

DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE



DÉTERMINATION DES MARGES DE SÉCURITÉ SISMIQUE EN UTILISANT LE DOMAINE DE CONCOMITANCE DES SOLLICITATIONS POUR DES VOILES ET DES PLAQUES EN BÉTON ARMÉ

Fondements théoriques

Implantation Cast3M

Nicolas Ile | DEN/DANS/DM2S/SEMT/EMSI

Alberto Frau | DEN/DANS/DM2S/SEMT/EMSI

CLUB CAST3M 2016 - 25 NOVEMBRE 2016

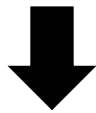
www.cea.fr

Intérêt:

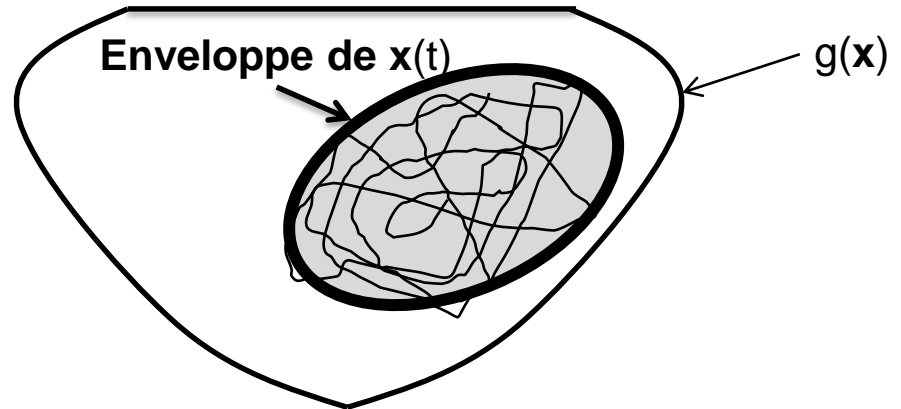
Les méthodes usuelles sont approximatives → conservatismes importants.

- Procéder à une vérification plus rigoureuse et moins conservatrice que celle employée par la pratique, afin de mieux maîtriser les marges de sécurité sismique.
- Doter le CEA de logiciels d'ingénierie adaptés à la vérification a posteriori d'ouvrages destinées aux réexamens de sûreté de génie civil.

APPROCHE "DETERMINISTE" CODES



$x(t)$, $g(x)$ découplés



Accéder aux marges de sécurité:

- **Définir la demande sismique. Méthode spectrale:** Enveloppe du vecteur réponse $x(t)$ – maxima attendues sous séisme dans un sens statistique.
- **Définir le domaine limite:** appel aux coefficients de sécurité qui réduisent les valeurs nominales de résistances.

Enveloppe $< g(x)$ – élément correctement dimensionné

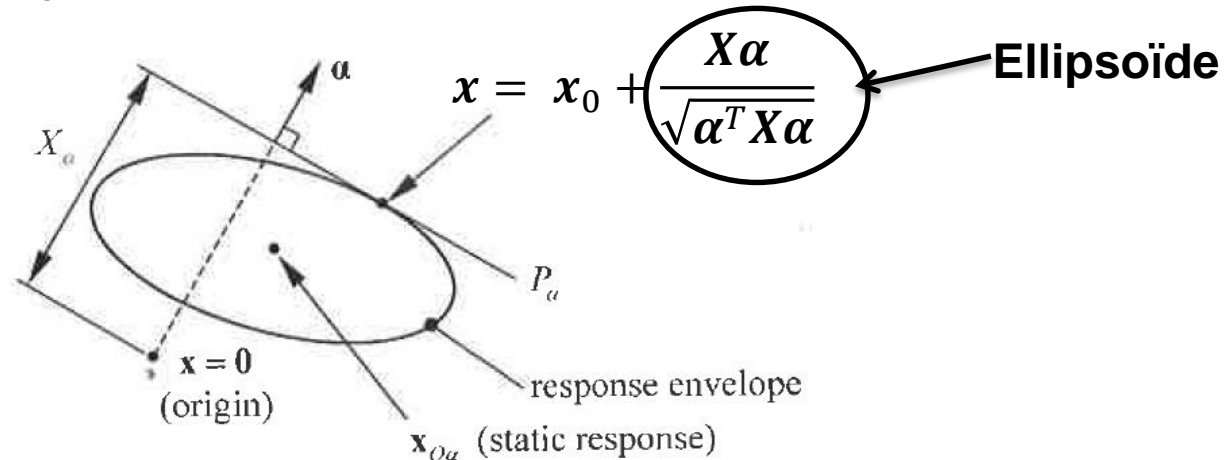
Enveloppe $> g(x)$ – élément sous-dimensionné

Improved response spectrum based envelope

C. MENUN, A.D. KIUREGHIAN: Envelopes for Seismic Response Vectors: I Theory
Journal of Structural Engineering, 126, No.4, 2000

X reponse matrix (mxm)

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_1^2 & X_{12} & X_{13} \\ X_{12} & X_2^2 & X_{23} \\ X_{13} & X_{23} & X_3^2 \end{bmatrix}$$



Diagonal elements

$$X_r^2 = \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (q_r^T \phi_i \gamma_{ki}) (q_r^T \phi_j \gamma_{kj}) \rho_{ij} S_{ki} S_{kj}$$

Off diagonal terms

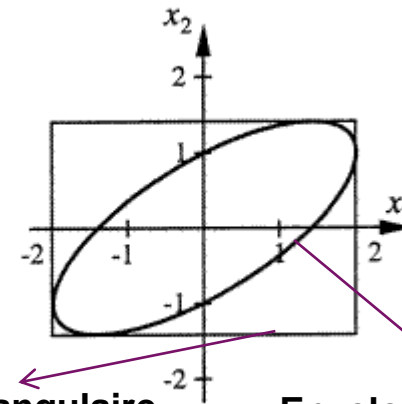
$$X_{rs} = \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (q_r^T \phi_i \gamma_{ki}) (q_s^T \phi_j \gamma_{kj}) \rho_{ij} S_{ki} S_{kj}$$

Response spectrum method

Domaine de concomitance de ces sollicitations



L'Hyper-ellipsoïde dans l'espace des sollicitations, inscrit dans l'enveloppe rectangulaire définie par les valeurs maximales des sollicitations.



Domaine rectangulaire
usuellement considéré

Enveloppe elliptique
plus étroite

$$\frac{(x_1')}{\lambda_1^2} + \frac{(x_2')}{\lambda_2^2} + \frac{(x_3')}{\lambda_3^2} + \dots + \frac{(x_m')}{\lambda_m^2} = 1$$

Naturellement l'ellipsoïde est une enveloppe plus étroite du vecteur de réponse que l'enveloppe rectangulaire.

Vérification plus rigoureuse et moins conservatrice que celle employée par la pratique habituelle qui considère que les sollicitations individuelles sont parfaitement corrélées.

Improved response spectrum based envelope

L'algorithme développé permet de comparer le domaine de concomitance à la courbe de capacité et de déterminer la marge de sécurité disponible.

- Processus itératif pour déterminer la marge de sécurité:

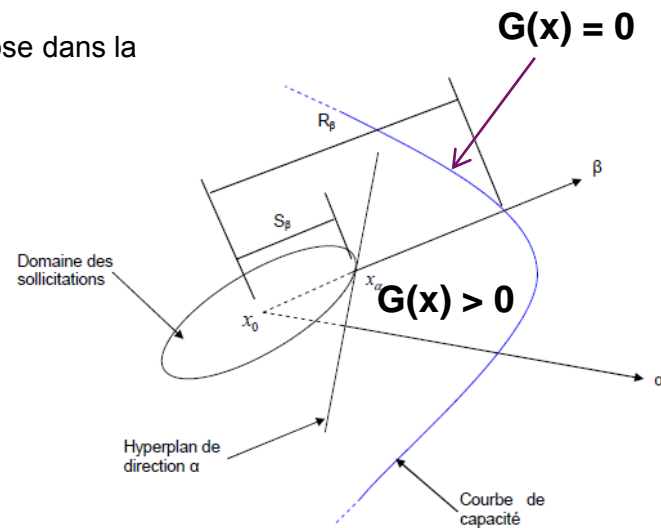
$$\lambda = \frac{R_\beta}{S_\beta}$$

- R_β qui est la distance du centre de l'ellipse à la courbe de capacité dans la direction de β ;
- S_β qui est la distance du centre de l'ellipse au bout de l'ellipse dans la même direction.

Problème d'optimisation non linéaire

Objectif : pour tout vecteur β , trouver la plus petite valeur de λ et vérifier si l'inégalité $\lambda \geq 1$ est satisfaite.

$\lambda =$ coefficient par lequel on doit multiplier le spectre de l'excitation sismique pour que le domaine des sollicitations soit tangent à la courbe d'interaction



Vérification optimisée: voiles et plaques en béton armé

Modèle à trois couches de Marti

L'approche proposée par (Marti, 1990) consiste à projeter les efforts généralisés des éléments coques sur trois couches différentes. Une couche intermédiaire qui reprend les efforts en cisaillement hors-plan et deux couches (« externe » et « interne ») chargées par des efforts de membrane:

$$N_x^{ext} = \frac{n_x}{2} + \frac{m_x}{d} + \frac{V_x^2}{2V_0 \tan \theta_v}$$

$$N_y^{ext} = \frac{n_y}{2} + \frac{m_y}{d} + \frac{V_y^2}{2V_0 \tan \theta_v}$$

$$N_{xy}^{ext} = \frac{n_{xy}}{2} + \frac{m_{xy}}{d} + \frac{V_x V_y}{2V_0 \tan \theta_v}$$

$$N_x^{int} = \frac{n_x}{2} - \frac{m_x}{d} + \frac{V_x^2}{2V_0 \tan \theta_v}$$

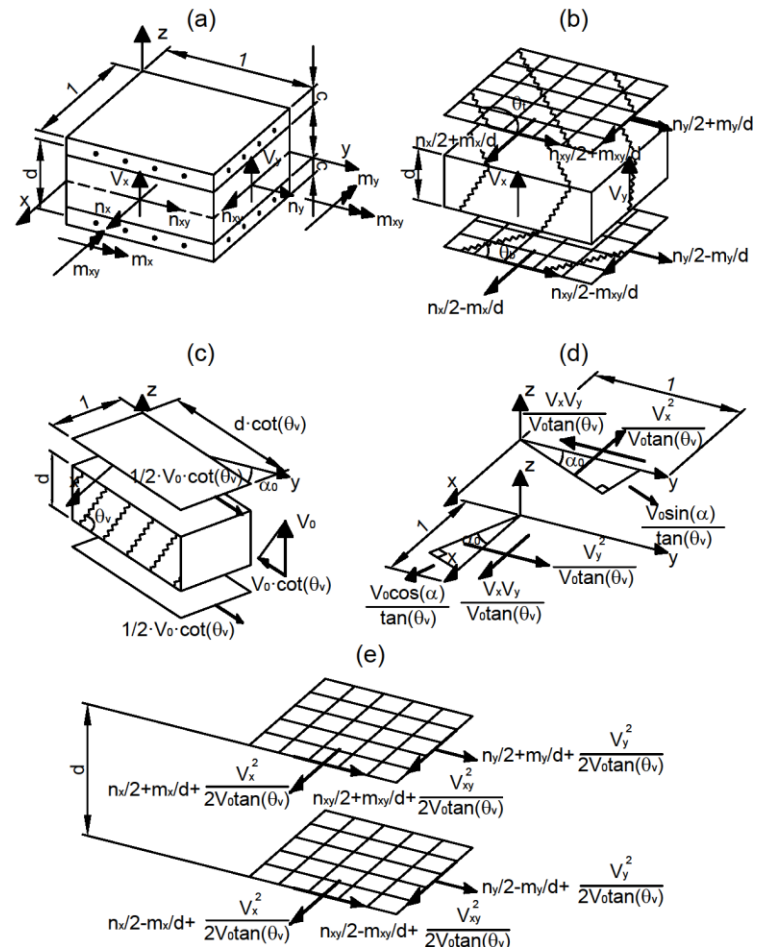
$$N_y^{int} = \frac{n_y}{2} - \frac{m_y}{d} + \frac{V_y^2}{2V_0 \tan \theta_v}$$

$$N_{xy}^{int} = \frac{n_{xy}}{2} - \frac{m_{xy}}{d} + \frac{V_x V_y}{2V_0 \tan \theta_v}$$

Où:

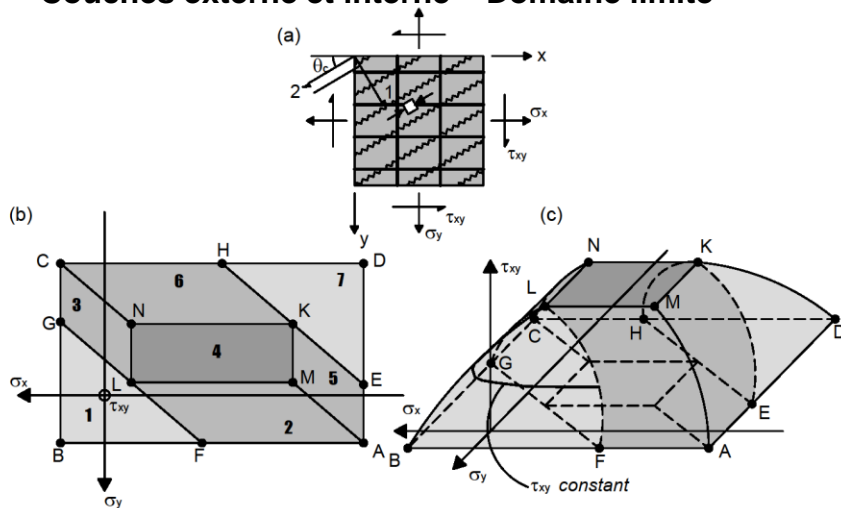
$$V_0 = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

θ_v est l'angle des bielles comprimées



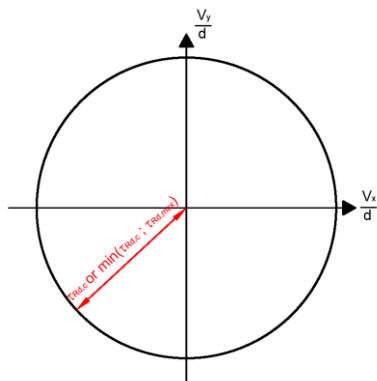
Problématique: Domaine limite

Couches externe et interne – Domaine limite



$$\begin{aligned}\Phi_1^{ext} &= \tau_{xy}^2 - (\rho_x f_{sy} - \sigma_x)(\rho_y f_{sy} - \sigma_y) = 0 \\ \Phi_2^{ext} &= \tau_{xy}^2 - (f_c - \rho_y f_{sy} + \sigma_y)(\rho_y f_{sy} - \sigma_y) = 0 \\ \Phi_3^{ext} &= \tau_{xy}^2 - (\rho_x f_{sy} - \sigma_x)(f_c - \rho_x f_{sy} + \sigma_x) = 0 \\ \Phi_4^{ext} &= \tau_{xy}^2 - f_c^2/4 = 0 \\ \Phi_5^{ext} &= \tau_{xy}^2 + (\rho_x f_{sy} + \sigma_x)(f_c + \rho_x f_{sy} + \sigma_x) = 0 \\ \Phi_6^{ext} &= \tau_{xy}^2 + (f_c + \rho_y f_{sy} + \sigma_y)(\rho_y f_{sy} + \sigma_y) = 0 \\ \Phi_7^{ext} &= \tau_{xy}^2 - (f_c + \rho_x f_{sy} + \sigma_x)(f_c + \rho_y f_{sy} + \sigma_y) = 0\end{aligned}$$

Couche intermédiaire – Surface limite



$$\begin{aligned}\Phi^{inn} &= \tau_{calc} - \tau_{Rd,c} = 0 && \text{sans armature} \\ \Phi^{inn} &= \tau_{calc} - \min(\tau_{Rd,s}, \tau_{Rd,max}) = 0 && \text{avec armature}\end{aligned}$$

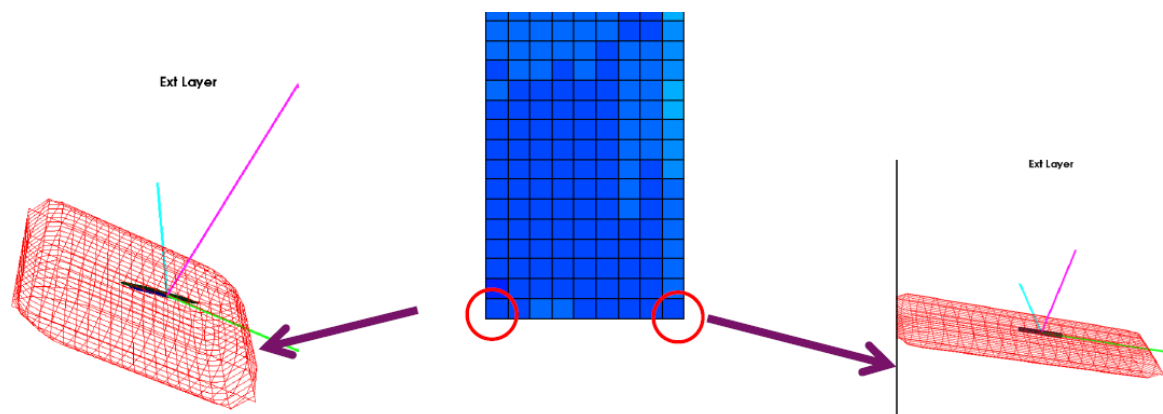
$$f_s = f_{yk}/\gamma_s; f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck}/\gamma_c$$

$$\tau_{Rd,s} = \frac{V_{Rd,s}}{d} = \rho_z \cdot f_{ywd} \cdot \cot\theta$$

$$\tau_{Rd,max} = \alpha_{cw} v_1 \cdot f_{cd} / (\cot\theta + \tan\theta)$$

Problématique:

Développement et implantation dans le code Cast3M des procédures robustes et efficaces pour la vérification optimisée des plaques et des coques en béton armé.

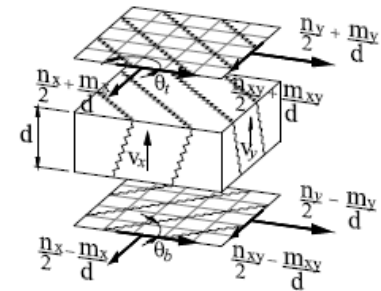


- Projections des efforts statiques selon le modèle de MARTI;
- Calculs des efforts maximales et des covariances selon le modèle de MARTI;
- Détermination des marges de sécurité.

Vérification optimisée: voiles et plaques en béton armé

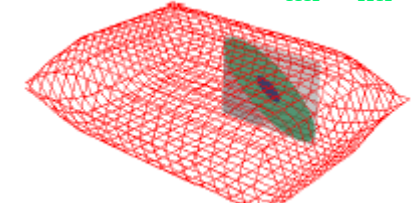
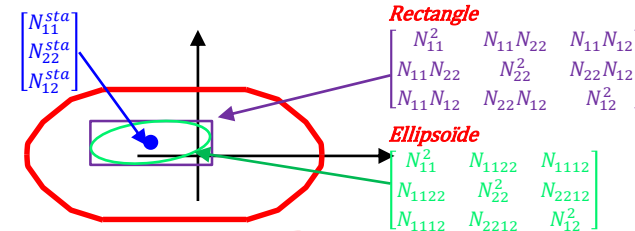
Liste des procédures développées:

- **EFFMARTI** : détermination des efforts selon le modèle à trois couches de MARTI;
- **SISSIB** : modification de la procédure pour la méthode spectrale. Une option supplémentaire est présente afin de déterminer les efforts maximaux et ses corrélations selon le modèle de trois couches de MARTI;
- **MRCSELL**: détermination des marges de sécurité pour chaque couche dans chaque élément (l'utilisateur peut choisir entre deux options de calcul: 'RECTANGLE' ou 'ELLIPSOIDE').
- **G ULTI2D**: fonction g pour définir le domaine limite pour les couches extérieure, intérieure et intermédiaire;
- **MRCTRACE** : procédure pour tracer le domaine limite et l'état des efforts dans les couches externe, interne et intermédiaire;



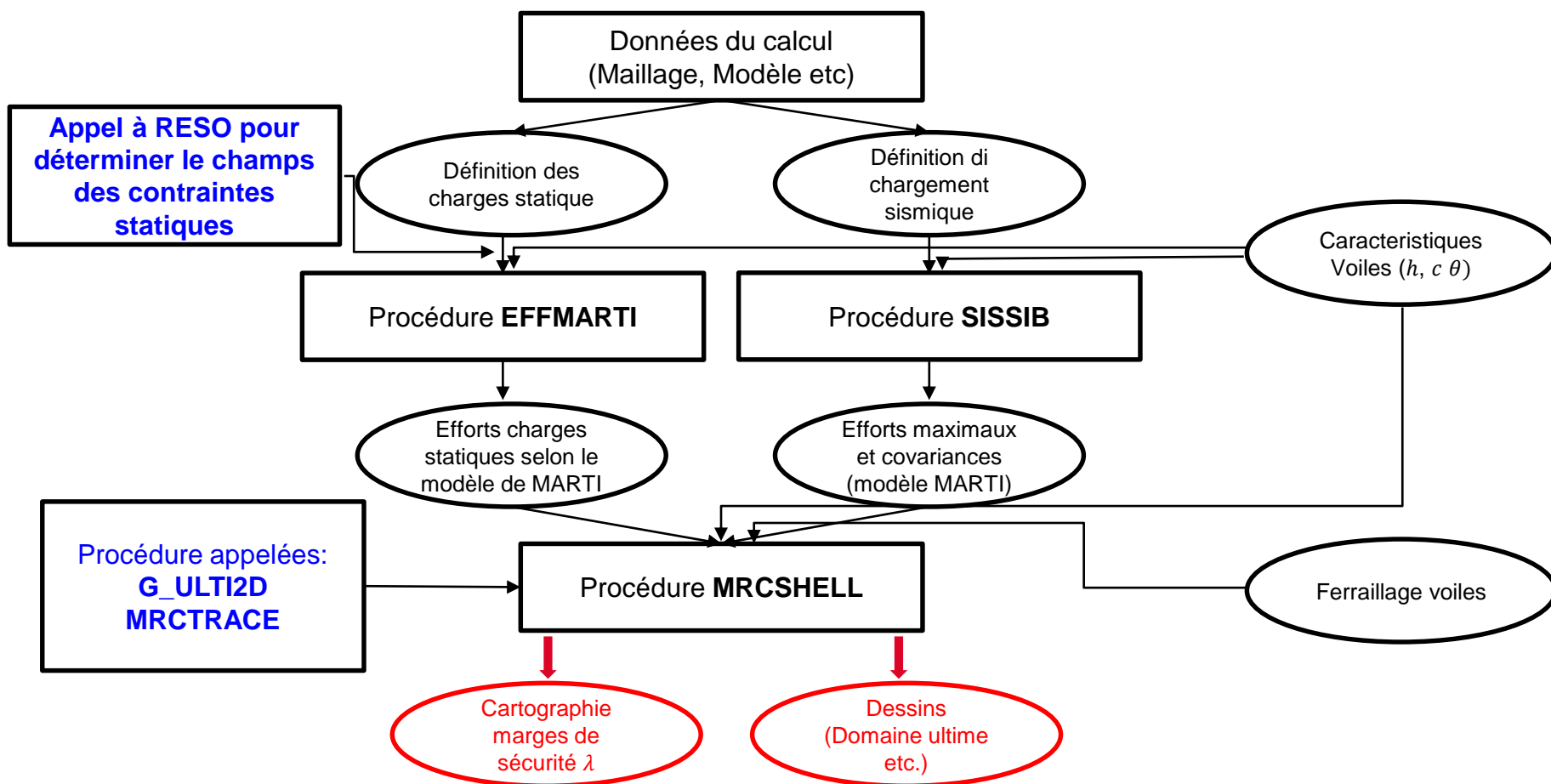
$$N_{\alpha\beta\gamma\delta} = \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^{n_{mode}} \sum_{j=1}^{n_{mode}} \rho_{ij} N_{\alpha\beta}^{(mod_i)(k)} N_{\gamma\delta}^{(mod_j)(k)}$$

$$\begin{bmatrix} N_{11}^2 & N_{1122} & N_{1112} \\ N_{1122} & N_{22}^2 & N_{2212} \\ N_{1112} & N_{2212} & N_{12}^2 \end{bmatrix}$$



Vérification optimisée: voiles et plaques en béton armé

Schéma de calcul:



Vérification optimisée: voiles et plaques en béton armé

Schéma de calcul - Exemple:

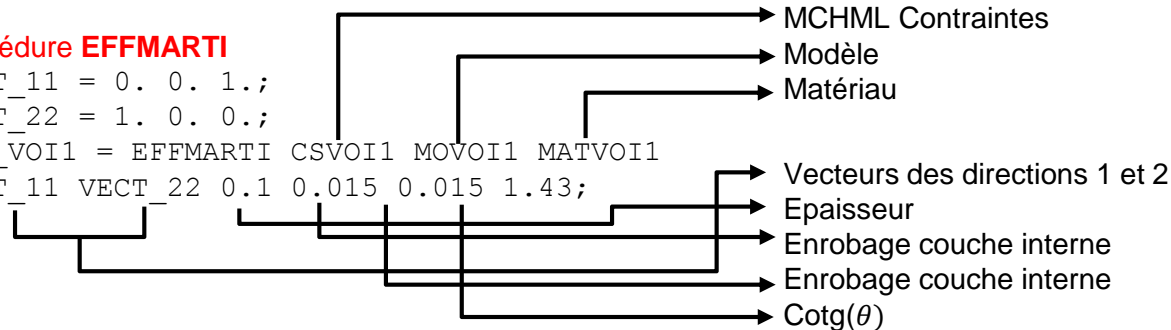
Procédure EFFMARTI

VECT_11 = 0. 0. 1.;

VECT_22 = 1. 0. 0.;

EFF_VOI1 = EFFMARTI CSVOI1 MOVOI1 MATVOI1

VECT_11 VECT_22 0.1 0.015 0.015 1.43;



Procédure SISSIB (modifiée)

*

TAB3 = TABLE;

TAB3. 1 = TABLE;

TAB3. 1 . 'MAIL' = VOIL1;

TAB3. 1 . 'MODE' = MOVOI1;

TAB3. 1 . 'MATE' = MATVOI1;

TAB3. 1 . 'EPAISSEUR' = 0.1;

TAB3. 1 . 'ENROBAGE_E' = 0.015;

TAB3. 1 . 'ENROBAGE_I' = 0.015;

TAB3. 1 . 'COT_THETA' = 1.43;

TAB3. 1 . 'DIR1' = (0. 0. 1.);

TAB3. 1 . 'DIR2' = (1. 0. 0.);

*

TAB2 = SISSIB TAB1 TAB3;

Table des données

Sous table voile i-ème

Maillage

Modèle

Matériau

Epaisseur

Enrobage couche externe

Enrobage couche interne

Cotg(θ)

Direction 1

Direction 2

TAB2.REPONSE_TOTALE.COVARIANCE.VOI1

Table des données d'entrée pour
SISSIB

Table des données supplémentaires

Vérification optimisée: voiles et plaques en béton armé

Schéma de calcul - Exemple:

Procédure MRCHELL

```
TAB_MAR = TABLE;
TAB_MAR.'MAILLAGE' = VOIL1;
TAB_MAR.'EFFORT_SEISME' =
    (TAB2.REPONSE_TOTALE.COVARIANCE.VOIL1);
TAB_MAR.'EFFORT_STATIQUE' = EFF_VOIL1;
TAB_MAR.'CARACTERISTIQUES_EXTERNE' = FER_V1_E;
TAB_MAR.'CARACTERISTIQUES_INTERNE' = FER_V1_I;
TAB_MAR.'CARACTERISTIQUES_CORE' = FER_V1_C;
TAB_MAR.'FC_BET' = FBET1;
TAB_MAR.'GAM_C' = GAM_C1;
TAB_MAR.'ALP_C' = ALP_C1;
TAB_MAR.'NU_C' = NU_C1;
TAB_MAR.'FS_ACI' = FACI1;
TAB_MAR.'GAM_S' = GAM_A1;
*
TLA_V1_E = MRCHELL 'ELLIPSOIDE' TAB_MAR VAL_TOL1 ELE_LI1;
*
```

Table des données
Maillage voile i-ème

Matrice des covariances voile i-ème

Efforts statiques projetés

Caracter. couche ext (MCHML: 'RHO1' 'RHO2' 'ENRO')

Caracter. couche int (MCHML: 'RHO1' 'RHO2' 'ENRO')

Caracter. couche core (MCHML: 'H' 'RHOT' 'COTH')

f_{ck}

γ_c

α_{cc}

ν_1

f_{yk}

γ_s

Table données

Tolérance

Liste des éléments

Output MRCHELL

```
TLA_V1_E.CH_LAMBDA_E
TLA_V1_E.CH_LAMBDA_I
TLA_V1_E.CH_LAMBDA_C
TLA_V1_E.CARTE_E
TLA_V1_E.CARTE_I
TLA_V1_E.CARTE_C
TLA_V1_E.GRAPHIQUES
```

Cart. isovaleurs λ couche externe

Cart. isovaleurs λ couche interne

Cart. isovaleurs λ couche core

Résumée vérification couche externe

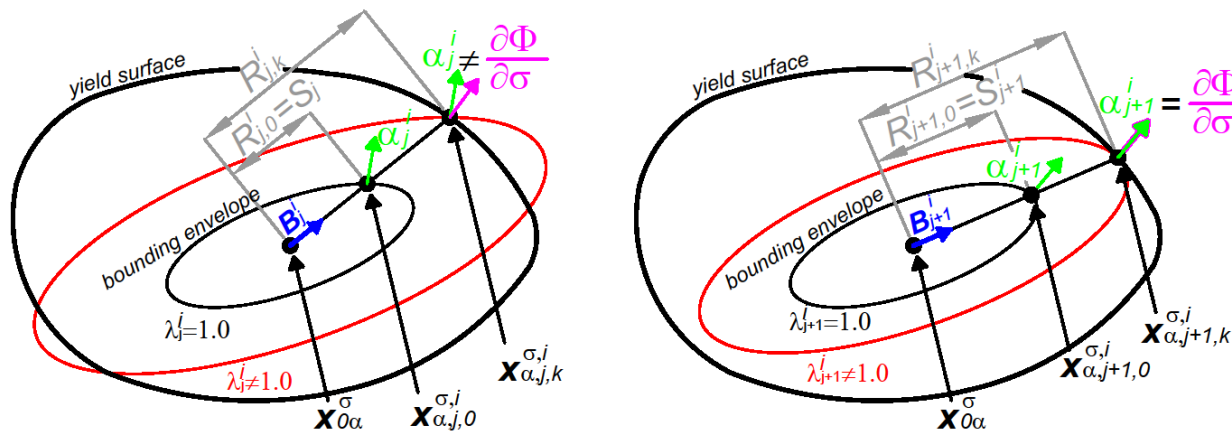
Résumée vérification couche interne

Résumée vérification couche intermediaire

Vérification optimisée: voiles et plaques en béton armé Procédure MRCSELL

Deux phases:

1. Recherche de la condition $\Phi(\mathbf{x}) = 0$ pour la direction α fixée;
2. On détermine la normale de la surface limite $\partial\Phi/\partial\sigma$ au point x . Si $\partial\Phi/\partial\sigma \neq \alpha$, on fait une mise à jour de α et on revient à la phase 1;



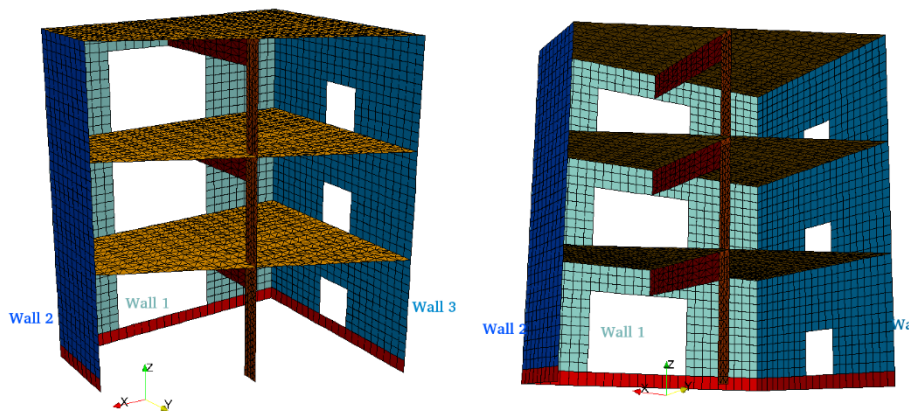
$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \frac{\mathbf{X}\alpha}{\sqrt{\alpha^T \mathbf{X}\alpha}}$$

Loop j
 $\Phi(\mathbf{x}_{\alpha,j,k}^{\sigma,i}) = 0$
 $\alpha_j^i \neq \frac{\partial\Phi}{\partial\sigma}$

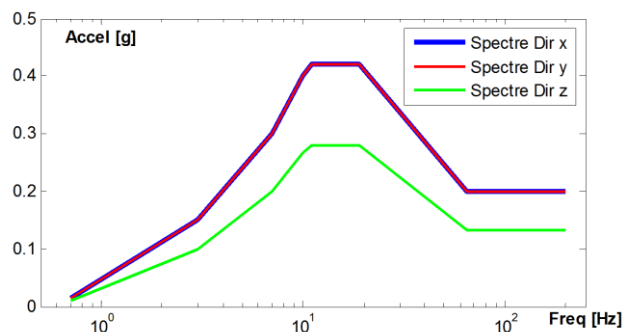
Loop $j+1$
 $\Phi(\mathbf{x}_{\alpha,j+1,k}^{\sigma,i}) = 0$
 $\alpha_{j+1}^i = \frac{\partial\Phi}{\partial\sigma}$

Vérification optimisée: voiles et plaques en béton armé Application – SMART2013

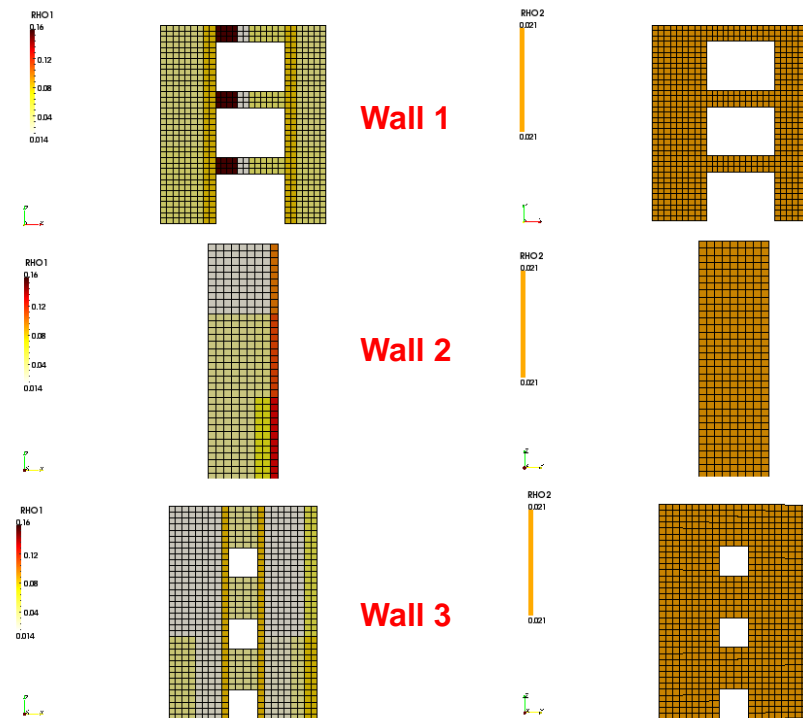
On vérifie les trois voiles de la maquette SMART2013



Trois spectres de dimensionnement – PGA=0,2 g



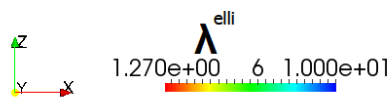
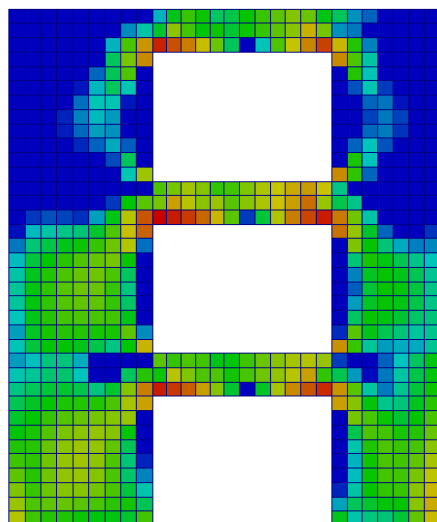
Taux de ferrillages dans les trois voiles



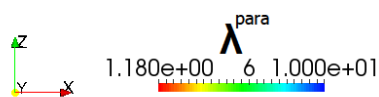
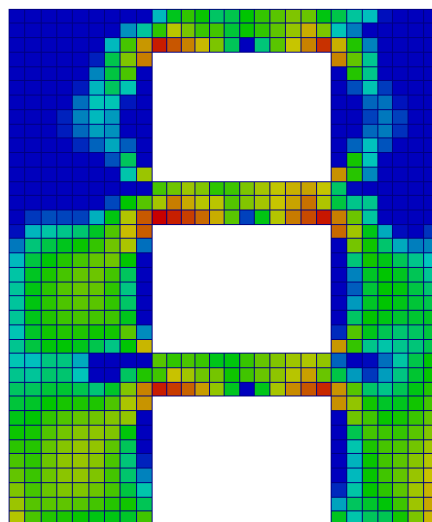
Vérification optimisée: voiles et plaques en béton armé Application – SMART2013

Cartographie des coefficient de sécurité – Wall 1

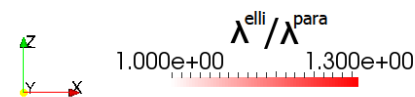
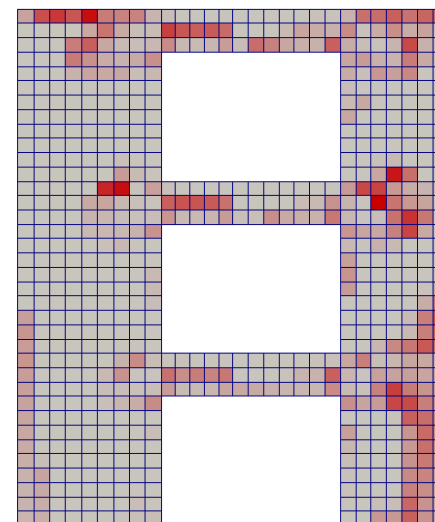
(a) Wall1 - Ellipsoid envelope



(b) Wall1 - Parallelepipid envelope



(c) Wall1 - Ratio $\lambda^{\text{elli}} / \lambda^{\text{para}}$



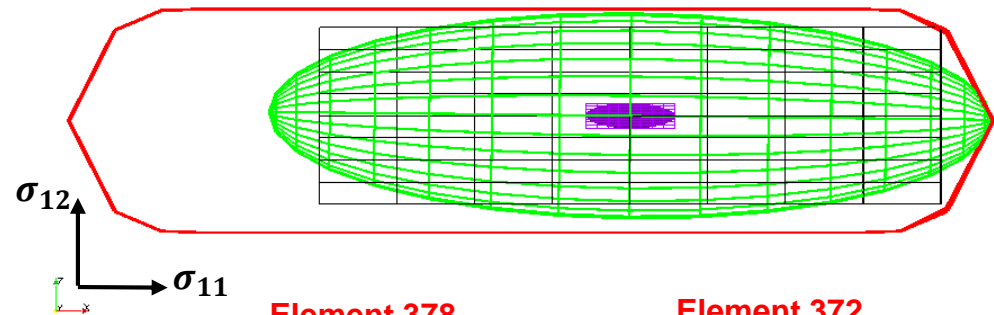
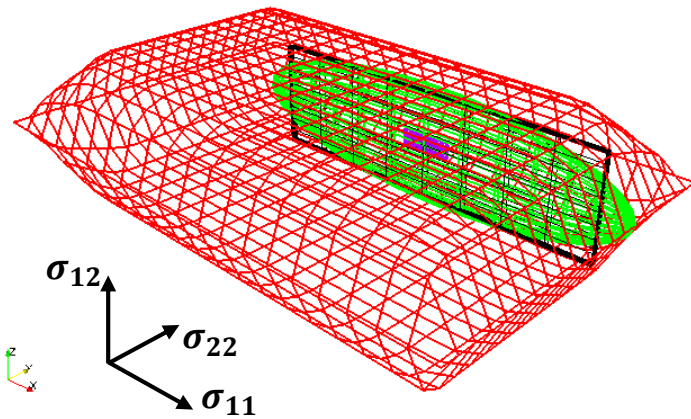
Observations

On remarque que sans tenir en compte les covariances (méthode rectangle) le calcul est plus conservatif.

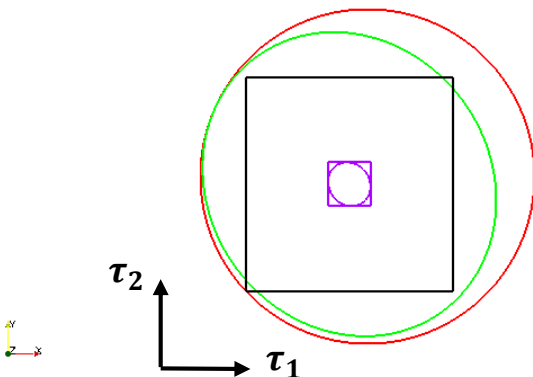
Si on considère les covariances entre les efforts maximales on obtient une augmentation des marges de sécurité.

Vérification optimisée: voiles et plaques en béton armé Application – SMART2013

Élément 378 – Couche externe



Élément 372 – Couche intermédiaire



Element 378

$$\lambda_{elips} = 8,12$$

$$\lambda_{recta} = 6,98$$

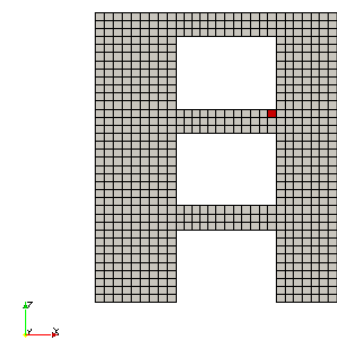
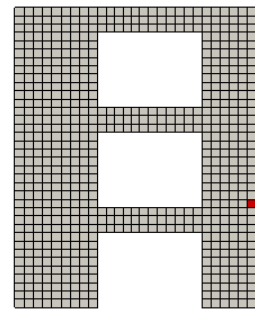
$$+16\%$$

Element 372

$$\lambda_{elips} = 6,92$$

$$\lambda_{recta} = 4,87$$

$$+42\%$$



Conclusions

Les algorithmes développés dans le code Cast3M permettent une vérification plus rigoureuse et moins conservatrice que celle employée par les méthodes usuelles.

Input: l'enveloppe elliptique de la demande sismique et une surface de capacité résistante.

Output: marge de sécurité sismique disponible.

Perspectives

- Etudes plus systématiques et paramétriques tenant compte d'une plus grande variété de configurations géométriques pour les systèmes à voiles porteurs.
- Application de la méthode au cas des poteaux sollicités en bi-flexion composée.