

Nouveautés Fluide

- FCOURANT : calcul de la fonction de courant en 2D, 2D axi ;
- KONV : ajout du traitement de différentes conditions aux limites pour Navier-Stokes compressible en Volumes Finies ;
- KEPSILON : ajout de nouveaux modèles de turbulence “Bas Reynolds” ;
- EXEC : ajout d’une méthode de projection algébrique incrémentale (objectif : meilleurs performances).



Projection Algébrique (I)

Navier-Stokes incompressible continu

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \nu \Delta \mathbf{u} + \nabla p = \mathbf{f} \\ \nabla \cdot \mathbf{u} = g \end{cases}$$

Navier-Stokes discret

$$\begin{cases} A_u \mathbf{u} + Gp = \mathbf{f} \\ D\mathbf{u} = g \end{cases}$$

Linéarisation et méthode incrémentale (Newton)

$$\begin{pmatrix} A' & G \\ D & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta \mathbf{u} \\ \delta p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f} - A_{u^i} \mathbf{u}^i - Gp^i \\ g - D\mathbf{u}^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta \mathbf{f} \\ \delta g \end{pmatrix}$$



Projection Algébrique (II)

Factorisation LU par blocs (A inversible)

$$\begin{pmatrix} A & G \\ D & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ D & -DA^{-1}G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & A^{-1}G \\ 0 & I \end{pmatrix}$$

Approximation : $H \approx A^{-1}$

Factorisation LU d'une matrice tangente approchée

$$\begin{pmatrix} A & AHG \\ D & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ D & -DHG \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & HG \\ 0 & I \end{pmatrix}$$



Projection Algébrique (III)

Résolution par étapes (\equiv méthode de splitting)

$$\begin{pmatrix} \boxed{A}_1 & 0 \\ D & \boxed{-DHG}_2 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} \boxed{I}_4 & HG \\ 0 & \boxed{I}_3 \end{pmatrix}}_{\begin{pmatrix} \delta \tilde{u} \\ \delta \tilde{p} \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \delta f \\ \delta g \end{pmatrix}$$

Etape		
1	$A \delta \tilde{u} = \delta f$	Vérification du bilan des forces
2	$-DHG \delta \tilde{p} = \delta g - D \delta \tilde{u}$	Calcul du multiplicateur de Lagrange
3	$\delta p = \delta \tilde{p}$	(Laplacien discret de pression)
4	$\delta u = \delta \tilde{u} - HG \delta p$	Vérification de la contrainte (bilan de masse)



Projection Algébrique (IV)

Avantages :

- Méthode efficace pour Navier-Stokes incompressible instationnaire 3D ;
- Vérification de la contrainte (bilan de masse).

Inconvénients :

- Convergence lente si δt grand (perte d'efficacité si $H \neq A^{-1}$).

