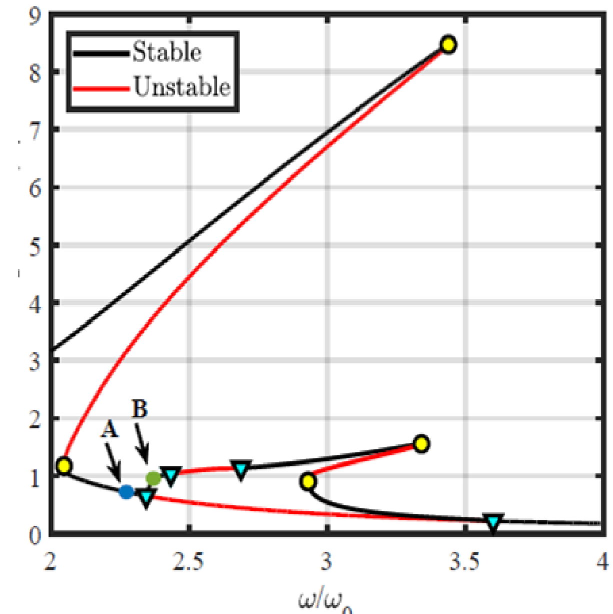
1. Maquette “KOALA”



Cas symétrique



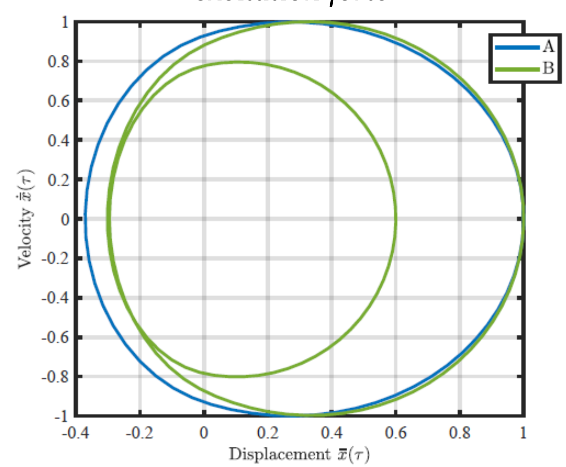
Cas dissymétrique: excitation faible



Cas dissymétrique: excitation forte

CAST3M:

- liaison **“Point_Plan”**
- liaison **“Couplage_Deplacement”**

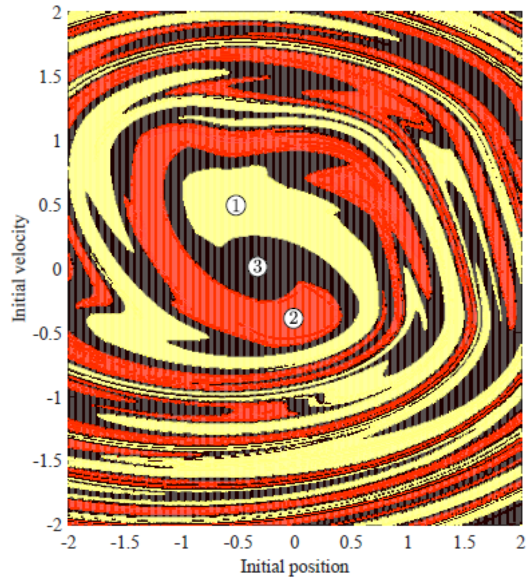


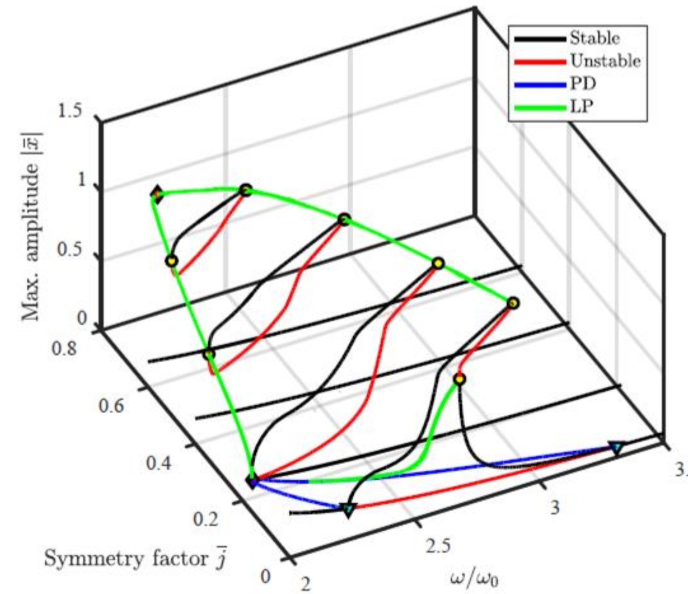
Alcorta, R. et al. (2019). Period doubling bifurcation analysis and isolated sub-harmonic resonances in an oscillator with asymmetric clearances. *Nonlinear Dynamics. https://doi.org/10.1007/s11071-019-05245-6*

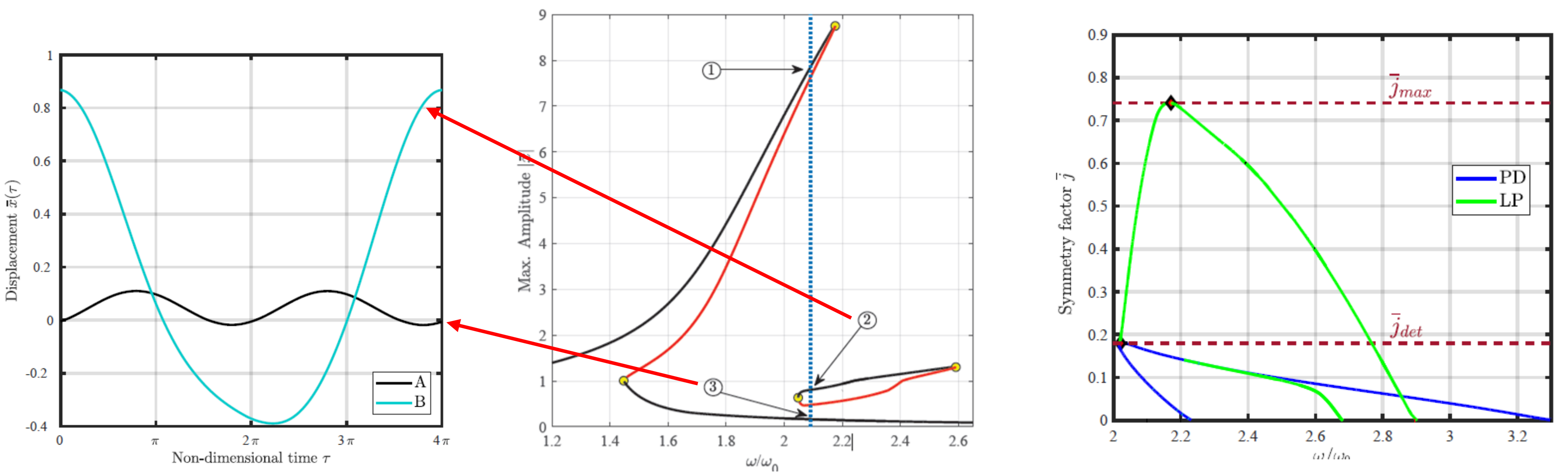
4. Exemples d’application

1. Maquette “KOALA”

Formation de courbes de résonance (2T) isolées.

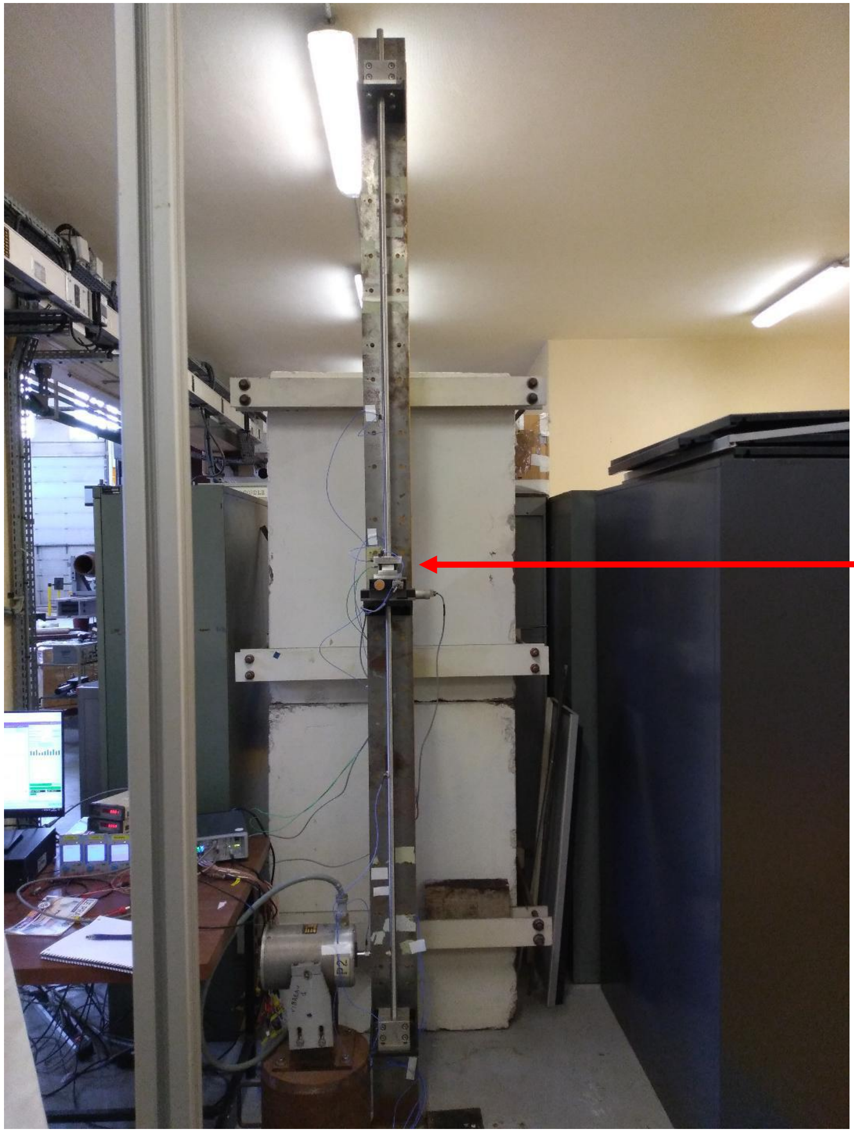


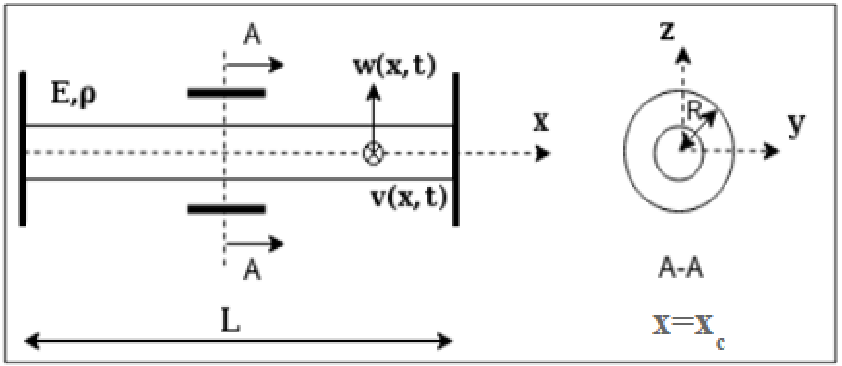




4. Exemples d'application

2. Maquette "DINGO"



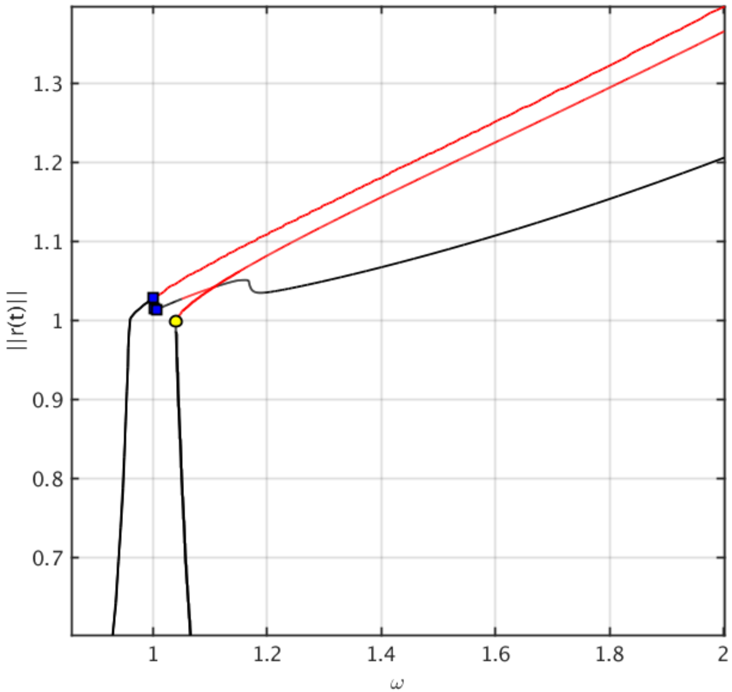


Butée circulaire
(contact frottant)

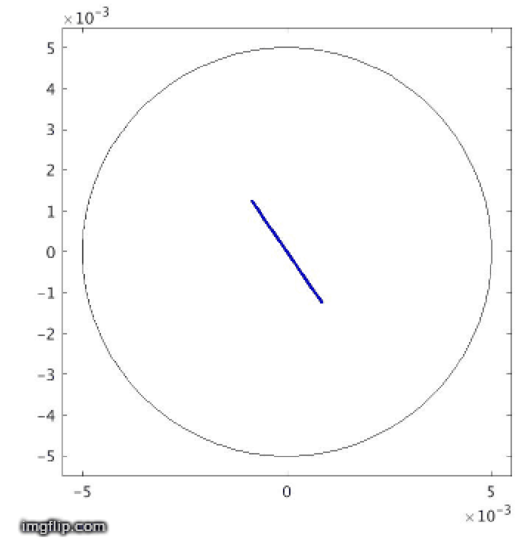
CAST3M: liaison **"Point_Cercle_Frottement"**

2. Maquette "DINGO" (2 modes de flexion)

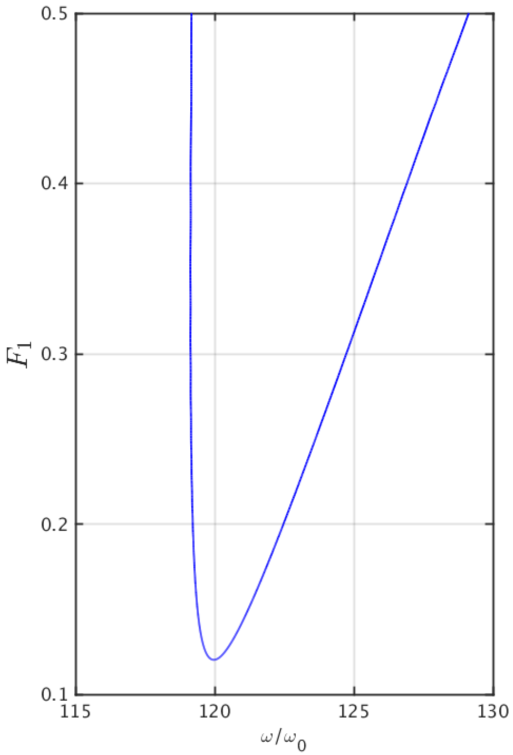
Brisure de symétrie: apparition de régimes orbitaux.



Forçage sur le premier mode: $F_1\cos(\omega t)$

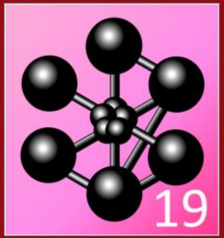


Fréquence croissante



Perspectives

- Généralisation du code:
    - non-linéarités géométriques
    - branches quasi-périodiques
    - bifurcations de codimension élevée
- Optimisation.
- Méthodes alternatives de résolution: collocation orthogonale/shooting/ondelettes…
- Mise en ligne.



DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE

Merci.