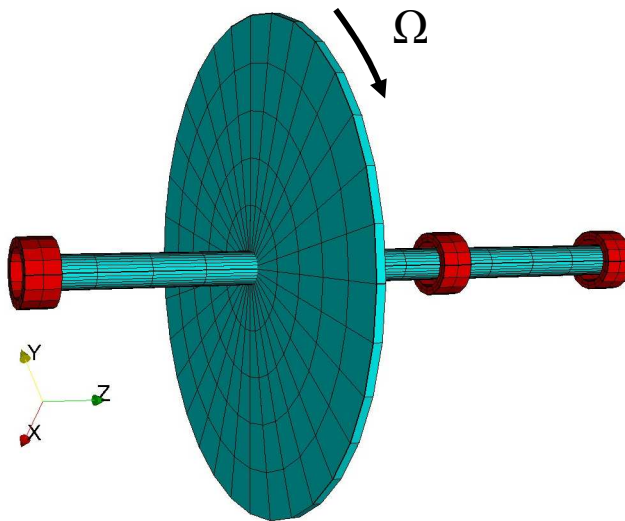


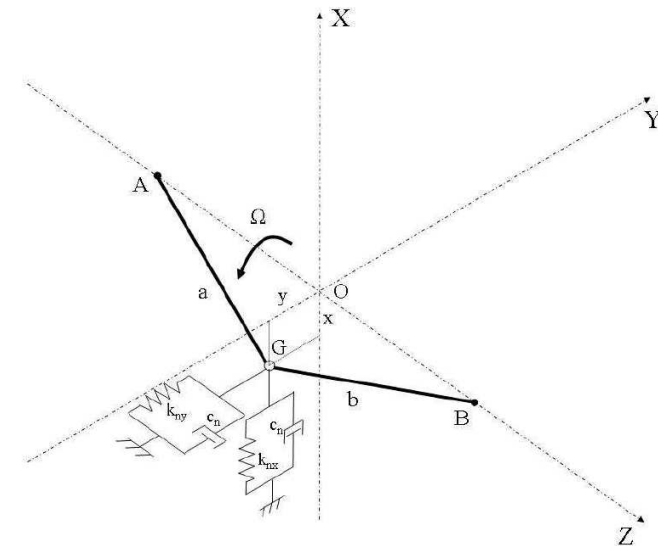
# Influence des défauts sur le comportement dynamique d'une machine tournante

## Influence des défauts sur le comportement dynamique d'un système tournant



Combescure Didier  
CEA Saclay/DEN/DM2S/SEMT/DYN

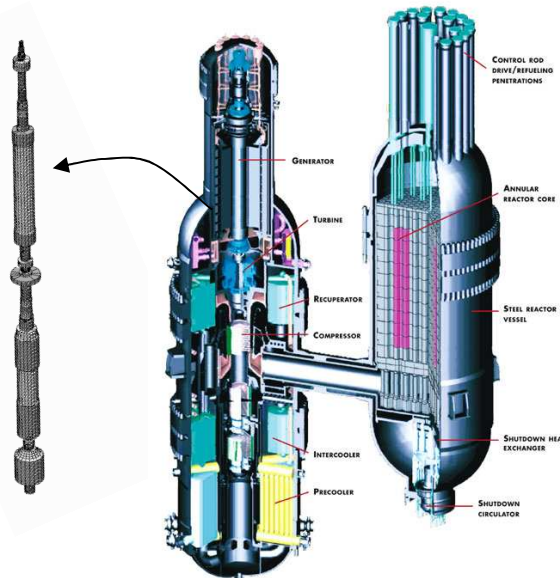
Encadré par



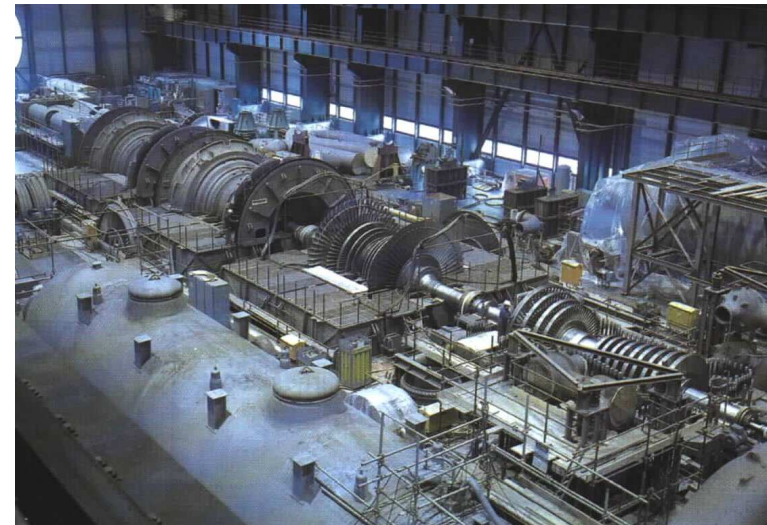
Nguyen Quoc Son  
Ecole Polytechnique/LMS

## Contexte industriel

- Problème de vibrations sur les machines tournantes industrielles :
  - ✓ Défauts de répartition de masse (balourd) : Vitesses critiques de résonance
  - ✓ Problème d'instabilité (dû à l'amortissement interne du rotor ou à un rotor fissuré...)



a. Projet de réacteur GT-MHR (Génération IV)

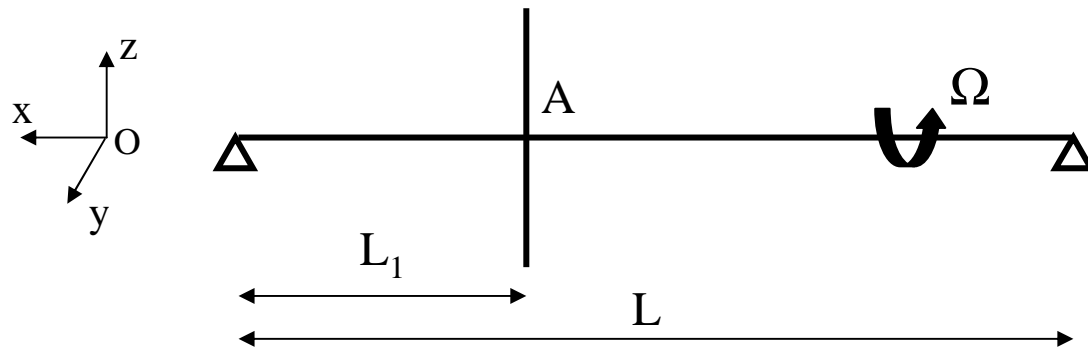


b. Turboalternateur

## Modélisation des systèmes tournants

### ➤ Comportement vibratoire des lignes d'arbres :

- ✓ Le système (rotor et paliers) est modélisé dans le repère fixe par un modèle de poutre
- ✓ On tient compte de la rotation à travers le couplage gyroscopique et l'amortissement corotatif (amortissement du rotor)



Ligne d'arbre avec volant d'inertie

### Hypothèses :

Vitesse de rotation constante

Vibrations linéaires

Système élastique

## Modélisation des systèmes tournants

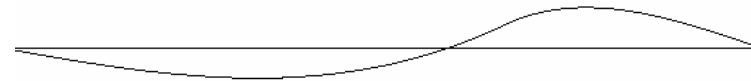
- L'équation du mouvement est « autonome » dans le repère fixe R :

$$[M_n] \ddot{\vec{U}} + ([G(\Omega)] + [C_n]) \dot{\vec{U}} + ([K_n] + [H(\Omega)]) \vec{U} = \vec{F}_{ext}$$

- Dans le domaine fréquentiel, base de modes propres au repos (sur le mode de Fourier  $n = 1$ ) :  $U = U_p e^{i\omega t}$



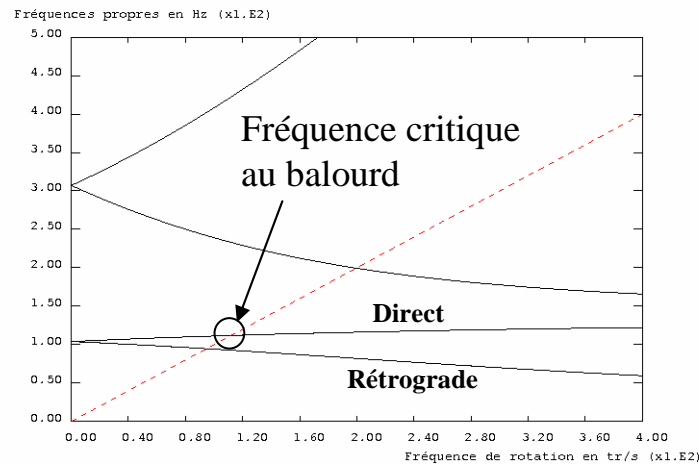
a. Mode 1 :  $\omega = 105$  Hz



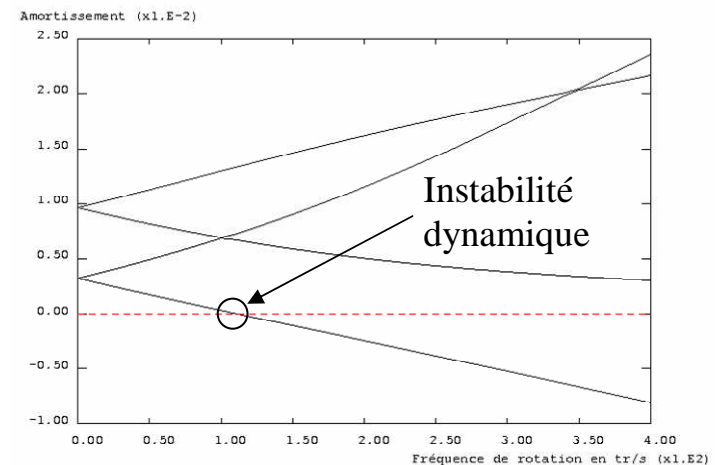
b. Mode 2 :  $\omega = 308$  Hz

## Modélisation des systèmes tournants

- Etude du comportement vibratoire des lignes d'arbres :
  - ✓ On peut tracer l'évolution des fréquences propres du système en fonction de sa vitesse de rotation (diagramme de Campbell) :  $\omega = \omega_R + i\omega_I$
  - ✓ On peut alors connaître les fréquences de rotations critiques (vis-à-vis des forces de balourd) ou les domaines d'instabilité du système.



a. Diagramme de Campbell en fréquence



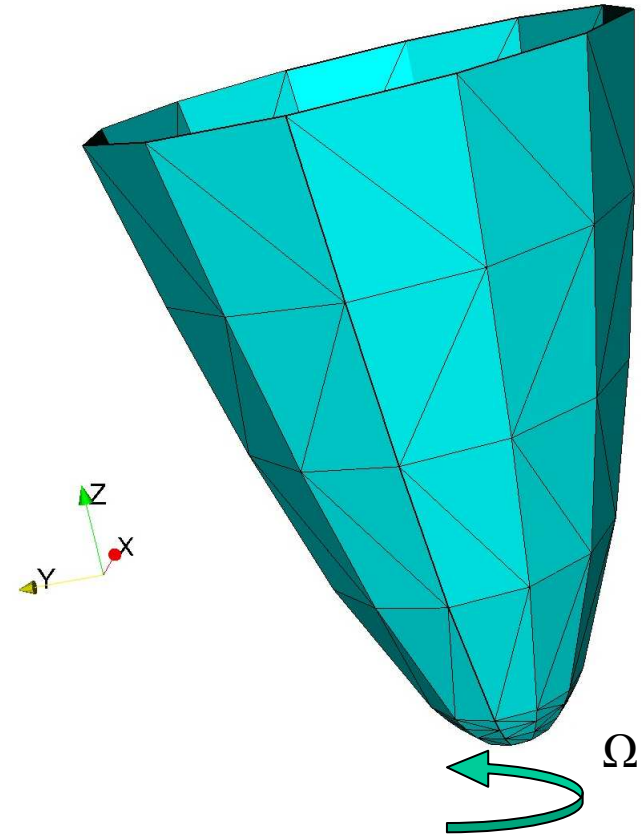
b. Diagramme de Campbell en amortissement

## Modélisation des systèmes tournants

- Modélisation EF 3D massif :
  - La cinématique est enrichie (modes de coques, disques, tubes,...)
  - Le rotor seulement est modélisé dans le repère tournant  $R'$  :

$$[M_r]\ddot{\vec{U}} + \left( [C_o(\Omega)] + [C_r] \right) \dot{\vec{U}} + \left( [K_n] + [K_c(\Omega^2)] + [K_s(\Omega^2)] \right) \vec{U} = \vec{F}_{ext}$$

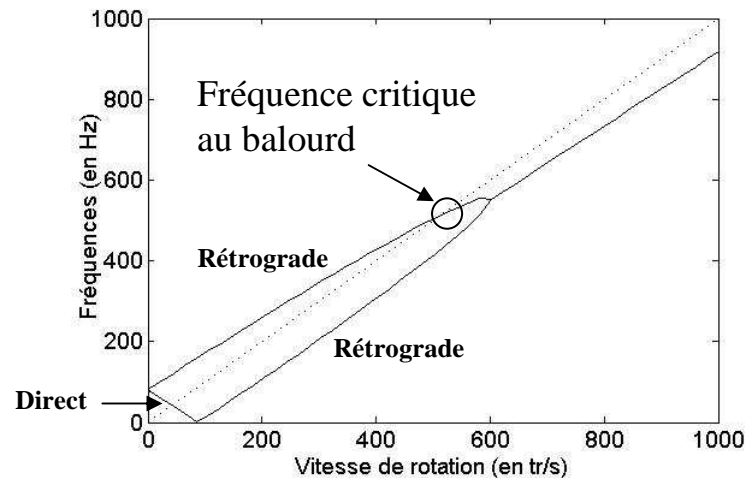
- Prise en compte des forces de Coriolis, des forces centrifuges, matrice de précontrainte.



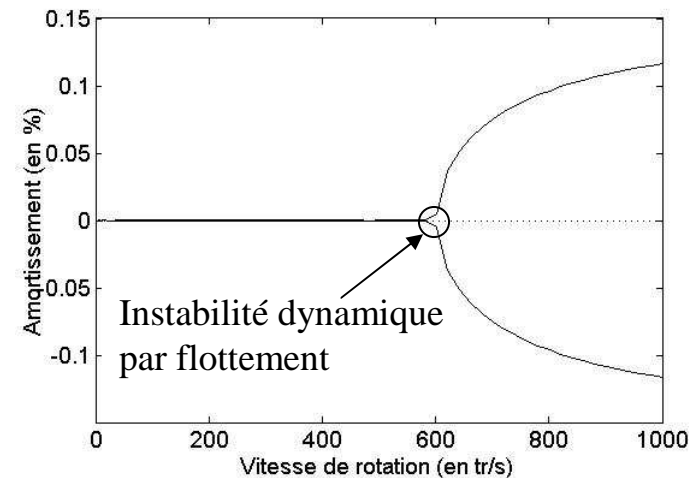
Parabole en rotation simplement appuyée

## Modélisation des systèmes tournants

- Etude de la stabilité d'une parabole (« problème d'aéroélasticité »)
  - Apparition d'une instabilité dynamique par confusion de fréquences du mode direct et rétrograde.



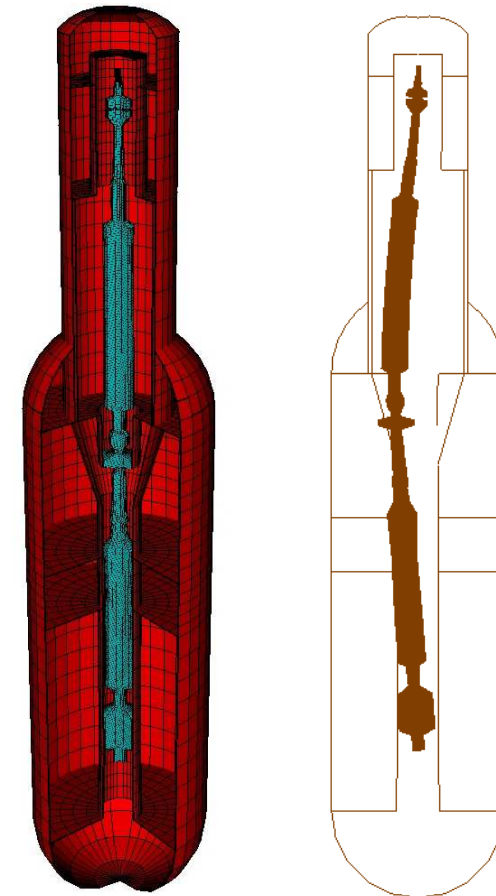
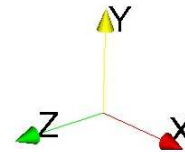
a. Diagramme de Campbell en fréquence



b. Diagramme de Campbell en amortissement

## Modélisation des systèmes tournants

- Modélisation EF 2D Fourier:
  - Cinématique enrichie : possibilité de modéliser les systèmes tournants axisymétriques.
  - Le stator et le rotor sont modélisés directement dans le repère fixe :  
 $\omega' = \omega - n \Omega$ .
  - On prend en compte les termes convectifs. Prise en compte du couplage gyroscopique et de l'amortissement.

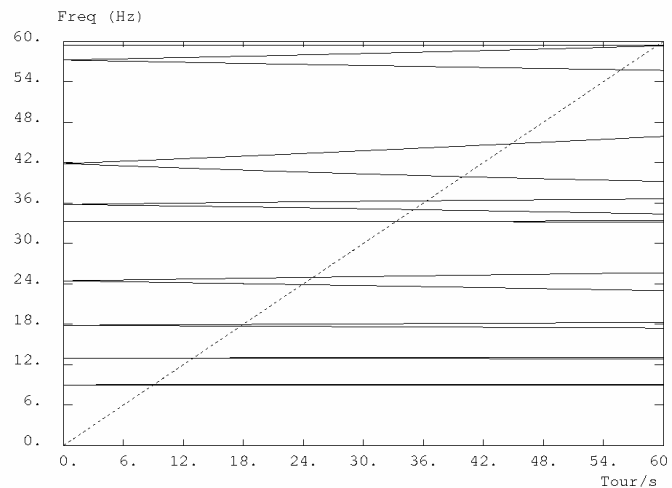


GTMHR en mode de Fourier et son premier mode (8.99 Hz)

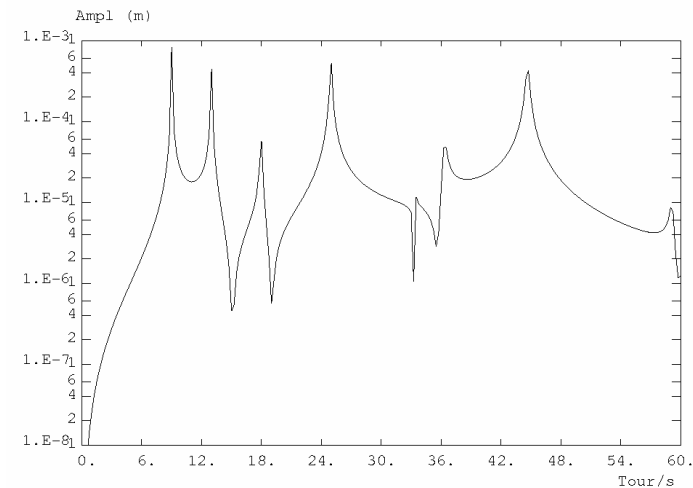


## Modélisation des systèmes tournants

- Etude du comportement vibratoire de la machine en Fourier :
  - ✓ Diagramme de Campbell du système.
  - ✓ Réponse à une force de balourd.



a. Diagramme de Campbell en fréquence



b. Réponse à un balourd



# Influence des défauts sur le comportement dynamique d'une machine tournante

---



## Problématique

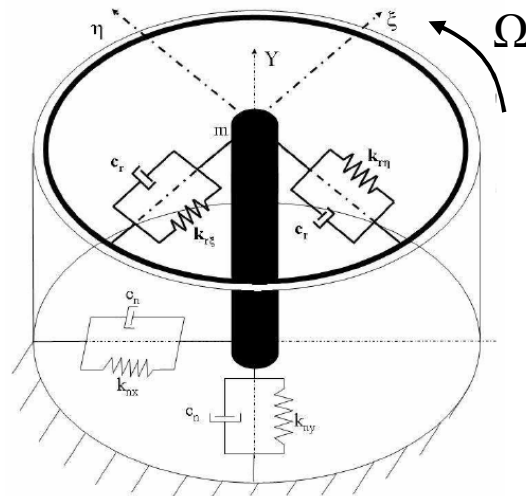
---

Prendre en compte des défauts dans l'analyse de vibration d'une machine tournante souple (rotor + stator)

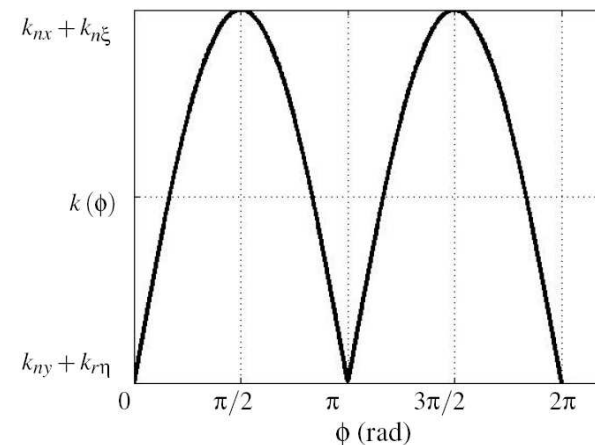
- Déterminer la stabilité et le régime permanent de ces machines tournantes dans le cas où :
  - ✓ Les paliers (ou le bâti) peuvent avoir des caractéristiques mécaniques non axisymétriques
  - ✓ Le rotor peut avoir des caractéristiques mécaniques dissymétriques (défaut de forme, fissure,...)
  
- Modéliser le système en EF (sous Cast3m) :
  - ✓ E.F. 3D (massif et coque) pour la prise en compte d'une cinématique enrichie (modes de disques, de tubes,...) et des modèles non axisymétriques.

## Influence des défauts

- Couplage rotor-stator : influence des défauts de forme.
  - ✓  $k_{nx}, k_{ny}$  raideurs fixes en x et y /  $k_{r\xi}, k_{r\eta}$  raideurs tournantes en  $\xi$  et  $\eta$
  - ✓ La raideur du système est périodique de période  $T = \pi/\Omega$ .



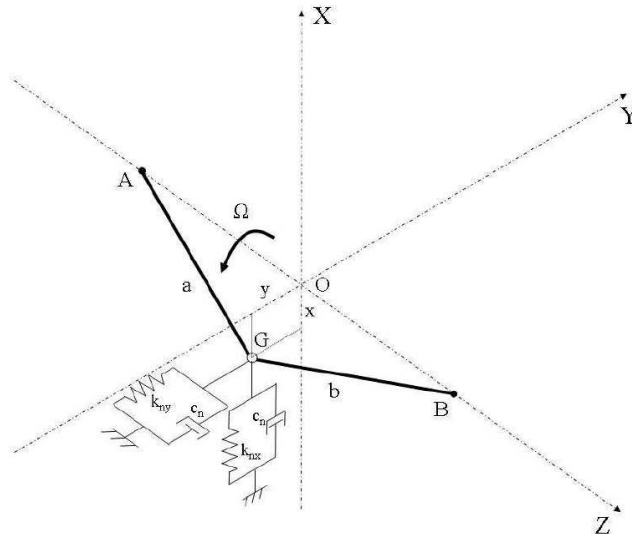
a. Système à 2 ddls : défaut de forme



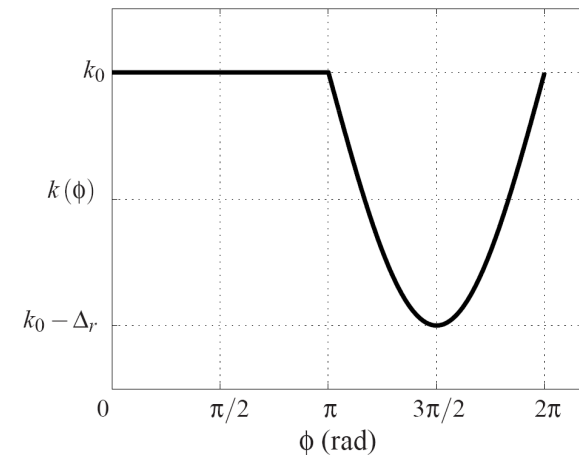
b. Fonction raideur du système

## Influence des défauts

- Etude d'un rotor horizontal fissuré (+ paliers anisotropes) :
  - ✓  $k_0$  (raideur du système sain),  $\varepsilon_k = \Delta_r/k_0$  et  $\varepsilon_n = (k_{nx} - k_{ny})/k_0$ .
  - ✓ La raideur du système est périodique de période  $2\pi/\Omega$ .



b. Rotor fissuré sur paliers anisotropes



a. Fonction raideur du rotor



## Influence des défauts sur le comportement dynamique d'une machine tournante

---



### Influence des défauts

---

- L'équation d'équilibre est « non autonome » (en posant  $z(t) = x + iy$ ) :

$$m \ddot{z}(t) + c \dot{z}(t) + B(t) z(t) = F_{ext}(t) \quad \text{avec } B(t) \text{ de période } T$$

- **Théorie de Floquet :**  $z(t) = P(t)e^{iAt}$  avec  $P(t)$  de période  $T$

- On passe dans le domaine fréquentiel (séries de Fourier) :

$$z(t) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} Z_{Dj} e^{i(\omega + j\Omega)t} + \sum_{j=-\infty}^{+\infty} Z_{Rj} e^{-i(\bar{\omega} + j\Omega)t}$$

## Influence des défauts

- Etude de l'équation homogénéisée : déterminant de Hill
  - ✓ Obtention des valeurs propres et des vecteurs propres du système pour  $\Omega$ .
  - ✓ Il y a convergence pour  $j_{\max}$ , elle dépend de  $\Omega$  et  $B(t)$  [Poincaré]

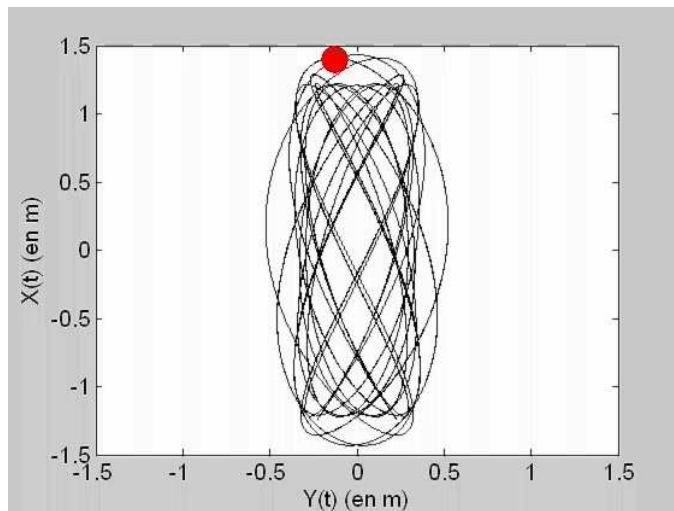
$$\begin{array}{cccccccc}
 & & & \text{Termes de couplage} & & & & \\
 & & & \swarrow & & \searrow & & \\
 \left[ \begin{array}{cccccccc}
 - & - & - & - & - & - & - & - \\
 - & A_{-1} & \varepsilon_n & \varepsilon_{r0} & 0 & \varepsilon_{r-1} & 0 & - \\
 - & \varepsilon_n & B_{-1} & 0 & \varepsilon_{r0'} & 0 & \varepsilon_{r1} & - \\
 - & \varepsilon_{r0'} & 0 & A_0 & \varepsilon_n & \varepsilon_{r0} & 0 & - \\
 - & 0 & \varepsilon_{r0} & \varepsilon_n & B_0 & 0 & \varepsilon_{r0'} & - \\
 - & \varepsilon_{r1} & 0 & \varepsilon_{r0'} & 0 & A_1 & \varepsilon_n & - \\
 - & 0 & \varepsilon_{r-1} & 0 & \varepsilon_{r0} & \varepsilon_n & B_1 & - \\
 - & - & - & - & - & - & - & -
 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c}
 - \\
 Z_{D-1} \\
 \bar{Z}_{R-1} \\
 Z_{D0} \\
 \bar{Z}_{R0} \\
 Z_{D1} \\
 \bar{Z}_{R1} \\
 -
 \end{array} \right\} = \{0\}
 \end{array}$$

**Déterminant de Hill** : Problème aux valeurs propres du système en  $\omega$

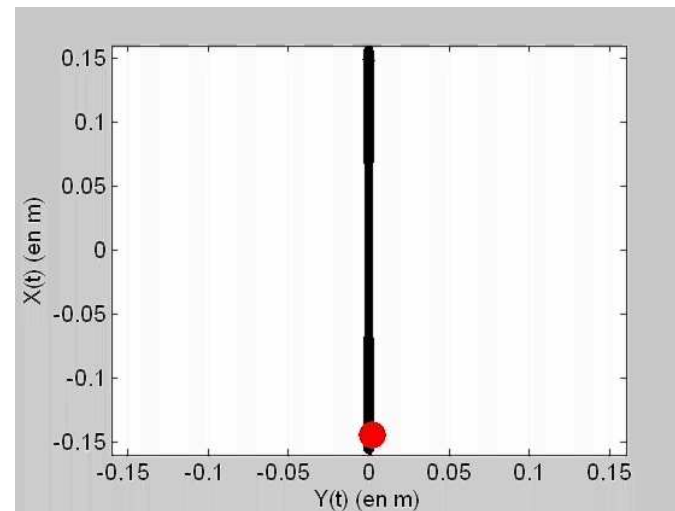
## Influence des défauts (rotor fissuré)

➤ « Modes propres » du problème aux valeurs propres :

$$z(t) = \sum_{j=-j_{\max}}^{j_{\max}} Z_{Dj} e^{i(\omega + j\Omega)t} + \sum_{j=-j_{\max}}^{j_{\max}} Z_{Rj} e^{-i(\bar{\omega} + j\Omega)t}$$



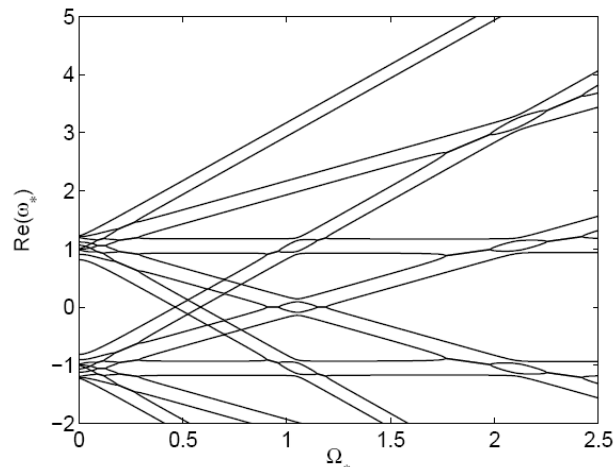
a. Mode selon x pour  $\Omega < \Omega_c$  et  $j_{\max} = 8$



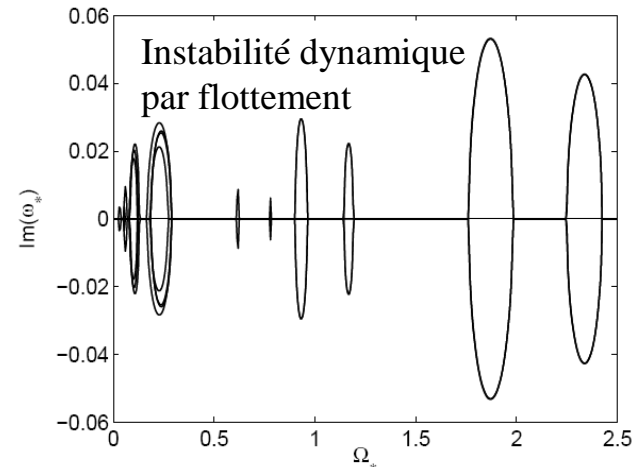
b. Mode selon x pour  $\Omega > \Omega_c$  et  $j_{\max} = 8$

## Influence des défauts (rotor fissuré)

- Evolution des valeurs propres en fonction de  $\Omega$  :  $\omega = (\omega_R + j\Omega) + i\omega_I$ 
  - ✓ Partie réelle : contenu fréquentiel des modes
  - ✓ Partie imaginaire : amortissement



a.  $\text{Re}(\omega)$  en fonction de  $\Omega$

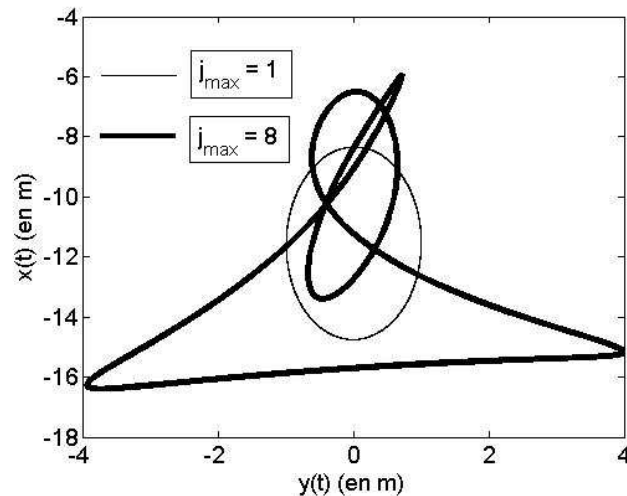


b.  $\text{Im}(\omega)$  en fonction de  $\Omega$

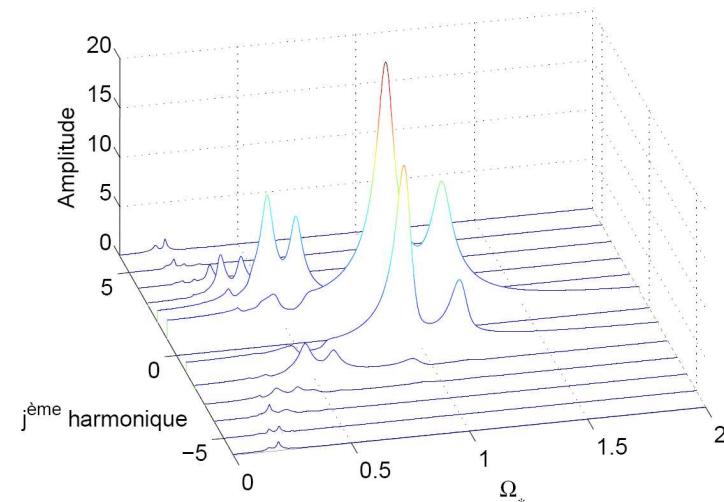


## Influence des défauts (rotor fissuré)

- Régime permanent (sous poids propre) :
  - ✓ La réponse est multi-harmonique (contenu fréquentiel dépend de  $\Omega$ ,  $B(t)$ )
  - ✓ Il existe des résonances secondaires



a. Orbite de G pour  $\Omega$  faible



b. Réponse sous poids propre



## Influence des défauts sur le comportement dynamique d'une machine tournante



### Modélisation EF (défaut de forme)

- Equation du mouvement autonome de S' dans le **repère tournant R'** :

$$[M_r] \ddot{\vec{U}}_m + \left( [C_o(\Omega)] + [C_r] \right) \dot{\vec{U}}_m + \left( [K_r] + [K_c(\Omega^2)] + [K_s(\Omega^2)] \right) \vec{U}_m = \vec{F}_{ext}$$

- Equation du mouvement autonome de S dans le **repère fixe R** :

$$[M_n] \ddot{\vec{U}}_n + [C_n] \dot{\vec{U}}_n + [K_n] \vec{U}_n = \vec{F}_{ext}$$

- Contraintes de liaison **entre S et S'** (multiplicateurs de Lagrange) :

$$\vec{U}_{Lp} = [R_L] \vec{U}_{Lq}$$

## Modélisation EF (défaut de forme)

➤ Etude vibratoire dans le domaine fréquentiel :

- ✓ Le déplacement du rotor est multi-harmonique

$$\vec{U}'_m(t) = \sum_{j=-\infty}^{j=+\infty} \vec{U}'_m{}^j \cos(\omega' + 2j\Omega)t + \sum_{j=-\infty}^{j=+\infty} I\vec{U}'_m{}^j \sin(\omega' + 2j\Omega)t$$

- ✓ Idem pour le déplacement du stator

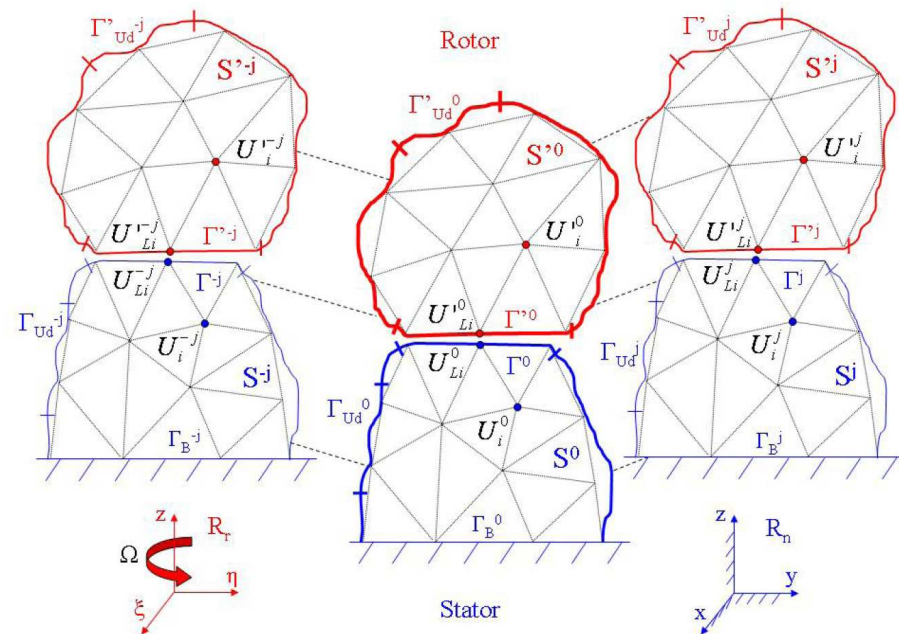
$$\vec{U}_n(t) = \sum_{j=-\infty}^{j=+\infty} \vec{U}_n{}^j \cos(\omega + 2j\Omega)t + \sum_{j=-\infty}^{j=+\infty} I\vec{U}_n{}^j \sin(\omega + 2j\Omega)t$$

- ✓ On travaille sur les modes de Fourier  $n = 1$  (mode de poutre ou de disque...)

$$\omega' = \omega - \Omega$$

## Modélisation EF (défaut de forme)

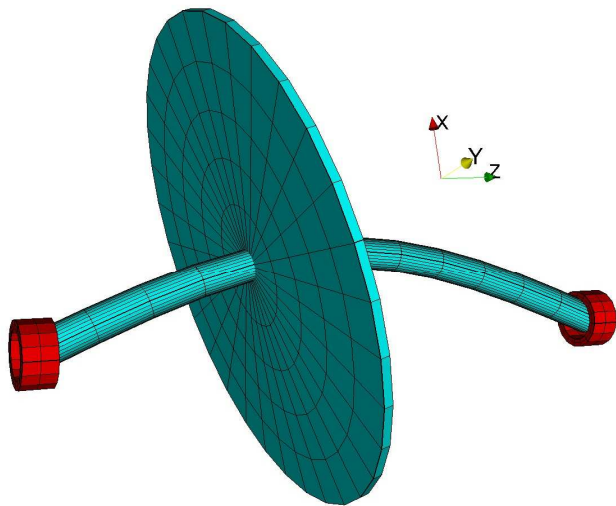
- Le système est modélisé en sous-domaines  $S^j$
- On travaille sur une base modale ( $n = 1$ ) calculée par sous-structuration
- L'influence des défauts est pris en compte par la liaison aux interfaces



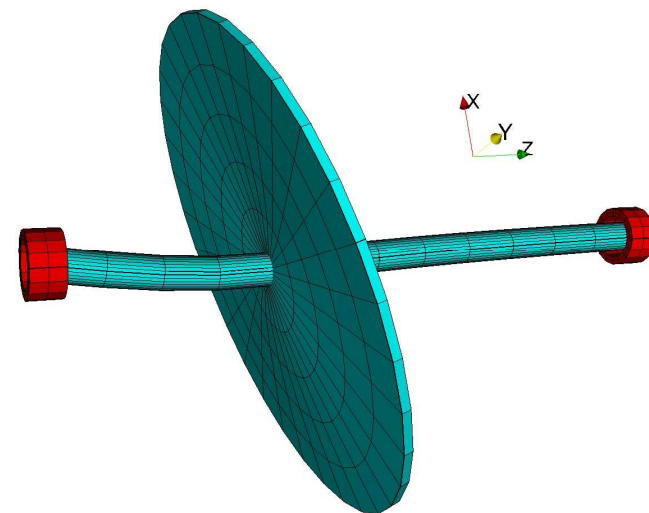
Modélisation EF dans le domaine fréquentiel

## Volant d'inertie souple sur 2 appuis isotropes

- Utilisation des équations du mouvement à l'ordre  $j = 0$
- Base de modes propres au repos (VIBR) : 1 mode double de flexion et 1 mode double de disque



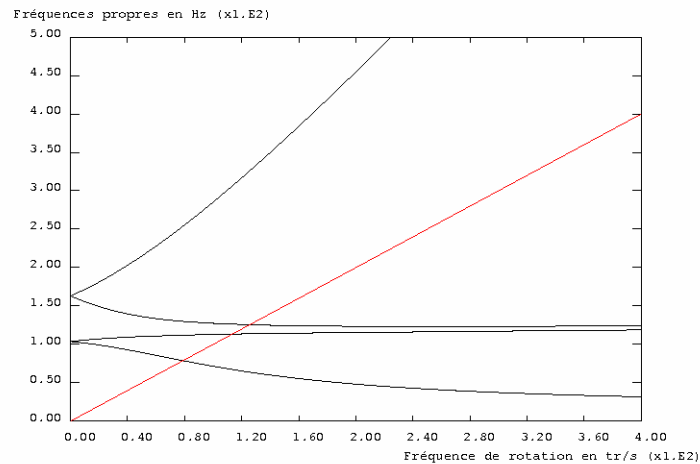
a. Mode de flexion au repos :  $\omega = 104$  Hz



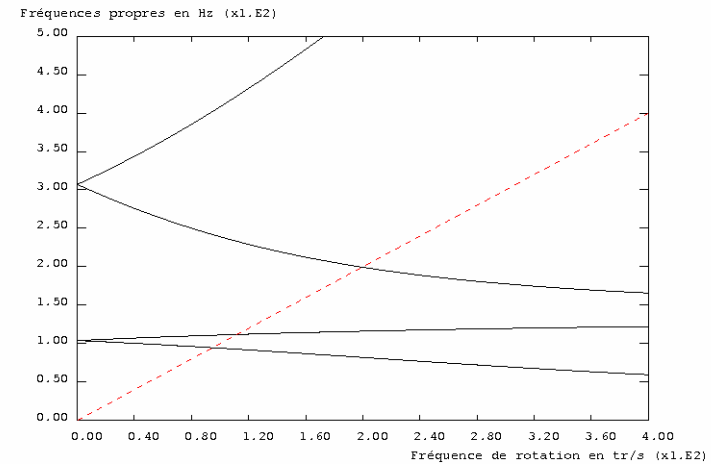
b. Mode de disque au repos :  $\omega = 163$  Hz

## Volant d'inertie souple sur 2 appuis isotropes

- Problème aux valeurs propres en  $\omega$  pour  $j = 0$
- On trace l'évolution des fréquences propres en fonction de  $\Omega$  dans le repère fixe (VIBC)



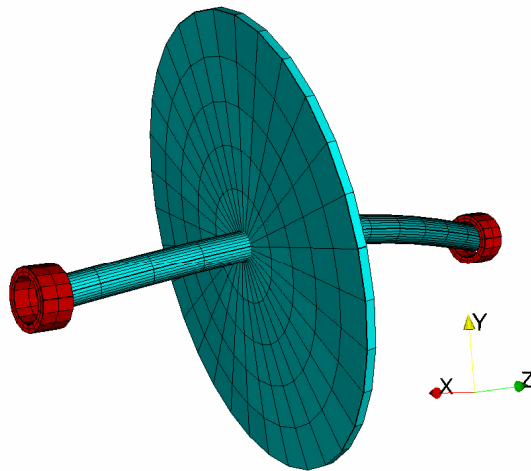
a. Diagramme de Campbell avec EF 3D



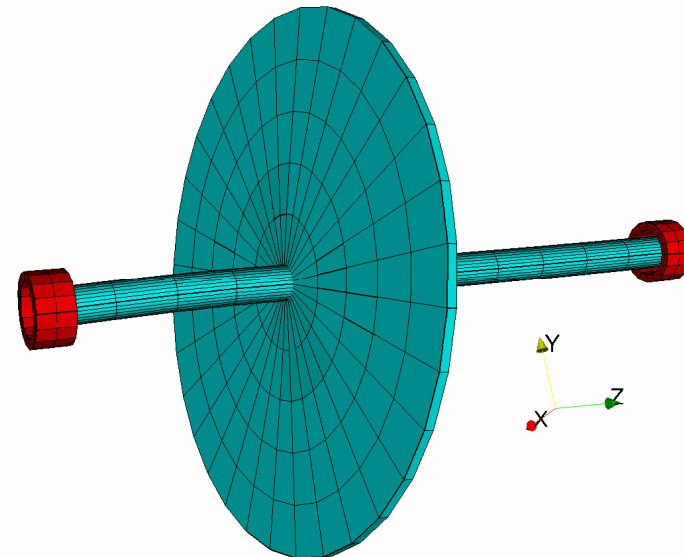
b. Diagramme de Campbell avec EF poutre

## Volant d'inertie souple sur 2 appuis isotropes

- Visualisation des modes propres complexes :
  - ✓ 1 mode direct et rétrograde pour chaque déformée



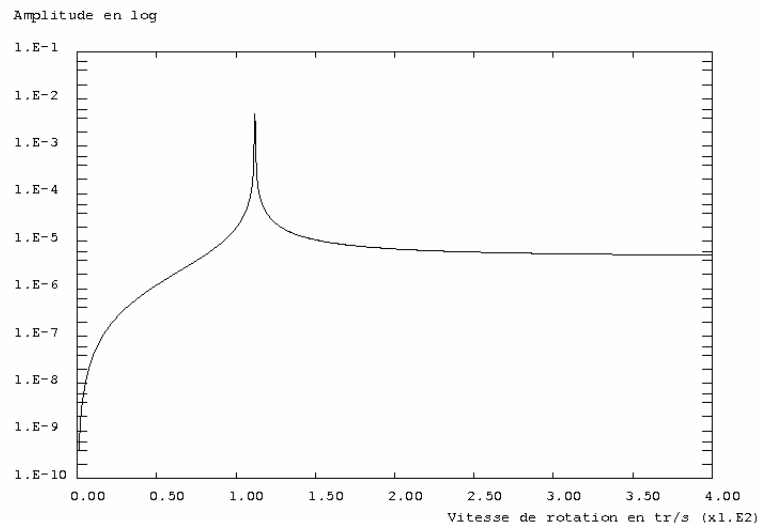
a. Mode de flexion pour  $\Omega = 40$  tr/s



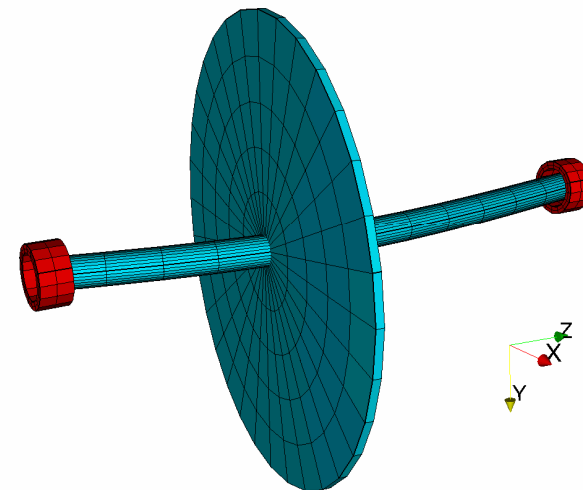
b. Mode de disque pour  $\Omega = 40$  tr/s

## Volant d'inertie souple sur 2 appuis isotropes

- Réponse au balourd dans le domaine fréquentiel (RESO):
  - ✓ Résonance principale pour  $\Omega = \omega_{\text{flexion}}$
  - ✓ La réponse est mono fréquentielle de fréquence  $\Omega$



a. Réponse au balourd



b. Réponse forcée pour  $\Omega = 5$  tr/s



## Objectifs

- Finir d'implémenter les outils numérique dans Cast3m : rotor fissuré ?
- Illustrer la théorie sur un dispositif expérimental (en cours)
- Mise en œuvre de techniques de réduction EF :
  - ✓ Implémentation de la symétrie cyclique dans Cast3m ?

