DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE

Propagation de fissures couplage X-FEM/AMR

Thèse encadrée par : A.Gravouil, B. Prabel et C. Jaquemoud

Gaël GIBERT

DEN-Service d'Etudes Mécaniques et Thermiques (SEMT), CEA, INSA Lyon

25 novembre 2017

www.cea.fr

Summary

Contexte

Opérateur de raffinement de maillage

Procédure de propagation incrémentale

Application : propagation par fatigue en 2D

Analyse énergétique

Conclusion et perspectives

LISN (Laboratoire d'intégrité des sturctures et de Normalisation)

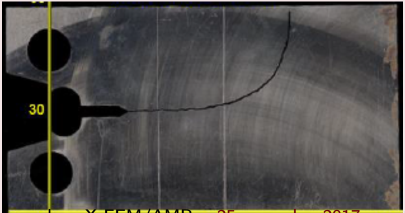
- Expérimentation
- Simulation

⇒ **Besoin d'un outil efficace pour la propagation de fissures 2D/3D, statique/dynamique, élastique/plastique**

Plateforme Expérimentale RESEDA

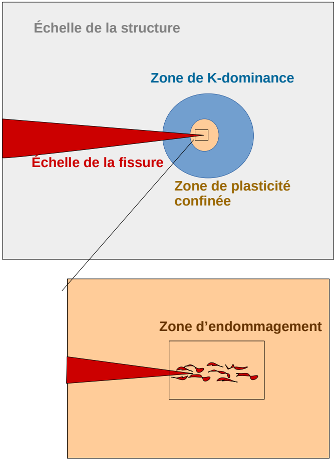
Test de flexion 4 points

Propagation de fissure de clivage. X. Yang 2015 [6]

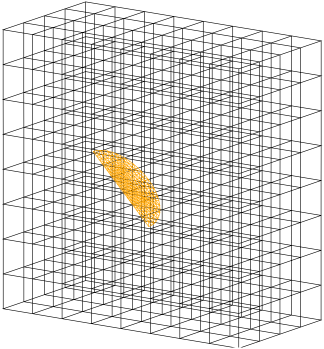


Differentes échelles du problème physique

- Structure
- Fissure
- K-dominance
  (σ proportionnel à $\frac{1}{\sqrt{r}}$)
- Plasticité confinée
- Endommagement process zone
- Micro-structure
- ...



$\Rightarrow$ **Mécanique de la rupture : differents phenomenes physiques à différentes échelles**



Maillages non-conformes pour la fissure et la structure

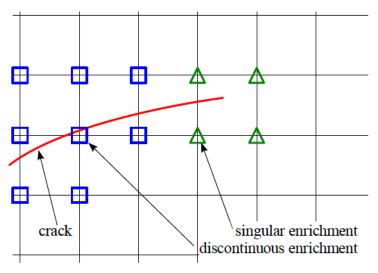
- Taille d'éléments pertinents pour l'échelle de la fissure et de la structure
- Temps de calcul plus faible.
- Moins d'efforts de maillage, gain de temps ingénieur
- Pas de remaillage de la structure pour des études paramétriques ou une propagation itérative.

Méthode utilisé dans Cast3M

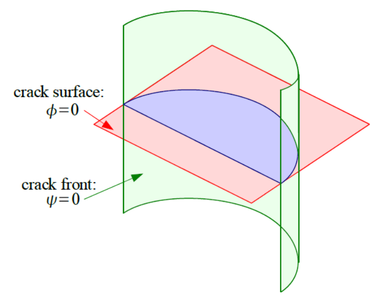
B. Prabel [4] dynamique, B. Trollé [5] fatigue.

$\Rightarrow$ **Méthode X-FEM : discrétisations séparées fissure / structure**

Enrichissement des éléments coupés par la fissure et contenant le front [1] [3]



Fissure localisée par des Level-set [2]



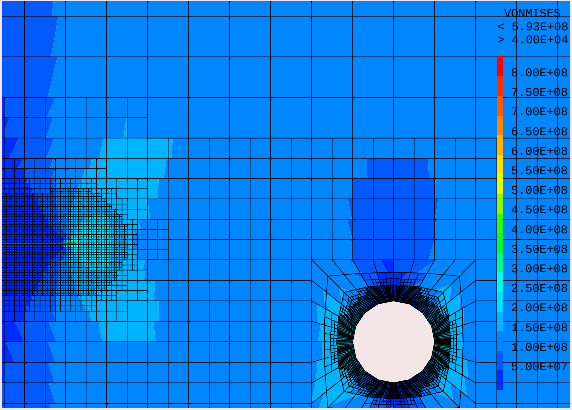
$\Rightarrow$ **Méthode X-FEM capable de capter l'échelle de la fissure, de la structure et de la zone de K-dominance**

Autres échelles à capter

- Plasticité confinée
- Endommagement
- ...

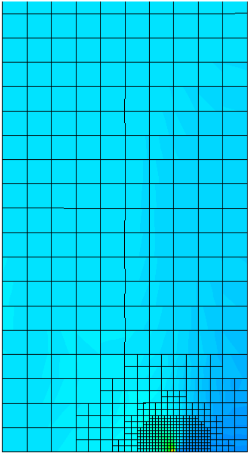
⇒ **AMR pour capter les autres échelles pertinentes (exemple : zone plastique)**

Maillage fin dans la zone plastique ($\sigma_Y = 229 MPa$)



Couplage X-FEM/AMR

- Maillage raffiné non conforme à la géométrie de la fissure
- Raffinement hiérarchique
- Petites modifications d'un maillage à l'autre
- Compatible avec la projection de champs (estimateur d'erreur, transfert de champs ...)



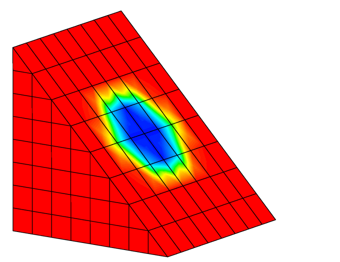
$\Rightarrow$ **Le couplage X-FEM / AMR autorise une stratégie de raffinement simple pour la propagation de fissure.**

Summary

Tant que la densité est plus grande que la finesse requise on subdivise les éléments.

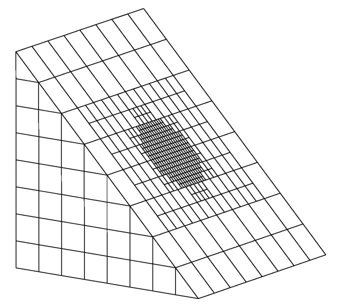
Entrées :

- Maillage grossier
- Champ de densité



Sorties :

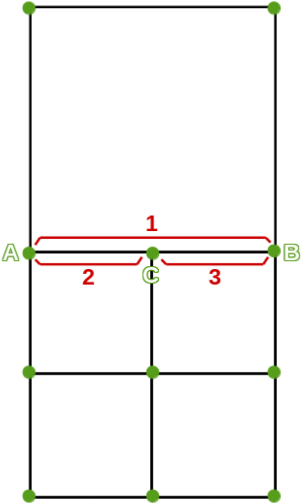
- Maillage raffiné



⇒ **Entrées : maillage et champ de densité. Sorties : maillage raffiné**

Imposition de la compatibilité aux "hanging nodes"

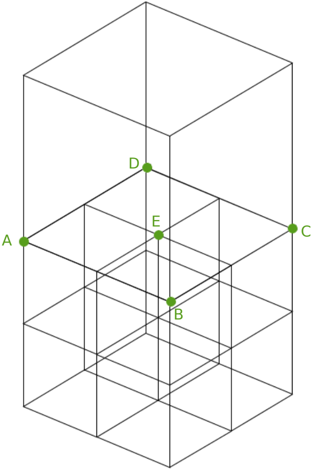
- Relation de compatibilité $U_C = \frac{1}{2}(U_A + U_B)$
- Enregistrées dans le maillage de sortie
- Imposées via des multiplicateurs de Lagrange au moment de l'assemblage des matrices de raideur. (RIGI)



$\Rightarrow$ **Problème de non conformité entre les différents niveaux de raffinement géré via des multiplicateurs de Lagrange.**

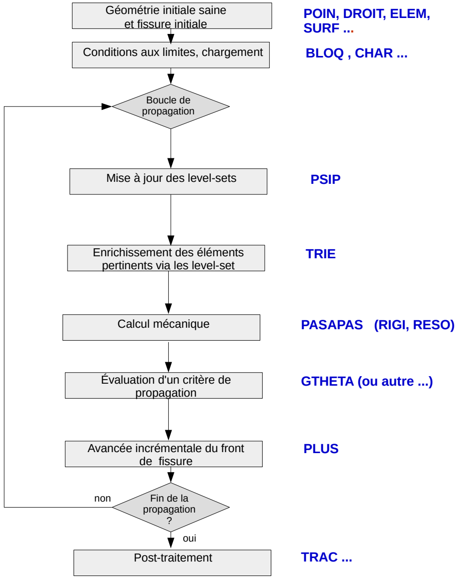
Imposition de la compatibilité aux "hanging nodes"

- Relation de compatibilité $U_E = \frac{1}{4}(U_A + U_B + U_C + U_D)$
- Enregistrées dans le maillage de sortie
- Imposé via des multiplicateurs de Lagrange au moment de l'assemblage des matrices de raideurs. (RIGI)

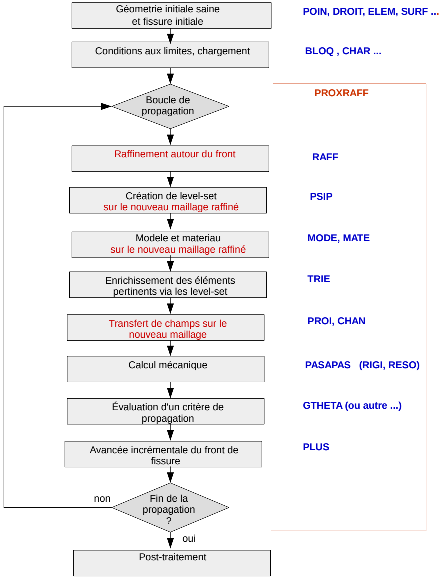


$\Rightarrow$ **En 3D "Hanging nodes" au centre des faces**

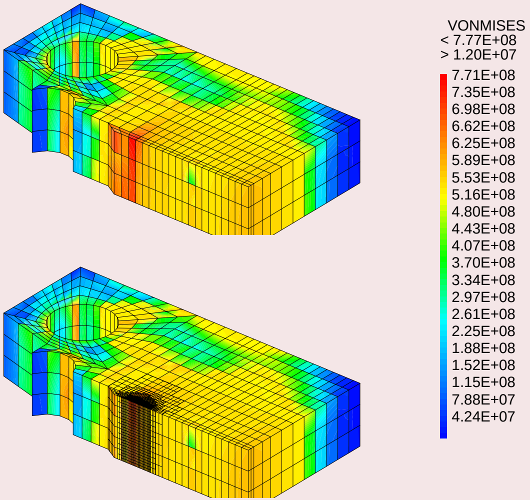
Summary


Géométrie initiale saine et fissure initiale
POIN, DROIT, ELEM, SURF ...
Conditions aux limites, chargement
BLOQ , CHAR ...
Boucle de propagation
Mise à jour des level-sets
PSIP
Enrichissement des éléments pertinents via les level-set
TRIE
Calcul mécanique
PASAPAS (RIGI, RESO)
Évaluation d'un critère de propagation
GTHETA (ou autre ...)
Avancée incrémentale du front de fissure
PLUS
non
Fin de la propagation ?
oui
Post-traitement
TRAC ...

Procédure de propagation incrémentale
Procédure avec le couplage X-FEM / AMR



Transfert de $\boldsymbol{\sigma}$



Vecteur d'état :
Dépendant de l'histoire de chargement.

- Déplacement $\boldsymbol{u}$
- Contraintes $\boldsymbol{\sigma}$
- Variable Interne $||\epsilon^p||$

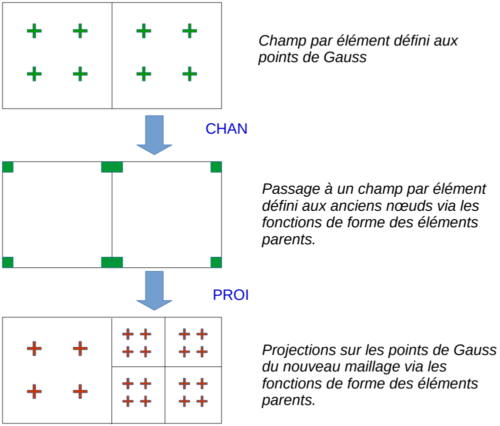
$\Rightarrow$ **Champs qui doivent être transférés à chaque raffinement du maillage : $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{\sigma}, ||\epsilon^p||$.**

Champ défini au nœuds : Déplacements

Interpolation de la valeur aux nouveaux nœuds via les fonctions de forme des éléments parents

⇒ **Pour les contraintes et les variables internes nécessité de passer par un champ aux nœuds intermédiaire**

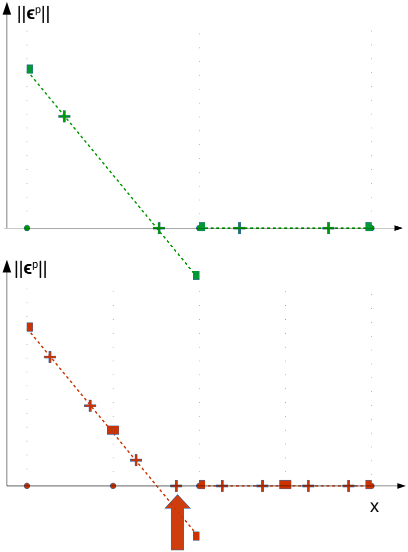
Champs définis aux points d'intégration : Contraintes, Variable Interne



Rétablissement de l'admissibilité plastique $||\epsilon^p|| \geq 0$

$||\epsilon^p||$ projeté ne peut pas être négative

- Exemple en 1D de projection non-admissible
- On met à zéro toute valeur négative de l'incrément de variable interne $||\epsilon^p||$.



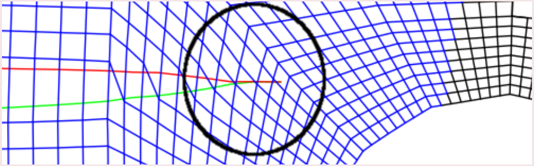
$\Rightarrow$ **Nécessité de forcer** $||\epsilon^p|| \geq 0$

Rééquilibrage

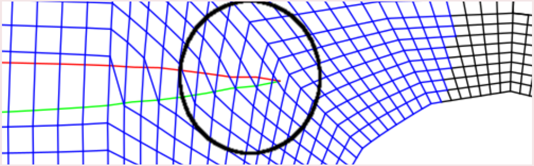
- Les champs transférés ne vérifient pas l'équation d'équilibre.
- Premier pas du solveur non linéaire à chargement constant pour récupérer l'équilibre.
- Avant de continuer le calcul on atteint un état mécaniquement équilibré.

⇒ **Nécessité d'un pas de rééquilibrage après le transfert de champs.**

Champ transféré referme les lèvres de l'incrément de fissure.



Maillage déformé avant rééquilibrage



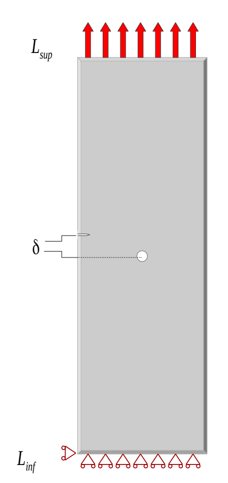
Maillage déformé après rééquilibrage

Summary

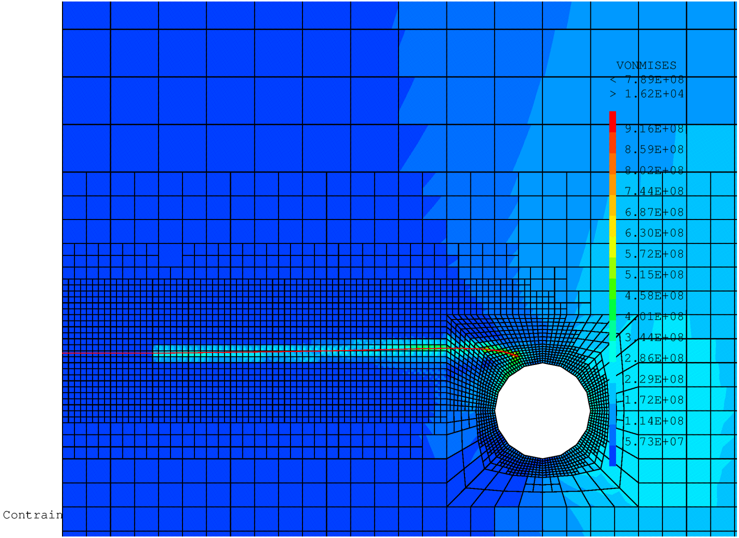
Plaque trouée

- **Géométrie** :
  plaque 50X75 mm
  trou circulaire 2.5mm de diamètre
  pré-fissure horizontale décalée
  $\delta = \{ 2.5, 4 \text{ ou } 6 \}$ mm
- **Modélisation** : 2D FEM / X-FEM QUA4
- **Matériau** : Acier 316L
- **Chargement** : $F_{max} = \{ 15 \text{ ou } 22 \}$ kN cycles de fatigue, $\frac{F_{min}}{F_{max}} = 0.1$
- **Direction de propagation** : maximum de $\sigma_{\theta\theta}$ fonction de K_I et K_{II}

Conditions aux limites



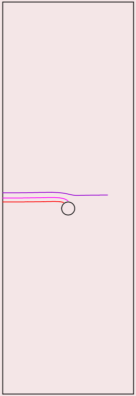
⇒ **Problème de propagation non symétrique**



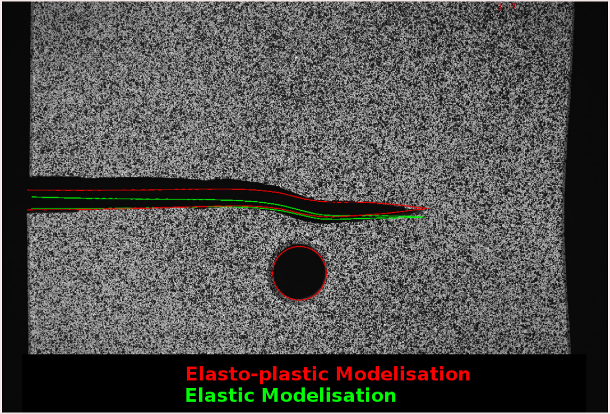
VONMISES
< 7.89E+08
> 1.62E+04
9.16E+08
8.59E+08
8.02E+08
7.44E+08
6.87E+08
6.30E+08
5.72E+08
5.15E+08
4.58E+08
4.01E+08
3.44E+08
2.86E+08
2.29E+08
1.72E+08
1.14E+08
5.73E+07
Contrain

Trajet de fissuration

$\delta = 2.5$, 4 or 6 mm



Déformations simulées des lèvres de la fissure superposées au profil experimental



$\Rightarrow$ **La simulation concorde avec les observations expérimentales**

Summary

Énergie élastique pour chaque pas de propagation n et chaque temps t

$$E_{el}{}_t^n = \int_\Omega \boldsymbol{\sigma}_t^n : \boldsymbol{\epsilon}^{el}{}_t^n d\Omega \quad (1)$$

Dissipation plastique dépendante de l'histoire

$$D_{pl}{}_t^n = \int_\Omega \left(\int_{\tau=0}^{\tau=t} \sigma_{vm}{}_\tau^n \times ||\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p||_\tau^n d\tau \right) d\Omega \quad (2)$$

via la méthode des trapèzes

$$D_{pl}{}_{t+1}^n = D_{pl}{}_t^n + \int_\Omega \frac{1}{2} \left(\left(\sigma_{vm}{}_{t+1}^n + \sigma_{vm}{}_t^n \right) \left(||\boldsymbol{\epsilon}^p||_{t+1}^n - ||\boldsymbol{\epsilon}^p||_t^n \right) \right) d\Omega \quad (3)$$

$\Rightarrow$ **La dissipation plastique dépend de l'histoire de chargement**

Travail des forces extérieures dépendant de l'histoire

$$W_{ext}{}_t^n = \int_{\partial\Omega} \left(\int_{\tau=0}^{\tau=t} \boldsymbol{F}_\tau . \dot{\boldsymbol{u}}_\tau^n d\tau \right) d\Gamma \tag{4}$$

$$W_{ext}{}_{t+1}^n = W_{ext}{}_t^n + \int_{\partial\Omega} \frac{1}{2} \left(\left(\boldsymbol{F}_{t+1}^n + \boldsymbol{F}_t^n \right) . \left(\boldsymbol{u}_{t+1}^n - \boldsymbol{u}_t^n \right) \right) d\Gamma \tag{5}$$

Dissipation d'énergie pendant le rééquilibrage ($t = 0 \rightarrow t = 1$)

$$\Delta W_{ext} - \Delta E_{el} - \Delta D_{pl} = \Delta D_{crack} \tag{6}$$

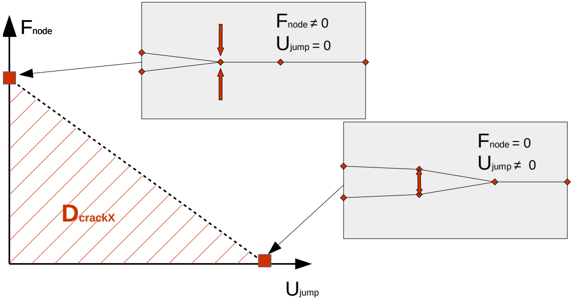
$\Rightarrow$ **Dissipation dans le bilan d'énergie due à la propagation.**

Évaluation de l'énergie perdue dans les ddl X-FEM

$$D_{crackX} = \frac{1}{2}\int_{crack} ((-\boldsymbol{F}_{j_0}^{\,n}) + (-\boldsymbol{F}_{j_1}^{\,n})).(\boldsymbol{u}_{j_0}^{\,n} - \boldsymbol{u}_{j_1}^{\,n})d\Gamma \qquad (7)$$

$\boldsymbol{u}_{j_t}^{\,n}$ = EXCO u_t^n "AX AY B1X B1Y"
$\boldsymbol{F}_{j_t}^{\,n}$ = EXCO (BSIGMA σ_t^n) "FAX FAY FB1X FB1Y"

$\Rightarrow$ **Dissipation au moment du relâchement des ddl X-FEM.**



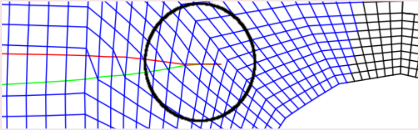
Bilan d'énergie pendant le rééquilibrage

	n=56 t=0	n=56 t=1
E_{el}	242.81 J	252.23 J
W_{ext}	1725.3 J	2065.7 J
D_{pl}	1482.4 J	1797.1 J

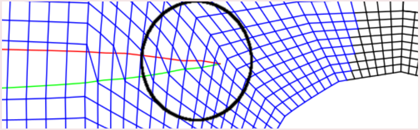
$$\begin{cases} \Delta W_{ext} - \Delta E_{el} - \Delta D_{pl} = 16.370J \\ D_{crackX} = 13.7879J \end{cases}$$

$\Rightarrow$ **Dissipation dans le bilan énergétique due à la propagation.**

Champ transféré referme les lèvres de l'incrément de fissure.



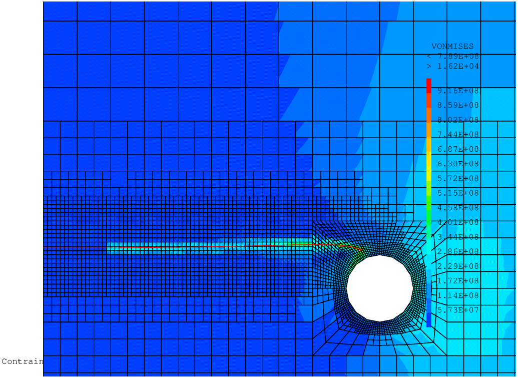
Maillage déformé avant rééquilibrage



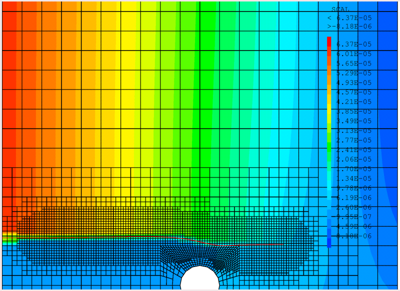
Maillage déformé après rééquilibrage

Une stratégie de propagation couplant X-FEM et AMR

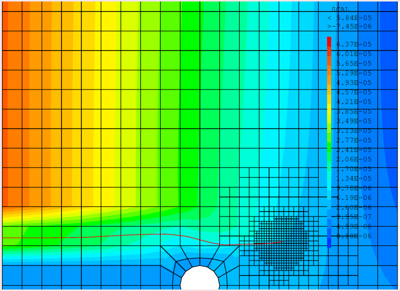
- X-FEM pour capter les échelles de la structure, de la fissure et de la zone de K-dominance
- AMR pour capter les autres échelles pertinentes
- Stratégie autorisant un maillage non conforme à la fissure, raffinement hiérarchique simple
- Transfert de champs simple d'un maillage à l'autre



Possibilité de déraffiner après le passage du front → en cours



Maillage au cours de la propagation sans déraffinement : 5119 éléments



Maillage au cours de la propagation avec déraffinement : 1744 éléments

Notre procédure à été testée sur un problème de propagation 2D statique

- Extension en 3D
- Extension en dynamique 2D/3D
- Utilisation de cette procédure pour valider un critère de propagation de type RKR
- Utilisation éventuelle d'un estimateur d'erreur plus sophistiqué

T. Belytschko and T. Black.
Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing.
International Journal for Numerical Methods in Engineering, 45(5) :601–620, June 1999.

Anthony Gravouil, Nicolas Moës, and Ted Belytschko.
Non planar 3d crack growth by the extended finite element and level sets part ii : Level set update.
International Journal for Numerical Methods in Engineering, 53(11) :2569–2586, 2002.

N. Moës, J. Dolbow, and T. Belytschko.
A finite element method for crack growth without remeshing.
International Journal on numerical Methode in Engineering, 46 :131–150, 1999.

B. Prabel.
Modélisation avec la methode X-FEM de la propagation dynamique et de l'arrêt de fissure de clivage dans un acier de cuve REP.
PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2007.

B. Trollé.
Simulation multi-échelles de la propagation des fissures de fatigue dans les rails.
PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2014.

X. Yang.
Prediction de propagation et d'arret de fissure de clivage dans un acier de cuve REP (16MND5) sous choc thermique.
PhD thesis, Centrale Supélec, 2015.

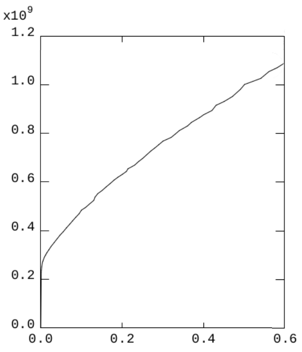
Elasto-plastic constitutive law

$$\phi(\boldsymbol{\sigma}, ||\epsilon^p||) = ||\boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} tr(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{I}|| - \sigma_Y(||\epsilon^p||) \quad (8)$$

$$\phi \leq 0 \begin{cases} \text{if } \phi < 0 & \text{elastic behaviour} \\ \text{if } \phi = 0 & \text{plastic behaviour} \end{cases} \quad (9)$$

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\boldsymbol{p}} = \lambda \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\Big|_{\epsilon^p = cst} \quad \text{avec } \lambda \geq 0 \quad (10)$$

Tensile test $\sigma_Y(||\epsilon^p||)$



$\Rightarrow$ **History dependent behaviour, necessity of field transfer on new meshes**

Discrétisation du vecteur d'état pour chaque pas de propagation n et chaque temps t

- Déplacements : $\boldsymbol{u}_t^n$
- Contraintes : $\boldsymbol{\sigma}_t^n$
- Déformations plastiques : $||\epsilon^p||_t^n$

$\Rightarrow$ **Toutes les informations nécessaires peuvent être déduites du vecteur d'état**

Décomposition des déformations

$$\epsilon_t^n = \boldsymbol{\nabla}^s \boldsymbol{u}_t^n \tag{11}$$

$$\epsilon^{el}{}_t^n = \boldsymbol{C}^{-1} \boldsymbol{\sigma}_t^n \tag{12}$$

où $\boldsymbol{C}$ est le tenseur de Hooke.

$$\epsilon_t^n = \epsilon^{el}{}_t^n + \epsilon^p{}_t^n \tag{13}$$

$$\phi_t^n = \sigma_{vm}(\boldsymbol{\sigma_t^n}) - \sigma_Y(||\epsilon^p||_t^n) \tag{14}$$