
THÈSE

pour obtenir le grade de :

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ D'AIX-MARSEILLE EN MÉCANIQUE ET ÉNERGÉTIQUE

École Doctorale 353 « SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR : MÉCANIQUE, PHYSIQUE, MICRO ET NANOÉLECTRONIQUE »

par

Minh Chien NGUYEN

Thèse préparée au Laboratoire des Technologies d'Assemblage du CEA, DEN, DANS, DM2S, SEMT et à l'IUSTI de l'école polytechnique universitaire de Marseille

Modélisation et simulation multiphysique du bain de fusion en soudage à l'arc TIG

soutenue le 04 novembre 2015 devant la commission d'examen

M.	Jean-Michel BERGHEAU	Professeur, ENI Saint-Étienne	Président du jury
M ^{me}	Muriel CARIN	Maître de conférence (HDR), UBS Lorient	Rapporteur
M.	Frédéric ROGER	Professeur, École des Mines de Douai	Rapporteur
M.	Philippe GILLES	Expert AREVA-NP	Examineur
M.	Marc MEDALE	Professeur, Université d'Aix-Marseille	Directeur de thèse
M.	Olivier ASSERIN	Expert du CEA	Tuteur
M.	Stéphane GOUNAND	Expert du CEA	Tuteur
M.	Jean ANGLES	Ingénieur Chercheur EDF R&D	Invité

Résumé

Au cours de ce travail, un modèle physique et numérique 3D du procédé de soudage à l'arc TIG (Tungsten Inert Gas) a été développé dans l'objectif de prédire, en fonction des paramètres opératoires, les grandeurs utiles au concepteur d'assemblages soudés, telles que la géométrie du bain de soudage, l'écoulement du fluide dans le bain fondu et la distribution thermique dans la pièce soudée.

Le code de calcul aux éléments finis Cast3M (<http://www-cast3m.cea.fr/>) a servi pour le développement du modèle qui traite les phénomènes physiques agissant dans la pièce et, plus particulièrement, dans le bain de soudage, l'arc étant traité comme une source. Pour ce faire, les équations non-linéaires de la thermohydraulique couplées à celles de l'électromagnétisme sont résolues en régime stationnaire avec un modèle prenant en compte la surface libre déformable du bain de soudage.

Une première étape du développement a porté sur la modélisation des phénomènes électromagnétiques par deux méthodes numériques différentes, sur la comparaison des résultats numériques obtenus avec ceux de la littérature et sur la quantification de l'importance de la force de Lorentz et de l'effet Joule par rapport aux autres sources d'origines mécaniques et thermiques à l'aide de bilans de puissance globaux. Ensuite, afin de valider la capacité prédictive du modèle, des simulations de différentes configurations de soudage d'intérêt ont été étudiées, en variant la composition chimique du matériau, la vitesse de défilement, la pression d'arc imposée et, plus particulièrement, la position de soudage. Des comparaisons avec des expériences et des modèles numériques de la littérature confirment les bonnes tendances obtenues. Enfin, une approche de la modélisation de l'apport de matière a été abordée et des résultats de cette approche ont été montrés. Le modèle ainsi développé constitue une base solide pour les futurs modèles de simulation numérique du soudage (SNS) 3D totalement couplés avec l'arc et sera intégré dans le logiciel métier WPROCESS.

Mots-clés : soudage à l'arc TIG (Tungsten Inert Gas), bain de soudage, position de soudage, apport de matière, magnétohydrodynamique, modélisation, simulation numérique, multiphysique, Cast3M, WPROCESS, méthode des éléments finis standard, méthode des éléments finis de type moindres carrés.

English title : Multiphysics modeling and numerical simulation of weld pool in GTA welding.

Abstract

In this work, we develop a 3D physical and numerical model of the GTA (Gas Tungsten Arc) welding process in order to predict, for given welding parameters, useful quantities for the designer of welded assembly : weld bead shape, fluid flow in the weld pool as well as thermal distribution in the workpiece.

The model is developed in the Cast3M (<http://www-cast3m.cea.fr/>) finite element software and takes into account the main physical phenomena acting in the workpiece and particularly in the weld pool, subject to source terms modeling the arc part of the welding process. A steady solution of this model is thought for and involves the coupling of the nonlinear thermohydraulics and electromagnetic equations together with the displacement of the deformable free surface of the weld pool.

A first step in the development consisted in modeling the electromagnetic phenomena with two different numerical methods, in comparing the numerical results obtained with those of the literature and in quantifying the importance of the Lorentz force and the Joule effect compared to the other mechanical and thermal sources by computing power balances. Then, in order to assess the predictive capability of the model, simulations of various welding configurations are performed : variation in the chemical composition of the material, of the welding speed, of the prescribed arc pressure and of the welding positions, which is a focus of this work, are studied. A good agreement is obtained between the results of our model and other experimental and numerical results of the literature. Eventually, a model accounting for metal filling is proposed and its results are discussed. Thus, our complete model can be seen as a solid foundation towards future totally-coupled 3D welding models including the arc and it will be included in WPROCESS the in-house CEA software dedicated to the numerical simulation of welding.

Keywords : Gas Tungsten Arc (GTA) welding, weld pool, welding positions, metal filling, magnetohydrodynamics, modeling, numerical simulation, multiphysics, standard Galerkin and least squares finite element method, Cast3M, WPROCESS.

Remerciements

Cette thèse a été réalisée au Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives (CEA) au sein du Laboratoire des Technologies d'Assemblage (LTA) et en partenariat avec AREVA NP. Ainsi, je tiens à remercier ces deux entités pour le financement de ce travail et les personnes qui y ont contribué en m'apportant aide et soutien.

À Olivier Asserin, expert du CEA, qui m'a tout d'abord permis d'intégrer l'équipe de simulation numérique du soudage en me proposant un sujet très intéressant et a assuré un encadrement stimulant, positif et toujours constructif. Son soutien constant et ses conseils avisés ont instauré une excellente complicité scientifique. Je lui suis particulièrement reconnaissant de l'aide considérable qu'il m'a apportée lors de la rédaction de ce manuscrit avec la relecture de ce mémoire. Pour tout cela, sa confiance et la grande liberté au cours du déroulement de ma thèse qu'il m'a laissée, je le remercie vivement.

À Stéphane Gounand, expert du CEA, qui a toujours été disponible, à l'écoute de mes nombreuses questions, et s'est toujours intéressé à l'avancée de mes travaux. Les nombreuses discussions que nous avons eues ainsi que ses conseils sont pour beaucoup dans le résultat final de ce travail. Son expérience, ses qualités scientifiques et son enthousiasme m'ont montré que le monde de la recherche pouvait être un univers passionnant. Enfin, ses nombreuses relectures et corrections de cette thèse ont été très appréciables. Cette thèse lui doit beaucoup. Pour tout cela merci.

À Marc Médale, professeur à l'Université d'Aix-Marseille et directeur de ma thèse, pour la confiance qu'il m'a accordée tout au long de cette thèse. Ses remarques pertinentes m'ont fait avancer dans ma démarche scientifique. Je lui suis reconnaissant d'avoir consacré de son temps, pour la phase de rédaction notamment. J'ai pu tirer parti des idées qu'il m'a suggérées, et qui figurent dans ce mémoire.

À Philippe Gilles, expert mécanique à AREVA NP, pour ses conseils, ses encouragements et pour avoir su m'inculquer sa vision industrielle. Son expérience en tant qu'expert en soudage m'a beaucoup aidé. Qu'il trouve ici toute l'expression de ma gratitude.

À Jean-Michel Bergheau, professeur à l'ENI Saint-Étienne, pour avoir accepté de présider le jury de cette thèse. Son expertise dans la simulation numérique du soudage m'offre une vision critique intéressante.

À Muriel Carin, maître de conférences HDR à l'Université de Bretagne-Sud, pour m'avoir fait l'honneur d'être le rapporteur de cette thèse. Un grand merci à elle pour avoir étudié mon manuscrit en détail et pour avoir apporté ses remarques qui ont contribué à enrichir ce travail.

À Frédéric Roger, professeur à l'École des Mines de Douai, pour avoir accepté d'être le rapporteur de ce document. Ses remarques m'ont été utiles pour finaliser ce travail.

Remerciements

À Jean Angles, ingénieur chercheur chez EDF R&D à Chatou, pour m'avoir fait l'honneur de participer au jury de cette thèse.

À Antonella Li Puma, chef du laboratoire LTA, Guillaume De Dinechin, ancien chef du LTA, Xavier Averty, chef du Service SEMT pour m'avoir accueilli dans le laboratoire LTA du service SEMT, et pour m'avoir donné de bonnes conditions de travail.

À Minh Le, Duc Chuan Vu, Danièle Ayrault, Sylvie Prugnaud, Olivier Doyen, Brendan Le Gloannec, Yuan Gao, Christophe Chagnot, Arnaud Delmas, Laurent Forest, Gilles Fondant, François Simon et tout le reste de l'équipe du LTA pour avoir fait de cette thèse une expérience humaine très riche. Également, ma gratitude va au personnel du laboratoire LMSF du CEA/STMF qui a su m'accueillir durant quelques semaines, et qui s'est montré toujours disponible pour répondre à mes questions.

Antony, le 28 décembre 2015.

*À mes parents,
À ma grande sœur,
À mon grand frère,
À ma copine.*

Table des matières

Introduction générale	1
1 La physique du soudage à l'arc TIG	5
Objectifs du chapitre 1	6
1.1 Le soudage à l'arc	6
1.2 Présentation du procédé de soudage à l'arc TIG	6
1.2.1 Définition	6
1.2.2 Principe et mise en œuvre du procédé	7
1.2.3 La caractérisation du cordon de soudage	8
1.3 Revue des modèles physiques de la littérature	8
1.3.1 Modèles couplés arc et bain	9
1.3.2 Modèles arc	11
1.3.3 Modèles bain	11
1.4 Les phénomènes physiques impliqués dans le bain de fusion	13
1.4.1 Les forces sources du mouvement	13
1.4.1.1 Tension de surface et effet Marangoni	13
1.4.1.2 Force d'Archimède	16
1.4.1.3 Force de Lorentz	17
1.4.1.4 Comparaison des forces motrices	18
1.4.2 Terme source énergétique volumique	20
1.4.3 Effets du plasma sur le bain de fusion	20
1.4.3.1 Les forces de cisaillement aérodynamique	21
1.4.3.2 La pression d'arc	22
1.4.3.3 Le flux de chaleur	24
1.4.4 Changement de phase solide/liquide	26
1.4.5 Échange avec le milieu extérieur	27
1.4.5.1 Évaporation des composés métalliques	27
1.4.5.2 Rayonnement	28
1.4.5.3 Convection en surface	29
1.5 Définition du modèle physique choisi	29
Conclusions du chapitre 1	31
2 Modèle numérique du bain à surface libre et algorithme de résolution	33
Objectifs du chapitre 2	34
2.1 Description physique et principales hypothèses	34
2.2 Loi de comportement	36
2.2.1 Loi de comportement pour la masse volumique	36
2.2.2 Loi de comportement pour le tenseur des contraintes	36
2.2.3 Loi de comportement pour le flux de chaleur	37
2.2.4 Loi de comportement pour l'énergie interne massique	37

2.2.5	Loi de comportement pour l'électromagnétisme	37
2.3	Équations couplées du modèle	38
2.3.1	Équations de l'électromagnétisme	39
2.3.2	Équations de Navier-Stokes	40
2.3.3	Équation de l'énergie	42
2.4	Discrétisation des équations	44
2.4.1	Formulation faible	44
2.4.2	Éléments finis	45
2.5	Algorithme de résolution	46
2.5.1	Difficultés du problème à résoudre	46
2.5.2	Stratégie de résolution	46
2.5.3	Méthode de Newton-Raphson	47
2.5.4	Algorithme non-linéaire complet	49
2.5.5	Critères de convergence	50
2.6	Modélisation de l'apport de matière	50
2.6.1	Approche de modélisation	50
2.6.1.1	Description de l'apport de matière	50
2.6.1.2	Condition cinématique	51
2.6.2	Implémentation de l'étape d'apport de matière	52
2.7	Méthode de déplacement du maillage	53
2.7.1	Méthode variationnelle de déplacement du maillage	53
2.7.2	Intérêts de la méthode et application	54
	Conclusions du chapitre 2	55
3	Modélisation de l'électromagnétisme	59
	Objectifs du chapitre 3	60
3.1	Présentation du modèle électromagnétique	60
3.1.1	Les équations de Maxwell	60
3.1.2	Équations de Maxwell dans le cas stationnaire et avec un équilibre électrique local	61
3.1.3	Système d'équations électromagnétiques à résoudre	62
3.1.3.1	Problème électrocinétique	62
3.1.3.2	Problème magnétostatique	62
3.1.4	Approche de résolution	63
3.1.4.1	Approche magnétique	63
3.1.4.2	Approche électrique	63
3.2	Développements pour le calcul de l'induction magnétique	63
3.2.1	Induction magnétique déterminée par la méthode LSFEM	63
3.2.2	Induction magnétique déterminée par la méthode FEM Galerkin	64
3.3	Étude numérique du modèle électromagnétique	65
3.3.1	Comparaison avec les solutions de Kou et al. [12]	65
3.3.1.1	Présentation des solutions analytiques	65
3.3.1.2	Maillage et conditions aux limites utilisées	67
3.3.1.3	Résultats	67
3.3.2	Comparaison avec les solutions de Tsao et al. [13]	68
3.3.2.1	Présentation des solutions analytiques simplifiées	68
3.3.2.2	Maillage et conditions aux limites utilisées	69
3.3.2.3	Résultats	70
3.3.3	Comparaison entre les méthodes numériques LSFEM et FEM Galerkin	70
3.3.4	Distribution du courant et de l'induction magnétique	71

3.3.5	Influence de la position de la torche sur la force électromagnétique	71
3.4	Influence de l'électromagnétisme sur le modèle bain	72
3.4.1	Formes de bain fondu	72
3.4.2	Comparaison des forces motrices	74
3.4.3	Comparaison des sources de chaleur	77
	Conclusions du chapitre 3	79
4	Simulations de différentes configurations de soudage	81
	Objectifs du chapitre 4	82
4.1	Étude de convergence en maillage	82
4.2	Étude des hypothèses de modélisation	83
4.2.1	Influence de la surface libre déformable	83
4.2.2	Influence du modèle de tension de surface	85
4.2.3	Influence du modèle d'extinction des vitesses	88
4.3	Étude de l'influence des paramètres opératoires et de la position de soudage	89
4.3.1	Influence de la quantité de soufre	89
4.3.2	Influence de la vitesse de défilement	91
4.3.3	Influence de la pression d'arc	91
4.3.4	Influence de la position de soudage	92
4.3.4.1	Écoulement induit par la seule force de flottabilité	93
4.3.4.2	Écoulement induit par l'ensemble des forces motrices avec une surface libre déformable	94
4.4	Comparaison à l'expérience	101
4.4.1	Présentation des expériences menées par Koudadje [14]	101
4.4.2	Comparaison avec les macrographies	102
4.5	Étude numérique du modèle avec apport de matière	104
4.5.1	Étude numérique de la condition cinématique	104
4.5.1.1	Cas test en 2D	104
4.5.1.2	Cas test en 3D	106
4.5.2	Apport de matière en 2D	109
4.5.3	Apport de matière en 3D	109
4.5.3.1	Apport de matière et transferts purement thermiques	110
4.5.3.2	Apport de matière dans le modèle de soudage	110
	Conclusions du chapitre 4	113
	Conclusion générale	115
	Contributions	115
	Perspectives	117
	Bibliographie	119
	Liste des figures	127
	Liste des tableaux	133
	Annexes	135
A	Résolution du problème non linéaire	137
A.1	Résolution en régime stationnaire du problème non linéaire	137
A.2	Formulation faible	138
A.3	Matrice tangente	139

B	Condition cinématique	143
B.1	Condition cinématique en 2D	143
B.1.1	Expression paramétrique locale	143
B.1.2	Simplification de l'équation cinématique	144
B.1.3	Relation entre le déplacement de la surface et le flux de masse total	144
B.2	Condition cinématique en 3D	144
B.2.1	Expression paramétrique locale	144
B.2.2	Simplification de l'équation cinématique	145
B.2.3	Relation entre le déplacement de la surface et le flux de masse total	145
C	Données matériaux	147
C.1	Initialisation des données matériaux	147
C.2	Matériau acier 304L	147

Nomenclature

Constantes

μ_0	Perméabilité magnétique du vide	$4\pi \times 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$
σ_B	Constante de Stefan-Boltzmann	$5,6704 \times 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$
ε_0	Permittivité électrique du vide	$\frac{1}{36\pi \times 10^9} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$
g	Gravité	$9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
R	Constante des gaz parfaits	$8,314 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

Lettres grecques

β	Coefficient de dilatabilité	K^{-1}
$\dot{\gamma}$	Tenseur des taux de déformation	s^{-1}
σ	Tenseur des contraintes	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$
τ	Tenseur des contraintes visqueuses	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$
ΔH^0	Enthalpie standard d'adsorption	$\text{J}\cdot\text{kmol}^{-1}$
ϵ	Émissivité	
η	Rendement du procédé de soudage	
γ	Tension de surface	$\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$
Γ_s	Excès de concentration en surface à saturation	$\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}$
κ	Viscosité dilatationnelle	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$
λ	Conductivité thermique	$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
μ	Viscosité dynamique	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$
Ω	Volume	m^3
$\partial\Omega$	Surface	m^2
ϕ	Potentiel électrique	V
ρ	Masse volumique	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
ρ_e	Densité de charge électrique	$\text{C}\cdot\text{m}^{-3}$
σ	Conductivité électrique	$\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$
σ_ϕ	Rayon de la gaussienne de la densité de courant	mm

Nomenclature

σ_p	Rayon de la gaussienne de la pression d'arc	mm
σ_q	Rayon de la gaussienne du flux de chaleur	mm
ε_e	Permittivité électrique	F·m ⁻¹
ζ	Coefficient de relaxation	

Indices

f	Grandeur à la température de fusion
l	Valeur de la grandeur associée pour la phase liquide
max	Valeur maximale de la grandeur associée
min	Valeur minimale de la grandeur associée
réf	Valeur de référence de la grandeur associée
s	Valeur de la grandeur associée pour la phase solide
x	Composante x de la grandeur associée
y	Composante y de la grandeur associée
z	Composante z de la grandeur associée

Lettres latines

A	Potentiel vecteur magnétique	T·m
B	Induction magnétique	T
D	Induction électrique	C·m ⁻²
E	Champ électrique	V·m ⁻¹
e_x	Vecteur unitaire de la composante x	
e_y	Vecteur unitaire de la composante y	
e_z	Vecteur unitaire de la composante z	
f_{Arc}	Force de la pression d'arc	N·m ⁻²
f_{Bou}	Force de flottabilité	N·m ⁻³
f_{Ext}	Force d'extinction des vitesses	N·m ⁻³
f_{Lor}	Force électromagnétique	N·m ⁻³
f_{Mar}	Force de Marangoni	N·m ⁻²
H	Champ magnétique	A·m ⁻¹
j	Densité de courant	A·m ⁻²
n	Vecteur unitaire normal	
p_{max}	Pression d'arc maximale	N·m ⁻²
R	Résidu	
s_{Cvs}	Pertes par convection en surface	W·m ⁻²

s_{Ray}	Pertes par rayonnement	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$
s_{Sur}	Source de chaleur	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$
$s_{\text{évap}}$	Pertes par évaporation	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$
t_1	Vecteur tangent à la surface	
t_2	Vecteur tangent à la surface	
u	Vitesse d'écoulement	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
u_s	Vitesse de défilement	$\text{cm}\cdot\text{min}^{-1}$ ou $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
\dot{M}	Masse totale déposée par unité de temps	$\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$
\dot{m}	Flux de masse par unité de temps	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$
Q_1	Type d'interpolation linéaire des éléments finis	
Q_2	Type d'interpolation quadratique des éléments finis	
$\mathcal{H}^1(\Omega)$	Espace de Hilbert	
$\mathcal{L}^2(\Omega)$	Espace de Hilbert	
I	Tenseur unité	
J	Matrice jacobienne de la transformation géométrique	
J^t	Matrice jacobienne de la transformation géométrique transposée	
K	Matrice de rigidité	
M	Matrice tangente	
F_{dua}	Espace dual de fonctions de dimension finie	
F_{pri}	Espace primal de fonctions de dimension finie	
\hat{M}	Masse totale déposée par unité de temps dans l'espace paramétrique	$\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$
\hat{m}	Flux de masse par unité de temps dans l'espace paramétrique	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$
A_g	Opposé du gradient thermique de tension de surface pour un métal pur	$\text{N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
a_k	Activité de l'espèce k	
a_s	Activité du soufre	
c_p	Chaleur spécifique à pression constante	$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
f_l	Fraction liquide	
f_s	Fraction solide	
h	Enthalpie	$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$
h_c	Coefficient global d'échange thermique par la surface	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$
h_y	Altitude de la surface en 2D	m
h_z	Altitude de la surface	m
I	Courant	A
k_1	Paramètre fonction de l'entropie de ségrégation	
L	Chaleur latente	$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$

Nomenclature

p	Pression dynamique dans le bain de soudage	$\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$
q	Charge électrique	C
S	Fonction “level-set” de la surface	m
$S_{\text{entrée}}$	Surface d’entrée	m^2
s_{Joule}	Effet Joule	$\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$
S_{sortie}	Surface de sortie	m^2
T	Température	K
t	Temps	s
T_0	Température initiale	K
T_∞	Température à l’infini	K
T_{chp}	Température de changement de phase	K
T_f	Température de fusion	K
T_l	Température du liquidus	K
T_s	Température du solidus	K
U	Tension	V

Introduction générale

Des secteurs industriels tels que le nucléaire, l'aéronautique ou l'automobile montrent un important besoin en termes de performances et de sûreté des assemblages soudés.

Les pratiques actuelles en simulation numérique du soudage (SNS) dans l'industrie se réduisent essentiellement à l'utilisation de modèles thermomécaniques permettant d'évaluer les contraintes résiduelles et les déformations dans les assemblages. Généralement, dans ces simulations, seul le transfert de chaleur vers la pièce est considéré dans l'interaction du procédé de soudage avec la pièce. Les phénomènes électromagnétiques, les écoulements fluides dans le bain fondu et la pression d'arc ne sont pas pris en compte. Le transfert de chaleur vers la pièce est alors modélisé par une distribution analytique, définie *a priori*, dont les paramètres sont à recalibrer sur des expériences instrumentées. Ainsi, des paramètres opératoires fondamentaux, tels que l'intensité du courant, l'angle d'affûtage de l'électrode ou la tension, ne sont pas des entrées du modèle, ce qui limite d'autant les capacités de prédiction.

Aujourd'hui, grâce notamment à l'accroissement des capacités de calcul, des simulations multiphysiques des procédés peuvent être développées et proposées. Déjà, en 2008 l'initiative multipartenaire MUSICA avait abouti à un premier démonstrateur multiphysique de simulation numérique du soudage, basé sur les travaux de Brochard [1], de Gounand [2] et de Asserin [3], et intégré dans un outil logiciel métier WPROCESS [4] développé par le CEA¹ sur la base de Cast3M et interfacé sous SALOME [5].

En 2013, le projet MUSICAS² a été lancé, avec pour ambition de démontrer que l'intégration de modélisations plus réalistes du soudage permet des avancées réelles et sensibles sur l'amélioration de la qualité des soudures, de la productivité et de la contrôlabilité, qui sont les principaux points de progrès attendus par les industriels.

Dans ce contexte, l'objectif de cette thèse est de développer un modèle multiphysique du soudage à l'arc TIG en vue de faire évoluer le logiciel WPROCESS sur la base de modèles numériques précédemment développés au CEA :

Brochard [1] : Modèle axisymétrique magnétohydrodynamique, couplé électrode-arc-bain, capable de simuler de manière fine les écoulements dans le bain liquide à surface non déformable et dans le plasma d'arc en considérant le cas d'une torche fixe et d'un disque épais (essai dit TIG SPOT).

Gounand [2] : Modèle fluide 3D stationnaire de bain de soudage à surface fixe permettant de simuler un soudage à plat homogène rectiligne sans jeu d'assemblage (ligne de fusion) sur des géométries planes en té ou de plaques.

Gounand [6] : Développements multiphysiques dans Cast3M en vue de prendre en compte la surface libre déformable, le calcul des forces de tension de surface et une méthodologie robuste de bougé de maillage.

1. Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives.

2. Méthodologie Unifiée pour la Simulation de l'Intégrité et la Contrôlabilité des Assemblages Soudés.

Kong [7] : Modèle 3D fluide stationnaire de bain de soudage à surface libre déformable permettant de simuler un soudage à plat homogène rectiligne sans jeu d'assemblage (ligne de fusion) sur des géométries planes en té ou de plaques avec ou sans chanfrein.

Ainsi, la suite naturelle de ces travaux consiste à les consolider et à les améliorer en considérant de grandes déformations de la surface libre pour les cas de soudage à forte intensité et pour des conditions opératoires autres que le soudage à plat, pour lesquelles la gravité joue un rôle déterminant. Il s'agira aussi de prendre en compte davantage de physique, principalement en proposant des modélisations de l'électromagnétisme et de l'apport de matière. Ceci, afin d'approcher une modélisation réaliste d'une opération de soudage et d'évaluer l'influence des conditions opératoires (composition chimique du matériau, vitesse de défilement, pression d'arc, position de soudage, ...) sur la géométrie du bain pour *in fine* enrichir la compréhension de la physique du procédé de soudage à l'arc TIG.

Le manuscrit comporte quatre chapitres.

Le premier chapitre introduit la physique du procédé de soudage à l'arc TIG et définit les modèles physiques utilisés au cours de cette thèse. Pour cela, l'état de l'art sur la modélisation de ce procédé est présenté. Ensuite, une étude de l'importance des phénomènes physiques agissant sur les écoulements dans le bain de fusion est exposée au travers d'une revue bibliographique numérique et expérimentale. Finalement, les principales caractéristiques du modèle sont définies, avec notamment le choix de découpler le modèle d'arc de celui du bain.

Le deuxième chapitre décrit le modèle numérique pour la simulation du bain de fusion à surface libre déformable, ainsi que les algorithmes de résolution utilisés. Pour cela, les principales hypothèses et lois de comportement pour les fluides Newtoniens en écoulement incompressible [8] sont d'abord présentées. Elles permettent de fermer le système à résoudre composé des équations couplées entre l'électromagnétisme (équations de Maxwell), les transferts de chaleur et les écoulements dans le bain liquide (équations de Navier-Stokes) à surface libre. Une stratégie de résolution de ce système non-linéaire est détaillée pour traiter le couplage numérique entre l'électromagnétisme, la non-linéarité thermique, la non-linéarité liée au fluide et la non-linéarité géométrique liée à la déformation de la surface libre. Enfin, une approche de modélisation de l'apport de matière en soudage à l'arc TIG est proposée. Celle-ci est réalisée en apportant la matière par la surface libre et en imposant la condition cinématique qui en découle.

Le troisième chapitre présente la modélisation de l'électromagnétisme et l'influence de ce phénomène sur les écoulements dans le bain de soudage. Dans le but d'obtenir une méthode adaptée de la résolution des équations électromagnétiques en termes de précision et de temps de calcul, deux approches sont évaluées, la méthode des éléments finis moindres carrés [9] (Least-Squares Finite Element Method ou LSFEM) et la méthode standard de Galerkin [10]. La bonne implémentation des deux méthodes pour le modèle électromagnétique dans le logiciel éléments finis Cast3M [11] sera vérifiée par confrontation aux solutions analytiques issues des travaux de Kou et al. [12] et de Tsao et al. [13]. Puis, l'influence de l'électromagnétisme sur les observables température, vitesse d'écoulement et forme du bain de fusion est étudiée. Il a également été établi les bilans des puissances mécanique et thermique permettant de quantifier l'importance de la force de Lorentz et de l'effet Joule par rapport aux autres sources du mouvement et de chaleur.

Le quatrième chapitre est dédié à la simulation de différentes configurations de soudage permettant de vérifier les capacités du modèle développé. Dans un premier temps, une étude de convergence en maillage sur les champs de température et de vitesse d'écoulement est réalisée. Ensuite, le choix des hypothèses de modélisation tels que la surface libre déformable, le modèle de tension de surface et le modèle d'extinction des vitesses est réalisé. Puis, différentes conditions opératoires en considérant la quantité en soufre dans le matériau, la vitesse de défilement, la pression d'arc (fonction du courant) et surtout les différentes positions de soudage sont analysées. La capacité de prédiction de notre modèle est évaluée en simulant des essais préalablement menés dans la thèse de Koudadje [14]. Finalement, les résultats de simulations avec apport de matière sont présentés et montrent la faisabilité de l'approche proposée.

Chapitre 1

La physique du soudage à l'arc TIG

Sommaire

Objectifs du chapitre 1	6
1.1 Le soudage à l'arc	6
1.2 Présentation du procédé de soudage à l'arc TIG	6
1.2.1 Définition	6
1.2.2 Principe et mise en œuvre du procédé	7
1.2.3 La caractérisation du cordon de soudage	8
1.3 Revue des modèles physiques de la littérature	8
1.3.1 Modèles couplés arc et bain	9
1.3.2 Modèles arc	11
1.3.3 Modèles bain	11
1.4 Les phénomènes physiques impliqués dans le bain de fusion	13
1.4.1 Les forces sources du mouvement	13
1.4.2 Terme source énergétique volumique	20
1.4.3 Effets du plasma sur le bain de fusion	20
1.4.4 Changement de phase solide/liquide	26
1.4.5 Échange avec le milieu extérieur	27
1.5 Définition du modèle physique choisi	29
Conclusions du chapitre 1	31

Objectifs du chapitre 1

Le premier objectif de ce chapitre est de présenter le soudage à l'arc en général (section 1.1) et notamment le procédé de soudage à l'arc Tungsten Inert Gas (TIG) (section 1.2) qui fait référence dans l'assemblage des composants nucléaires.

Ensuite, l'état de l'art de la modélisation de ce procédé est revue avec les grands axes de modélisation tels que le modèle couplé arc-bain, le modèle arc et le modèle bain en section 1.3.

Avant de pouvoir définir le modèle physique dans la section 1.5, nous avons voulu comprendre l'importance des phénomènes physiques impliqués dans le bain de fusion. Pour cela, en section 1.4, on étudie tout d'abord les termes sources de mouvement et énergétique. Puis, l'impact du plasma sur le bain est évalué sur trois facteurs principaux, qui sont la force de cisaillement aérodynamique, la pression d'arc et le flux de chaleur. Enfin, l'échange d'énergie avec le milieu extérieur est revue.

1.1 Le soudage à l'arc

Le soudage est une opération d'assemblage qui consiste à établir la continuité mécanique et métallurgique entre les parties à assembler. Le joint soudé ainsi formé peut être le résultat du seul mélange des métaux de base (les métaux à souder) ou du mélange des métaux de base et d'un métal d'apport [15].

Le soudage à l'arc est un procédé de soudage par fusion où la chaleur est produite par un arc électrique, formé entre le métal de base et l'électrode, ou entre deux ou plusieurs électrodes. Le contact puis le léger éloignement de l'électrode par rapport aux pièces provoque l'arc électrique. Ce procédé comprend plusieurs techniques :

- Le soudage à électrode enrobée (Manual Metal Arc en anglais) : l'électrode dirigée manuellement est fusible et fournit le métal d'apport. L'enrobage assure un rôle protecteur et son épaisseur permet de jouer sur la forme du cordon.
- Le soudage MIG (Metal Inert Gas) : utilise une électrode fusible travaillant en atmosphère inerte (gaz protecteur : argon, hélium, etc.) afin de protéger le bain de fusion. Il est très adapté à la petite industrie par sa facilité d'emploi, arc visible, pas de laitier, grande vitesse de soudage.
- Le soudage MAG (Metal Active Gas) : variante du MIG utilisant un mélange de gaz carbonique CO_2 et d'argon bien adaptée au soudage des aciers de construction au carbone.
- Le soudage TIG (Tungsten Inert Gas) : utilise une électrode réfractaire ou non fusible en tungstène. Le métal d'apport est amené manuellement (baguette) ou automatiquement (bobine de fil). Il est le procédé de référence dans l'industrie nucléaire. La description de ce procédé est détaillée ci-après en section 1.2.

1.2 Présentation du procédé de soudage à l'arc TIG

1.2.1 Définition

Le soudage TIG (Tungsten Inert Gas) désigne un procédé de soudage également appelé « Gas Tungsten Arc Welding » (GTAW) en anglais, pour lequel la fusion des bords à assembler est obtenue grâce au flux thermique transféré par un arc électrique. Il peut être manuel ou automatisé, avec ou sans métal d'apport (figure 1.1).

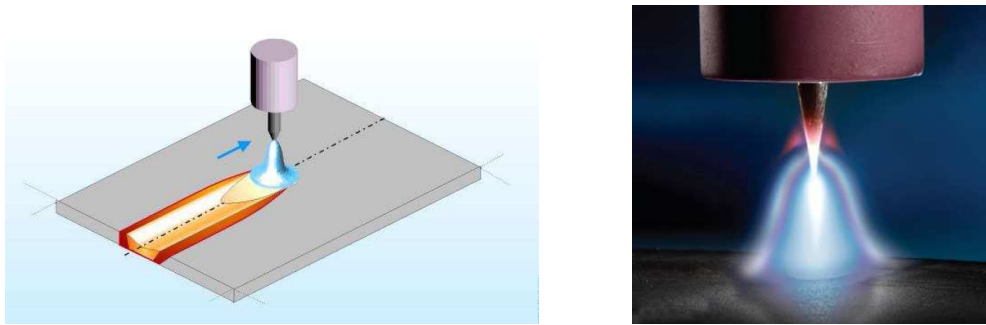


FIG. 1.1: Soudage Tungsten Inert Gas ©EWM AG [16].

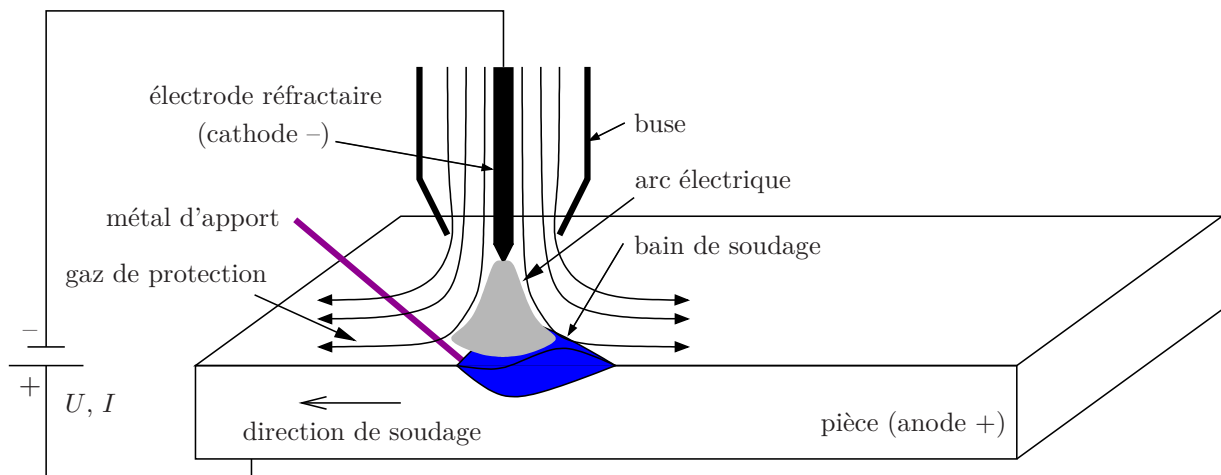


FIG. 1.2: Principe du procédé TIG d'après Brochard [1].

1.2.2 Principe et mise en œuvre du procédé

À l'aide d'un courant électrique approprié dont la nature varie avec celle du métal de base, on fait jaillir dans une veine de gaz inerte (argon ou mélange gazeux) un arc électrique entre une électrode infusible de tungstène (la cathode : pôle - du générateur) et la pièce à souder (l'anode : pôle + du générateur). La chaleur dégagée par cet arc fait fondre localement la pièce ainsi que le métal d'apport éventuel, formant ainsi le joint soudé après solidification. Ce gaz inerte, généralement à base d'argon ou d'hélium, isole de l'air le métal en fusion, les zones chaudes environnantes et évite toute oxydation de l'électrode en tungstène (figure 1.2).

Alimentation électrique :

- Courant continu : polarité directe (- à l'électrode) pour le soudage de tous les matériaux métalliques (aciers au carbone, aciers inoxydables, titane, bases nickel, ...) y compris les alliages d'aluminium (sous protection d'hélium).
- Courant pulsé : à partir de la même polarité que précédemment l'énergie de soudage est maîtrisée en période haute et basse intensité, permettant de réduire le volume de métal fondu. Le courant pulsé facilite le soudage en position et le soudage des fines épaisseurs.
- Courant alternatif et polarité variable : principalement dédié au soudage des alliages légers. Sa particularité principale est de pouvoir, en polarité inverse, « craquer la couche d'alumine », les électrons de la couche superficielle de l'alliage étant arrachés et projetés vers l'électrode (anode). L'évolution du courant alternatif vers la polarité variable permet de

1. La physique du soudage à l'arc TIG

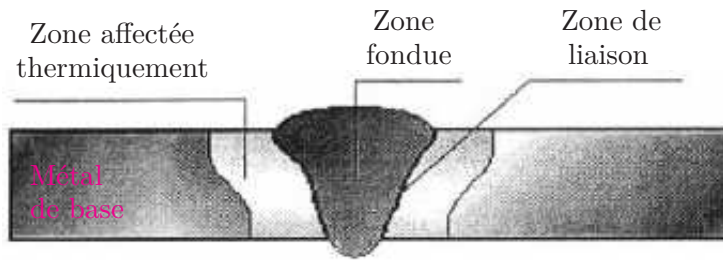


FIG. 1.3: Les différentes zones d'un joint soudé.

mieux maîtriser les alternances « soudage » et « décapage » par un réglage indépendant des amplitudes et temps de chaque phase et de limiter le bombardement électronique de l'électrode, son échauffement et sa destruction progressive.

Il faut respecter les règles suivantes :

- une grande propreté des bords à assembler et du métal d'apport ;
- les oxydes éventuels et les traces de graisse sont à éliminer ;
- un préchauffage de 200 °C à 400 °C pour des pièces de fortes dimensions en alliages légers et surtout cuivreux ;
- modifier l'intensité selon que le soudage est manuel, automatique ou en position, mais aussi suivant l'épaisseur, la préparation, la nature des pièces.

1.2.3 La caractérisation du cordon de soudage

Le joint soudé se décompose en plusieurs zones (figure 1.3) :

- La zone fondue (ZF) : est la région dans laquelle le métal a atteint son point de fusion pendant l'exécution de la soudure. Elle a été obtenue par la fusion du métal de base avec ou sans participation d'un métal d'apport. La structure métallurgique obtenue après solidification dépend du cycle thermique et du matériau. On peut distinguer, au sein de cette zone, des gradients de concentration en soluté.
- La zone affectée thermiquement (ZAT) : est la zone au sein de laquelle le cycle thermique de soudage peut provoquer, à partir de l'état initial, une ou plusieurs transformations métallurgiques intervenant à l'état solide. Le cycle thermique et la composition chimique de cette zone génèrent des modifications plus ou moins importantes de la structure métallurgique.
- La zone de liaison : est la zone qui correspond à la limite jusqu'à laquelle le métal de base a été porté à la fusion. Elle délimite ainsi la zone fondue et elle est mise en évidence par la différence de structure que l'on constate de part et d'autre. C'est la zone entre la zone fondue et la zone affectée thermiquement.
- Le métal de base : au delà de la zone affectée thermiquement, où l'élévation de température a été insuffisante pour engendrer une quelconque transformation microstructurale.

1.3 Revue des modèles physiques de la littérature

L'objectif de la thèse étant de modéliser le procédé de soudage à l'arc TIG, il convient tout d'abord de présenter les travaux réalisés dans la littérature pour la modélisation de ce procédé afin de choisir le modèle physique à traiter au cours de cette thèse.

Une revue de la littérature des modèles de soudage TIG montre que l'approche « Transferts thermiques et Écoulement du fluide » est utilisée pour la prédiction de la forme du cordon avec l'étude du transfert de chaleur et de l'écoulement du fluide, à la fois dans le plasma d'arc et le bain

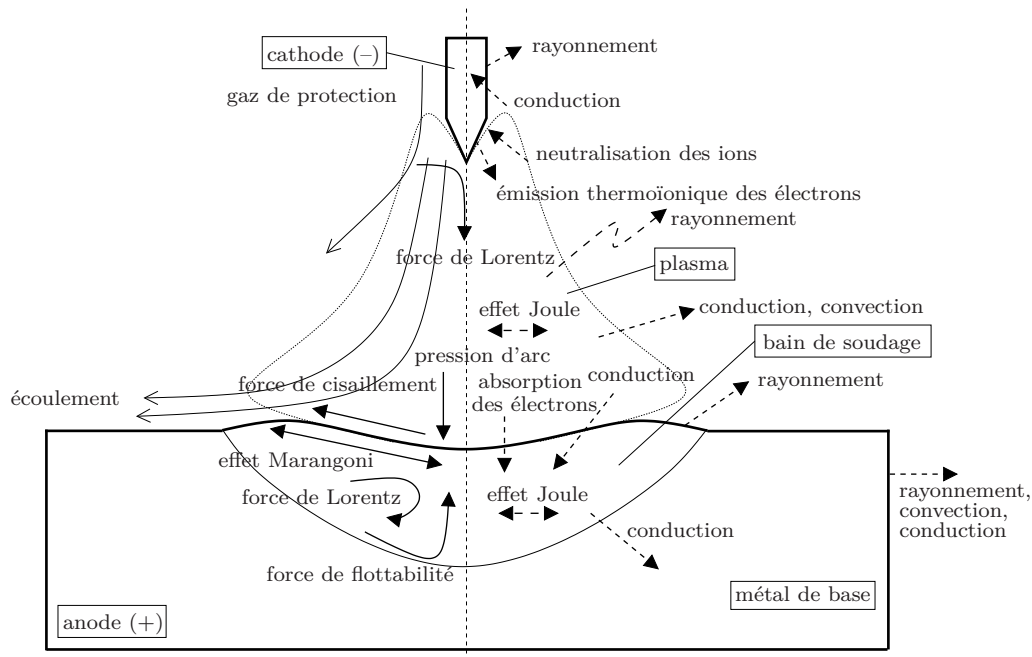


FIG. 1.4: Phénomènes physiques pris en compte pour la description de l’arc et du bain de soudage d’après Brochard [1].

de fusion. Cette approche traite généralement le couplage entre l’électromagnétisme, le transfert de chaleur et l’écoulement du fluide en utilisant les équations de la magnétohydrodynamique (MHD). Les différents phénomènes physiques mis en jeu, présentés sur la figure 1.4, déterminent l’écoulement et la répartition thermique dans l’arc électrique et la pièce à souder dont le bain de soudage. Cependant, de nombreux phénomènes physiques y sont négligés du fait de la difficulté liée à leur implémentation dans le modèle numérique et/ou tout simplement parce qu’ils sont mal connus. Les modèles disponibles peuvent être classés en trois catégories : modèles couplés arc et bain, modèles arc et modèles bain.

1.3.1 Modèles couplés arc et bain

En pratique, l’arc et le bain de soudage s’affectent mutuellement. Par conséquent, certains modèles prennent en compte les trois régions du procédé de soudage : l’électrode de soudage, le plasma d’arc et la pièce. L’interface entre le bain et le plasma est traitée comme une frontière interne pour éviter la dépendance à des paramètres arbitraires liés aux conditions aux limites imposées sur le bain de fusion (pression d’arc, flux de chaleur, densité de courant) dans le modèle bain.

On peut citer ici les modèles en 2D axisymétrique de Murphy et al. [17], de Lago et al. [18], de Haidar [19], de Lu et al. [20, 21], de Fan et al. [22], de Tanaka et al. [23, 24, 25, 26], de Brochard [1], ... Bien que le modèle de Tanaka et al. ne traite pas la déformation de la surface libre et utilise un gradient de tension de surface fixé à une valeur arbitraire, il fait aujourd’hui référence parce qu’il prend en compte de manière unifiée les phénomènes physiques de la cathode, du plasma, de la pièce et des interfaces cathode/arc et arc/pièce (figure 1.5). En outre, leurs derniers développements [17] incluent les effets des vapeurs métalliques provenant de la vaporisation du métal fondu sur les propriétés de transport de l’arc. Récemment, les modèles de Lu et al. [21] et de Brochard [1] prennent en compte la variation du gradient de tension de surface $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$ en fonction

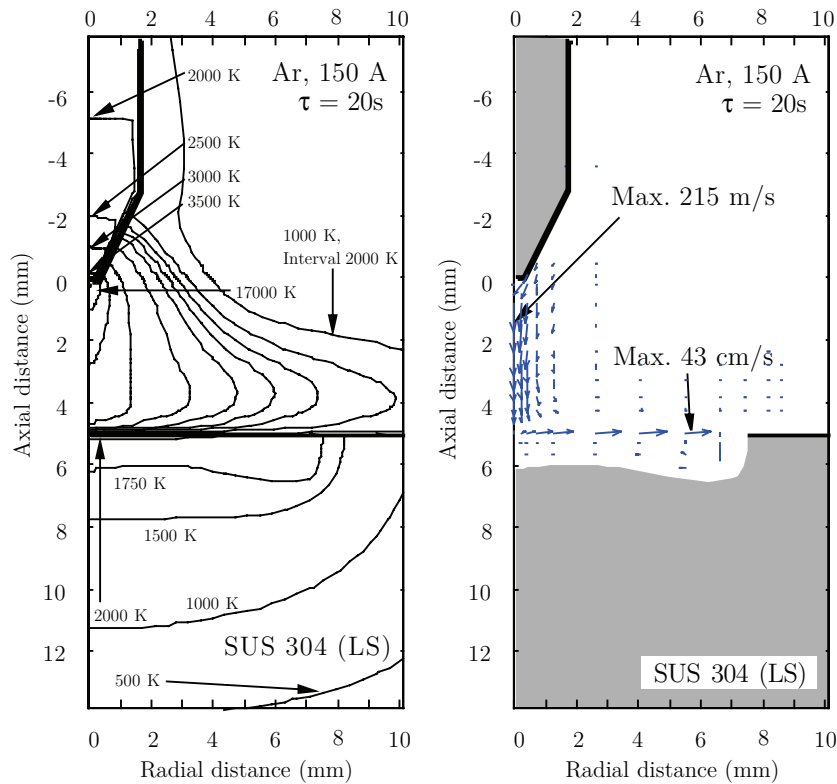


FIG. 1.5: Calculs 2D axisymétriques de la température et de la vitesse d'écoulement à 20s pour 150 A de courant sous argon et acier 304L avec le modèle de Tanaka et al. [24].

de la température et de la teneur en soufre selon le modèle de Sahoo et al. [27]. Cette prise en compte permet de rendre compte des modifications de la direction de l'écoulement dans le bain dus au changement de signe du coefficient $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$. La déformation de la surface est introduite dans les modèles de Haidar [19], de Fan et al. [22], de Lu et al. [21]. Ces auteurs concluent que la simulation avec la surface déformable du bain est plus fidèle à l'expérience que celle sans surface déformable. Ces modèles en 2D axisymétrique permettent d'améliorer la compréhension des phénomènes physiques mis en jeu et de mettre en place les briques élémentaires de futurs modèles en 3D.

Certains modèles tridimensionnels sont actuellement développés par Gonzalez et al. [28], Xu et al. [29, 30], ou Traidia [31]. Gonzalez et al. [28] étudient l'influence d'un champ magnétique extérieur sur l'arc. Outre la performance numérique, ce modèle offre des perspectives intéressantes si l'on veut modéliser, par exemple, un arc mobile comme lors d'une réelle opération de soudage à l'arc TIG. Traidia [31] a utilisé une approche 2D/3D hybride, le modèle arc est résolu en 2D axisymétrique pour obtenir des distributions de flux de chaleur, de densité de courant et de pression d'arc à la surface de la pièce, puis ces distributions sont imposées comme conditions aux limites du modèle bain 3D.

Les temps de calcul importants de la résolution 3D d'un modèle couplé arc/bain et de développement d'un tel modèle en 3D complet ne sont pas compatibles aujourd'hui avec une utilisation industrielle. Il est alors divisé en deux modèles, le modèle arc et le modèle bain.

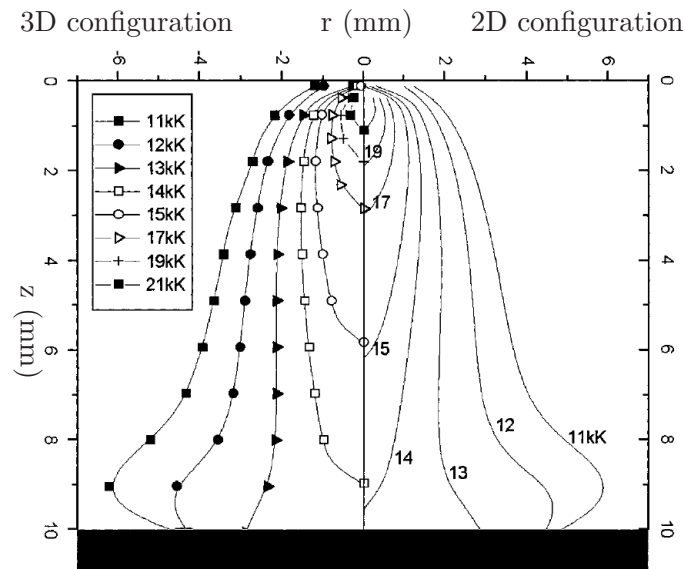


FIG. 1.6: Comparaison des contours de température entre les configurations 2D axisymétriques et 3D pour une intensité de 200 A avec le modèle de Freton et al. [38].

1.3.2 Modèles arc

Plusieurs travaux ont été effectués dans la littérature pour traiter la modélisation de l'arc, tels que ceux de Hsu et al. [32], de Mckelliget et al. [33], de Fan et al. [34, 35], de Goodarzi et al. [36, 37], de Freton et al. [38] et de Lu et al. [39]. Ces modèles traitent uniquement le domaine du plasma d'arc, avec l'objectif de prédire les champs de température et de vitesse de gaz dans le plasma. En particulier, Bauchire et al. [40] ont étudié la turbulence du plasma d'arc. Ils concluent que la représentation de la turbulence est indispensable dans beaucoup de situations pour rendre compte de l'entraînement du gaz de couverture. En effet, ces simulations mettent bien en évidence une zone turbulente à la périphérie de l'arc et une zone laminaire au cœur de l'arc. La figure 1.6 montre une légère différence des contours de température entre les configurations 2D axisymétrique et 3D en condition de combustion libre pour 200 A avec le modèle de Freton [38]. C'est la raison pour laquelle la plupart des modèles d'arc disponibles sont traités en 2D axisymétrique afin de réduire le temps de calcul pour ce problème multiphysique complexe.

1.3.3 Modèles bain

De nombreux modèles dont l'objectif est de simuler le bain de soudage existent dans la littérature ([41, 42, 43, 44, 45],...). L'arc électrique y est modélisé par un flux de chaleur, une pression d'arc et un flux de courant appliqués à la surface libre située sous la source. Ces flux sont supposés de forme gaussienne [44, 46].

Les mouvements de convection dans le fluide sont le résultat des effets combinés des forces de Marangoni, de Lorentz, d'Archimède, ainsi que du cisaillement et de la pression d'arc qui déforment la surface du bain. L'effet des forces motrices sur l'écoulement et la distribution thermique du bain de fusion a été étudié par DeHerrera [47]. La figure 1.7 montre deux simulations des champs de température et de l'écoulement dans le bain de fusion utilisant l'effet Marangoni ($\frac{\partial \gamma}{\partial T} < 0$) seul et la force de Lorentz seule. L'effet Marangoni est pris en compte dans plusieurs travaux ([48, 49, 50, 51, 52, 53],...). La variation de $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$ en fonction de la température et de la quantité

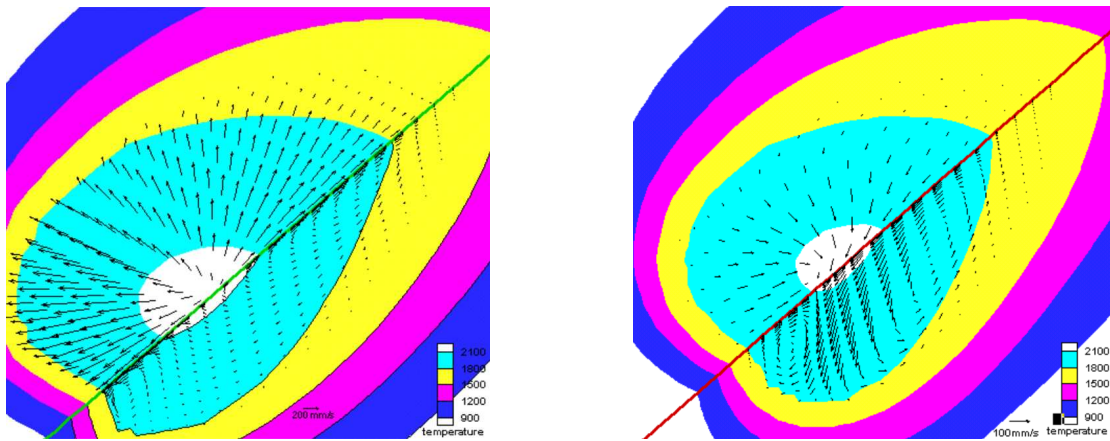


FIG. 1.7: Champ de température et écoulement dans le bain de fusion sans surface déformable sous le seul effet Marangoni (gauche) et la seule force de Lorentz (droite) d'après DeHerrera et al. [47].

d'impureté telle que le soufre sont importantes car elles modifient fortement la structure des écoulements aboutissant à des dimensions de cordon de soudure très différentes.

La modélisation 3D est essentielle pour simuler une réelle opération de soudage où, par exemple, la cathode serait mobile. Cependant, les temps de calcul avec un tel modèle deviennent très importants avec un maillage fin. Le déplacement de la torche est considéré par les modèles disponibles ([47, 52, 54, 14, 31],...). La présence de la vitesse de défilement dans le modèle conduit à une asymétrie du bain de fusion dans les plans parallèles au déplacement de la torche.

En ce qui concerne la déformation de la surface libre, quelques auteurs la traitent pour un bain non-débouchant où ils ont résolu la seule déformation de la surface supérieure ([55, 50, 56, 53],...), d'autres pour un bain débouchant¹, où ils ont considéré la déformation sur les deux surfaces, supérieure et inférieure ([57, 50, 51, 58, 44],...). Kim et al. [55] montrent qu'en présence de la surface libre, la pénétration du bain fondu augmente en utilisant un modèle 2D axisymétrique et une valeur du gradient thermique de tension de la surface $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$ négative. De plus, pour un bain débouchant, Fan et al. [51] concluent que la surface libre apparaissant en face envers peut modifier profondément la pénétration du bain.

La simulation d'une opération de soudage à l'arc TIG avec apport de matière est un défi numérique à ce jour. Il y a très peu de références du niveau des travaux de Fan et al. [59] et de Traidia [31]. Une approche de modélisation avec apport de matière sera proposée dans ce travail.

La simulation réaliste du procédé de soudage nécessite d'être effectuée en 3D, car elle permet de prendre en compte plus de phénomènes physiques que celle en 2D axisymétrique. Cependant, le temps de calcul d'un modèle couplé arc-bain en 3D peut devenir très grand. Par conséquent, cette thèse se consacre principalement au développement d'un modèle bain en 3D. Avant de définir le modèle utilisé en section 1.5, une étude plus approfondie et détaillée des phénomènes impliqués dans le bain est présentée dans la section suivante 1.4.

1. Pénétration supérieure à l'épaisseur de la pièce soudée.

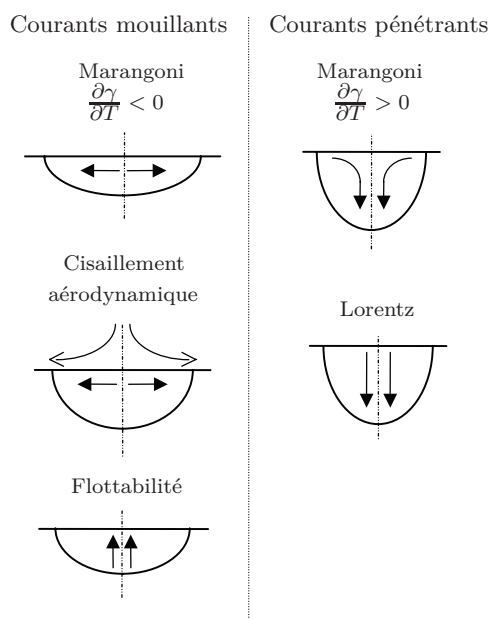


FIG. 1.8: Les différents écoulements engendrés par chacune des forces d'après Perry [60].

1.4 Les phénomènes physiques impliqués dans le bain de fusion

1.4.1 Les forces sources du mouvement

Dans le bain de soudage, les forces motrices de la convection sont une combinaison de la force de Marangoni, de la force de Lorentz, de la force de cisaillement aérodynamique et de la force de flottabilité. En particulier, la figure 1.8 représente les différents écoulements que peut engendrer chacune de ces forces.

1.4.1.1 Tension de surface et effet Marangoni

La tension de surface : caractérise une force macroscopique qui représente les déséquilibres microscopiques entre phases (solide, liquide, gaz). Cette tension de surface peut être comprise en terme de forces entre les molécules. Quand les molécules sont proches, elles se repoussent mutuellement, en revanche elles s'attirent quand elles sont loin. À l'intérieur d'un liquide, les molécules repoussent légèrement les autres, pour contrer la pression exercée par le milieu liquide. Mais, sur la surface, les molécules s'éloignent plus et s'attirent réciproquement.

Pour une surface courbe, la tension de surface provoque une différence de pression entre les fluides de chaque côté de la surface. Cette pression provoque le gonflement et est donc toujours plus grande sur le côté concave. La pression due à la tension de surface P_s peut être exprimée par :

$$P_s = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (1.1)$$

où γ est le coefficient de tension de surface, R_1 et R_2 sont les rayons de courbure principaux.

L'acier n'est pas un corps pur et l'addition d'éléments chimiques au corps pur peut modifier nettement la tension de surface. La relation suivante a été proposée par Sahoo et al. [27] pour la tension de surface des alliages métal-soluté en fonction de la température T et de l'activité a_k de

1. La physique du soudage à l'arc TIG

l'espèce k dans la solution :

$$\gamma(T, a_k) = \gamma_f - A_g(T - T_f) - RT\Gamma_s \ln \left[1 + k_1 a_k \exp \left(-\frac{\Delta H^0}{RT} \right) \right] \quad (1.2)$$

Où γ_f est la tension de surface du métal pur à sa température de fusion T_f , A_g l'opposé de $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$ pour le métal pur, T la température de surface, R la constante des gaz parfaits, Γ_s l'excès de concentration en soluté une fois la surface saturée, k_1 un paramètre fonction de l'entropie de ségrégation et ΔH^0 est l'enthalpie standard d'adsorption.

L'effet Marangoni : les effets des forces thermocapillaires dues à la variation du coefficient de tension de surface avec la température sont inclus en ajoutant un terme source \mathbf{f}_{Mar} à la droite de l'équation de quantité de mouvement. Ici, \mathbf{f}_{Mar} est la force de Marangoni à la surface du bain de fusion et est écrite sous la formule suivante :

$$\mathbf{f}_{\text{Mar}} = \frac{\partial \gamma}{\partial T} \nabla_s T \quad (1.3)$$

où ∇_s est le gradient sur les éléments de la surface ($\nabla_s = \nabla - \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \nabla)$).

En dérivant l'équation (1.2) par rapport à la température T , on obtient :

$$\frac{\partial \gamma(T, a_k)}{\partial T} = -A_g - R\Gamma_s \ln(1 + K a_k) - \frac{K a_k}{1 + K a_k} \times \frac{\Gamma_s \Delta H^0}{T} \quad (1.4)$$

avec :

$$K(T) = k_1 \exp \left(-\frac{\Delta H^0}{RT} \right)$$

Sahoo et al. [27] ont donné la variation de la tension superficielle et du gradient thermique de tension superficielle des systèmes Fe-S en fonction de la température T pour quelques valeurs de concentration en soufre comme sur la figure 1.9. Par ailleurs, McNallan et al. [61] ont proposé une formule de calcul de l'activité pour les alliages Fe-Ni-Cr, en fonction de la température T et des activités en Cr (a_{Cr}) et en S (a_{S}); l'effet du Ni étant négligeable :

$$a_k = a_s \cdot 10^{(-94,2/T + 0,0396)a_{\text{Cr}}} \quad (1.5)$$

En regard de la loi de Sahoo, Mills et al. [62] ont donné un modèle de tension de surface prenant en compte l'ensemble des éléments présents dans un acier inoxydable austénitique :

$$\gamma = 1840 - 0,4(T - 1823) - 0,056T \ln \left[1 + a_s \cdot \exp \left(\frac{28798}{T} - 8,5647 \right) \right] \quad (10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}) \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial T} = -0,4 - 0,056 \left(\frac{28798(1 - B)}{BT} + \ln B \right) \quad (10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}) \quad (1.7)$$

avec :

$$B = 1 + a_s \cdot \exp \left(\frac{28798}{T} - 8,5647 \right), \quad T \text{ en K.}$$

La figure 1.10 illustre l'influence du coefficient de tension de surface $\frac{\partial \gamma}{\partial T}$ sur la forme du bain de soudage. On peut remarquer que, lorsqu'il est négatif, le bain aura tendance à s'élargir. En revanche, lorsqu'il est positif, la pénétration sera plus importante et la largeur du bain plus faible. Les résultats expérimentaux de Zacharia et al. [63] confirment l'influence notable des éléments

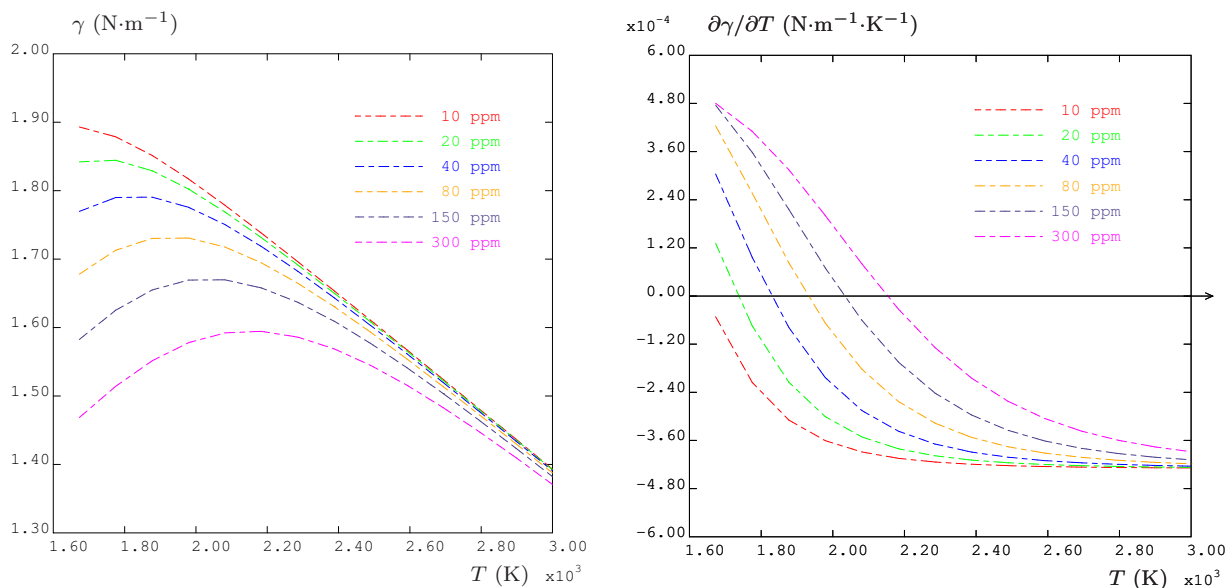


FIG. 1.9: Variation de la tension de surface et de gradient de tension de surface des systèmes Fe-S en fonction de la température T pour quelques valeurs de concentration en soufre d'après Sahoo et al. [27].

tensio-actifs tels que le soufre et l'oxygène sur l'écoulement du fluide ainsi que sur la forme du bain de fusion. Ils observent qu'une augmentation de la quantité de soufre de 90 ppm à 240 ppm conduit à une augmentation de la pénétration de 2,08 mm à 2,81 mm et à une diminution de l'étalement de 7,81 mm à 5,73 mm. Les mêmes tendances ont été trouvées dans les simulations numériques menées par Koudadje [14] en utilisant deux valeurs de teneur en soufre de 70 ppm et 260 ppm avec une vitesse de soudage de $15\text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$ sans surface déformable (figure 1.12). En revanche, Sundell et al. [64] ont rapporté dans leurs études que l'oxygène ajouté au métal a tendance à augmenter à la fois la profondeur et la largeur de bain fondu.

Heiple et al. [65] et Keene et al. [66] ont souligné qu'il existe une concentration et une température critique au-delà desquelles le gradient de tension superficielle devient positif, inversant le sens des écoulements de Marangoni et produisant un écoulement similaire à celui montré sur la figure 1.11.

L'enthalpie standard d'adsorption ΔH^0 est estimée par la différence entre le soluté et les atomes de solvant avec une certaine incertitude, d'environ 10 % pour les alliages Fe-S [67]. Choo et al. [67] ont effectué des simulations numériques et ont montré la sensibilité importante de la structure des écoulements dans le bain fondu à ΔH^0 . Ils concluent qu'une augmentation de 10 % de ΔH^0 entraîne un accroissement de 3 % de la température maximale et une réduction de 20 % de la vitesse maximale d'écoulement. Zacharia et al. [49] ont mené des simulations numériques pour l'acier AISI 304 en utilisant pour ΔH^0 une valeur de $-1,88 \times 10^8 \text{ J}\cdot\text{kmol}^{-1}$. Cependant, de nombreux auteurs utilisent la valeur de $-1,66 \times 10^8 \text{ J}\cdot\text{kmol}^{-1}$ donnée par Sahoo et al. [27].

La revue de la littérature montre que la plupart des modèles disponibles, en particulier les modèles en 3D, considèrent un gradient de tension de surface, $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$, constant et de l'ordre de $10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ pour les hautes teneurs en soufre et de $-10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ pour les basses. Cette approximation est généralement utilisée afin de réduire le temps de calcul. Cependant, dans le cadre de cette thèse, le modèle de tension de surface de Sahoo [27] a été retenu avec une dépendance de $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$ à la température et à la teneur en soufre avec une valeur de ΔH^0 de $-1,66 \times 10^8 \text{ J}\cdot\text{kmol}^{-1}$. Une étude de l'effet des modèles de tension de surface sera considérée.

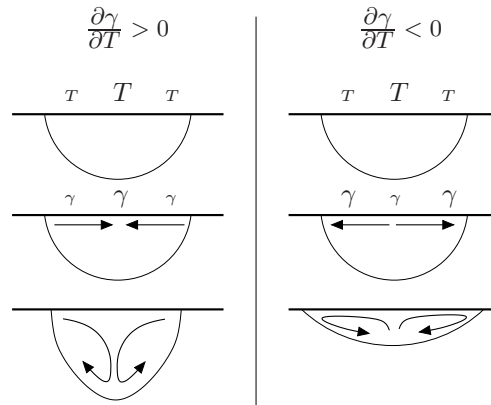


FIG. 1.10: Influence du gradient de tension de surface sur la géométrie du bain de soudage d'après Brochard [1].

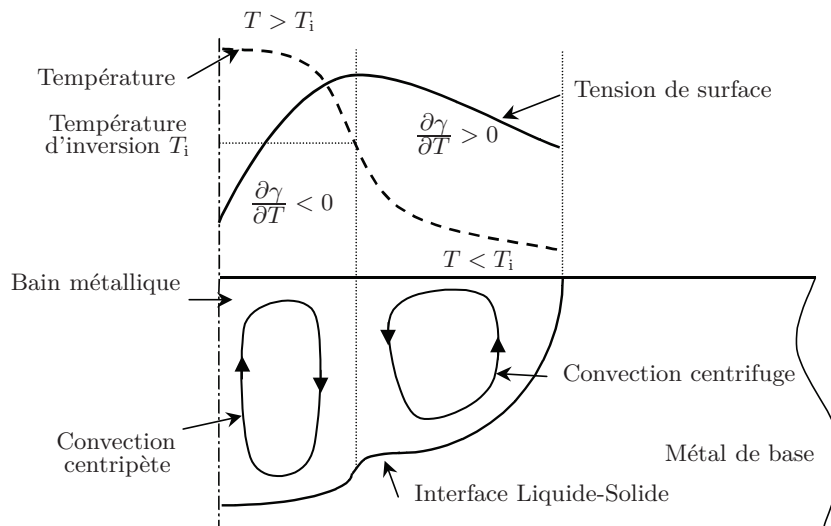


FIG. 1.11: Inversion des courants due au gradient de tension de surface d'après Perry [60].

1.4.1.2 Force d'Archimède

Par abus de langage dans le présent document, lorsque l'on parlera d'une force notée en lettre minuscule en casse grasse (\mathbf{f}) il s'agira en fait d'une densité de force. Par exemple, la force \mathbf{f}_{Arc} exercée par l'arc sur le bain est en fait la pression d'arc.

La force d'Archimède ou la convection naturelle, est produite par la variation de densité induite par la différence de température au sein du système fluide. Dans la plupart des problèmes de convection motrice, l'écoulement est généré, soit par une variation locale de température, soit par une variation de concentration dans le fluide, ce qui conduit à des différences de densité locale. Par conséquent, un terme de force volumique est ajouté à l'équation de quantité de mouvement pour inclure cet effet. Pour les forces déterminées par la température, l'approximation de Boussinesq² est souvent utilisée, et la force de flottabilité \mathbf{f}_{Bou} s'écrit :

$$\mathbf{f}_{\text{Bou}} = -\rho_{\text{réf}}\mathbf{g}\beta(T - T_{\text{réf}}) \quad (1.8)$$

2. La base de cette approximation est une linéarisation autour d'un état de référence ($\rho_{\text{réf}}, T_{\text{réf}}$) hors duquel ρ et T varient peu.

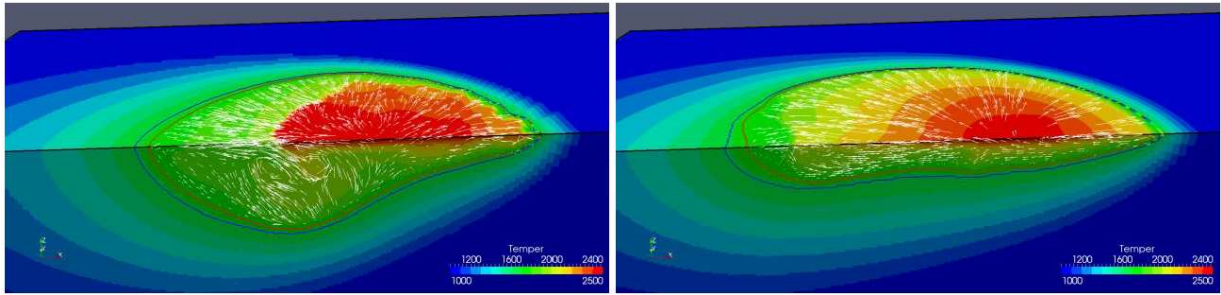


FIG. 1.12: Champ de température et écoulement dans le bain en fonction de teneurs en soufre de 260 ppm (gauche) et 70 ppm (droite) d'après Koudadje [14].

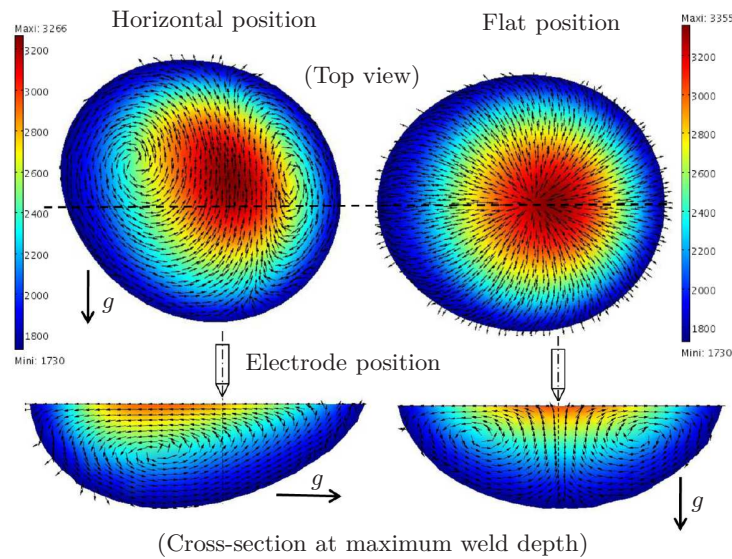


FIG. 1.13: Influence de la position de soudage sur la force de flottabilité et l'écoulement pour 150 A de courant d'après Traidia [31].

où $T_{\text{réf}}$ est une température de référence, $\rho_{\text{réf}}$ est une masse volumique de référence dans le bain à $T_{\text{réf}}$, \mathbf{g} la gravité et β le coefficient de dilatabilité.

Dans le bain de soudage, cette force engendre des courants convectifs ayant tendance à élargir le bain (figure 1.8). Cependant, Mills et al. [68] et Tanaka et al. [25] ont montré par simulation que les forces de flottabilité sont généralement très faibles par rapport aux autres forces (tableau 1.1). En outre, Traidia [31] a comparé l'état stationnaire dans deux positions de soudage à plat et en corniche où seule la force de flottabilité gouverne l'écoulement du fluide dans le bain de fusion sans surface déformée. Il trouve que la distribution des écoulements dans le bain fondu est différente (figure 1.13). Une étude similaire sera faite dans ce travail pour les positions de soudage en corniche, en verticale montante, en verticale descendante et au plafond.

1.4.1.3 Force de Lorentz

Quand un courant électrique passe dans un conducteur, un champ magnétique s'établit autour de celui-ci. Dans le cadre du soudage, suite à l'interaction du courant de soudage avec son propre champ magnétique, apparaissent dans le bain fondu à leur tour des forces électromagnétiques. Elles sont dirigées vers l'axe de soudage et vont avoir tendance à creuser le bain (figure 1.8). Ces

1. La physique du soudage à l'arc TIG

forces sont appelées forces de Lorentz \mathbf{f}_{Lor} et sont définies par l'équation (1.9) :

$$\mathbf{f}_{\text{Lor}} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (1.9)$$

avec \mathbf{j} la densité de courant électrique et \mathbf{B} l'induction magnétique.

L'influence des forces électromagnétiques a été étudiée expérimentalement, théoriquement et numériquement par de nombreux auteurs ([12, 54, 13, 69, 37, 70, 71, 60, 46, 72],...), en utilisant cette force, supposée indépendante des propriétés de l'écoulement fluide dans le bain de fusion.

L'intensité des forces électromagnétiques dépend de la densité de courant dans la pièce qui, à son tour, dépend de la conductivité électrique du matériau, de la hauteur d'arc et de la géométrie des électrodes. Goodarzi et al. [37] ont simulé en 2D axysymétrique la variation de la force de Lorentz pour un courant de 200 A avec deux angles d'affûtage différents de l'électrode. Ils ont conclu qu'une augmentation d'angle d'affûtage de $9,18^\circ$ à 60° provoque une augmentation de la force de Lorentz conduisant à un accroissement de la vitesse d'écoulement de $0,076 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ à $0,135 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et de la pénétration du bain fondu de 3,5 mm à 4,1 mm.

Berthier et al. [73] ont également développé un modèle 2D axisymétrique de transfert de chaleur et d'écoulement du fluide pour étudier l'influence de forces de Lorentz pour deux valeurs négative et positive du coefficient de tension de surface ($\frac{\partial\gamma}{\partial T} = \pm 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$). Ils ont conclu que la force de Lorentz influence nettement l'écoulement centrifuge correspondant à la valeur négative du gradient de tension de surface (figure 1.14) pour un courant de 100 A et une tension de 10 V.

Wu et al. [54, 13] ont développé un modèle 3D utilisant un coefficient de tension de surface $\frac{\partial\gamma}{\partial T} = 10^{-5} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ constant. Ils concluent qu'une augmentation de la densité de courant provoque une augmentation de la vitesse d'écoulement dans le bain de fusion parce que les forces de Lorentz sont proportionnelles au carré de l'intensité du courant. Cependant, cette conclusion est à modérer. Le gradient thermique de tension de surface utilisé ici était faible ($10^{-5} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$) et positif, ce qui ne pouvait que favoriser l'expression des forces de Lorentz. Les conclusions auraient été certainement différentes si les auteurs avaient utilisées une valeur plus réaliste de $10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ et négative de surcroît. Ils ont aussi proposé un ensemble d'expressions analytiques pour le champ de force électromagnétique. Roger et al. [70] ont comparé les résultats numériques de leur modèle avec ces solutions analytiques, qui se sont avérées être du même ordre de grandeur. Elles seront utilisées aussi pour valider les simulations numériques des forces de Lorentz mises en place dans notre modèle.

Pour le cas de la seule force motrice électromagnétique dans le bain de fusion, les valeurs de vitesses rapportées dans la littérature sont généralement dans la gamme de $0,02 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ à $0,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ d'après Wang et al. [72]. Perry [60] indique des vitesses de l'ordre de $0,01 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ à $0,08 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ entre 60 A et 100 A de courant.

La prise en compte des forces électromagnétiques sur l'écoulement sera effectuée dans ce travail pour compléter la description physique de notre modèle.

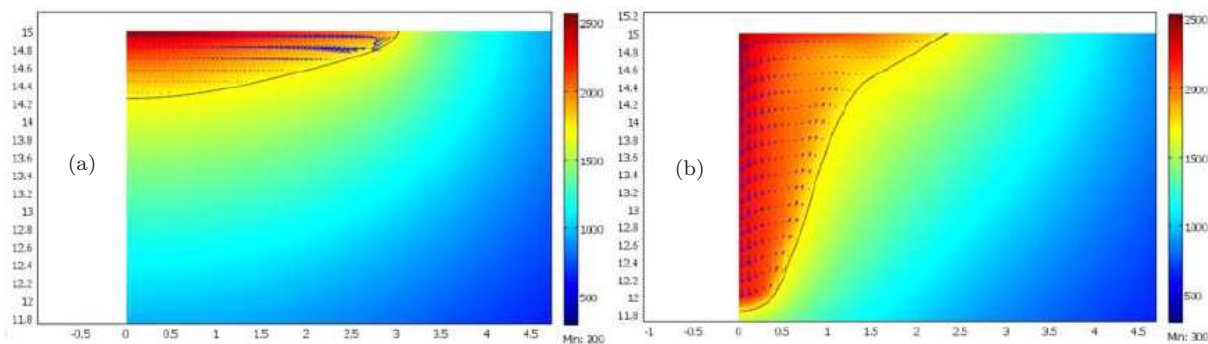
1.4.1.4 Comparaison des forces motrices

En fonction des vitesses de brassage engendrées par les différents mécanismes, la littérature en donne un classement par ordre d'importance, du plus important au moins important : l'effet Marangoni, la force de Lorentz et la force d'Archimède.

L'écoulement est principalement entraîné par les forces de Marangoni et électromagnétique et, dans une moindre mesure, par la force de flottabilité. Kumar et al. [46] donnent des valeurs de nombres sans dimensions tels que le nombre de Grashof (Gr), le Reynolds magnétique (Rm),

1.4. Les phénomènes physiques impliqués dans le bain de fusion

Calculated temperature and velocity vector fields for (a) negative and (b) positive Marangoni, without Lorentz forces ($t=3$ s)



Calculated temperature and velocity vector fields for (a) negative and (b) positive Marangoni, with Lorentz forces ($t=3$ s)

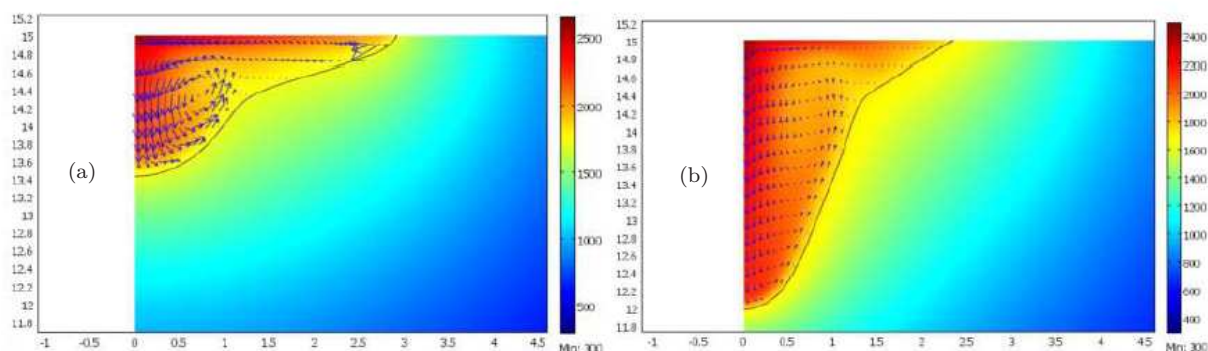


FIG. 1.14: Champ de température et écoulement dans le bain de fusion sans (haut) et avec (bas) force de Lorentz après 3 s de soudage, pour $\frac{\partial\gamma}{\partial T} < 0$ (a) et $\frac{\partial\gamma}{\partial T} > 0$ (b) d'après Berthier et al. [73].

le nombre de Marangoni (Ma) qui caractérisent l'influence relative de la flottabilité, de la force électromagnétique et de l'effet Marangoni sur l'écoulement du fluide dans le bain de fusion. Pour une condition de soudage à l'arc usuelle, les valeurs de $R_{S/B} = Ma/Gr$ et $R_{M/B} = Rm/Gr$ ont été évaluées à $2,0 \times 10^3$ et $1,13 \times 10^3$, montrant leur prédominance sur la force de flottabilité.

Pour comprendre l'influence des principaux facteurs agissant sur la force motrice de convection dans le bain de fusion, Tanaka et al. [74] ont calculé l'effet des forces motrices en supposant une seule force active à la fois. Le résultat de ces calculs est présenté sur la figure 1.15. Avec la force de Marangoni, la vitesse maximale atteint $0,34 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Avec la force électromagnétique, la vitesse maximale est réduite à $0,08 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Enfin, avec la force de flottabilité, la vitesse maximale est seulement de $0,03 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Ces résultats montrent que, dans le soudage à l'arc TIG, la force de Marangoni domine les deux autres forces. Cependant, même si la vitesse d'écoulement est 10 fois moindre pour la seule force de flottabilité, le bain formé n'en est pas moins grand pour autant.

Zhang et al. [75], Kim et al. [76], Lu et al. [20] et Matsunawa et al. [77] confirment par simulation ces résultats qui sont présentés dans le tableau 1.1.

En plus de la comparaison sur la base de la vitesse d'écoulement, un bilan des puissances mécaniques globales des forces sera réalisé dans ce travail. Il permettra de les hiérarchiser confirmant la domination de l'effet Marangoni.

1. La physique du soudage à l'arc TIG

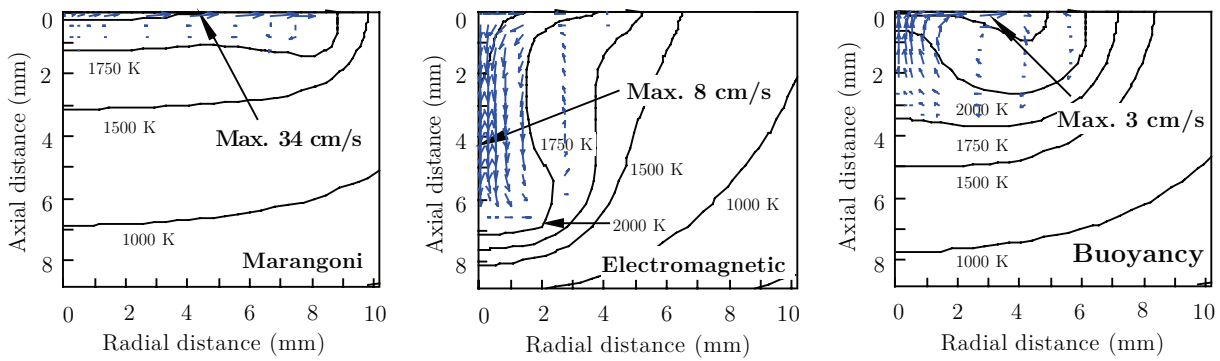


FIG. 1.15: Champ de température et écoulement dans le bain fondu induits par les forces motrices d'après Tanaka et al. [74].

Vitesses	Forces	Auteurs				
		Tanaka et al. [74]	Zhang et al. [75]	Kim et al. [76]	Lu et al. [20]	Matsunawa et al. [77]
$\ \mathbf{u}\ _{\max}$ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	\mathbf{f}_{Bou}	0,03	0,007	0,0005		0,0097
	\mathbf{f}_{Lor}	0,08	0,218	0,002	0,08	0,0674
	\mathbf{f}_{Mar}	0,34	0,42	0,089	0,45	0,62

TAB. 1.1: Vitesses maximales simulées suivant les forces motrices considérées.

1.4.2 Terme source énergétique volumique

L'effet Joule est la transformation de l'énergie électrique en chaleur et est considéré ici comme la seule source d'énergie volumique. Il peut être exprimé par la relation :

$$s_{\text{Joule}} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \quad (1.10)$$

avec \mathbf{j} la densité de courant et \mathbf{E} le champ électrique.

Cet effet est la principale source thermique dans le plasma [78]. Il contribue à 97% dans la création de chaleur [25]. Cependant, certains auteurs montrent que la prise en compte de l'effet Joule dans le bain de fusion n'a aucune influence [79]. Tanaka [25] a développé un modèle couplé arc-bain en 2D axisymétrique, il montre qu'une puissance par effet Joule de 47 W, 1539 W, 0 W est respectivement générée à l'électrode, dans le plasma d'arc et dans la plaque pour 150 A de courant. Dans notre modèle, un bilan de flux de chaleur sera établi pour bien comprendre son rôle par rapport à l'énergie apportée par l'arc.

1.4.3 Effets du plasma sur le bain de fusion

L'impact du plasma sur le bain de fusion est représenté par trois facteurs principaux, qui sont une force de cisaillement aérodynamique, une pression d'arc et un flux de chaleur. L'arc électrique ne sera pas modélisé dans le cadre de cette thèse. Cette étude permet donc de comprendre leurs distributions à la surface du bain et leurs ordres de grandeurs définis à partir des paramètres du procédé de soudage.

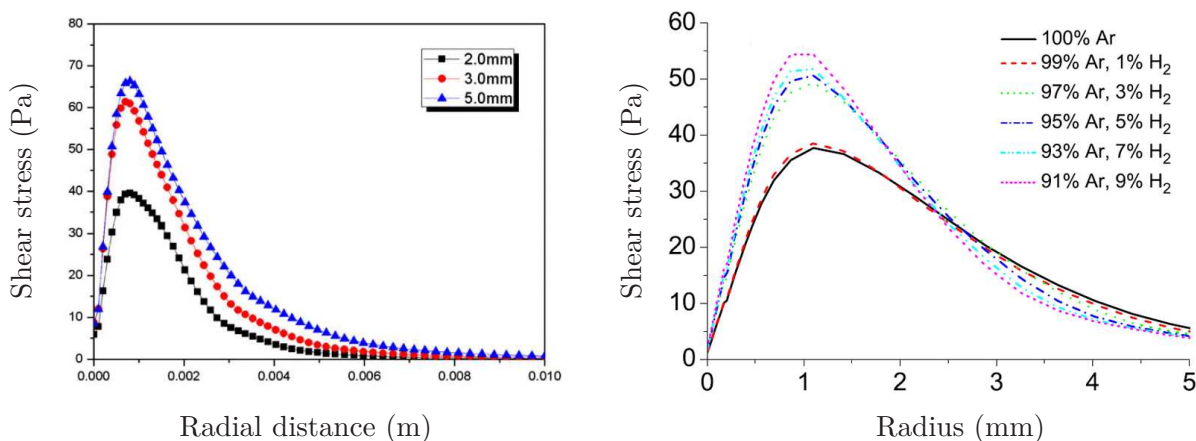


FIG. 1.16: Effet de la longueur d’arc sur le cisaillement aérodynamique avec un courant de 200 A pour l’arc sous azote d’après Lu et al. [39] (gauche) et évolution pour différents mélanges argon–hydrogène avec un courant de 200 A et une hauteur d’arc de 5 mm d’après Murphy et al. [82] (droite).

1.4.3.1 Les forces de cisaillement aérodynamique

Le passage du gaz de protection et du plasma à la surface du bain crée un cisaillement aérodynamique. Il en résulte en surface des courants centrifuges qui auront tendance à élargir le bain et à le rendre plus mouillant [80, 81].

Le cisaillement aérodynamique dépend de la hauteur d’arc, de l’intensité de soudage et du gaz de protection. Une augmentation de la hauteur d’arc entraîne une augmentation de la force de cisaillement. Plus la hauteur d’arc est élevée, plus la vitesse du plasma sur la surface du bain est grande. Ainsi, la figure 1.16 à gauche montre une simulation numérique de la variation radiale de la contrainte de cisaillement pour l’arc sous azote à 200 A pour différentes hauteurs d’arc [39]. Comme la distance radiale augmente, la contrainte de cisaillement augmente tout d’abord et diminue ensuite. En outre, à plus courte hauteur d’arc de 2 mm, la contrainte maximale de cisaillement diminue. Lorsque la hauteur d’arc est moindre, le gaz ne peut pas être accéléré par la force électromagnétique à haute vitesse. En conséquence, la vitesse du gaz sur la surface de l’anode est faible et il en résulte une plus faible force de cisaillement. Le cisaillement dépend également de la valeur de la vitesse en sortie de buse qui augmente avec l’intensité du courant [40]. De plus, la figure 1.16 à droite montre les résultats calculés de l’évolution radiale de la force de cisaillement pour différents gaz de protection avec le même courant de soudage. On voit bien que la force de cisaillement est très dépendante du gaz de protection. La valeur maximale de la force de cisaillement est multipliée par un facteur deux, lorsqu’on ajoute seulement 9 % d’hydrogène à de l’argon [82].

Également, l’intensité des forces de cisaillement aérodynamique dépend fortement de la configuration de soudage. Quelques auteurs négligent cet effet dans leurs modèles de soudage ([43, 83],...). Choo et al. [84] à partir d’une simulation numérique concluent à une influence faible devant celle de la tension de surface. Néanmoins, plusieurs auteurs montrent la dominance de cet effet parmi les forces motrices dans le bain fondu mais presque tous ces modèles sont en 2D axisymétrique. On peut énumérer leurs conclusions ci-après :

Choo et al. [84] ont étudié par simulation l’influence de ces forces et ont obtenu une diminution de température maximale de 3100 K à 3000 K pour une intensité de 200 A avec une hauteur d’arc de 1,5 mm. De plus, ils ont calculé les vitesses surfaciques maximales qui passent de $0,49 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ à

1. La physique du soudage à l'arc TIG

$0,515 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ dans un bain de fusion de 8 mm de diamètre sous une intensité de 300 A. Ils trouvent que les effets des contraintes de cisaillement aérodynamique restent faibles face aux effets de variations de tension de surface tant que l'intensité reste inférieure à 300 A.

Kim et al. [76] montrent par simulation que la force de cisaillement est égale ou légèrement supérieure à la force de tension de surface pour 120 A et 2 mm de hauteur d'arc. La vitesse maximale d'écoulement trouvée est de $8,9 \times 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ dues aux seules forces de Marangoni et de $9,2 \times 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ pour le cisaillement.

Matsunawa et al. [77] présentent la convection induite par la force de cisaillement aérodynamique issue d'une simulation 2D axysymétrique. Le champ de vitesse se compose de deux vortex opposés, l'un près de la surface du bain et l'autre dans le bain. L'existence de deux boucles dans le bain de fusion caractérise un écoulement radial vers l'extérieur. Ils trouvent que la vitesse maximale créée par cette force ($0,48 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) est plus grande que celle créée par la force de tension de surface négative ($0,40 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) et plus petite que celle créée par la force de tension de surface positive ($0,62 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$).

Brochard [1] montre par simulation que, dans un cas 2D axisymétrique, l'ordre de grandeur de la puissance engendrée par la force de cisaillement peut être le même que l'effet de Marangoni. Traidia [31] considère dans son modèle 3D que c'est la troisième force après celles de Lorentz et de tension de surface.

La force de cisaillement est un facteur influent, cependant elle ne sera pas prise en compte dans le cadre de cette thèse afin de ne pas multiplier les données d'entrées non directement modélisées.

1.4.3.2 La pression d'arc

La pression d'arc appliquée à la surface du bain fondu est essentiellement régie par la pression du plasma d'arc et du gaz de protection. Cette pression a une influence importante sur la déformation de la surface libre du bain et donc sur l'écoulement et la pénétration. Elle joue un rôle d'isolant face à la source thermique et contribue à déterminer la courbure de la surface du bain fusion. La répartition de la pression d'arc peut être décrite par une loi gaussienne dont la valeur maximale est fonction du carré de l'intensité selon Rokhlin [85] (éq. (1.11)) ou selon Kim et al. [86] (éq. (1.12)) :

$$f_{\text{Arc}} = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi} \left(1 + 2 \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \right) \quad (1.11)$$

où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide, R_1 le rayon de l'arc au niveau de l'électrode et R_2 le rayon sur la pièce.

$$f_{\text{Arc}} = \frac{F}{2\pi\sigma_p^2} \exp \left(-\frac{r^2}{2\sigma_p^2} \right) \quad (1.12)$$

avec F la force totale de l'arc sur la surface du bain fondu, σ_p le rayon caractéristique de l'application de cette force et r la distance radiale.

La distribution de la pression d'arc varie en fonction de l'intensité de courant, de la hauteur d'arc, de la géométrie de l'électrode (angle d'affûtage) et de la nature du gaz de protection (comme le montrent les figures 1.17 et 1.18).

Lin et al. [87] ont mesuré la répartition de la pression d'arc en fonction de l'intensité du courant variant de 300 à 600 A, avec différents angles d'affûtage de 30° , 60° et 90° de l'électrode. Une augmentation de courant provoque une augmentation de la pression d'arc, tandis qu'une

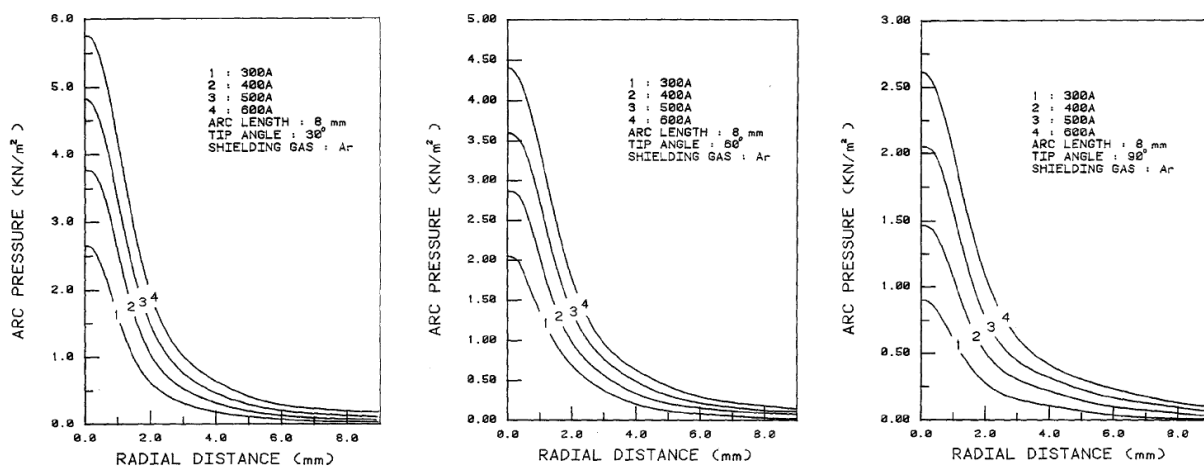


FIG. 1.17: Répartition de la pression d'arc en fonction du courant et des angles d'affûtage d'électrode de 30° , 60° et 90° d'après Lin et al. [87].

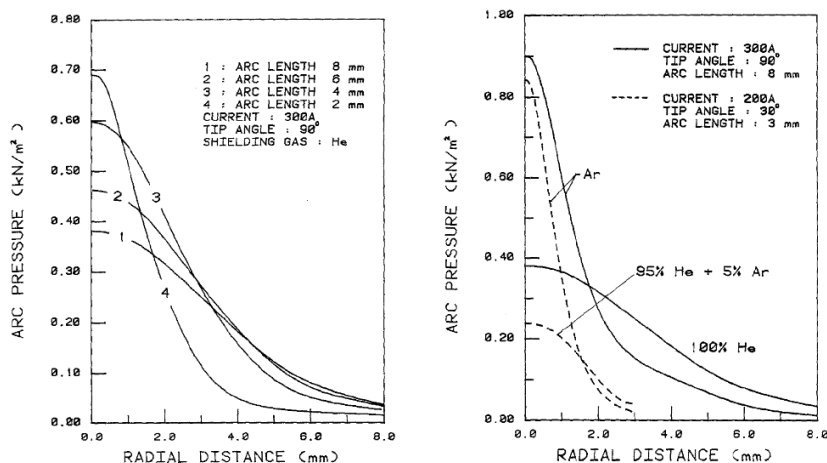


FIG. 1.18: Variation de la pression d'arc en fonction de la hauteur d'arc (gauche) et du gaz de protection (droite) d'après Lin et al. [87].

augmentation de l'angle d'affûtage conduit à une diminution de la pression d'arc (figure 1.17). De plus, ils donnent l'expression de la force totale de l'arc F et d'un rayon caractéristique σ_p en fonction de l'intensité du courant I pour une hauteur d'arc de 8 mm :

$$F = \begin{cases} -0,06049 + 0,0002808 \times I & (\text{N}) & \text{angle d'affûtage de } 30^\circ \\ -0,04017 + 0,0002553 \times I & (\text{N}) & \text{angle d'affûtage de } 60^\circ \\ -0,04307 + 0,0001981 \times I & (\text{N}) & \text{angle d'affûtage de } 90^\circ \end{cases} \quad (1.13)$$

$$\sigma_p = \begin{cases} 0,7725 + 0,00193 \times I & (\text{mm}) & \text{angle d'affûtage de } 30^\circ \\ 1,4875 + 0,00123 \times I & (\text{mm}) & \text{angle d'affûtage de } 60^\circ \\ 1,4043 + 0,00174 \times I & (\text{mm}) & \text{angle d'affûtage de } 90^\circ \end{cases} \quad (1.14)$$

La variation de la pression d'arc en fonction de la hauteur d'arc et du gaz de protection est présentée sur la figure 1.18. La pression d'arc est fonction de la vitesse de buse et de la masse volumique du gaz de protection. Lin et al. [87] ont conclu que la masse volumique du gaz est plus importante que la vitesse de buse pour déterminer la pression d'arc.

1. La physique du soudage à l'arc TIG

La pression d'arc va favoriser la pénétration du bain de fusion mais son principal effet est sur la déformation de la surface libre du bain fondu. Rokhlin et al. [85] et Mendez et al. [88] montrent dans leurs simulations que la déformation de la surface libre est négligeable pour des valeurs d'intensité de courant de soudage inférieures à 200 A. Ils affinent le comportement en notant trois régimes d'activité :

- $I < 100$ A : il n'y a pas de dépression bien que la pression statique de l'arc donne une force résultante de $0,5 \times 10^{-3}$ N, mais la pénétration évolue rapidement avec l'intensité.
- $100 \text{ A} \leq I < 200 \text{ A}$: la dépression du bain est faible, insuffisante pour contrebalancer les forces de tension de surface qui tendent à s'opposer à la déformation de bain.
- $I \geq 200$ A : le bain se creuse nettement, il en résulte une augmentation de la pénétration proportionnelle au carré de l'intensité électrique. Pour 300 A, l'arc peut donner une force résultante de 90×10^{-3} N.

Ko et al. [89] confirment l'influence de l'intensité sur la pression d'arc par leur simulations. Pour un faible courant de 100 A, la surface est peu déformée. Pour des intensités plus importantes à partir de 200 A, la dépression de la surface augmente et une vitesse d'écoulement plus rapide est induite.

Dans le cas de bain non débouchant, les simulations de Lei et al. [90] montrent que l'influence de la déformation de la surface libre du bain de fusion est négligeable sur les champs de température pour des courants de soudage inférieurs à 200 A. Li et al. [91] trouvent dans le cas d'un bain débouchant, pour des intensités de courant de soudage supérieures à 200 A, qu'il peut y avoir une déformation plus importante de la surface libre du bain de fusion mais dont la valeur maximale reste inférieure à 1 mm.

Une étude numérique de l'influence de la pression d'arc sur la pénétration du bain fondu sera effectuée dans ce travail.

1.4.3.3 Le flux de chaleur

Outre le cisaillement aérodynamique et la pression d'arc, le plasma affecte le bain de soudage par un flux de chaleur. Il peut être représenté par une distribution surfacique ou volumique, ou bien les deux. Deux exemples de distributions sont présentés ci-après :

La distribution d'énergie surfacique modélisée par une distribution Gaussienne [43, 53] :

$$\mathbf{s}_{\text{Sur}} = \frac{UI\eta}{2\pi\sigma_q^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_q^2}\right) \quad (1.15)$$

avec U la tension, I l'intensité, η le rendement du procédé, r la distance radiale et σ_q le rayon caractéristique de sa distribution à la surface.

Goldak [92] a proposé une distribution volumique pour le soudage à l'arc. Cette distribution est composée de deux demi-ellipsoïdes en avant et à l'arrière de l'axe de l'électrode. Elle est décrite par les relations suivantes :

$$\begin{cases} q_f(x, y, z) &= \frac{6\sqrt{3}UI\eta f_f}{abc_f\pi\sqrt{\pi}} \exp\left(-3\frac{x^2}{c_f^2} - 3\frac{y^2}{a^2} - 3\frac{z^2}{b^2}\right) \\ q_r(x, y, z) &= \frac{6\sqrt{3}UI\eta f_r}{abc_r\pi\sqrt{\pi}} \exp\left(-3\frac{x^2}{c_r^2} - 3\frac{y^2}{a^2} - 3\frac{z^2}{b^2}\right) \\ f_f + f_r &= 2 \end{cases} \quad (1.16)$$

où x, y, z sont les coordonnées du point solide considéré dans le repère mobile lié à la source de chaleur, c_f et c_r les rayons suivant l'axe de x (le long de la trajectoire de soudage) de la demi-

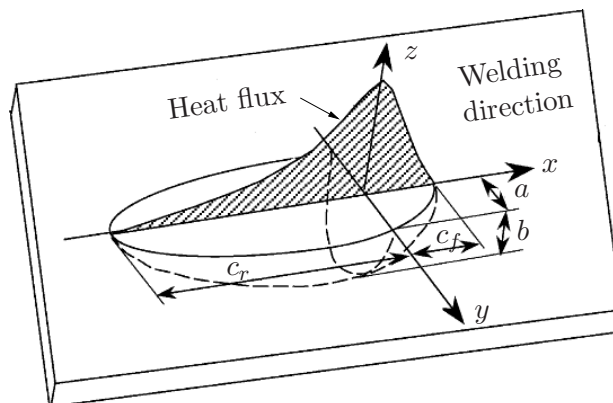


FIG. 1.19: Flux de chaleur volumique de Goldak [92].

ellipsoïde à l'avant et à l'arrière de la torche, $UI\eta$ est l'énergie de soudage transférée à la pièce, a le rayon suivant l'axe de y (axe transversal à la trajectoire) de la demi ellipsoïde, b le rayon suivant l'axe de z de la demi ellipsoïde, f_f et f_r les fractions de l'énergie totale appliquée à l'avant et à l'arrière de la torche (figure 1.19).

Comme la pression d'arc, le flux de chaleur est fortement influencé par plusieurs facteurs tels que la tension, l'intensité, le rendement du procédé, la distance radiale, l'angle d'affûtage de l'électrode et le gaz de protection.

Les valeurs de rendement trouvées dans la littérature sont souvent très différentes. À titre d'exemple dans le cas du soudage d'acier, en procédé du soudage TIG sous Argon, on considère que le rendement est compris entre 0,25 et 0,75. Ce rendement peut atteindre de 0,55 à 0,80 avec de l'hélium comme gaz de couverture [93].

Dans leur étude numérique, Lu et al. [39] ont considéré un flux de chaleur pour deux gaz de protection d'azote et d'argon. Pour l'azote, la valeur maximale du flux de chaleur sur la surface de l'anode atteint $1,3 \times 10^8 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$, ce qui est environ deux fois supérieure à celle sous argon, principalement en raison de la constriction du courant. Par leurs mesures, Murphy et al. [17] montrent aussi que la densité de flux de chaleur pour le bain de soudure est fortement augmentée par l'ajout d'hélium, d'hydrogène ou d'azote à l'argon. L'effet de l'ajout de seulement 3% d'hydrogène est similaire à celui de l'ajout de 15% d'azote ou de 70% d'hélium (figure 1.20).

Choo et al. [67] trouvent par simulation, qu'une densité de courant de 100 A produit généralement un flux de chaleur de l'ordre de $1 \times 10^8 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$. Ils constatent qu'un incrément d'énergie d'environ 30% conduit à une modification très marquée de la vitesse et de la température du bain fondu. En outre, ils ont étudié les variations du rayon caractéristique (σ_q) du flux de chaleur qui peut avoir un effet très marqué sur la distribution à la fois de la vitesse et de la température sur la surface et donc sur le comportement du bain de soudage.

Lago et al. [18], par simulation, ont montré l'influence de σ_q sur le flux de chaleur pour un arc sous argon et 200 A de courant sans prendre en compte la chaleur perdue par vaporisation.

De plus, Goodarzi et al. [36] ont étudié par simulation numérique l'effet de l'angle d'affûtage de l'électrode sur le flux de chaleur. Ils trouvent que le flux de chaleur maximum est produit pour un affûtage entre 30° et 60° . En diminuant l'angle de 150° (électrode plate) à environ 38° , le flux de chaleur maximum augmente d'environ quatre fois.

Dans ce travail, le flux de chaleur apporté par l'arc sera modélisé par une distribution surfacique Gaussienne (éq. (1.15)).

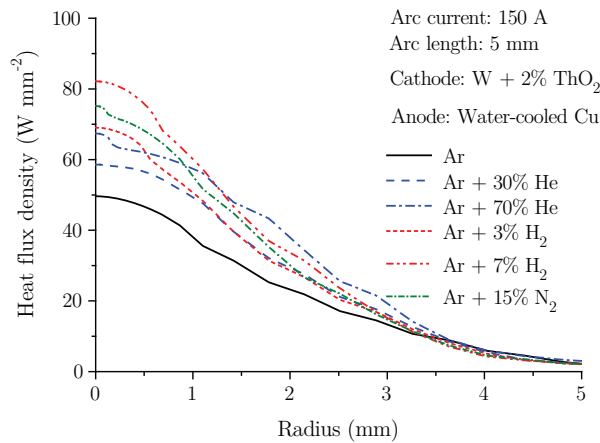


FIG. 1.20: La distribution radiale de la densité de flux de chaleur mesurée pour des mélanges d'argon avec différents pourcentages molaires d'hélium, d'hydrogène et d'azote d'après Murphy et al. [17].

1.4.4 Changement de phase solide/liquide

Dans le cas du changement d'état solide-liquide d'un matériau, il y a une production ou une consommation d'énergie dans la zone de changement de phase.

Dans le cas d'un changement de phase solide-liquide avec couplage conduction-convection naturelle, la convection naturelle augmente le transfert de chaleur. Cependant, la formulation mathématique en est complexe, car elle nécessite le traitement de couplage entre les équations de Navier-Stokes dans le liquide et le transfert de chaleur dans le solide. La principale difficulté à résoudre est liée au couplage des champs de vitesse et de température avec la déformation du front de fusion, car le domaine physique n'a pas une géométrie régulière. Il faut donc soit utiliser une transformation de coordonnées permettant de représenter le domaine physique par un espace de calcul régulier (méthode à suivi d'interface [94]), soit poser une formulation enthalpique sur un domaine unique permettant un maillage fixe, en pénalisant les vitesses dans la phase solide (méthode enthalpique [95]).

Dans cette thèse, afin de rendre compte correctement du saut d'enthalpie au changement de phase solide-liquide, une formulation enthalpique a été choisie et une force d'extinction des vitesses a été ajoutée afin d'annuler la vitesse sur la frontière solide/liquide.

Force d'extinction des vitesses : Ce terme spécifique ajouté à l'équation de quantité de mouvement impose dans la zone pâteuse une force proportionnelle à la vitesse relative solide-liquide, afin qu'elle s'annule progressivement à l'approche de la zone solide. L'écoulement dans cette zone est modélisé par une loi de type Darcy utilisant une relation porosité-perméabilité de type Carman-Kozeny [96] :

$$\mathbf{f}_{\text{Ext}} = A\mathbf{u} = -c \frac{(1 - f_1)^2}{f_1^3 + b} \mathbf{u} \quad (1.17)$$

où b est une constante (par exemple 10^{-3}) introduite de manière à éviter une division par zéro, c^3 est une constante élevée (par exemple 10^{12}) et f_1 est la fraction liquide.

Des alternatives possibles à l'équation de Carman-Kozeny sont l'utilisation d'une fonction

3. Les constantes b et c sont arbitraires et n'ont aucune justification physique.

linéaire ou d'une fonction logarithme népérien pour A [96] :

$$\mathbf{f}_{\text{Ext}} = -c(1 - f_1)\mathbf{u} \quad (1.18)$$

$$\mathbf{f}_{\text{Ext}} = -\exp[(1 - f_1) \ln c] \mathbf{u} \quad (1.19)$$

En outre, Traidia [31] a proposé une méthode différente qui consiste à augmenter la viscosité dynamique apparaissant dans l'équation de conservation dans le domaine solide. Ceci est réalisé soit en utilisant une fonction de Heaviside, ou directement à l'aide de la fraction liquide f_1 de la façon suivante :

$$\mu = \mu_l(T)f_1 + \mu_s(1 - f_1) \quad (1.20)$$

où $\mu_l(T)$ est la viscosité dynamique du liquide, et μ_s est la viscosité à la température du solidus suffisamment élevée pour assurer l'arrêt de l'écoulement du fluide dans la zone solide.

Il a testé deux méthodes, l'ajout d'une force d'extinction des vitesses, et l'augmentation de la viscosité dynamique dans la zone solide, sur une configuration simple de fusion/solidification. Il a obtenu des résultats très proches en termes de vitesse du fluide et de forme du bain liquide.

Dans cette thèse, une analyse de l'influence des modèles d'extinction de vitesse de type Darcy sera étudiée en utilisant un coefficient $c = 10^{12}$ [14].

1.4.5 Échange avec le milieu extérieur

1.4.5.1 Évaporation des composés métalliques

Les fortes températures aux interfaces du plasma conduisent à une évaporation des composés métalliques. Ces composés se mélangent avec le plasma et modifient ses propriétés ainsi que le rendement du procédé. Une faible proportion de métal évaporé peut contribuer à une forte augmentation de la conductivité électrique du plasma. Le champ électrique local est abaissé par la présence de vapeurs métalliques, qui ont également une forte influence sur la température. Une évaporation d'éléments tensioactifs tels que le soufre et l'oxygène à partir du bain de fusion fait varier le coefficient de tension de surface provoquant des changements de l'écoulement du fluide, de la distribution de la température et de la forme du bain de soudage.

L'expression de l'évaporation peut être calculée sur la base d'un modèle de vaporisation globale [97], donnée par :

$$\mathbf{s}_{\text{évap}} = W_v H_v \quad (1.21)$$

où H_v est l'enthalpie de vaporisation et W_v le taux d'évaporation. L'équation donnée par Dushman et al. [98] peut être utilisée pour calculer le taux d'évaporation W_v et les données ci-dessous rapportées par Kim [99] pour calculer la pression de vapeur p_{atm} de l'acier inoxydable :

$$\begin{cases} \log W_v &= A_v + \log p_{\text{atm}} - 0,5 \log T \\ \log p_{\text{atm}} &= 6,1210 - \frac{18836}{T} \end{cases} \quad (1.22)$$

où A_v est une constante (de l'ordre de 2,5 pour l'acier 304 SS).

Zacharia et al. [100] comparent deux simulations fluides 2D axisymétriques avec et sans prise en compte de l'évaporation et montrent que l'effet de l'évaporation modifie nettement la géométrie et la distribution de température (figure 1.21). Cependant, ils ont considéré un apport de chaleur constant et n'ont pas tenu compte de sa modification du fait de l'évaporation. Ils n'ont pas non plus pris en considération la modification de la tension de surface. Il est donc difficile de conclure quant à l'effet de l'évaporation.

1. La physique du soudage à l'arc TIG

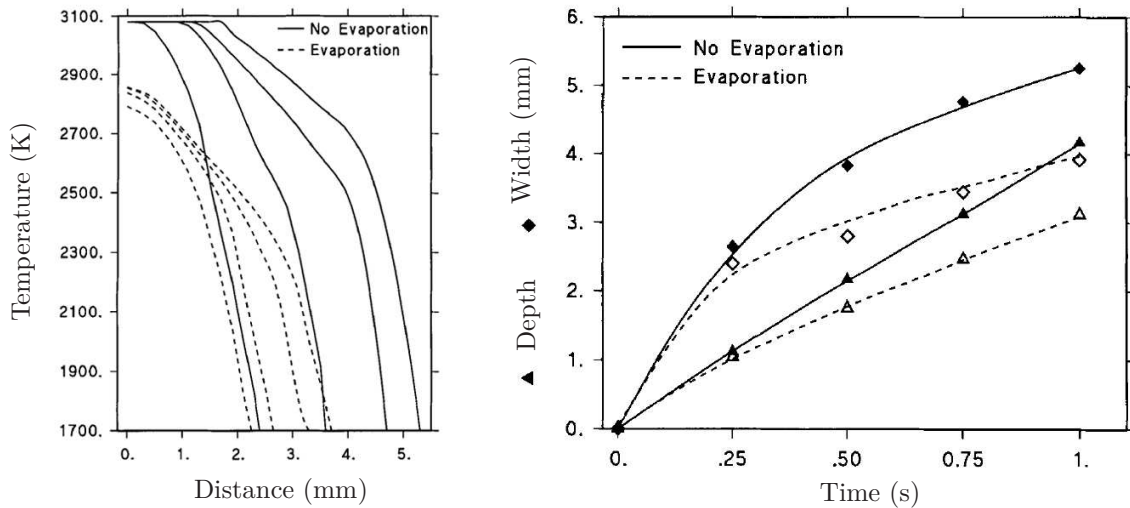


FIG. 1.21: Comparaisons des profils de température sur la surface (gauche) et les dimensions du bain fondu (droite) avec ou sans vaporisation d'après Zacharia et al. [100].

L'équipe de Yamamoto [101] a montré par les mesures que l'influence des vapeurs métalliques sur un arc d'argon à 150 A est faible, bien que cet effet sur un arc d'hélium à 150 A soit plus important.

Dans cette étude, nous négligerons l'influence de la vaporisation à partir de la masse fondue du bain de soudage comme l'ont fait DebRoy et al. [102] et Murphy et al. [82] pour le soudage à l'arc.

1.4.5.2 Rayonnement

Les échanges par rayonnement peuvent être évalués à partir de l'expression de la puissance rayonnée dans un milieu infini proposée par Boltzmann en 1884 :

$$s_{\text{Ray}} = -\epsilon\sigma_B(T^4 - T_\infty^4) \quad (1.23)$$

avec

- s_{Ray} : pertes de chaleur par rayonnement ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$);
- ϵ : émissivité de la surface, un facteur sans dimension variant entre 0 et 1;
- σ_B : constante de Stefan-Boltzmann prise égale à $5,6704 \times 10^{-8} \text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$;
- T : température de la surface (K);
- T_∞ : température du milieu extérieur (K).

Koudadje [14] a étudié l'effet de l'émissivité sur le champ de température dans la pièce et la géométrie du bain de fusion. Il a noté un écart maximal d'environ 10 % sur les profils de température, un écart inférieur à 0,5 % sur l'étalement et un écart d'environ 7 % sur la pénétration de la zone fondue. Ces valeurs sont obtenues pour un temps de soudage de 20 s et pour des valeurs d'émissivité variant entre 0,25 et 0,75.

Nous retiendrons une valeur de 0,5, usuelle pour l'émissivité de l'acier.

1.4.5.3 Convection en surface

Les pertes de chaleur par échange convectif en surface extérieure de la pièce à souder sont régies par la loi de Newton :

$$s_{Cvs} = -h_c(T - T_\infty) \quad (1.24)$$

avec

s_{Cvs} : pertes de chaleur à la surface de la pièce ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$);
 h_c : coefficient global d'échange thermique convectif par la surface ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$);
 Vinokurov [103] a suggéré la formule suivante pour le coefficient d'échange thermique :

$$h_c = 24,1 \times 10^{-4} \epsilon (T + 273)^{1,61} \quad (1.25)$$

Koudadje [14] a étudié l'influence du coefficient d'échange par convection avec l'air ambiant sur le champ de température et la géométrie du bain de fusion. Il a noté une influence faible sur les profils de température dans la pièce soudée. Un écart maximal de 13 K (soit 7 %) est trouvé entre les profils de température dans la zone du métal liquide. Lorsque le coefficient d'échange par convection varie entre $10 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ et $25 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$, l'étalement et la pénétration du bain de fusion ne varient quasiment pas.

Nous retiendrons pour toutes nos simulations la valeur de $15 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ pour le coefficient d'échange convectif en surface. Dans le chapitre 3, nous montrerons l'ordre de grandeur des pertes de chaleur par rayonnement et convection en surface relativement à la chaleur apportée par la source via un bilan thermique.

1.5 Définition du modèle physique choisi

À partir de cette étude bibliographique, il ressort qu'un modèle 2D axisymétrique arc-bain tel que celui de Brochard [1] permet bien de représenter certains des phénomènes physiques du soudage à l'arc. Bien que la forme du bain simulée soit proche de celle de l'expérience (de 10 à 20%), la prédiction sur la pénétration du bain fondu fut limitée pour les hautes énergies. Parmi les causes possibles de ces écarts, l'auteur mentionne la surface libre déformable qui devrait permettre la prise en compte de la pression d'arc. Il ressort aussi qu'un modèle 3D fluide stationnaire de bain de soudage à surface libre tel que celui de Kong [7] permet de simuler un soudage rectiligne uniforme sans apport de matière.

Dans le cadre de ce travail, en se basant sur les modèles de Brochard et Kong, nous proposons de développer un modèle thermohydraulique couplé à de l'électromagnétisme en 3D avec torche mobile et prise en compte de la surface déformée du bain fondu. Le modèle retenu est traité en régime stationnaire et les interactions entre l'arc et le bain ne seront considérées qu'au travers d'un flux de chaleur, d'une pression et d'un courant. Actuellement, l'intérêt d'un couplage fort dans des situations 3D n'a pas été démontré. Ce modèle devrait permettre de simuler le bain de soudage pour différentes positions de soudage et sera une contribution à un modèle plus avancé qui intégrera notamment l'apport de matière. Pour résumer, la modélisation du bain fondu choisie a les principales caractéristiques suivantes :

- l'existence d'un régime stationnaire est supposée ;
- le métal liquide est considéré comme un fluide Newtonien ;
- l'écoulement du métal liquide est supposé laminaire ;
- l'hypothèse de Boussinesq est supposée valide (ρ faiblement variable) ;
- la torche mobile est considérée avec une vitesse constante et on se place dans un repère lié à la source pour écrire les équations ;

1. La physique du soudage à l'arc TIG

- la surface libre déformable est prise en compte ;
- l'électromagnétisme est pris en compte.

Conclusions du chapitre 1

Dans ce chapitre, nous avons commencé par présenter le soudage à l'arc et le principe du procédé de soudage à l'arc TIG.

Nous avons ensuite étudié les modèles physiques de la modélisation du procédé de soudage TIG. L'approche multiphysique est utilisée pour la prédiction de la forme du cordon. Elle traite généralement le couplage entre l'électromagnétisme, le transfert de chaleur et l'écoulement du fluide en utilisant les équations de Maxwell et de Navier-Stokes. Les modèles disponibles utilisant cette approche peuvent être classés en trois catégories : modèles couplés arc et bain, modèles arc et modèles bain. La simulation réaliste du procédé nécessite d'être opérée en 3D. L'état de l'art et les temps de calcul ne permettent pas aujourd'hui de traiter correctement le problème avec un couplage fort arc-bain. Il a été choisi de ne traiter ici que le bain en 3D en prenant l'arc comme donnée d'entrée.

Suite à ce choix de développement, un état de l'art des phénomènes physiques mis en jeu dans le bain de soudage a été réalisé. L'étude des forces motrices du mouvement dans la zone fluide a montré un classement par ordre d'importance, du plus important au moins important : l'effet Marangoni, la force de Lorentz et la force d'Archimède. L'effet Marangoni gouverne principalement l'écoulement et dépend de la température locale de la surface et du pourcentage en soufre de la pièce. Le modèle de Sahoo [27] pour la tension de surface fait référence. Puis, l'étude des termes sources énergétiques a montré une contribution négligeable de l'effet Joule dans la pièce par rapport à la chaleur apportée par l'arc. Nous considérons ensuite que l'intensité de la force de cisaillement est faible devant celle de la force de tension de surface dans un modèle bain en 3D pour une intensité de soudage inférieure à 200 A. L'arc électrique sera modélisé par un flux de chaleur, une pression d'arc et un courant appliqués à la surface située sous la torche et ces distributions sont supposées de forme gaussienne.

Nous n'avons pas pris en compte l'évaporation des composés métalliques à partir de la masse fondue du bain de soudage, comme l'ont fait DebRoy et al. [102] et Murphy et al. [82] pour le soudage à l'arc.

Au niveau de la simulation numérique, afin de rendre compte correctement du saut d'enthalpie au changement de phase solide-liquide, une formulation enthalpique a été choisie et une force d'extinction des vitesses sera ajoutée au modèle.

Suite à l'étude d'importance des phénomènes physiques impliqués dans le bain et au choix des valeurs des paramètres (émissivité de la surface, coefficient d'échange convectif en surface), nous avons défini un modèle bain qui devrait permettre de bien prédire certaines grandeurs d'intérêt du bain de soudage à l'arc TIG, de simuler le bain de soudage pour différentes positions et métal d'apport.

Chapitre 2

Modèle numérique du bain à surface libre et algorithme de résolution

Sommaire

Objectifs du chapitre 2	34
2.1 Description physique et principales hypothèses	34
2.2 Loi de comportement	36
2.2.1 Loi de comportement pour la masse volumique	36
2.2.2 Loi de comportement pour le tenseur des contraintes	36
2.2.3 Loi de comportement pour le flux de chaleur	37
2.2.4 Loi de comportement pour l'énergie interne massique	37
2.2.5 Loi de comportement pour l'électromagnétisme	37
2.3 Équations couplées du modèle	38
2.3.1 Équations de l'électromagnétisme	39
2.3.2 Équations de Navier-Stokes	40
2.3.3 Équation de l'énergie	42
2.4 Discrétisation des équations	44
2.4.1 Formulation faible	44
2.4.2 Éléments finis	45
2.5 Algorithme de résolution	46
2.5.1 Difficultés du problème à résoudre	46
2.5.2 Stratégie de résolution	46
2.5.3 Méthode de Newton-Raphson	47
2.5.4 Algorithme non-linéaire complet	49
2.5.5 Critères de convergence	50
2.6 Modélisation de l'apport de matière	50
2.6.1 Approche de modélisation	50
2.6.2 Implémentation de l'étape d'apport de matière	52
2.7 Méthode de déplacement du maillage	53
2.7.1 Méthode variationnelle de déplacement du maillage	53
2.7.2 Intérêts de la méthode et application	54
Conclusions du chapitre 2	55

Objectifs du chapitre 2

Les objectifs de ce chapitre sont de présenter les modèles physiques impliqués dans la simulation numérique de la partie thermo-hydraulique du procédé de soudage à l'arc TIG. Pour cela, on présente tout d'abord les principales hypothèses en section 2.1 et les lois de comportement pour les fluides Newtoniens en écoulement incompressible [8] en section 2.2. Elles permettent de fermer le système d'équations à résoudre dans le modèle du bain qui se compose des équations couplées entre l'électromagnétisme (équations de Maxwell simplifiées), les transferts de chaleur et les écoulements du fluide dans le bain liquide (équations de Navier-Stokes) à surface libre (section 2.3).

Ensuite, nous présentons en section 2.4 la méthode d'éléments finis moindres carrés [9] (Least-Squares Finite Element Method ou LSFEM) et la méthode standard de Galerkin [10] utilisées pour discrétiser les équations couplées du modèle (la méthode LSFEM étant uniquement utilisée pour l'électromagnétisme).

Le système d'équations à résoudre (section 2.3) est un système non-linéaire. Nous présentons ensuite la stratégie de résolution que nous avons utilisée pour le traitement du couplage numérique entre l'électromagnétisme, la non-linéarité thermique, la non-linéarité liée au fluide et la non-linéarité géométrique liée à la déformation de la surface libre. La méthode de Newton-Raphson et les critères de convergence sur les inconnues sont détaillés dans la section 2.5.

Puis, une approche de modélisation de l'apport de matière est considérée en section 2.6. L'approche suivie ici consiste à apporter la matière par la surface libre. Il faut alors exprimer la condition cinématique en tenant compte de cet apport de matière. Ensuite, on présente l'algorithme de résolution lorsque l'étape d'apport de matière est ajoutée au modèle de soudage présenté en section 2.3.

Enfin, la prise en compte de la déformation de la surface avec une approche ALE conduit à déplacer des nœuds à l'intérieur du domaine à partir du déplacement des nœuds de la surface. Pour cela, on rappelle en section 2.7 dans ce manuscrit la méthode variationnelle de déplacement du maillage de Huang [104] qui est présentée et utilisée dans le travail de Kong [7]. Le déplacement de la surface intervient à deux étapes de l'algorithme de résolution, d'une part, lorsque la surface est déformée sous la pression d'arc et d'autre part, à l'étape d'apport de matière.

2.1 Description physique et principales hypothèses

Plusieurs modèles numériques destinés à la simulation du soudage TIG ont été précédemment développés au CEA et étaient disponibles au début de ma thèse. En voici un bref aperçu :

Brochard [1] : Modèle axisymétrique magnétohydrodynamique, couplé électrode-arc-bain, capable de simuler de manière fine les écoulements dans le bain liquide à surface non déformable et dans le plasma d'arc en considérant le cas d'une torche fixe et d'un disque épais (essai dit TIG SPOT).

Gounand [2] : Modèle fluide 3D stationnaire de bain de soudage à surface fixe permettant de simuler un soudage à plat homogène rectiligne sans jeu d'assemblage (ligne de fusion) sur des géométries planes en té ou de plaques.

Gounand [6] : Développements multiphysiques dans Cast3M en vue de prendre en compte la surface libre déformable, le calcul des forces de tension de surface et une méthodologie robuste de bougé de maillage.

Kong [7] : Modèle 3D fluide stationnaire de bain de soudage à surface libre déformable permettant de simuler un soudage à plat homogène rectiligne sans jeu d'assemblage (ligne de fusion) sur des géométries planes en té ou de plaques avec ou sans chanfrein.

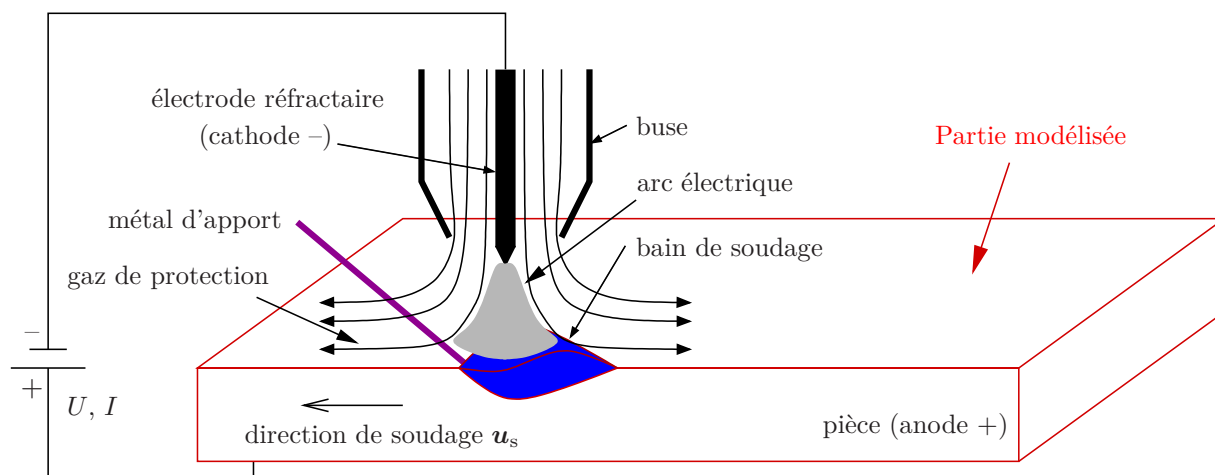


FIG. 2.1: Schéma plaque et bain de soudage (partie rouge) du procédé à l'arc TIG.

Dans le présent travail, nous considérons le cas d'une ligne de fusion où la trajectoire de la torche de soudage est supposée rectiligne, uniforme à vitesse \mathbf{u}_s . Les paramètres d'entrée de notre modèle ne sont pas les paramètres du procédé (intensité, tension, hauteur d'arc, angle d'affûtage), sauf la vitesse de soudage \mathbf{u}_s . Le modèle que nous avons développé est centré sur l'anode (pièce à souder) et ne tient pas compte du plasma d'arc. Par conséquent, l'arc électrique est modélisé par un flux de chaleur, une pression d'arc et un flux de courant appliqués à la surface libre située sous la source (figure 2.1). Ils sont supposés de forme gaussienne et ses valeurs sont données, en fonction des valeurs de l'intensité et de la tension, ou par un modèle couplé arc-bain en 2D. Par exemple, dans ses travaux Kong [7] a utilisé le modèle de Brochard [1] afin de calculer au préalable les conditions aux limites thermiques \mathbf{s}_{sur} et dynamiques \mathbf{f}_{Arc} . Des observations expérimentales pour les paramètres du procédé choisi ont révélé que la forme de l'arc n'était pas perturbée par le défilement et que l'hypothèse d'axisymétrie de l'arc reste en partie valide.

Afin de définir le modèle mathématique établi, les hypothèses appliquées sont récapitulées ci-dessous :

- un régime établi (stationnaire) est supposé exister ;
- le métal liquide est considéré comme un fluide Newtonien ;
- l'écoulement de métal liquide est supposé incompressible et laminaire ;
- l'hypothèse de Boussinesq est supposée valide (ρ faiblement variable) ;
- l'arc électrique est modélisé par un flux de chaleur, une pression d'arc et un courant appliqués à la surface située sous la source et ces distributions sont supposées de forme gaussienne ; la force du cisaillement aérodynamique n'est pas prise en compte (couplage faible entre l'arc et bain) ;
- la torche mobile est considérée avec une vitesse constante et on se place dans un repère lié à la source pour écrire les équations ;
- la déformation de la surface libre est prise en compte ;
- la conductivité électrique est supposée constante dans la plaque ;
- dans la phase fluide, on résout les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie, de l'électromagnétisme et de la surface déformée ; dans la phase solide, on résout les équations de conservation de l'énergie et l'électromagnétisme.

En outre, les propriétés physiques de l'acier utilisé sont variables uniquement en fonction de la température T , excepté le coefficient de tension de surface γ qui dépend également de la teneur en soufre du matériau.

L'objectif de ce modèle est de déterminer des grandeurs d'intérêt à partir des paramètres d'entrée du procédé de soudage à l'arc TIG.

Les principaux paramètres d'entrée du modèle sont :

- la vitesse de défilement \mathbf{u}_s ;
- le flux de chaleur \mathbf{s}_{Sur} ;
- la pression d'arc \mathbf{f}_{Arc} ;
- la densité de courant \mathbf{j}_{imp} .

Les principaux paramètres de sortie du modèle sont :

- la forme du bain de soudage (longueur, largeur, pénétration, volume) ;
- le champ de température T dans la pièce ;
- la vitesse d'écoulement \mathbf{u} et la pression p dans le bain de soudage ;
- la densité de courant \mathbf{j} et l'induction magnétique \mathbf{B} dans la pièce.

2.2 Loi de comportement

L'opération de soudage fait interagir de nombreux phénomènes physiques à différentes échelles. Ces phénomènes relèvent de l'électromagnétisme, de la métallurgie, de la thermodynamique, de la mécanique des fluides et de la mécanique des solides. Ainsi le soudage engendre localement des défauts ou des transformations métallurgiques et microstructurales (échelle microscopique) ; des écoulements du fluide dans le bain de fusion, l'évaporation et la solidification de la matière (échelle mésoscopique) ; et des contraintes et distorsions résiduelles (échelle macroscopique). Dans cette thèse, seuls les aspects concernant les écoulements fluides, les transferts de chaleur et l'électromagnétisme seront considérés. Nous allons maintenant présenter les lois de comportement utilisées pour les fluides Newtoniens incompressibles, à la base de notre modèle multiphysique de soudage TIG, en reprenant la présentation effectuée dans [8].

2.2.1 Loi de comportement pour la masse volumique

En général, la masse volumique ρ d'un fluide dépend des variables d'état thermodynamiques, telles que la pression p et la température T . Pour les liquides, ρ peut souvent être considérée comme constante :

$$\rho = \rho_0 = C^{\text{ste}} \quad (2.1)$$

2.2.2 Loi de comportement pour le tenseur des contraintes

Pour un fluide Newtonien isotrope, le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ s'écrit sous la forme :

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau} \quad (2.2)$$

$$= -p\mathbf{I} + \mu \left(\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u} \right) + \left(\kappa - \frac{2}{3}\mu \right) \text{div } \mathbf{u} \mathbf{I} \quad (2.3)$$

où p est la pression thermodynamique, \mathbf{I} le tenseur unité, $\boldsymbol{\tau}$ le tenseur des contraintes visqueuses, μ la viscosité dynamique et κ la viscosité dilatationnelle.

Dans le cas d'un écoulement incompressible, l'équation d'état se réduit à $\rho = C^{\text{ste}}$ et ne dépend plus de la pression p . La pression p est donc indéterminée et peut s'interpréter comme le multiplicateur de Lagrange permettant d'assurer la conservation de la masse. D'autre part, le dernier terme de l'expression du tenseur des contraintes s'annule aussi dans le cas considéré d'un

écoulement incompressible, et devient :

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) \quad (2.4)$$

$$= -p\mathbf{I} + \mu \dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad (2.5)$$

où $\dot{\boldsymbol{\gamma}} = (\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u})$ est appelé tenseur des taux de déformation.

2.2.3 Loi de comportement pour le flux de chaleur

Pour les fluides purs ou les mélanges non diffusifs, on considère que le flux de chaleur \mathbf{q} obéit à la loi de Fourier :

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T \quad (2.6)$$

où λ est la conductivité thermique.

2.2.4 Loi de comportement pour l'énergie interne massique

Pour un fluide incompressible, on utilise plutôt l'enthalpie massique h que l'énergie interne massique e :

$$h = e + \frac{p}{\rho} \quad (2.7)$$

On exprime alors h en fonction des variables d'état (p, T) ¹ :

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p} \right)_T dp \quad (2.8)$$

$$= c_p dT + \left[\frac{1}{\rho} - T \left(\frac{\partial \frac{1}{\rho}}{\partial T} \right)_p \right] dp \quad (2.9)$$

où c_p est la chaleur spécifique à pression constante. Cette expression générale se simplifie pour un fluide incompressible car $\left(\frac{\partial \frac{1}{\rho}}{\partial T} \right)_p = 0$:

$$dh = c_p dT + \frac{1}{\rho} dp \quad (2.10)$$

2.2.5 Loi de comportement pour l'électromagnétisme

Les lois de comportement électromagnétiques s'écrivent de manière générale (cf. Brochard [1]) pour un fluide incompressible selon la loi d'Ohm et les relations entre l'induction électrique \mathbf{D} et le champ électrique \mathbf{E} , et entre l'induction magnétique \mathbf{B} et le champ magnétique \mathbf{H} :

$$\mathbf{j} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (2.11)$$

$$\mathbf{B} = \mu_m \mathbf{H} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_e \mathbf{E} \quad (2.13)$$

où σ est la conductivité électrique, μ_m la perméabilité magnétique, ε_e la permittivité électrique et \mathbf{u} la vitesse d'écoulement.

1. On a supposé que h dépend uniquement de ces deux variables.

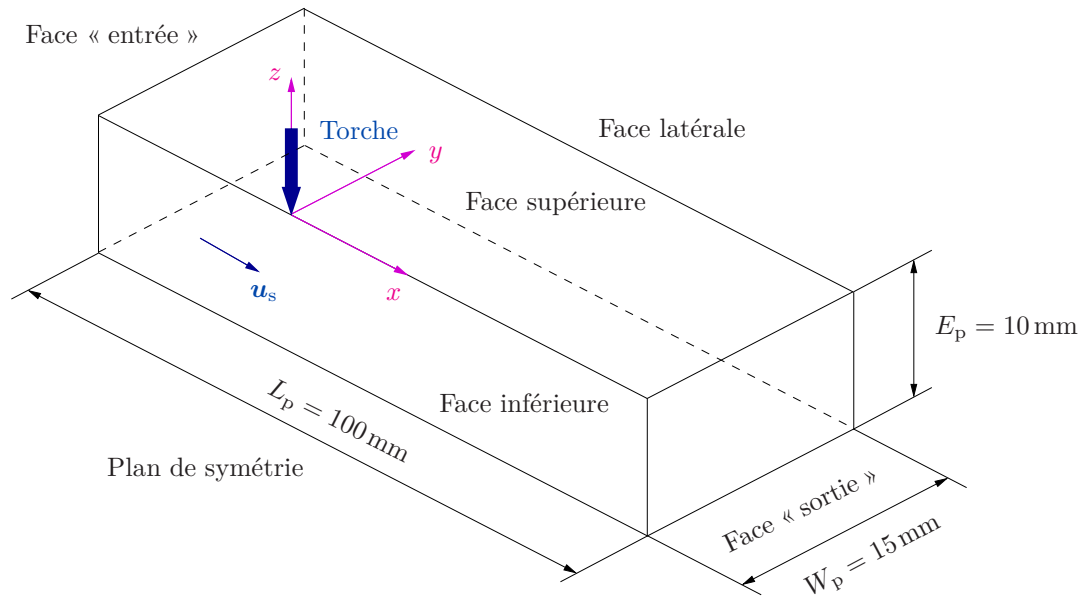


FIG. 2.2: Schéma montrant la désignation des faces sur la géométrie avec défilement de la torche de soudage.

2.3 Équations couplées du modèle

L'approche multiphysique est utilisée pour établir le système d'équations du modèle. Elle considère le couplage entre l'électromagnétisme (équations de Maxwell), les transferts de chaleur et les écoulements du fluide dans le bain liquide (équations de Navier-Stokes) à surface libre.

Grâce à la symétrie longitudinale du problème (sauf pour la configuration de soudage en corniche), on peut donc modéliser le problème sur un domaine constitué d'une demi-plaque, qui se compose de 6 faces : face supérieure, face inférieure, face latérale, plan de symétrie, face « sortie » et face « entrée » (figure 2.2). Cette demi-plaque et son bain de soudage sont maillés de manière cartésienne (zone 1 et zone 3 sur la figure 2.3) et on construit une zone de transition (zone 2 sur la figure 2.3) permettant de relier les zones 1 et 3. Le maillage ainsi construit est constitué uniquement d'hexaèdres. La figure 2.3 représente un maillage (par exemple, à 81 602 éléments hexaédriques) raffiné dans la région proche de l'emplacement de la source de chaleur (zone 3) qui correspond à la zone fluide où de forts gradients peuvent apparaître. Nous ferons une étude de convergence en maillage dans le chapitre 4 et déterminerons la taille adéquate des éléments dans la zone liquide de ce problème pour les calculs numériques effectués dans cette thèse.

Les inconnues choisies pour écrire les équations sont les suivantes :

- \mathbf{u} , la vitesse dans la phase fluide dans le repère lié à la source ($\mathbf{u} = \mathbf{0}$ dans le métal en phase solide) ;
- p , la pression dans la phase fluide ;
- h_z , l'altitude de la surface libre fluide ;
- h , l'enthalpie massique du métal considéré ;
- T , la température dans la plaque ;
- ϕ , le potentiel électrique dans la plaque ;
- \mathbf{B} , l'induction magnétique ou \mathbf{A} , le potentiel vecteur magnétique dans la plaque.

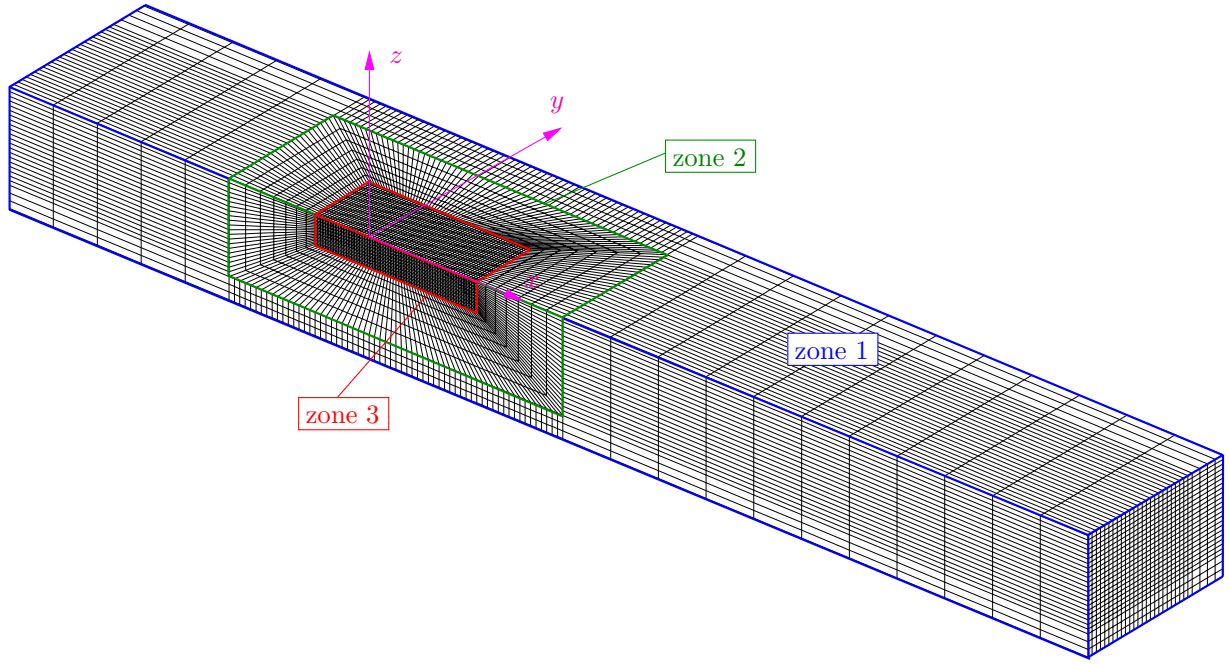


FIG. 2.3: Maillage utilisé pour la demi-plaque (81602 éléments). Dimensions de la zone 1 : 100 mm × 15 mm × 10 mm. Dimensions de la zone 2 : 30 mm × 12 mm × 8 mm. Dimensions de la zone 3 : 14 mm × 6 mm × 2,5 mm.

2.3.1 Équations de l'électromagnétisme

Dans le problème stationnaire, il n'y a pas d'interaction entre les champs électrique et magnétique. Par conséquent, les équations électromagnétiques simplifiées peuvent se découpler en une partie électrostatique et une partie magnétique à partir des équations de Maxwell :

- Partie électrostatique :

$$\nabla \cdot (-\sigma \nabla \phi) = 0 \quad (2.14)$$

avec les conditions aux limites :

$$\nabla \phi \cdot \mathbf{n} = \frac{3I}{\pi \sigma_\phi^2} \exp\left(-\frac{3r^2}{\sigma_\phi^2}\right) \quad \text{sur la surface supérieure} \quad (2.15)$$

$$-\nabla \phi \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{sur la surface inférieure et le plan de symétrie} \quad (2.16)$$

$$\phi = 0 \quad \text{sur les autres surfaces} \quad (2.17)$$

où ϕ est le potentiel électrique scalaire, σ la conductivité électrique, I l'intensité, σ_ϕ le rayon limite d'existence de la densité de courant électrique, r la distance radiale et \mathbf{n} le vecteur normal à la surface.

- Partie magnétostatique :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (2.18)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.19)$$

avec les conditions aux limites :

$$\mathbf{B} \times \mathbf{n} = \mathbf{0} \quad \text{sur le plan de symétrie} \quad (2.20)$$

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{sur les autres surfaces} \quad (2.21)$$

2. Modèle numérique du bain à surface libre et algorithme de résolution

où \mathbf{B} est l'induction magnétique, $\mathbf{j} = -\sigma\nabla\phi$ la densité de courant et μ_0 la perméabilité magnétique.

De plus, on peut introduire un potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} dérivant de \mathbf{B} et défini par $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$. En utilisant la condition de jauge de Lorentz $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, la partie magnétostatique à résoudre est :

$$-\Delta \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (2.22)$$

avec les conditions aux limites :

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{sur le plan de symétrie} \quad (2.23)$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{n} = \mathbf{0} \quad \text{sur les autres surfaces} \quad (2.24)$$

2.3.2 Équations de Navier-Stokes

- Équation de conservation de la masse :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.25)$$

- Équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho(\nabla \mathbf{u}) \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) = -\nabla p + \nabla \cdot \mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) + \mathbf{f}_{\text{Bou}} + \mathbf{f}_{\text{Lor}} + \mathbf{f}_{\text{Ext}} \quad (2.26)$$

avec les conditions aux limites :

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad \text{à l'interface solide/liquide} \quad (2.27)$$

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{sur la surface supérieure et le plan de symétrie} \quad (2.28)$$

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{u}_s \cdot \mathbf{n} \quad \text{sur la face « entrée »} \quad (2.29)$$

$$(\mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{t}_1 = \mathbf{f}_{\text{Mar}} \cdot \mathbf{t}_1 \quad \text{sur la surface supérieure} \quad (2.30)$$

$$(\mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{t}_2 = \mathbf{f}_{\text{Mar}} \cdot \mathbf{t}_2 \quad \text{sur la surface supérieure} \quad (2.31)$$

$$(\mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{t}_1 = 0 \quad \text{sur le plan de symétrie} \quad (2.32)$$

$$(\mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{t}_2 = 0 \quad \text{sur le plan de symétrie} \quad (2.33)$$

où \mathbf{u} est la vitesse dans la phase fluide, \mathbf{u}_s la vitesse de la source de soudage, p la pression dans la phase fluide, ρ la densité, μ la viscosité dynamique, \mathbf{t}_1 et \mathbf{t}_2 sont deux vecteurs tangents à la surface, et où les forces motrices d'écoulement dans le bain fondu sont : force d'Archimède \mathbf{f}_{Bou} , force de Lorentz \mathbf{f}_{Lor} , force d'extinction des vitesses \mathbf{f}_{Ext} et force de Marangoni \mathbf{f}_{Mar} . Ces forces peuvent être exprimées comme suit :

$$\mathbf{f}_{\text{Bou}} = -\rho_{\text{réf}} \mathbf{g} \beta (T - T_{\text{réf}}) \quad (2.34)$$

$$\mathbf{f}_{\text{Lor}} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad \text{ou} \quad \mathbf{j} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \quad (2.35)$$

$$\mathbf{f}_{\text{Ext}} = -c(1 - f_1)(\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) \quad (2.36)$$

$$\mathbf{f}_{\text{Mar}} = \frac{\partial \gamma}{\partial T} \nabla_s T \quad (2.37)$$

Ici, on suppose que la fraction liquide f_1 varie linéairement entre les températures du solidus T_s et liquidus T_l [99] :

$$f_1 = \begin{cases} 0 & \text{si } T \leq T_s \\ \frac{T - T_s}{T_l - T_s} & \text{si } T_s < T \leq T_l \\ 1 & \text{si } T_l < T \end{cases} \quad (2.38)$$

On rappelle l'expression du gradient de tension de surface $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$ dépendant de la température et de la composition en impureté de l'acier, proposée par Sahoo [27] :

$$\frac{\partial\gamma(T, a_k)}{\partial T} = -A_g - R\Gamma_s \ln(1 + Ka_k) - \frac{Ka_k}{1 + Ka_k} \times \frac{\Gamma_s \Delta H^0}{T} \quad (2.39)$$

avec :

$$K(T) = k_1 \exp\left(-\frac{\Delta H^0}{RT}\right)$$

Où A_g est l'opposé de $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$ pour le métal pur, a_k l'activité de l'espèce k dans la solution d'acier, R la constante des gaz parfaits, Γ_s l'excès de concentration en soluté une fois la surface saturée, k_1 un paramètre fonction de l'entropie de ségrégation et ΔH^0 est l'enthalpie standard d'adsorption.

Bilan des forces sur la surface libre

Dans un problème d'écoulement à surface libre, une condition supplémentaire de type Neumann est nécessaire afin de déterminer l'altitude de la surface. À l'état d'équilibre, la surface du bain de fusion peut être déterminée en utilisant le principe de minimisation de l'énergie [45]. L'énergie totale à minimiser se compose de l'énergie de surface, de l'énergie potentielle de gravité et de la pression d'arc à laquelle est soumise la surface libre du bain de fusion située sous la position de l'électrode. L'équation d'équilibre des forces normales pour une configuration de soudage « à plat » :

$$\mathbf{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}_{x,y,z} \quad (2.40)$$

peut être exprimée comme [7] :

$$-p + \left(\mu(\nabla\mathbf{u} + \nabla^t\mathbf{u}) \cdot \mathbf{n}\right) \cdot \mathbf{n} + \rho gz = \frac{\gamma(T, a_k)}{R_1(h_z(x, y)) + R_2(h_z(x, y))} + \mathbf{f}_{\text{Arc}} \cdot \mathbf{n} \quad (2.41)$$

avec les conditions aux limites :

$$\int_S h_z(x, y) dx dy = 0 \quad \text{sur la surface libre} \quad (2.42)$$

$$h_z(x, y) = 0 \quad \text{sur le bord de la surface libre} \quad (2.43)$$

où $R_1(h_z(x, y))$ et $R_2(h_z(x, y))$ sont les rayons de courbure principaux, qui peuvent s'exprimer à partir de la forme de la surface. $h_z(x, y)$ est l'altitude de la surface.

En considérant l'expression de la tension de surface γ dépendant de la température et de la composition en impureté de l'acier, proposée par Sahoo [27] :

$$\gamma(T, a_k) = \gamma_f - A_g(T - T_f) - RT\Gamma_s \ln\left[1 + k_1 a_k \exp\left(-\frac{\Delta H^0}{RT}\right)\right] \quad (2.44)$$

et la pression d'arc modélisée par une distribution Gaussienne :

$$\mathbf{f}_{\text{Arc}} = \mathbf{p}_{\text{max}} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_p^2}\right) \quad (2.45)$$

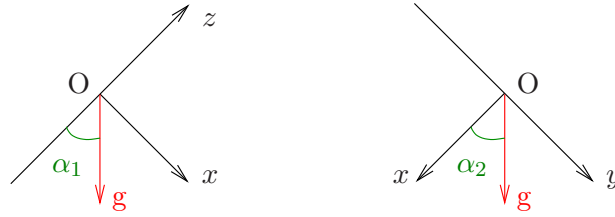


FIG. 2.4: Schéma des angles α_1 et α_2 entre la gravité et les axes principaux de la plaque.

Position	1G	2G	3GD	3GM	4G
α_1	0°	90°	90°	-90°	180°
α_2	0°	90°	0°	0°	0°

TAB. 2.1: Relations entre les positions de soudage et les angles α_1 et α_2 .

avec p_{\max} la pression d'arc maximale à la surface du bain fondu, σ_p un rayon caractéristique de l'application de cette force et r la distance radiale.

On note que la contrainte liée à la conservation du volume de la pièce (éq. (2.42)) est imposée par la méthode des multiplicateurs de Lagrange [8].

Un point intéressant pour le soudage est de simuler la forme du bain de soudure dans différentes positions. Pour cela, il suffit de changer la direction du vecteur gravité et de conserver la position de la plaque par rapport à la position de soudage à plat. Cela est effectué simplement en ajustant les valeurs des angles α_1 et α_2 , qui sont les angles entre la direction de la gravité et les axes principaux de la plaque (voir la figure 2.4). Les coordonnées du vecteur gravité sont données par :

$$\mathbf{g} = \begin{pmatrix} g \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 \\ g \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \\ -g \cos \alpha_1 \end{pmatrix}_{x,y,z} \quad (2.46)$$

L'équation (2.41) devient :

$$-p + \left(\mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n} \right) \cdot \mathbf{n} + \rho g (x \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 + y \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 + z \cos \alpha_1) = \frac{\gamma(T, a_k)}{R_1(h_z(x, y)) + R_2(h_z(x, y))} + \mathbf{f}_{\text{Arc}} \cdot \mathbf{n} \quad (2.47)$$

Les principales positions de soudage (figure 2.5) telles que « à plat » (1G), « en corniche » (2G), « verticale montante » (3GM), « verticale descendante » (3GD) et « au plafond » (4G) correspondent aux valeurs des angles α_1 et α_2 données dans le tableau 2.1.

2.3.3 Équation de l'énergie

L'équation de conservation de l'énergie est écrite sous la forme :

$$\rho(\nabla h) \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) = \nabla \cdot \lambda \nabla T + s_{\text{Joule}} \quad (2.48)$$

où h est l'enthalpie massique, T la température, λ la conductivité thermique et s_{Joule} une source d'énergie volumique. L'effet Joule peut être exprimé à partir de la densité de courant et du champ électrique :

$$s_{\text{Joule}} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \quad (2.49)$$

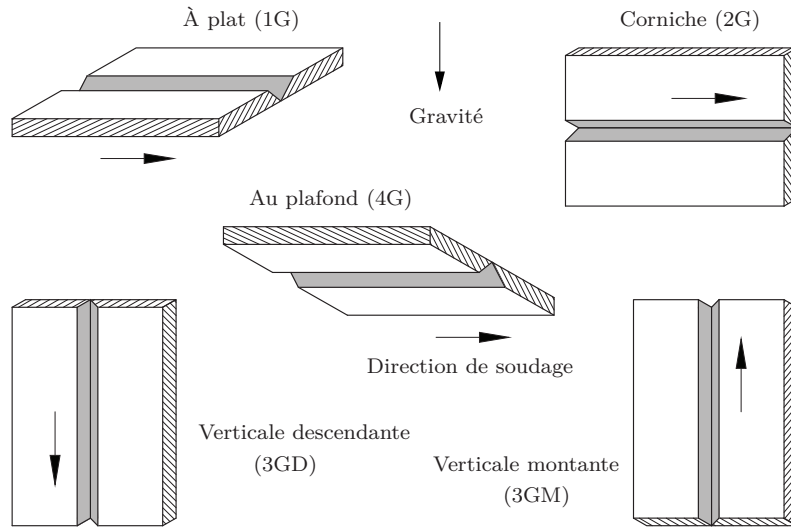


FIG. 2.5: Principales positions de soudage.

avec les conditions aux limites :

$$T = T_0 \quad \text{sur la face « entrée »} \quad (2.50)$$

$$-\lambda \nabla T \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{sur le plan de symétrie} \quad (2.51)$$

$$\lambda \nabla T \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{sur la face « sortie »} \quad (2.52)$$

$$\lambda \nabla T \cdot \mathbf{n} = \mathbf{s}_{\text{Ray}} + \mathbf{s}_{\text{Cvs}} + \mathbf{s}_{\text{Sur}} \quad \text{sur la surface supérieure} \quad (2.53)$$

$$\lambda \nabla T \cdot \mathbf{n} = \mathbf{s}_{\text{Ray}} + \mathbf{s}_{\text{Cvs}} \quad \text{sur les autres surfaces} \quad (2.54)$$

Les pertes par rayonnement en surface s'écrivent :

$$\mathbf{s}_{\text{Ray}} = -\epsilon \sigma_B (T^4 - T_\infty^4) \quad (2.55)$$

Les pertes par échange convectif en surface s'écrivent :

$$\mathbf{s}_{\text{Cvs}} = -h_c (T - T_\infty) \quad (2.56)$$

Ici ϵ est l'émissivité de la surface, h_c le coefficient global d'échange thermique par la surface, σ_B la constante de Stefan-Boltzmann prise égale à $5,6704 \times 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$ et T_∞ la température du milieu extérieur égale à la température ambiante (300 K).

La source de chaleur en surface est modélisée par une distribution Gaussienne :

$$\mathbf{s}_{\text{Sur}} = \frac{UI\eta}{2\pi\sigma_q^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_q^2}\right) \quad (2.57)$$

Avec U la tension, I l'intensité, η le rendement du procédé, r la distance radiale et σ_q le rayon caractéristique de la distribution à la surface.

On note que l'enthalpie massique h et la température T sont toutes les deux présentes dans l'équation de conservation de l'énergie (2.48). Du fait du choix de la méthode enthalpique [95, 105, 106], la résolution se fera sur l'inconnue h , d'où sera déduite la température T à partir de la loi de comportement $T(h)$.

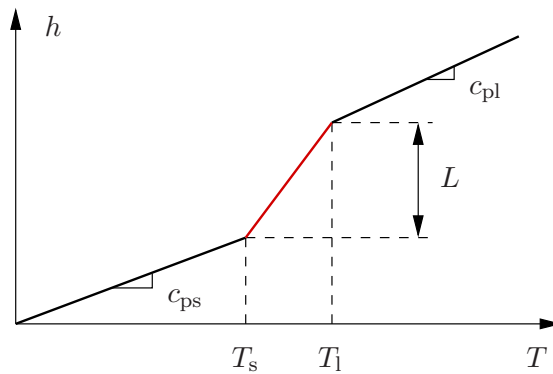


FIG. 2.6: Variation de l'enthalpie par rapport à la température.

Pour prendre en compte les effets de chaleur latente lors du changement de phase (figure 2.6), lorsqu'elle n'est pas connue, l'enthalpie peut être calculée à partir des chaleurs spécifiques :

$$h(T) = \begin{cases} \int_{T_{\text{réf}}}^T c_{\text{ps}} dT & \text{si } T \leq T_s \\ \int_{T_{\text{réf}}}^{T_s} c_{\text{ps}} dT + f_1 L & \text{si } T_s < T \leq T_l \\ \int_{T_{\text{réf}}}^{T_s} c_{\text{ps}} dT + L + \int_{T_l}^T c_{\text{pl}} dT & \text{si } T_l < T \end{cases} \quad (2.58)$$

où $T_{\text{réf}}$ est la température de référence, L la chaleur latente de fusion et c_{ps} , c_{pl} sont les chaleurs spécifiques de la phase solide et de la phase liquide.

2.4 Discrétisation des équations

Afin de discrétiser les équations couplées issues du modèle multiphysique présenté en section 2.3, nous allons utiliser les méthodes des éléments finis standards [10] et des moindres carrés² [9]. La méthode LSFEM est uniquement utilisée pour la discrétisation des équations de l'électromagnétisme, comprenant des termes en Divergence et en Rotationnel, pour lesquels elle est bien adaptée.

2.4.1 Formulation faible

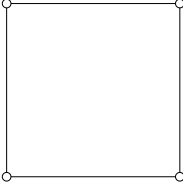
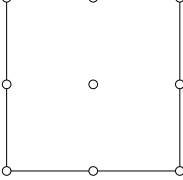
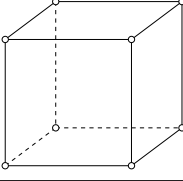
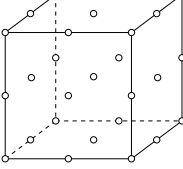
La discrétisation par éléments finis des équations repose sur la formulation faible associée à ces équations. Un des avantages de cette formulation faible est que les conditions aux limites de Neumann homogène associées à chaque équation sont automatiquement prises en compte et les fonctions test des variables s'annulent, par définition, sur les frontières où les conditions aux limites de Dirichlet sont imposées.

En considérant que les termes sources appartiennent à $\mathcal{L}^2(\Omega)$ ³ et en choisissant des fonctions test appartenant à $\mathcal{H}^1(\Omega)$ ⁴, la formulation faible associée aux équations après intégration par

2. En anglais : Least-Squares finite element method (LSFEM).

3. Les sous-espaces de $\mathcal{L}^2(\Omega)$ (fonctions de carré intégrables) seront continus par élément, mais peuvent être discontinus aux frontières des éléments.

4. Les sous-espaces de $\mathcal{H}^1(\Omega)$ (fonction dont le gradient est de carré intégrable) devront être continus à la frontière entre éléments, sinon on ne peut pas évaluer leur gradient.

Élément	Nombre de nœuds	Interpolation	Nom Cast3M
	4	Q_1 (quadrangles)	LINE
	9	Q_2 (quadrangles)	QUAF
	8	Q_1 (hexaèdres)	LINE
	27	Q_2 (hexaèdres)	QUAF

 TAB. 2.2: Principaux éléments finis utilisés pour la discrétisation. \circ points d'interpolation [8].

parties est écrite en détail en annexe (section A.2).

Il est à noter également que les termes de convection sont décentrés à l'aide d'une méthode de type *Streamline-Diffusion* pour des raisons de robustesse (voir [8]).

2.4.2 Éléments finis

Pour discrétiser la formulation faible, nous choisissons les types d'éléments finis (ou les types d'interpolation) suivants :

- Q_2 (hexaèdres) pour la vitesse d'écoulement \mathbf{u} ;
- Q_1 (hexaèdres) pour la pression p ;
- Q_2 (quadrangles) pour la position de la surface h_z ;
- Q_1 (hexaèdres) pour l'enthalpie h et la température T ;
- Q_1 (hexaèdres) pour le potentiel électrique ϕ ;
- Q_1 (hexaèdres) pour l'induction magnétique \mathbf{B} ;
- Q_1 (hexaèdres) pour le potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} .

Ici, les types d'interpolation Q_1 (hexaèdres), Q_2 (quadrangles) et Q_2 (hexaèdres) sont représentés dans le tableau 2.2.

Le choix des éléments finis quadratiques en vitesse et en position est le même et est dicté par une représentation fine de la surface et des forces associées (tension de surface, force de Marangoni) même avec un nombre de mailles faible. Le choix d'une interpolation linéaire de la pression permet d'assurer la stabilité de l'approximation en vitesse-pression. Le choix d'une représentation linéaire des champs d'enthalpie, température, potentiel électrique et induction magnétique a été dicté par des considérations de coûts de calcul et de robustesse, surtout à l'interface de changement de phase

solide-liquide mais une discrétisation quadratique peut également se révéler adéquate.

2.5 Algorithme de résolution

2.5.1 Difficultés du problème à résoudre

Le système d'équations à résoudre (section 2.3) est un système non-linéaire. Les non-linéarités présentes sont de plusieurs ordres :

1. non-linéarité de l'équation de quantité de mouvement due au terme convectif ;
2. non-linéarités de l'équation de l'énergie due aux termes convectifs et aux pertes par rayonnement ;
3. non-linéarités liées à la dépendance des coefficients à la température ;
4. non-linéarité thermique due au changement de phase : la dépendance de l'enthalpie massique à la température présente un saut, ou du moins une forte variation sur la plage de changement de phase ;
5. non-linéarité géométrique due au changement de phase : le domaine fluide n'est pas connu à l'avance, il n'est présent qu'au-dessus de la température T_1 et est « confiné » par le terme de pénalisation de la force d'extinction des vitesses \mathbf{f}_{Ext} ;
6. non-linéarité géométrique due à la présence de la surface libre ;
7. non-linéarité du bilan des forces sur la surface libre due au terme de tension de surface.

Les difficultés liées à ces non-linéarités sont différentes : les non-linéarités thermiques (2, 3 et 4) se résolvent assez bien avec la formulation enthalpique utilisée (par exemple Nedjar [105] ou Knoll [106]) pour peu que les coefficients ne varient pas trop brutalement avec la température (3) et que les maillages utilisés ne soient pas trop grossiers.

Les non-linéarités liées au fluide (1, 5, 6 et 7) sont, en général, plus délicates à traiter. La non-linéarité (1) peut conduire à des couches limites fines (i.e. non résolues par le maillage utilisé), voire à la formation d'écoulements turbulents. La modélisation de la turbulence a été exclue de la modélisation par hypothèse, mais il se trouve qu'en condition « réelle » de soudage, celle-ci peut être présente. En outre, les non-linéarités (1) et (5, 6) sont couplées car des couches limites fines peuvent être présentes le long de la frontière inconnue à l'avance.

2.5.2 Stratégie de résolution

Dans le cadre de ce travail, nous avons choisi une stratégie pour traiter numériquement les couplages entre l'électromagnétisme, la non-linéarité thermique, la non-linéarité liée au fluide et la non-linéarité géométrique liée à la surface libre.

Sur la surface libre, deux conditions aux limites s'appliquent dans la direction normale : une condition de type Dirichlet (condition cinématique, éq. (2.28)) et une condition de type Neumann (partie normale du bilan des forces surfaciques éq. (2.41)). Ces deux conditions sont nécessaires pour déterminer la position inconnue de la surface, h_z . La méthode de couplage numérique entre la surface libre et les autres équations du problème est la suivante :

1. À partir d'une solution initiale à l'itération i ($\mathbf{u}^i, p^i, h_z^i, h^i, \phi^i, \mathbf{B}^i$), résolution du modèle (électromagnétisme, Navier-Stokes, transfert de chaleur) à surface fixe ($h_z^i = C^{\text{ste}}$) en prenant en compte la condition à la limite de type Dirichlet (éq. (2.28)). Ceci donne une nouvelle estimation des variables ($\mathbf{u}^{i+1}, p^{i+1}, h_z^{i+1}, \phi^{i+1}, \mathbf{B}^{i+1}$).

2. Estimation d'une nouvelle position de la surface h_z^{i+1} à l'aide de la condition à la limite de type Neumann (éq. (2.41)). À cette étape, les variables $(\mathbf{u}^{i+1}, p^{i+1}, h^{i+1}, \phi^{i+1}, \mathbf{B}^{i+1})$ sont fixées.
3. À partir de la nouvelle position de la surface h_z^{i+1} , il convient de déplacer le maillage par la méthode variationnelle de déplacement du maillage (voir section 2.7.1). Dans cette étape, nous déplaçons le maillage sans procéder à une étape de projection des variables $(\mathbf{u}^{i+1}, p^{i+1}, h^{i+1}, \phi^{i+1}, \mathbf{B}^{i+1})$.
4. Itérer sur les étapes précédentes jusqu'à convergence.

À l'intérieur de l'étape 1, on calcule tout d'abord le système d'équations électromagnétiques à chaque itération grâce à la linéarité de ce système. Ce calcul rajoute une force volumique de Lorentz \mathbf{f}_{Lor} dans le problème fluide et une source d'énergie volumique (effet Joule) s_{Joule} dans le problème de transfert de chaleur. Ensuite, les forces motrices d'écoulement, force de Marangoni \mathbf{f}_{Mar} , force de Boussinesq \mathbf{f}_{Bou} et force de Lorentz \mathbf{f}_{Lor} , sont initialisées à zéro ; nous résolvons donc essentiellement le problème thermique. Lorsqu'il y a convergence sur les inconnues du problème non-linéaire, nous augmentons l'intensité des forces motrices jusqu'à leur valeur réelle.

À l'étape 2, le bilan des forces normales (éq. (2.41)), est vu comme une équation aux dérivées partielles sur l'inconnue h_z , les autres inconnues étant fixées. On note que la modélisation du bain fondu dans certaines positions de soudage est difficile en raison d'une grande déformation de la surface sous l'influence de la gravité. Pour résoudre cette difficulté, la valeur de la gravité dans l'équation (2.41) est initialisée à zéro en début de calcul, puis on augmente l'intensité de la gravité jusqu'à sa valeur réelle comme pour les forces motrices dans le fluide à l'étape 1.

À l'étape 4, les critères de convergence sur les inconnues sont mentionnés dans la section 2.5.5.

Dans le cadre de cette thèse, fort heureusement, nous étions dans des situations physiques où l'algorithme convergeait avec les valeurs réelles des forces motrices. Cela permet d'estimer correctement les paramètres de sortie attendus.

2.5.3 Méthode de Newton-Raphson

Écrivons le résidu continu du problème non-linéaire à résoudre sous la forme simplifiée suivante :

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}, p, h_z, h, \phi, \mathbf{B}, \alpha) = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_u \\ \mathbf{R}_p \\ \mathbf{R}_{h_z} \\ \mathbf{R}_h \\ \mathbf{R}_\phi \\ \mathbf{R}_B \end{pmatrix} \quad (2.59)$$

2. Modèle numérique du bain à surface libre et algorithme de résolution

avec :

$$\mathbf{R}_u = \begin{cases} -\rho(\nabla \mathbf{u}) \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) - \nabla p + \nabla \cdot \mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) + \alpha \mathbf{f}_{\text{Bou}} + \alpha \mathbf{f}_{\text{Lor}} + \mathbf{f}_{\text{Ext}} \\ -(\mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n}) \cdot (\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2) + \alpha \mathbf{f}_{\text{Mar}} \cdot (\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2) \end{cases} \quad (2.60)$$

$$\mathbf{R}_p = \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (2.61)$$

$$\mathbf{R}_{h_z} = p - (\mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} - \alpha \rho g z + \frac{\gamma(T)}{R_1(h_z(x, y)) + R_2(h_z(x, y))} + \mathbf{f}_{\text{Arc}} \cdot \mathbf{n} \quad (2.62)$$

$$\mathbf{R}_h = \begin{cases} -\rho(\nabla h) \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) + \nabla \cdot \lambda \nabla T + s_{\text{Joule}} \\ -\lambda \nabla T \cdot \mathbf{n} + \mathbf{s}_{\text{Ray}} + \mathbf{s}_{\text{Cvs}} + \mathbf{s}_{\text{Sur}} \end{cases} \quad (2.63)$$

$$\mathbf{R}_\phi = \begin{cases} \nabla \cdot (-\sigma \nabla \phi) \\ -\nabla \phi \cdot \mathbf{n} + \frac{3I}{\pi \sigma_\phi^2} \exp\left(-\frac{3r^2}{\sigma_\phi^2}\right) \end{cases} \quad (2.64)$$

$$\mathbf{R}_B = \begin{cases} -\nabla \times \mathbf{B} + \mu_0 \mathbf{j} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} \end{cases} \quad (2.65)$$

Ici α , à valeur dans $[0, 1]$, est le paramètre qui va nous permettre de faire varier les forces motrices dans le fluide et la gravité dans l'équation de la surface libre déformable suivant les positions de soudage.

Résoudre le problème revient à trouver \mathbf{u} , p , h_z , h , ϕ , \mathbf{B} tels que :

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}, p, h_z, h, \phi, \mathbf{B}, 1) = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.66)$$

Pour ce faire, nous allons utiliser une méthode de type Newton incrémentale approchée (voir l'annexe A.1) dont une itération à α donné est représentée par l'algorithme :

Étant donné une estimation de la solution : $(\mathbf{u}, p, h_z, h, \phi, \mathbf{B})^i$

Résoudre le système linéaire :

$$\mathbf{M}(\mathbf{u}, p, h_z, h, \phi, \mathbf{B}, \alpha) \begin{pmatrix} \delta \mathbf{u} \\ \delta p \\ \delta h_z \\ \delta h \\ \delta \phi \\ \delta \mathbf{B} \end{pmatrix} = -\mathbf{R}(\mathbf{u}, p, h_z, h, \phi, \mathbf{B}, \alpha) \quad (2.67)$$

Nouvelle estimation : $(\mathbf{u}, p, h_z, h, \phi, \mathbf{B})^{i+1} = (\mathbf{u}, p, h_z, h, \phi, \mathbf{B})^i + (\delta \mathbf{u}, \delta p, \delta h_z, \delta h, \delta \phi, \delta \mathbf{B})$

Dans la méthode exacte, \mathbf{M} serait la matrice tangente exacte \mathbf{R}' du problème à résoudre. Ici,

nous allons utiliser une matrice tangente approchée M de la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{1}{\zeta} \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{R}_u}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \mathbf{R}_u}{\partial p} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial \mathbf{R}_p}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \mathbf{R}_p}{\partial p} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \mathbf{R}_{h_z}}{\partial h_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \mathbf{R}_h}{\partial h} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \mathbf{R}_\phi}{\partial \phi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \mathbf{R}_B}{\partial \mathbf{B}} \end{pmatrix} \\
 &= \frac{1}{\zeta} \begin{pmatrix} M_{uu} & M_{up} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{pu} & M_{pp} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{h_z h_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{hh} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{\phi\phi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{BB} \end{pmatrix} \quad (2.68)
 \end{aligned}$$

Cette formule diagonale par bloc permet de découpler la résolution sur les inconnues (\mathbf{u}, p) , l'inconnue (h_z) , l'inconnue (h) , l'inconnue (ϕ) et l'inconnue (\mathbf{B}) . Le choix des différents blocs est tel qu'il ne s'agira généralement pas des opérateurs tangents exacts, soit pour des raisons de simplicité (par exemple, la non prise en compte de la variabilité des coefficients), soit pour des raisons de robustesse du schéma itératif résultant.

En outre, l'opérateur tangent approché global est divisé par ζ , qui est assimilable à un coefficient de relaxation compris entre 0 et 1. Dans le code, on a choisi $\zeta = 1$ en absence de fluide et $\zeta = 0,4$ en présence de fluide.

Les résidus et les matrices tangentes approchées sont détaillés en annexe (sections A.2 et A.3).

2.5.4 Algorithme non-linéaire complet

On résume ce que nous venons de décrire dans l'algorithme 2.1 (voir aussi figure 2.10).

Algorithme 2.1 Algorithme de résolution du problème non-linéaire

Condition initiale : $(\mathbf{u}, p, h_z, h, T, \phi, \mathbf{B}, \alpha)^0$; $i = 0$

répéter

$i \leftarrow i + 1$

Construction du maillage fluide (caractérisées par $T > T_s$)

Calcul de l'électromagnétisme (ϕ^i, \mathbf{B}^i)

Calcul des incréments $(\delta \mathbf{u}, \delta p)$ et mise à jour $(\mathbf{u}, p)^i = (\mathbf{u}, p)^{i-1} + (\delta \mathbf{u}, \delta p)$

Calcul de l'incrément δh_z , mise à jour de la position de la surface libre $h_z^i = h_z^{i-1} + \delta h_z$ et bougé du maillage

Calcul de l'incrément δh , mise à jour $h^i = h^{i-1} + \delta h$ et calcul $T^i = T(h^i)$, δT

Mise à jour des coefficients dépendant de la température T^i

si $\delta_{\text{inc}} = \|(\delta \mathbf{u}, \delta h_z, \delta T)\| < \delta_{\text{conv}}$ (Convergence?) **alors**

$\alpha \leftarrow \min(\alpha \times f_\alpha, 1)$ (augmentation des forces motrices)

fin si

jusqu'à ce que $(\delta_{\text{inc}} < \delta_{\text{conv}}$ et $\alpha = 1)$ ou $i > i_{\text{max}}$

2.5.5 Critères de convergence

Pour les équations électromagnétiques : ce sont des équations linéaires, on peut les résoudre exactement à chaque itération.

Pour les équations de Navier-Stokes : on écrit le critère suivant sur le champ de vitesse \mathbf{u}

$$\frac{\max \|\mathbf{u}^i - \mathbf{u}^{i-1}\|_2}{\max(\max \|\mathbf{u}^i\|_2, 10^{-3})} < 10^{-3}$$

Pour l'équation de la surface libre déformable : on écrit le critère suivant sur le déplacement h_z

$$\frac{\max |h_z^i - h_z^{i-1}|}{\text{épaisseur de la plaque}} < 10^{-3}$$

Pour l'équation de l'énergie : on écrit le critère suivant sur le champ de température T

$$\frac{\max |T^i - T^{i-1}|}{\max |T^i|} < 10^{-3}$$

Si l'ensemble des critères d'arrêt est vérifié, alors le processus itératif est stoppé :

$$\mathbf{u}_{\text{calculé}} = \mathbf{u}^i, h_{z \text{ calculé}} = h_z^i, T_{\text{calculé}} = T^i, \phi_{\text{calculé}} = \phi^i, \mathbf{B}_{\text{calculé}} = \mathbf{B}^i$$

2.6 Modélisation de l'apport de matière

On présente dans cette section une approche de modélisation de l'apport de matière et l'algorithme de résolution lorsque l'étape d'apport de matière est ajoutée au modèle de soudage présenté en section 2.3.

2.6.1 Approche de modélisation

2.6.1.1 Description de l'apport de matière

L'assemblage des pièces de forte épaisseur peut nécessiter la réalisation d'un chanfrein qui est comblé par apport de matière (figure 2.7), généralement avec un fil ou une baguette qui plonge dans le bain liquide. La forme du cordon résultant est pleinement dépendante de l'interaction entre la surface libre du bain liquide et la matière déposée (la quantité, la forme, la vitesse de dépôt, ...).

Au niveau de la simulation numérique, dans le cas où seul le problème de transfert de chaleur est traité, le déplacement de la surface n'est calculé qu'à l'aide de la forme et de la quantité de matière déposée car le problème thermique ne fait pas changer la forme de la surface (Peyre et al. [107]). Des modèles plus complets incluent la résolution des équations de la mécanique des fluides en plus de l'équation de la chaleur, le déplacement de l'interface pouvant être traité de différentes manières :

1. L'apport de matière peut être géré à travers l'équation de conservation de la masse à laquelle est ajoutée un terme source (Hamide [83], Kumar et al. [108], Wen et al. [109]). La vitesse de déplacement de l'interface est alors une conséquence du problème de mécanique des fluides.

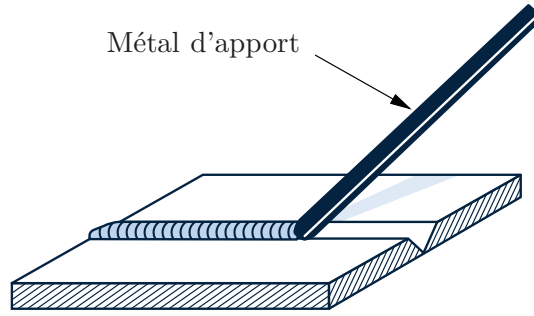


FIG. 2.7: Soudage avec apport de matière dans un chanfrein ©Böhler Welding [112].

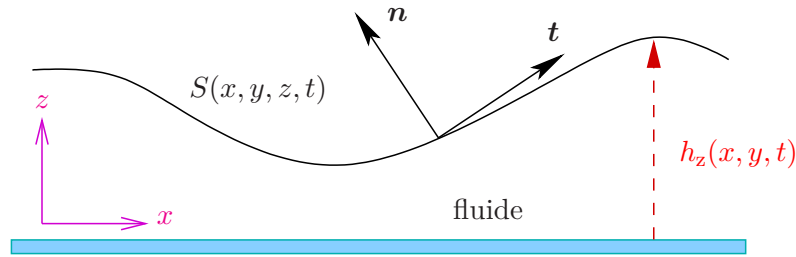


FIG. 2.8: Géométrie d'écoulement du fluide en 3D.

2. L'apport de matière peut être pris en compte à travers la modification de la forme de la surface qui est liée au volume déposé (Traidia [31]). Également, il peut être déterminé par la méthode « level-set » (Han et al. [110], Kong et al. [111]). La vitesse de déplacement de l'interface liée à cet apport est alors imposée comme conditions aux limites du problème fluide.

Dans ce travail, c'est cette deuxième approche que nous avons retenue pour modéliser le soudage avec apport de matière car elle nous paraît plus physique et permet de calculer une déformation de surface indépendamment de la résolution d'un problème fluide. Pour cela, on commence par exprimer la condition cinématique qui relie la vitesse de l'interface à la vitesse des particules matérielles.

2.6.1.2 Condition cinématique

Pour simplifier, on considère une interface gaz-liquide (figure 2.8), qui peut être décrite *implicitement* par une fonction « level-set » $S(x, y, z, t) = 0$. L'interface est une surface matérielle si [113] :

$$\frac{DS}{Dt} = \frac{\partial S}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla S = 0 \quad (2.69)$$

où \mathbf{u} est la vitesse du fluide à l'interface.

Dans un problème stationnaire, l'équation (2.69) devient :

$$\mathbf{u} \cdot \nabla S = 0 \quad (2.70)$$

Un vecteur unitaire normal \mathbf{n} à la surface $S = 0$, dans le sens des S croissants, est donné par :

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla S}{\|\nabla S\|} \quad (2.71)$$

• Sans flux de masse à travers la surface, la condition cinématique à l'interface peut donc s'écrire :

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (2.72)$$

Dans cette thèse, nous supposons que l'on peut décrire la surface *explicitement* par une fonction altitude h_z telle que : $z = h_z(x, y)$. On a donc : $S(x, y, z) = z - h_z(x, y) = 0$. L'équation (2.70) devient :

$$u_x \frac{\partial h_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial h_z}{\partial y} = u_z \quad (2.73)$$

avec u_x , u_y et u_z respectivement les composantes x , y et z de la vitesse \mathbf{u} .

Cette équation exprime le mouvement de la surface comme une convection du déplacement, convection par les vitesses horizontales, avec un terme source égal à la vitesse verticale.

On note la différence importante suivante entre les équations (2.72) et (2.73) : (2.72) est exprimée dans l'espace physique, sur la surface et (2.73) est exprimée dans l'espace paramétrique (x, y) . On note également que (2.73) est une équation linéaire en h_z .

• Avec un débit massique, \dot{m} étant un flux de masse par unité de temps ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) à travers la surface, la condition cinématique peut s'exprimer comme :

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = -\frac{\dot{m}}{\rho} \quad (2.74)$$

avec ρ la masse volumique en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Cette équation se transforme dans l'espace paramétrique (x, y) en :

$$u_x \frac{\partial h_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial h_z}{\partial y} - u_z = \frac{\hat{m}}{\rho} \quad (2.75)$$

avec $\hat{m}(x, y) = \gamma_s \dot{m}(x, y, h_z(x, y))$ et $\gamma_s = \left(1 + \left(\frac{\partial h_z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial h_z}{\partial y}\right)^2\right)^{1/2}$. On donne des détails sur cette transformation et sur les conservations globales de masse associées en annexe B.

On note également que l'équation (2.75) est toujours une équation de convection linéaire en h_z avec termes source. Pratiquement, elle est résolue par une méthode d'éléments finis décentrés de type Streamline Upwind Petrov-Galerkin (SUPG), voir le livre de Ern et Guermond [10] ou les notes de cours de Gounand [8]. À noter que, suite à des expériences numériques préliminaires non montrées ici, on préfère décentrer uniquement le terme convectif et pas les termes source.

2.6.2 Implémentation de l'étape d'apport de matière

On rappelle tout d'abord que le modèle de soudage présenté en section 2.3 est résolu par une méthode itérative découplée (étape par étape). Afin d'ajouter l'étape d'apport de matière au modèle de soudage précédent, on considère dans ce travail une approche préliminaire qui consiste à ajouter un calcul de déformation de la surface une seule fois en début de calcul. À cette étape, effectuée comme dans la section 4.5.1, on utilise une vitesse de surface égale à celle du défilement \mathbf{u}_s du procédé de soudage :

$$\mathbf{u}_s \cdot \mathbf{n} = -\frac{\dot{m}}{\rho} \quad (2.76)$$

Après l'étape d'apport de matière, on obtient une nouvelle géométrie. On résout alors le modèle de soudage sur cette nouvelle géométrie. Cette implémentation est résumée sur la figure 2.9. Également, nous ne prenons pas en compte l'énergie apportée par la matière dans ce modèle préliminaire.

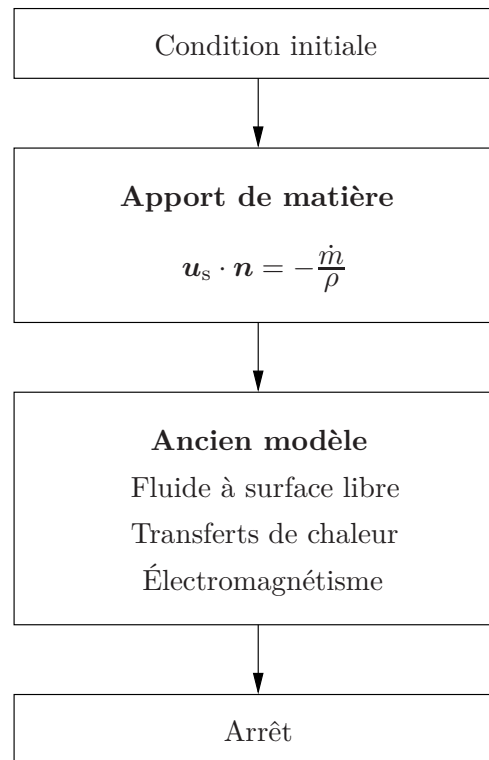


FIG. 2.9: Algorithme de résolution du problème avec apport de matière.

2.7 Méthode de déplacement du maillage

Notre modèle prend en compte la déformation de la surface libre qui affecte deux étapes de l'algorithme de résolution. La première étape concerne le déplacement de la surface sous l'effet de la pression de la torche et l'autre étape concerne le déplacement de la surface résultant de l'apport de matière. Nous avons considéré que la position de la surface libre pouvait être décrite par une fonction de l'altitude h_z . Une fois discrétisée, la surface libre est décrite par la position des nœuds de son maillage. Dans le cadre de cette thèse, nous ne considérons que des déplacements verticaux δ_{h_z} des nœuds de la surface libre, par souci de simplicité et de robustesse. Cette méthode avait été utilisée dans le travail de Kong [7].

2.7.1 Méthode variationnelle de déplacement du maillage

Une fois les déplacements verticaux δ_{h_z} des nœuds de la surface obtenus, il nous reste à déplacer les autres nœuds à l'intérieur du maillage. Pour ce faire, nous utilisons une méthode de régularisation et d'adaptation de maillage due à Huang [104] et implémentée dans Cast3M (opérateur DEDU⁵) par Gounand [6]. Le principe de cette méthode est le suivant : à chaque élément Ω_k du maillage, on associe une énergie calculée comme suit :

$$E_k^{\text{Huang}} = E_{k1}^{\text{Huang}} + E_{k2}^{\text{Huang}} \quad (2.77)$$

5. Consultable sur <http://www-cast3m.cea.fr/index.php?page=notices¬ice=DEDU>

2. Modèle numérique du bain à surface libre et algorithme de résolution

avec :

$$E_{k1}^{\text{Huang}} = \frac{\theta_H}{2} \int_{\Omega_k} \left[\text{tr} \left[\left(J^t M_m J \right)^{-1} \right] \right]^{\frac{n\gamma_H}{2}} \sqrt{\det M_m} d\Omega_k \quad (2.78)$$

$$E_{k2}^{\text{Huang}} = (1 - \theta_H) n^{\frac{n\gamma_H}{2}} \int_{\Omega_k} \left[\sqrt{\det J^t M_m J} \right]^{\frac{1-\gamma_H}{2}} d\Omega_k \quad (2.79)$$

où J est la matrice jacobienne de la transformation géométrique entre un élément de référence régulier et l'élément Ω_k , M_m est un tenseur métrique cible⁶ (taille voulue dans chaque direction d'espace pour l'élément), n la dimension d'espace et γ_H un paramètre de norme de la méthode, ici choisi égal à 2.

La première partie de l'énergie E_{k1}^{Huang} (énergie harmonique) contrôle la régularité de l'élément. La deuxième partie de l'énergie E_{k2}^{Huang} contrôle l'équidistribution (le volume) de l'élément. Le paramètre θ_H permet de donner un poids relatif entre ces deux contributions, nous avons choisi $\theta_H = 0,5$. Une propriété importante est que l'énergie E_k^{Huang} ainsi définie tend vers $+\infty$ lorsque l'élément dégénère c'est-à-dire lorsque la matrice jacobienne J devient singulière.

La méthode complète définit une énergie globale de maillage en sommant les contributions élémentaires E_k^{Huang} . La minimisation de cette énergie globale avec les conditions de déplacement imposé δ_{h_z} (type Dirichlet) des nœuds de la surface et les autres contraintes δ_x et δ_y nulles pour tous les nœuds nous donne un déplacement optimal des nœuds internes, au sens de cette énergie globale.

2.7.2 Intérêts de la méthode et application

Les avantages de cette méthode sont les suivants :

- elle admet en général une solution unique telle que les éléments du maillage sont non dégénérés ;
- elle fonctionne pour tous types et formes géométriques d'éléments finis et en toute dimension d'espace⁷.

Les inconvénients de cette méthode sont les suivants :

- l'inconvénient principal est le coût car il faut résoudre un problème de type Laplacien vectoriel fortement non-linéaire ;
- le fait qu'il s'agisse d'une minimisation globale peut autoriser localement quelques éléments fortement déformés ou de taille différente de celle voulue, d'autant que la topologie du maillage, pour nous, est fixée : on ne peut que déplacer les nœuds et non changer les connectivités.

Afin de s'affranchir en partie du premier inconvénient mentionné, dans le cadre de cette thèse, nous avons considéré une simplification de la méthode de Huang en supposant que seule la coordonnée z des nœuds internes du maillage peut varier.

Ainsi, nous n'avons plus qu'un problème de Laplacien non-linéaire scalaire, sur la coordonnée z , à résoudre. En pratique, nous effectuons une unique itération de la méthode de Newton et nous nous contentons d'une solution approchée du problème de déplacement des nœuds.

6. Ici, nous n'avons pas cherché à adapter le maillage, nous nous sommes contentés de définir $M_m = (J_0 J_0^t)^{-1}$ où J_0 est la matrice jacobienne de la transformation géométrique du maillage initial, sans déformation de surface. Ainsi, l'énergie E_k^{Huang} du maillage initial est minimale et les maillages avec surface déformée restent « similaires » au maillage initial.

7. Pour peu que l'algorithme de résolution du problème non-linéaire de minimisation de l'énergie converge.

Conclusions du chapitre 2

Nous avons présenté au cours de ce chapitre les équations gouvernant le problème physique modélisant la thermo-hydraulique du procédé de soudage TIG, introduit au chapitre 1. Les équations de Navier-Stokes et de l'énergie sont couplées aux équations électromagnétiques dans le bain de soudage. Les propriétés thermophysiques dépendent de la température et sont calculées à pression thermodynamique constante.

Pour traiter le changement de phase solide/liquide, la méthode enthalpique est utilisée pour l'équation de conservation de l'énergie. Pour traiter l'écoulement dans cette zone, un terme a été ajouté dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement, de manière à annuler le champ de vitesse dans la partie solide de la pièce. Dans la partie solide, les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de la surface libre déformable ne sont pas traitées.

Le problème d'écoulement à surface libre est résolu avec une condition aux limites de type Neumann, vue comme une équation aux dérivées partielles associée à l'inconnue de position de la surface libre h_z . Nous présentons aussi la méthode variationnelle de déplacement du maillage à partir du déplacement de la surface qui est utilisée dans cette thèse.

Les équations électromagnétiques sont composées d'une partie électrique permettant de calculer le potentiel électrique ϕ , et d'une partie magnéto-statique permettant de calculer l'induction magnétique \mathbf{B} . Ces termes étant nécessaires pour le calcul des deux termes sources électromagnétiques (effet Joule et force de Lorentz) de la partie thermohydraulique, il convient d'implémenter un modèle numérique dans Cast3M permettant de les calculer. La partie électrique est un problème de conduction classique ne posant pas de problème particulier. En revanche, la partie magnéto-statique n'est pas analogue aux autres systèmes pouvant être classiquement résolus avec le logiciel Cast3M [11] car les équations à résoudre sont uniquement du premier ordre. C'est la raison pour laquelle nous résolvons l'équation magnétique soit par une méthode standard, soit par la méthode LSFEM (voir chapitre 3).

Le problème à résoudre est un système d'équations non-linéaires. C'est pour cela que nous avons décrit en détail l'algorithme de résolution utilisé ainsi que la façon de discrétiser les équations.

Nous avons présenté l'approche de modélisation de l'apport de matière et l'écriture de la condition cinématique lorsqu'il y a un flux de masse à travers la surface. Cette approche préliminaire de modélisation de l'apport de matière, utilisée dans ce travail, consiste à calculer la forme du cordon en résolvant la condition cinématique avant de poursuivre par le modèle de soudage complet sur cette nouvelle géométrie.

Pour résumer, le modèle mathématique complet s'écrit :

Sur le volume Ω :

$$\begin{aligned}
 \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0 \\
 \rho(\nabla \mathbf{u}) \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) &= -\nabla p + \nabla \cdot \mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) + \mathbf{f}_{\text{Bou}} + \mathbf{f}_{\text{Lor}} + \mathbf{f}_{\text{Ext}} \\
 \rho(\nabla h) \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) &= \nabla \cdot \lambda \nabla T + s_{\text{Joule}} \\
 \nabla \cdot (-\sigma \nabla \phi) &= 0 \\
 \text{soit } \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{j} \\
 \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\
 \text{soit } -\Delta \mathbf{A} &= \mu_0 \mathbf{j}
 \end{aligned} \tag{2.80}$$

2. Modèle numérique du bain à surface libre et algorithme de résolution

Conditions aux limites sur $\partial\Omega$:

$$\begin{aligned}
\mathbf{u} &= \mathbf{0} && \text{à l'interface solide/liquide} \\
\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} &= 0 && \text{sur la surface supérieure et le plan de symétrie} \\
\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} &= \mathbf{u}_s \cdot \mathbf{n} && \text{sur la face « entrée »} \\
(\mu(\nabla\mathbf{u} + \nabla^t\mathbf{u}) \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{t}_1 &= \mathbf{f}_{\text{Mar}} \cdot \mathbf{t}_1 && \text{sur la surface supérieure} \\
(\mu(\nabla\mathbf{u} + \nabla^t\mathbf{u}) \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{t}_2 &= \mathbf{f}_{\text{Mar}} \cdot \mathbf{t}_2 && \text{sur la surface supérieure} \\
(\mu(\nabla\mathbf{u} + \nabla^t\mathbf{u}) \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{t}_1 &= 0 && \text{sur le plan de symétrie} \\
(\mu(\nabla\mathbf{u} + \nabla^t\mathbf{u}) \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{t}_2 &= 0 && \text{sur le plan de symétrie} \\
-p + (\mu(\nabla\mathbf{u} + \nabla^t\mathbf{u}) \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} + \rho g z &= \frac{\gamma(T, a_k)}{R_1(h_z) + R_2(h_z)} + \mathbf{f}_{\text{Arc}} \cdot \mathbf{n} && \text{sur la surface libre} \\
\int_S h_z(x, y) \, dx dy &= 0 && \text{sur la surface libre} \\
h_z(x, y) &= 0 && \text{sur le bord de la surface libre} \\
T &= T_0 && \text{sur la face « entrée »} \\
-\lambda \nabla T \cdot \mathbf{n} &= 0 && \text{sur le plan de symétrie} \\
\lambda \nabla T \cdot \mathbf{n} &= 0 && \text{sur la face « sortie »} \\
\lambda \nabla T \cdot \mathbf{n} &= \mathbf{s}_{\text{Ray}} + \mathbf{s}_{\text{Cvs}} + \mathbf{s}_{\text{Sur}} && \text{sur la surface supérieure} \\
\lambda \nabla T \cdot \mathbf{n} &= \mathbf{s}_{\text{Ray}} + \mathbf{s}_{\text{Cvs}} && \text{sur les autres surfaces} \\
\nabla\phi \cdot \mathbf{n} &= \frac{3I}{\pi\sigma_\phi^2} \exp\left(-\frac{3r^2}{\sigma_\phi^2}\right) && \text{sur la surface supérieure} \\
-\nabla\phi \cdot \mathbf{n} &= 0 && \text{sur la surface inférieure et plan de symétrie} \\
\phi &= 0 && \text{sur les autres surfaces} \\
\text{soit } \mathbf{B} \times \mathbf{n} &= \mathbf{0} && \text{sur le plan de symétrie} \\
\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} &= 0 && \text{sur les autres surface} \\
\text{soit } \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} &= 0 && \text{sur le plan de symétrie} \\
\mathbf{A} \times \mathbf{n} &= \mathbf{0} && \text{sur les autres surfaces}
\end{aligned} \tag{2.81}$$

Apport de matière sur $\partial\Omega$:

$$\mathbf{u}_s \cdot \mathbf{n} = -\frac{\dot{m}}{\rho} \tag{2.82}$$

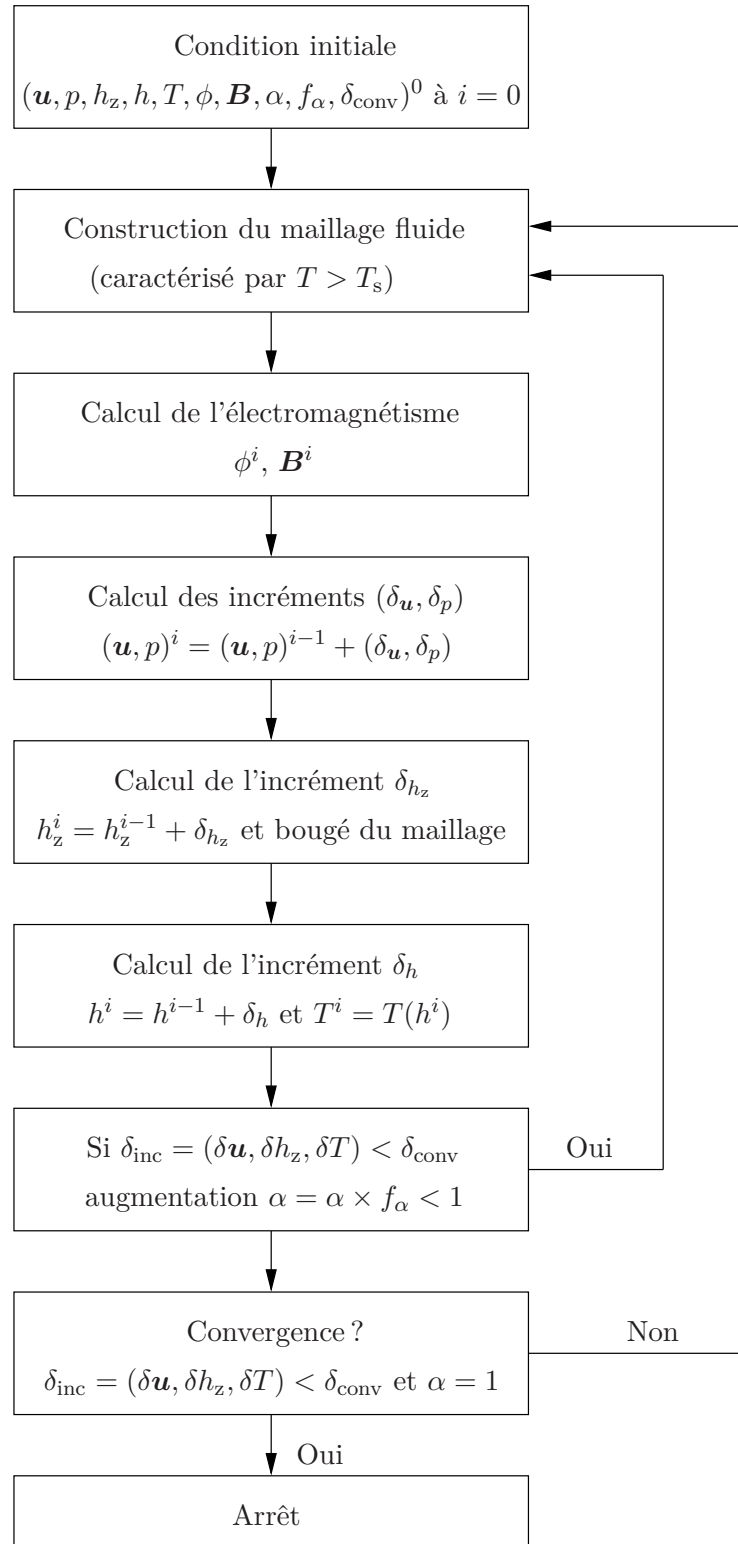


FIG. 2.10: Algorithme de résolution du problème non-linéaire.

Chapitre 3

Modélisation de l'électromagnétisme

Sommaire

Objectifs du chapitre 3	60
3.1 Présentation du modèle électromagnétique	60
3.1.1 Les équations de Maxwell	60
3.1.2 Équations de Maxwell dans le cas stationnaire et avec un équilibre électrique local	61
3.1.3 Système d'équations électromagnétiques à résoudre	62
3.1.4 Approche de résolution	63
3.2 Développements pour le calcul de l'induction magnétique	63
3.2.1 Induction magnétique déterminée par la méthode LSFEM	63
3.2.2 Induction magnétique déterminée par la méthode FEM Galerkin	64
3.3 Étude numérique du modèle électromagnétique	65
3.3.1 Comparaison avec les solutions de Kou et al. [12]	65
3.3.2 Comparaison avec les solutions de Tsao et al. [13]	68
3.3.3 Comparaison entre les méthodes numériques LSFEM et FEM Galerkin	70
3.3.4 Distribution du courant et de l'induction magnétique	71
3.3.5 Influence de la position de la torche sur la force électromagnétique	71
3.4 Influence de l'électromagnétisme sur le modèle bain	72
3.4.1 Formes de bain fondu	72
3.4.2 Comparaison des forces motrices	74
3.4.3 Comparaison des sources de chaleur	77
Conclusions du chapitre 3	79

Objectifs du chapitre 3

Le premier objectif de ce chapitre est de présenter les équations de l'électromagnétisme basées sur les équations de Maxwell dans un cadre stationnaire qui seront utilisées par la suite dans le modèle complet 3D de soudage (section 3.1).

Ensuite, nous présentons deux méthodes pour le calcul de l'induction magnétique en section 3.2. En effet, nous avons souhaité comparer, en termes de précision et de temps calcul, les résultats obtenus à l'aide de la méthode des éléments finis moindres carrées (Least-Squares Finite Element Method ou LSFEM) qui a été utilisée dans la thèse de Brochard [1] et les méthodes d'éléments finis standards de Galerkin (FEM). La méthode LSFEM permet de calculer directement l'induction magnétique \mathbf{B} alors que la méthode FEM passe par l'introduction du potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} .

Avant de passer au modèle de soudage complet, nous avons voulu vérifier la bonne implémentation des deux méthodes pour le modèle électromagnétique dans le logiciel Cast3M. Pour cela, en section 3.3, nous avons utilisé deux cas issus des travaux de Kou et al. [12] et Tsao et al. [13] et comparé les résultats obtenus sur la densité de courant, l'induction magnétique et la force de Lorentz.

Enfin, en section 3.4, on s'intéresse à l'importance des phénomènes électromagnétiques dans le modèle complet. Pour cela, on s'intéresse à un cas dont les paramètres d'entrée sont identiques à ceux utilisés dans l'étude de convergence en maillage de la section 4.1. Pour ce cas particulier, on étudie l'influence de l'électromagnétisme sur les observables température, vitesse d'écoulement et forme du bain de fusion en effectuant des calculs avec ou sans ces phénomènes électromagnétiques. On établit également les bilans de puissance mécanique et thermique globaux qui permettent de quantifier l'importance de la force de Lorentz et de l'effet Joule par rapport aux autres sources du mouvement et de chaleur.

3.1 Présentation du modèle électromagnétique

3.1.1 Les équations de Maxwell

Les équations de base de l'électromagnétisme sont les quatre équations de Maxwell qui peuvent s'écrire [114] :

- Équation de Maxwell-Gauss :

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_e}{\varepsilon_e} \quad (3.1)$$

où \mathbf{E} est le champ électrique, ε_e la permittivité électrique et ρ_e la densité volumique de charge telle que :

$$Q = \int_{\Omega} \rho_e \, d\Omega = \sum_{i \in \Omega} q_i \quad (3.2)$$

q_i est une charge ponctuelle et Q la charge totale qui sera par la suite considérée comme nulle. L'équation (3.1) relie le champ électrique à ses sources. Le champ électrique peut donc diverger à partir de points où se trouvent des charges électriques.

- Équation de conservation du flux magnétique :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.3)$$

où \mathbf{B} est l'induction magnétique.

L'équation (3.3) est sans source. C'est une propriété intrinsèque de \mathbf{B} qui montre que l'induction magnétique ne peut pas diverger à partir de points de l'espace, ou encore qu'il n'existe pas de charges magnétiques.

- Équation de Maxwell-Faraday :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.4)$$

L'équation (3.4) montre qu'une induction magnétique variable peut créer un champ électrique à circulation non nulle.

- Équation de Maxwell-Ampère :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_m \left(\mathbf{j} + \varepsilon_e \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \quad (3.5)$$

où \mathbf{j} est la densité de courant, μ_m la perméabilité magnétique et t le temps.

L'équation (3.5) relie l'induction magnétique au courant et à la variation temporelle de l'induction électrique. En régime stationnaire, on retrouve la loi d'Ampère simplifiée (éq. (3.12)) qui montre que l'induction magnétique \mathbf{B} tourne autour des courants \mathbf{j} .

- La force de Lorentz :

$$\mathbf{F}_{\text{Lor}} = q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (3.6)$$

En prenant la divergence de l'équation (3.5) ($\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = 0$) et la dérivée en temps de l'équation (3.1), on obtient l'équation de conservation de la charge :

$$\nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \rho_e}{\partial t} = 0 \quad (3.7)$$

On a également comme loi de comportement (loi d'Ohm) :

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} + \sigma \mathbf{u} \times \mathbf{B} \quad (3.8)$$

avec σ la conductivité électrique et \mathbf{u} la vitesse de l'écoulement.

3.1.2 Équations de Maxwell dans le cas stationnaire et avec un équilibre électrique local

Dans la pièce comprenant le bain de soudage (de la même façon que dans la thèse de Brochard [1]) on suppose que $\varepsilon_e = \varepsilon_0$ et $\mu_m = \mu_0$ avec ε_0 la permittivité électrique du vide et μ_0 la perméabilité magnétique du vide. On suppose que l'équilibre électrique local est établi ($\rho_e = 0$) et que, compte tenu des échelles de temps du problème, une approximation stationnaire des équations de Maxwell est valable, conduisant à :

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (3.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.10)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = \mathbf{0} \quad (3.11)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (3.12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = 0 \quad (3.13)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad (3.14)$$

3.1.3 Système d'équations électromagnétiques à résoudre

Dans le cadre d'un régime stationnaire, le champ électrique \mathbf{E} et l'induction magnétique \mathbf{B} sont totalement découplés. On peut séparer la résolution du problème électrocinétique de celle du problème magnétostatique.

3.1.3.1 Problème électrocinétique

On se place dans un cadre où un champ de vecteurs à rotationnel nul dérive d'un potentiel. On peut donc introduire une variable appelée potentiel scalaire électrique ϕ , tel que, à partir de l'équation (3.11), le champ électrique puisse s'écrire :

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi \quad (3.15)$$

le signe $-$ étant ici purement conventionnel.

La loi d'Ohm simplifiée (éq. (3.14)) devient :

$$\mathbf{j} = -\sigma\nabla\phi \quad (3.16)$$

À partir de l'équation de conservation de la charge (éq. (3.13)) et de la loi d'Ohm simplifiée (éq. (3.16)), on trouve l'équation électrique à résoudre dans la pièce pour la variable ϕ :

$$\nabla \cdot (-\sigma\nabla\phi) = 0 \quad (3.17)$$

3.1.3.2 Problème magnétostatique

On peut déterminer l'induction magnétique \mathbf{B} à partir des équations de Maxwell (éq. (3.10)) et (éq. (3.12)).

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.18)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (3.19)$$

Ce système du premier ordre en la variable \mathbf{B} peut être résolu directement par la méthode des éléments finis moindres carrées (LSFEM) [9] utilisée dans la thèse de Brochard [1].

Autrement, une autre approche plus couramment utilisée dans les modèles 3D en soudage, du fait de la facilité de son implémentation, consiste à introduire un potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (3.20)$$

Ceci est possible car, d'après l'équation de conservation du flux magnétique (éq. (3.10)), on a $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$.

En introduisant le potentiel vecteur dans la loi d'Ampère (éq. (3.12)) et en le contraignant par la condition de jauge de Coulomb $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, on aboutit à une équation de Poisson vectorielle :

$$-\Delta \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (3.21)$$

Ce problème elliptique peut être résolu classiquement par la méthode des éléments finis standards de Galerkin [10, 8].

3.1.4 Approche de résolution

Le système d'équations électromagnétiques est découpé en deux parties : une partie électrique et une partie magnétique. Par conséquent, il existe deux approches de résolution, soit en déterminant d'abord l'induction magnétique, soit en déterminant d'abord la densité de courant [1].

3.1.4.1 Approche magnétique

La première formulation, que l'on appellera approche magnétique [33], est basée sur la résolution de l'induction magnétique, puis de la densité de courant. Pour cela, l'équation suivante obtenue à partir de la loi d'Ohm (éq. (3.14)), de la loi d'Ampère (éq. (3.12)), et de la loi de Faraday (éq. (3.11)), est tout d'abord résolue :

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma} (\nabla \times \mathbf{B}) \right) = \mathbf{0} \quad (3.22)$$

Puis, la loi d'Ampère ($\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$) permet de calculer la densité de courant \mathbf{j} .

3.1.4.2 Approche électrique

La deuxième approche, que l'on appellera approche électrique [32], est plus largement utilisée. Tout d'abord, le modèle électrocinétique ($\nabla \cdot (-\sigma \nabla \phi) = 0$) est utilisé pour calculer la densité de courant $\mathbf{j} = -\sigma \nabla \phi$. Connaissant \mathbf{j} , la loi d'Ampère ($\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$) est utilisée pour calculer l'induction magnétique \mathbf{B} .

Dans le cadre de cette thèse, nous allons choisir l'approche électrique pour déterminer les champs électriques et magnétiques. Le champ magnétique sera calculé par l'une des deux méthodes d'éléments finis : FEM standard Galerkin ou LSFEM, que nous allons décrire maintenant.

3.2 Développements pour le calcul de l'induction magnétique

3.2.1 Induction magnétique déterminée par la méthode LSFEM

Les équations magnétiques à résoudre s'écrivent :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (3.23)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.24)$$

avec les conditions aux limites (domaine montré sur la figure 2.2) :

$$\mathbf{B} \times \mathbf{n} = \mathbf{0} \quad \text{sur le plan de symétrie } (\Gamma_1) \quad (3.25)$$

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{sur les autres surfaces } (\Gamma_2) \quad (3.26)$$

Principe de la méthode (d'après Jiang [9])

Tout d'abord, on rappelle ici les notations pour la norme et le produit scalaire associés aux normes $\mathcal{L}^2(\Omega)$, avec des fonctions u, v qui sont définies sur des sous-espaces de $\mathcal{L}^2(\Omega)$:

$$\|u\|_0^2 = \int_{\Omega} |u|^2 \, d\Omega \quad (3.27)$$

$$(u, v) = \int_{\Omega} uv \, d\Omega \quad (3.28)$$

3. Modélisation de l'électromagnétisme

Nous construisons la fonctionnelle quadratique suivante :

$$I : \mathcal{B} \longrightarrow \mathbb{R} \quad (3.29)$$

$$I(\mathbf{B}) = \|\nabla \times \mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{j}\|_0^2 + \|\nabla \cdot \mathbf{B}\|_0^2 \quad (3.30)$$

où $\mathcal{B} = \{\mathbf{B} \in \mathcal{H}^1(\Omega) : \mathbf{B} \times \mathbf{n} = \mathbf{0} \text{ sur } \Gamma_1, \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = 0 \text{ sur } \Gamma_2\}$. En prenant la variation de I par rapport à \mathbf{B} , et en identifiant $\delta \mathbf{B} = \mathbf{B}^*$ et $\delta I = 0$, on obtient la formulation moindre carrée suivante : trouver $\mathbf{B} \in \mathcal{B}$ tel que :

$$(\nabla \times \mathbf{B}, \nabla \times \mathbf{B}^*) + (\nabla \cdot \mathbf{B}, \nabla \cdot \mathbf{B}^*) = (\mu_0 \mathbf{j}, \nabla \times \mathbf{B}^*) \quad \forall \mathbf{B}^* \in \mathcal{B} \quad (3.31)$$

En supposant la régularité de l'induction magnétique, la solution est unique et satisfait :

$$\|\mathbf{B}\|_1 \leq C \|\mu_0 \mathbf{j}\|_0 \quad (3.32)$$

ici, la constante $C > 0$ ne dépend que de Ω .

Pour discrétiser cette formulation, nous introduisons le sous-espace d'éléments finis $\mathcal{B}_h \subset \mathcal{B}$. \mathcal{B}_h est l'espace continu par morceaux des fonctions polynômiales d'ordre $r \geq 1$. Cette méthode a un taux optimal de convergence :

$$\|\mathbf{B} - \mathbf{B}_h\|_0 \leq C_1 h^{r+1} \|\mathbf{B}\|_{r+1} \quad (3.33)$$

Il est évident que la méthode des moindres carrés revient à minimiser la fonctionnelle $I(\mathbf{B})$.

La méthode LSFEM a déjà été utilisée par Brochard [1] pour calculer l'induction magnétique. Elle est applicable à ces systèmes où l'équation de conservation du flux magnétique ($\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$) peut être incluse aisément. De plus, les principales conditions aux limites pour \mathbf{B} peuvent être introduites dans la formulation faible du problème ou imposées de manière forte en modifiant directement les matrices du système à résoudre.

3.2.2 Induction magnétique déterminée par la méthode FEM Galerkin

Dans cette section, on ne calcule pas directement l'induction magnétique \mathbf{B} , on calcule le potentiel vecteur \mathbf{A} défini par $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$. L'équation de Poisson est résolue facilement par la méthode d'éléments finis standards Galerkin.

L'équation à résoudre s'écrit :

$$-\Delta \mathbf{A} - \mu_0 \mathbf{j} = 0 \quad (3.34)$$

avec les conditions aux limites :

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{sur le plan de symétrie} \quad (3.35)$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{n} = \mathbf{0} \quad \text{sur les autres surfaces} \quad (3.36)$$

Principe de la méthode (d'après Gounand [8])

L'expression à gauche du signe égal de l'équation (3.34) se nomme le résidu \mathbf{R} . C'est un opérateur : à une fonction \mathbf{A} , il associe une fonction $-\Delta \mathbf{A} - \mu_0 \mathbf{j}$.

Résoudre le problème revient à trouver la fonction \mathbf{A} qui annule le résidu. En général, il est obligatoire de chercher une fonction \mathbf{A}_h approchant \mathbf{A} dans un espace de fonctions de dimension finie \mathbf{F}_{pri} . Soit \mathbf{A}_i ($i \in [1, N]$), une base de cet espace \mathbf{F}_{pri} sur laquelle on peut décomposer \mathbf{A}_h :

$$\mathbf{A}_h = \sum_{i=1}^N \mathbf{A}_i \mathcal{N}_i \quad (3.37)$$

Les inconnues du problème deviennent les N coefficients \mathbf{A}_i qui sont appelés degrés de liberté. On aura :

$$\mathbf{R}(\mathbf{A}_h) = -\Delta \mathbf{A}_h - \mu_0 \mathbf{j} \neq 0 \quad (3.38)$$

car \mathbf{A}_h ne représentera généralement qu'une approximation de la solution exacte \mathbf{A} du problème (3.34).

On choisira de rendre le résidu $\mathbf{R}(\mathbf{A}_h)$ orthogonal à un espace de fonction \mathbf{F}_{dua} . Pour cela, il faut se placer dans des espaces de fonctions munis d'un produit scalaire (espace de Hilbert). Si on choisit $\mathbf{F}_{\text{pri}} = \mathbf{F}_{\text{dua}}$, on obtient une méthode de Galerkin qui s'écrit :

$$(\mathbf{R}(\mathbf{A}_h), \mathcal{N}_j) = 0 \quad \forall j \in [1, N] \quad (3.39)$$

soit, en exprimant \mathbf{R} et \mathbf{A}_h , en utilisant la linéarité de l'intégrale et l'intégration par parties sur le Laplacien :

$$\sum_{i=1}^N \mathbf{A}_i \int_{\Omega} \nabla \mathcal{N}_i : \nabla \mathcal{N}_j \, d\Omega - \int_{\Omega} (\mu_0 \mathbf{j}) \cdot \mathcal{N}_j \, d\Omega = 0 \quad \forall j \in [1, N] \quad (3.40)$$

où $\int_{\Omega} \nabla \mathcal{N}_i : \nabla \mathcal{N}_j \, d\Omega$ est appelée la matrice de rigidité. On s'est ramené à un système linéaire susceptible d'être résolu par ordinateur.

3.3 Étude numérique du modèle électromagnétique

Avant d'ajouter le modèle électromagnétique au modèle thermohydraulique complet, nous allons le résoudre isolément. Les observables sont la densité de courant \mathbf{j} , l'induction magnétique \mathbf{B} et la force électromagnétique \mathbf{f}_{Lor} . Elles seront comparées avec celles analytiques proposées par Kou et al. [12] et par Tsao et al. [13]. En outre, on comparera les deux méthodes (FEM Galerkin ou LSFEM) du point de vue du temps de calcul. En section 3.3.5, une étude de l'influence de la position de la torche sur la valeur de la force de Lorentz permet de comprendre la variation de cette force dans le soudage avec la torche mobile. On rappelle que la force de Lorentz peut être calculée par une des deux expressions suivantes :

$$\mathbf{f}_{\text{Lor}} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad \text{ou} \quad (3.41)$$

$$\mathbf{f}_{\text{Lor}} = \mathbf{j} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \quad (3.42)$$

Le calcul de la densité de courant $\mathbf{j} = -\sigma \nabla \phi$ et des conditions aux limites sur le potentiel électrique ϕ sont effectués comme en section 2.3.1.

3.3.1 Comparaison avec les solutions de Kou et al. [12]

Nous présentons tout d'abord les solutions analytiques pour la densité de courant et pour la force de Lorentz proposées par Kou et al. [12], avec les principales hypothèses utilisées. Afin de comparer ces solutions à nos résultats, nous avons récupéré les courbes de l'article et superposé les résultats de notre modèle sur ces dernières.

3.3.1.1 Présentation des solutions analytiques

Dans le cadre du développement d'un modèle numérique de soudage en stationnaire, Kou et al. [12] ont proposé des expressions permettant de calculer la densité de courant et la force de

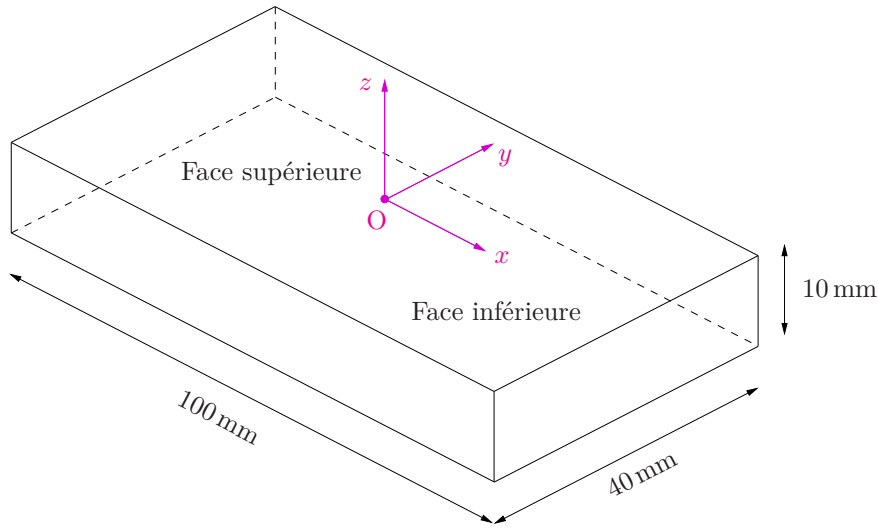


FIG. 3.1: Géométrie modélisée pour la comparaison avec les résultats de Kou et al. [12].

Lorentz. Leur calculs étaient basés sur les principales hypothèses suivantes : les propriétés magnétiques de la pièce sont indépendantes de la température, de sorte que la conductivité électrique et la perméabilité magnétique restent constantes ; les composantes radiale et axiale du flux magnétique sont nulles et une distribution gaussienne de courant est imposée sur la surface :

$$j_z = \frac{3I}{\pi\sigma_\phi^2} \exp\left(-\frac{3r^2}{\sigma_\phi^2}\right) \quad \text{sur la surface supérieure} \quad (3.43)$$

Les expressions de la densité de courant et de l'induction magnétique s'écrivent dans le système de coordonnées cylindriques (r, z, θ) :

$$j_z = \frac{I}{2\pi} \int_0^\infty \lambda J_0(\lambda r) \exp\left(-\lambda z - \frac{\lambda^2 \sigma_\phi^2}{12}\right) d\lambda \quad (3.44)$$

$$j_r = \frac{I}{2\pi} \int_0^\infty \lambda J_1(\lambda r) \exp\left(-\lambda z - \frac{\lambda^2 \sigma_\phi^2}{12}\right) d\lambda \quad (3.45)$$

$$B_\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^\infty J_1(\lambda r) \exp\left(-\lambda z - \frac{\lambda^2 \sigma_\phi^2}{12}\right) d\lambda \quad (3.46)$$

et les expressions de la force de Lorentz ($\mathbf{f}_{\text{Lor}} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$) s'écrivent :

$$f_z (\text{Lor}) = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi^2 (r^2 + z^2)^{3/2}} \left(1 - \frac{z}{(r^2 + z^2)^{1/2}}\right) \quad (3.47)$$

$$f_r (\text{Lor}) = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi^2 (r^2 + z^2)^{3/2}} \left(1 - \frac{z}{(r^2 + z^2)^{1/2}}\right) \left(-\frac{z}{r}\right) \quad (3.48)$$

avec j_z, j_r sont les composantes z et r de \mathbf{j} , B_θ est la composante θ de \mathbf{B} , J_0 et J_1 sont les fonctions de Bessel¹ d'ordre zéro et de premier ordre, et $f_z (\text{Lor}), f_r (\text{Lor})$ sont les composantes z et r de la force de Lorentz \mathbf{f}_{Lor} .

1. Pour les valeurs entières de n , les fonctions de Bessel J_n sont définies par la série entière suivante :

$$J_n(x) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p}{p!(n+p)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2p+n}$$

	Méthode (B)	Méthode (A)	Kou et al. [12]
$\max j_x $ (A·m ⁻²)	$1,69 \times 10^7$	$1,69 \times 10^7$	$1,63 \times 10^7$
$\max j_y $ (A·m ⁻²)	$1,69 \times 10^7$	$1,69 \times 10^7$	$1,63 \times 10^7$
$\max j_z $ (A·m ⁻²)	$3,69 \times 10^7$	$3,69 \times 10^7$	$3,65 \times 10^7$
$\max B_x $ (T)	$1,76 \times 10^{-2}$	$1,73 \times 10^{-2}$	$1,71 \times 10^{-2}$
$\max B_y $ (T)	$1,76 \times 10^{-2}$	$1,72 \times 10^{-2}$	$1,71 \times 10^{-2}$
$\max B_z $ (T)	$6,17 \times 10^{-15}$	$4,76 \times 10^{-5}$	0
$\max f_{x \text{ (Lor)}} $ (N·m ⁻³)	$3,58 \times 10^5$	$3,47 \times 10^5$	$3,50 \times 10^5$
$\max f_{y \text{ (Lor)}} $ (N·m ⁻³)	$3,59 \times 10^5$	$3,49 \times 10^5$	$3,51 \times 10^5$
$\max f_{z \text{ (Lor)}} $ (N·m ⁻³)	$2,88 \times 10^5$	$2,82 \times 10^5$	$2,72 \times 10^5$

TAB. 3.1: Comparaison entre nos calculs et les solutions analytiques de Kou et al. [12] sur les valeurs maximales absolues de la densité de courant \mathbf{j} , de l'induction magnétique \mathbf{B} et de la force de Lorentz \mathbf{f}_{Lor} dans la plaque. Méthode (A) : FEM Galerkin et méthode (B) : LSFEM.

Les équations (3.45) et (3.48) peuvent s'écrire dans le système de coordonnées cartésiennes :

$$j_x = j_r \frac{x}{r} \quad \text{et} \quad f_{x \text{ (Lor)}} = f_r \text{ (Lor)} \frac{x}{r} \quad (3.49)$$

$$j_y = j_r \frac{y}{r} \quad \text{et} \quad f_{y \text{ (Lor)}} = f_r \text{ (Lor)} \frac{y}{r} \quad (3.50)$$

3.3.1.2 Maillage et conditions aux limites utilisées

Pour nos calculs, la configuration géométrique employée est présentée sur la figure 3.1. Une plaque complète de 100 mm de longueur, 40 mm de largeur et 10 mm de hauteur est utilisée et une distribution gaussienne de courant, d'intégrale 160 A, est imposée au centre de la surface supérieure. Le rayon de la Gaussienne pour la densité de courant électrique est fixé à $\sigma_\phi = 2$ mm. Les conditions aux limites sont celles présentées dans la section 2.3.1.

Dans cette configuration particulière, le maillage pour lequel les solutions calculées sont convergées spatialement, est constitué de 250 000 éléments hexaédriques linéaires.

3.3.1.3 Résultats

Les composantes j_x , j_y et j_z de la densité de courant et $f_{x \text{ (Lor)}}$, $f_{y \text{ (Lor)}}$ et $f_{z \text{ (Lor)}}$ de la force électromagnétique, sont comparées avec les valeurs correspondantes obtenues à partir des solutions analytiques de Kou et al. [12] sur les figures 3.2, 3.3 et 3.4. Comme indiqué dans la section précédente, on a calculé l'induction magnétique par deux méthodes d'éléments finis différentes : la méthode FEM Galerkin, notée « Modèle (A) » et la méthode LSFEM, notée « Modèle (B) ». Les résultats montrent que les valeurs calculées par les deux méthodes sont similaires à celles obtenues par Kou et al. excepté pour la composante y de la force de Lorentz (figure 3.3 à droite) qui présente une différence de 10 %. Cette différence peut être attribuée à l'hypothèse d'axisymétrie des solutions analytiques.

Également, le tableau 3.1 montre des différences faibles entre nos calculs et les solutions de Kou et al. en termes de valeurs maximales absolues pour la densité de courant, l'induction magnétique et la force de Lorentz.

3. Modélisation de l'électromagnétisme

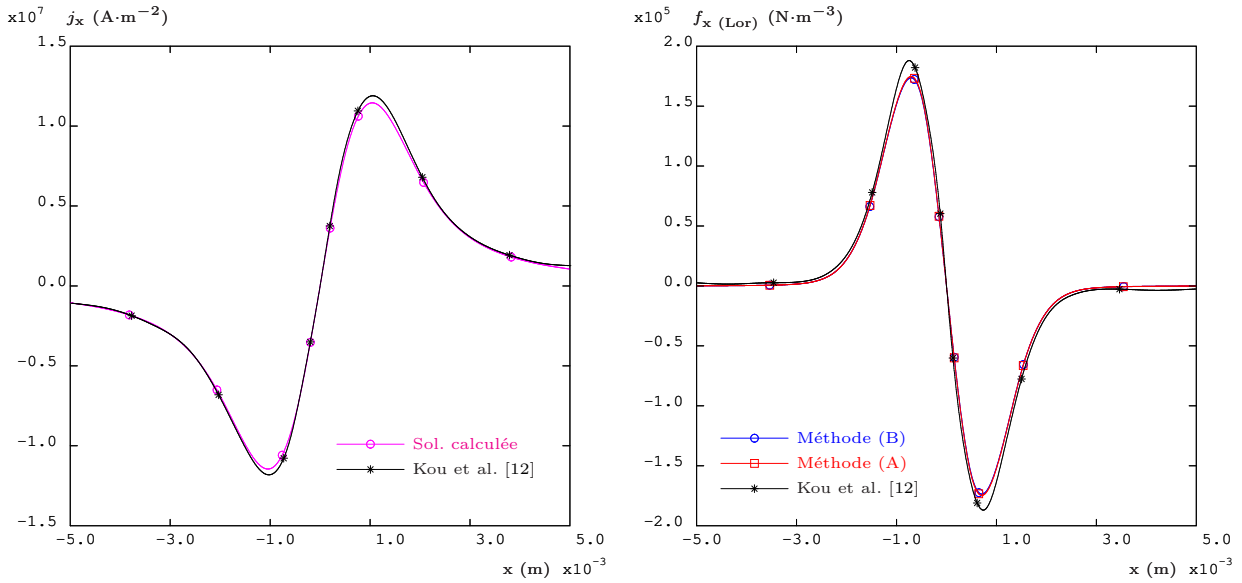


FIG. 3.2: Comparaison entre nos calculs et les solutions analytiques de Kou et al. [12]. Densité de courant j_x (gauche) et force de Lorentz f_x (Lor) (droite) à $y = 0,7$ mm et $z = -0,1$ mm. Méthode (A) : FEM Galerkin et méthode (B) : LSFEM.

3.3.2 Comparaison avec les solutions de Tsao et al. [13]

Dans cette sous-section, nous comparons nos résultats numériques avec les solutions analytiques simplifiées de Tsao et al. [13]. Nous avons recalculé les expressions qu'ils ont proposées.

3.3.2.1 Présentation des solutions analytiques simplifiées

En plus des hypothèses utilisées par Kou et al., Tsao et al. [13] a également effectué l'hypothèse forte suivante : la composante r de la densité de courant dans la pièce est prise comme une valeur moyenne à travers l'épaisseur L ; B_θ et j_z diminuent linéairement avec z et deviennent nulles à la surface inférieure de la pièce. En considérant un coefficient de distribution de la densité de courant gaussienne à la surface supérieure égal à 0,5, on obtient les expressions :

$$j_z = \frac{I}{2\pi\sigma_\phi^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_\phi^2}\right) \quad \text{sur la surface supérieure} \quad (3.51)$$

On a également les expressions suivantes pour le champ de force de Lorentz dans le repère cartésien :

$$f_x(\text{Lor}) = -\frac{\mu_0 I^2}{4\pi^2 \sigma_\phi^2 r} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_\phi^2}\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_\phi^2}\right)\right) \left(1 - \frac{z}{L}\right)^2 \frac{x}{r} \quad (3.52)$$

$$f_y(\text{Lor}) = -\frac{\mu_0 I^2}{4\pi^2 \sigma_\phi^2 r} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_\phi^2}\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_\phi^2}\right)\right) \left(1 - \frac{z}{L}\right)^2 \frac{y}{r} \quad (3.53)$$

$$f_z(\text{Lor}) = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi^2 r^2 L} \left(1 - \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_\phi^2}\right)\right)^2 \left(1 - \frac{z}{L}\right) \quad (3.54)$$

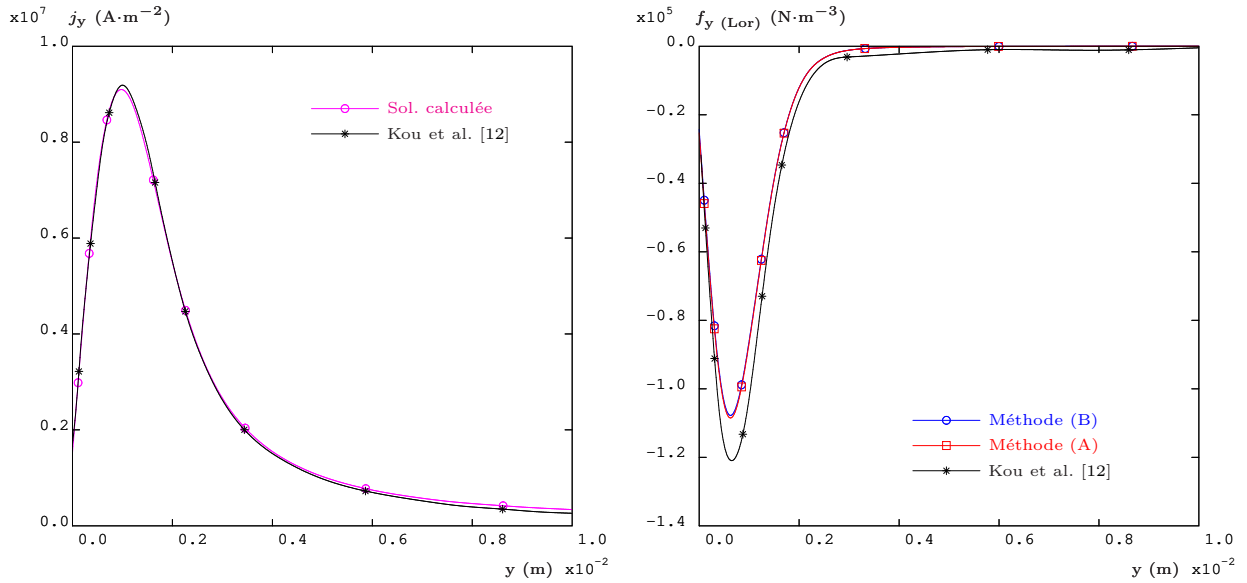


FIG. 3.3: Comparaison entre nos calculs et les solutions analytiques de Kou et al. [12]. Densité de courant j_y (gauche) et force de Lorentz $f_y(\text{Lor})$ (droite) à $x = -1$ mm et $z = -0,1$ mm. Méthode (A) : FEM Galerkin et méthode (B) : LSFEM.

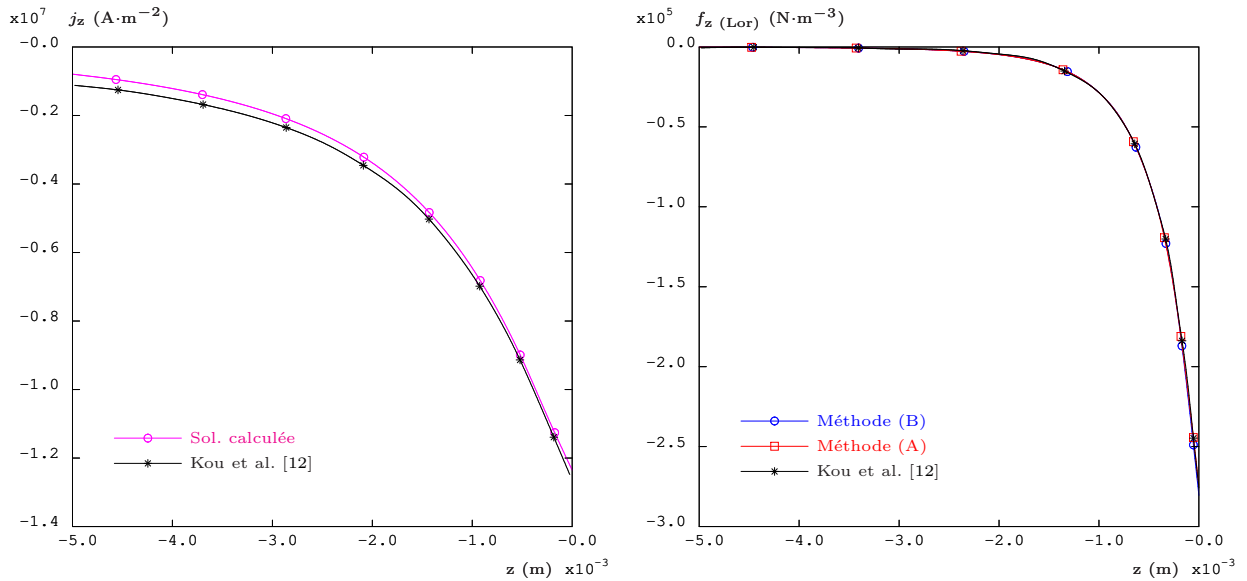


FIG. 3.4: Comparaison entre nos calculs et les solutions analytiques de Kou et al. [12]. Densité de courant j_z (gauche) et force de Lorentz $f_z(\text{Lor})$ (droite) à $x = -1$ mm et $y = 0,7$ mm. Méthode (A) : FEM Galerkin et méthode (B) : LSFEM.

3.3.2.2 Maillage et conditions aux limites utilisées

Pour nos calculs, la géométrie de la plaque, les conditions aux limites et autres paramètres sont pris égaux à ceux de la section précédente 3.3.1.2.

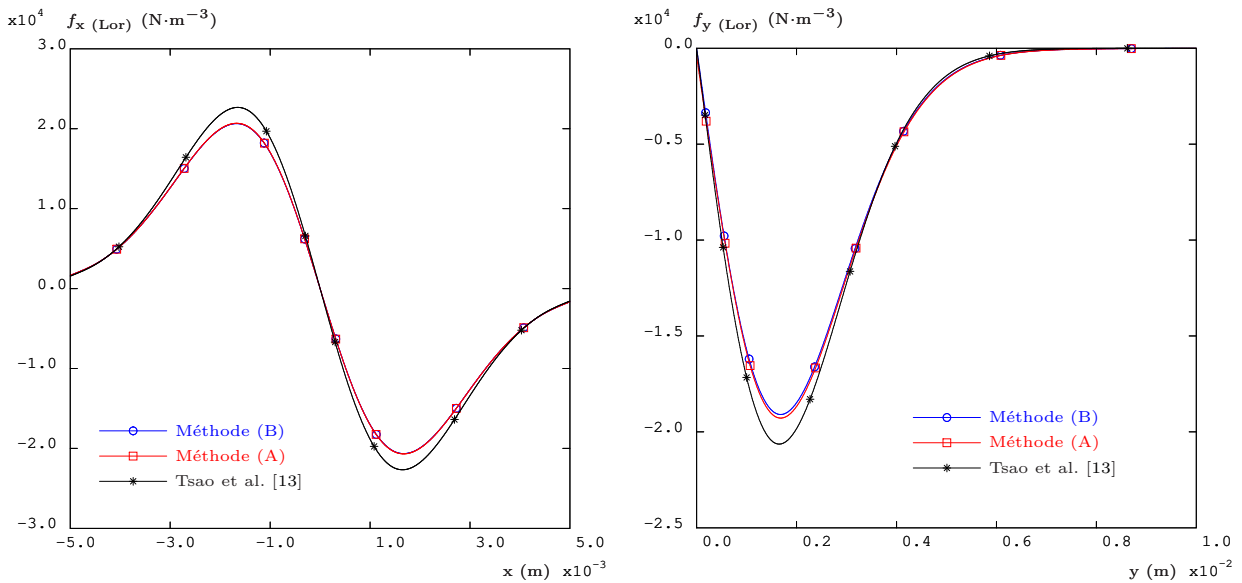


FIG. 3.5: Comparaison entre nos calculs et les solutions analytiques simplifiées de Tsao et al. [13] sur les composantes x et y de la force de Lorentz. À gauche : f_x (Lor) à $y = 0,7$ mm et $z = -0,1$ mm. À droite f_y (Lor) à $x = -1$ mm et $z = -0,1$ mm.

3.3.2.3 Résultats

Les composantes f_x (Lor), f_y (Lor) et f_z (Lor) calculées de la force de Lorentz sont comparées avec les valeurs correspondantes obtenues à partir des expressions analytiques de Tsao et al. [13] sur les figures 3.5 et 3.6. Les valeurs f_x (Lor) et f_y (Lor) trouvées concordent avec les solutions analytiques (figure 3.5).

Les résultats calculés avec la solution de Tsao et al. [13] montrent que la valeur de la composante verticale z de la force de Lorentz est plus petite que celles des deux autres composantes x , y . Ceci est également le cas avec nos valeurs numériques. Toutefois, on observe sur la figure 3.6 que le comportement de cette composante verticale obtenue par nos calculs est qualitativement assez différent de la variation linéaire de la solution analytique simplifiée de Tsao et al. Il semblerait donc que cette hypothèse de variation linéaire ne soit pas très appropriée dans notre cas.

3.3.3 Comparaison entre les méthodes numériques LSFEM et FEM Galerkin

Suite aux comparaisons effectuées entre nos méthodes numériques et les solutions analytiques de Kou et al. [12] et analytiques simplifiées de Tsao et al. [13], on peut conclure que :

- l'accord entre les solutions calculées par nos méthodes numériques et les solutions analytiques est quantitativement bon dans la limite de certaines hypothèses effectuées (axisymétrie et, pour Tsao et al. [13], j_r indépendant de z) ;
- les deux méthodes numériques LSFEM et FEM Galerkin fournissent des résultats essentiellement identiques sur les variables de sortie dans le cas étudié.

En conséquence, un critère de choix est celui de la rapidité de calcul des solutions. On verra dans la section suivante 3.4 que la méthode FEM Galerkin est environ 25 % plus rapide que la méthode LSFEM. En effet, la matrice de rigidité FEM Galerkin est moins remplie que celle créée par la méthode LSFEM car elle est diagonale par bloc. Par conséquent, nous utiliserons préférentiellement, dans la suite de la thèse, la méthode numérique FEM Galerkin pour simuler les phénomènes électromagnétiques en couplage avec le modèle thermohydraulique.

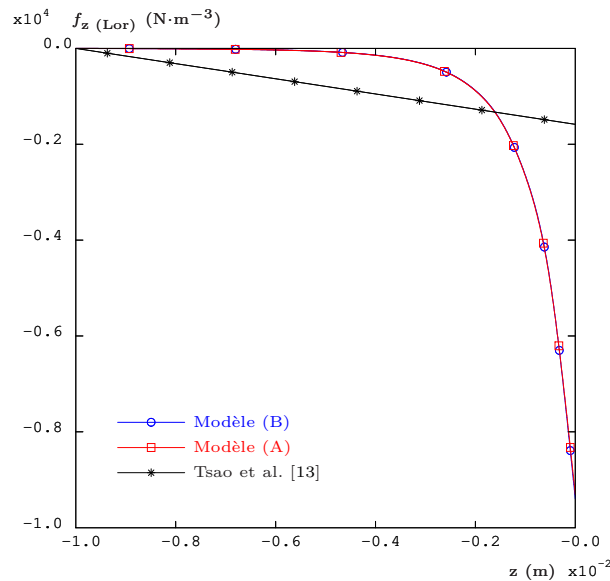


FIG. 3.6: Comparaison entre nos calculs et la solutions analytique simplifiée de Tsao et al. [13] sur la composante verticale de la force de Lorentz f_z (Lor) à $x = -1$ mm et $y = 0,7$ mm.

3.3.4 Distribution du courant et de l'induction magnétique

Afin d'avoir une meilleure idée de la répartition spatiale des champs, nous nous intéressons ici aux distributions de la densité de courant et de l'induction magnétique dans la pièce. La figure 3.7 les montre dans une partie du plan de symétrie (partie bleu) et du plan parallèle à la surface inférieure (partie rouge). Les deux plans rectangulaires ont les mêmes dimensions de 10 mm de longueur et 5 mm de largeur. De plus, le plan rouge se situe à la position $z = -2$ mm. Ces distributions sont tracées dans le cadre de la comparaison avec la solution analytique de Kou et al. [12] (section 3.3.1). Elles sont comparables à celles obtenues par Roger et al. [70].

3.3.5 Influence de la position de la torche sur la force électromagnétique

L'objectif de cette section est d'analyser la variation de la force électromagnétique f_{Lor} lorsque la torche prend différentes positions au-dessus de la pièce, comme ce qui a été fait dans l'article de Kumar et al. [46]. Les paramètres géométriques, les conditions aux limites et les paramètres d'entrée sont les mêmes que ceux de la comparaison avec la solution analytique de Kou et al. [12] (voir la section 3.3.1.2). On considère 3 positions (x, y) pour la torche au-dessus de la surface de la pièce : $(0, 0)$, $(-17, 0)$ et $(-40, 0)$.

Les valeurs maximales de la force de Lorentz calculées pour les trois emplacements de la torche sont comparées dans le tableau 3.2. Lorsque la torche est en $(0, 0)$, la distribution de la force électromagnétique est symétrique en x . Lorsque la torche est en $(-17, 0)$ et $(-40, 0)$, la force de Lorentz a une distribution asymétrique dans le domaine de calcul du fait des conditions aux limites. Cette distribution asymétrique ne peut pas être calculée à partir des modèles simplifiés. Une position de la torche en périphérie $(-40, 0)$ conduit à une augmentation d'environ 10% de l'intensité des composantes x , z de la force de Lorentz et n'influe pas sur l'intensité de la composante y de cette force par rapport à la position centrale $(0, 0)$. On peut en déduire que la variation de l'emplacement de la torche par rapport à la position centrale fait varier faiblement l'intensité de la force de Lorentz, d'environ 10%.

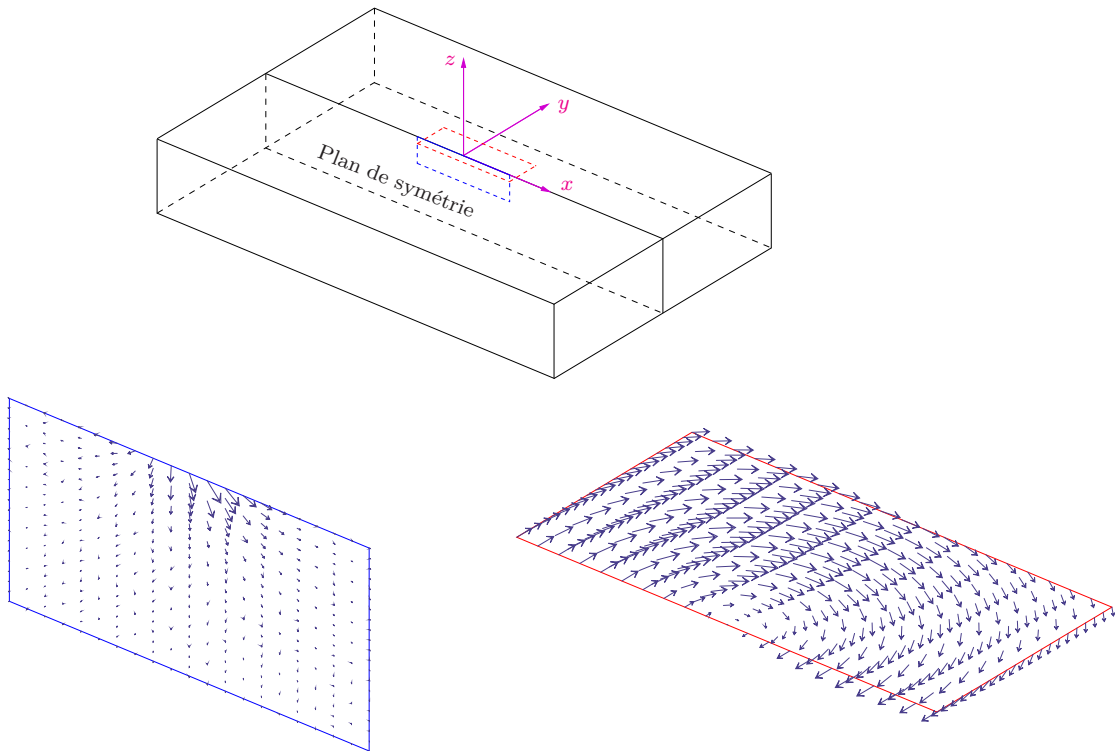


FIG. 3.7: Distributions de la densité de courant \mathbf{j} dans le plan de symétrie (contour bleu) et de l'induction magnétique \mathbf{B} dans le plan $z = -2$ mm (contour rouge).

Position d'arc	$x = -40$ mm et $y = 0$ mm	$x = -17$ mm et $y = 0$ mm	$x = 0$ mm et $y = 0$ mm
$\max f_x(\text{Lor}) $ ($\text{N}\cdot\text{m}^{-3}$)	$3,78 \times 10^5$	$3,48 \times 10^5$	$3,47 \times 10^5$
$\max f_y(\text{Lor}) $ ($\text{N}\cdot\text{m}^{-3}$)	$3,48 \times 10^5$	$3,49 \times 10^5$	$3,49 \times 10^5$
$\max f_z(\text{Lor}) $ ($\text{N}\cdot\text{m}^{-3}$)	$3,01 \times 10^5$	$2,82 \times 10^5$	$2,82 \times 10^5$

TAB. 3.2: Comparaison des valeurs maximales absolues de la force de Lorentz \mathbf{f}_{Lor} pour différentes positions de la torche au-dessus de la pièce.

3.4 Influence de l'électromagnétisme sur le modèle bain

La prise en compte des phénomènes électromagnétiques dans le modèle complet de soudage avec bain rajoute une force motrice volumique (force de Lorentz) et une source de chaleur volumique (effet Joule) qui affectent l'écoulement et le transfert de chaleur, respectivement. Dans cette section, nous étudierons tout d'abord les variations de forme du bain de soudage avec et sans la force de Lorentz. Ensuite, l'importance des contributions des différentes forces motrices et sources thermiques seront évaluées à l'aide des bilans globaux de puissance mécanique et de puissance thermique. Nous comparerons les résultats issus de cette étude avec la littérature.

3.4.1 Formes de bain fondu

On s'intéresse ici à l'effet des phénomènes électromagnétiques sur la géométrie du bain de soudage. On compare les formes de bain tracées dans le plan de symétrie. Le bain de fusion est caractérisé par sa température, prise supérieure à celle du solidus. Nous nous sommes intéressés

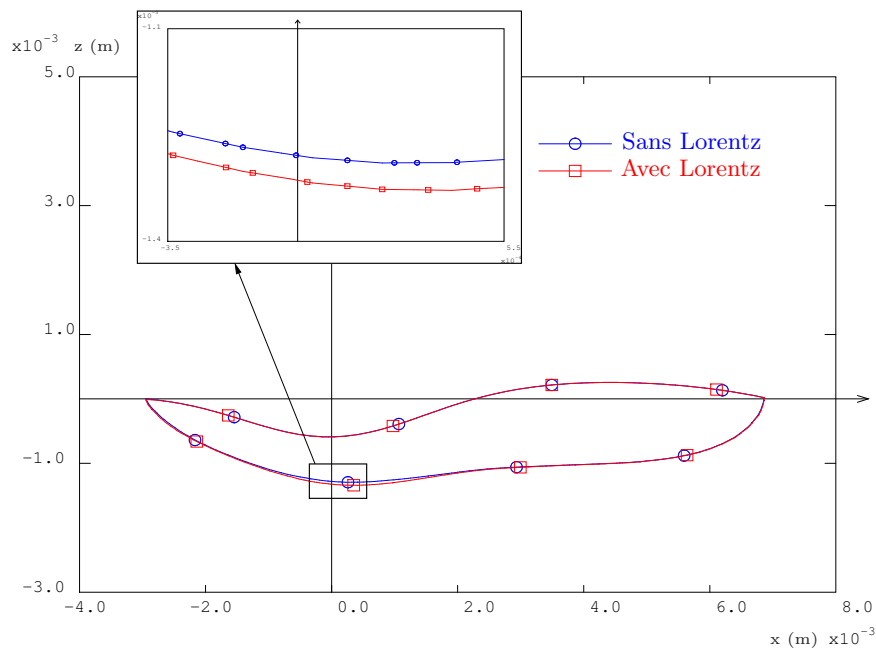


FIG. 3.8: Coupe longitudinale du bain de fusion sans et avec prise en compte de la force de Lorentz.

Cas	T_{\max} (K)	$\ \mathbf{u}\ _{\max}$ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	Long (mm)	Larg (mm)	Péné (mm)	Temps CPU (h)
Sans Lorentz	2477	0,25	9,66	4,01	1,21	31,9
Avec Lorentz	2525	0,25	9,66	4,01	1,26	48,5

TAB. 3.3: Grandeurs simulées sans et avec prise en compte de la force de Lorentz.

au cas à 10 ppm de soufre et tous les paramètres d'entrée sont identiques à ceux du calcul de la section 4.1. Les grandeurs d'intérêt simulées sont récapitulées dans le tableau 3.3.

Sur la figure 3.8, on peut noter une légère augmentation, d'environ 5 %, de la pénétration du bain de fusion en présence de l'électromagnétisme. On explique cette augmentation par le fait que l'écoulement induit par la force de Lorentz tend à creuser le bain. Cependant, cette force n'est pas suffisamment grande pour changer le sens de l'écoulement car la force de Marangoni est dominante. Ceci se voit également sur la valeur maximale de la vitesse ($0,25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) qui est inchangée, que l'on prenne en compte ou pas les effets électromagnétiques.

On observe également, sur le champ de température, une augmentation de la valeur maximale d'environ 50 K (2 %) en présence des phénomènes électromagnétiques. Cela peut être expliqué par les deux raisons suivantes : premièrement, l'écoulement centrifuge produit par la force de Lorentz tend à ramener la chaleur vers le centre du bain, et deuxièmement, le bain fondu acquiert un supplément d'énergie à cause de l'effet Joule.

Les résultats montrés sont calculés sur un maillage de 250 000 éléments hexaédriques, qui permet d'assurer une convergence sur les observables. Le coût d'un calcul avec la force de Lorentz est évidemment plus élevé que sans cette dernière. De plus, dans nos simulations, nous avons recalculé la force de Lorentz et l'effet Joule à chaque itération non linéaire du fait de leur dépendance à la géométrie. Le temps de réalisation d'une simulation augmente alors d'environ 50 % quand on prend en compte les phénomènes électromagnétiques (tableau 3.3).

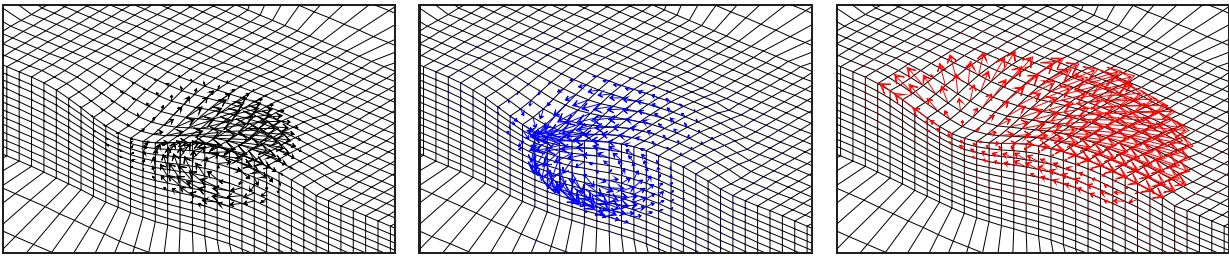


FIG. 3.9: Écoulements dans le bain fondu induits par chacune des forces motrices : Boussinesq (noire), Lorentz (bleu) et Marangoni (rouge). Pour des raisons de clarté, les images montrées ci-dessus sont affichées sur un maillage de 40 000 éléments.

Force motrice	$\ \mathbf{u}\ _{\max}$ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	Long (mm)	Larg (mm)	Péné (mm)
Boussinesq	0,002	8,61	3,61	1,96
Lorentz	0,13	8,24	3,45	2,86
Marangoni	0,25	9,66	4,01	1,21

TAB. 3.4: Grandeurs simulées en utilisant une unique force motrice.

3.4.2 Comparaison des forces motrices

Pour mieux comprendre l'influence des principales forces motrices dans le bain de fusion, nous avons calculé individuellement l'effet des forces motrices en supposant une seule force active à la fois comme dans les travaux de Tanaka et al. [25] et de Matsunawa et al. [77].

La figure 3.9 montre précisément les écoulements obtenus dans le bain de fusion en utilisant individuellement chacune des forces motrices : force de Boussinesq, de Lorentz et de Marangoni. La direction de la force de Boussinesq est opposée à la gravité, donc cette force engendre des courants convectifs ayant tendance à élargir le bain. Au contraire, la force de Lorentz est dirigée vers l'axe de soudage et a tendance à creuser le bain (écoulements centripètes). Enfin, la valeur négative du gradient de tension de surface (par rapport à la température), correspondant à une composition en soufre de 10 ppm, conduit à des écoulements vers l'extérieur. Malgré la différence qualitative entre ces écoulements, l'écoulement combiné produit par les trois forces motrices ressemble à celui produit par la seule force de Marangoni car la force de Marangoni est beaucoup plus intense que les autres forces.

La coupe longitudinale et la vue du dessus du bain de fusion en utilisant une seule force motrice sont présentées sur la figure 3.10. La distribution des écoulements décide principalement de la forme du bain de soudage pour un même apport d'énergie. La force de Marangoni et la force de Boussinesq produisent des écoulements centrifuges alors que la force de Lorentz produit un écoulement centripète. La force de Marangoni est plus intense que la force de Boussinesq, et donne le bain le plus long (9,66 mm), le plus large (4,01 mm) et le moins pénétré (1,21 mm). Par contraste, la force de Lorentz donne le bain le moins long (8,24 mm), le moins large (3,45 mm) et le plus pénétré (tableau 3.4).

Plusieurs auteurs [25, 76, 20, 77] ont étudié les valeurs de vitesse maximale induites par chaque force motrice. Mais la plupart de ces études du soudage à l'arc TIG sont effectuées en 2D axisymétrique. Elles donnent la même conclusion, à savoir qu'à l'inverse de la force de Boussinesq la force de Marangoni engendre de fortes valeurs de vitesse. D'où le classement des trois forces par ordre d'importance décroissant : force de Marangoni, force de Lorentz et force de Boussinesq. Cette

3.4. Influence de l'électromagnétisme sur le modèle bain

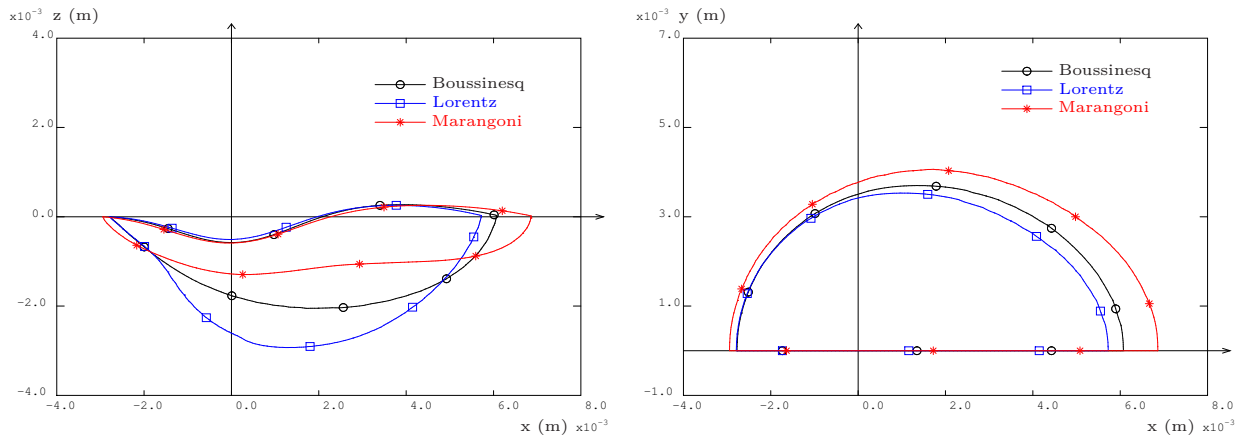


FIG. 3.10: Coupe longitudinale (gauche) et vue du dessus (droite) du bain de fusion en utilisant une seule force motrice.

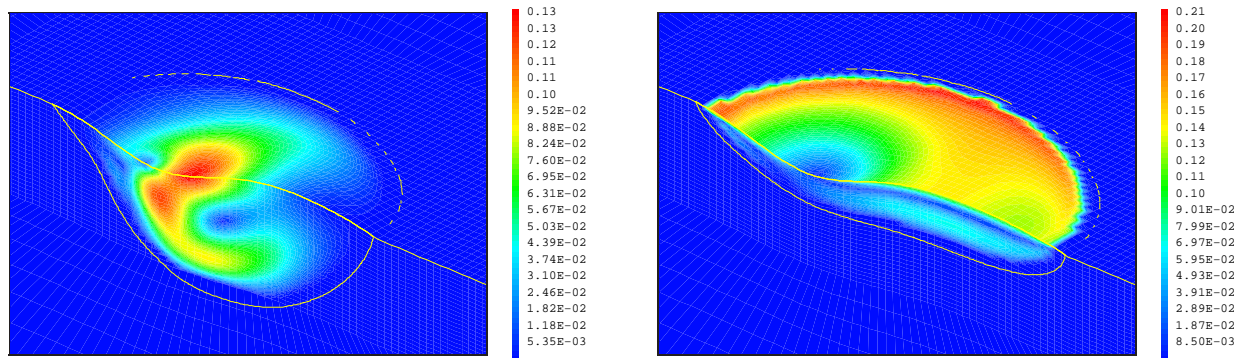


FIG. 3.11: Champ de norme de la vitesse $\|\mathbf{u}\|$ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) tracé dans le bain liquide et induit par la seule force de Lorentz (gauche) ou par la seule force de Marangoni (droite).

hiérarchie est confirmée par notre modèle 3D. Les vitesses maximales d'écoulement obtenues par le calcul sont respectivement de $0,002\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $0,13\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $0,25\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ pour la force de flottabilité, la force électromagnétique et la force due au gradient de tension de surface.

Malgré le fait que la valeur maximale de la vitesse induite par la force de Lorentz ne soit pas négligeable devant celle obtenue par la force de Marangoni (la moitié), lorsque les deux forces motrices sont présentes, l'effet de la force de Lorentz est relativement faible par rapport à la force de Marangoni. On explique ce fait à l'aide de la figure 3.11 qui montre que les zones d'influence maximale des deux forces sont différentes : de plus grande taille et proche du bord du bain pour Marangoni, de plus petite taille et proche du centre du bain pour Lorentz. On note également que la valeur maximale de la vitesse obtenue par la force de Marangoni est de $0,25\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ alors que celle montrée sur l'échelle de vitesse est de $0,21\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (figure 3.11 à droite) : en effet, cette valeur maximale est obtenue à l'intérieur du bain de soudage et non sur la surface.

La distribution de la vitesse d'écoulement dans le bain fondu confirme la tendance mentionnée par Kim et al. [55], à savoir que la force électromagnétique se concentre notamment au niveau de la position de la torche de soudage et que la force due au gradient de tension de surface se concentre au bord de la surface libre.

3. Modélisation de l'électromagnétisme

Description des puissances	Bas soufre 10 ppm	Haut soufre 300 ppm
Puissance de la force de Marangoni $\int_{\partial\Omega_{\text{Mar}}} \frac{\partial\gamma}{\partial T} \nabla_s T \cdot \mathbf{u} \, d\partial\Omega_{\text{Mar}}$	$3,04 \times 10^{-4}$	$1,12 \times 10^{-4}$
Puissance de la force visqueuse $-\int_{\Omega} \mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) : \nabla \mathbf{u} \, d\Omega$	$-2,90 \times 10^{-4}$	$-1,04 \times 10^{-4}$
Puissance de la force d'extinction des vitesses $\int_{\Omega} -c(1 - f_1) \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \, d\Omega$	$-5,92 \times 10^{-6}$	$-1,11 \times 10^{-6}$
Puissance de la force de convection $-\int_{\Omega} \rho (\nabla \mathbf{u}) \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) \cdot \mathbf{u} \, d\Omega$	$-5,11 \times 10^{-6}$	$-3,72 \times 10^{-6}$
Puissance de la force électromagnétique $\int_{\Omega} (\mathbf{j} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{u} \, d\Omega$	$-3,81 \times 10^{-6}$	$-3,03 \times 10^{-6}$
Puissance de la force de flottabilité $\int_{\Omega} \rho \mathbf{g} \beta (T - T_{\text{réf}}) \cdot \mathbf{u} \, d\Omega$	$4,48 \times 10^{-8}$	$7,57 \times 10^{-9}$
Puissance de la force de pression $\int_{\Omega} p \nabla \cdot \mathbf{u} \, d\Omega$	0,00	0,00
Bilan de puissance	$-1,29 \times 10^{-7}$	$-4,49 \times 10^{-8}$

TAB. 3.5: Bilan de puissance mécanique (W) des forces mises en jeu dans le bain de soudage et pour deux valeurs de teneur en soufre : 10 ppm et 300 ppm. La puissance due au terme de convection comprend également celle due au décentrement de ce terme. Elle n'est pas écrite ici par souci de concision.

Afin de comparer l'importance des différentes forces mises en jeu dans le bain de soudage, on effectue le bilan de puissance mécanique en multipliant l'équation de conservation de la quantité de mouvement (éq. (2.26)) par la vitesse \mathbf{u} et en intégrant chaque terme sur son domaine d'action. Plus précisément, on calcule : $\int_{\Omega} \mathbf{f}_{\Omega} \cdot \mathbf{u} \, d\Omega$ pour les forces volumiques et $\int_{\partial\Omega} \mathbf{f}_{\partial\Omega} \cdot \mathbf{u} \, d\partial\Omega$ pour les forces surfaciques où Ω est le domaine de calcul et $\partial\Omega$ sa frontière.

Les puissances associées à chaque force sont listées dans le tableau 3.5 pour deux valeurs de teneur en soufre 10 ppm et 300 ppm. Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons particulièrement à l'importance relative de la force de Lorentz. La teneur en soufre agit sur la dérivée de la tension de surface par rapport à la température selon la loi de Sahoo [27]. Avec une concentration en soufre de 10 ppm, la valeur de $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$ est négative sur toute la plage de l'échelle de température. Par contre, avec une haute teneur en soufre de 300 ppm, $\frac{\partial\gamma}{\partial T}$ est positive uniquement sur une partie de la plage de température.

Nous remarquons que, pour les deux valeurs de teneur en soufre haute et basse, la puissance de la force Marangoni, de l'ordre de 1×10^{-4} W, est prépondérante face aux autres forces source du mouvement dans le bain. En effet, la résultante de la puissance de la force électromagnétique est de l'ordre de 1×10^{-6} W, et celle de la force de flottabilité est de l'ordre de 1×10^{-8} W (10 ppm de soufre) ou 1×10^{-9} W (300 ppm de soufre).

La valeur positive de la puissance de la force de gradient de tension de surface signifie que cette force produit principalement l'écoulement. Aussi, la valeur positive de la puissance due à la force de flottabilité signifie que cette force joue globalement dans le même sens que la force de Marangoni. En revanche, la valeur négative de la puissance de la force électromagnétique indique que cette dernière tend à résister à l'écoulement. Cependant, l'intensité de cette force de Lorentz est ici trop faible pour pouvoir changer le sens de l'écoulement.

3.4.3 Comparaison des sources de chaleur

À notre connaissance, il y a peu de travaux dans la littérature présentant un bilan énergétique pour des configurations de soudage en 3D. Il est utile de quantifier l'importance de la contribution du phénomène électromagnétique, en particulier de l'effet Joule, et de préciser les transferts d'énergie dans le problème thermique. Les contributions énergétiques mises en jeu dans la pièce sont donc calculées et listées dans le tableau 3.6.

De la même manière que pour le bilan des puissances mécaniques, nous traitons deux cas de teneur en soufre, 10 ppm et 300 ppm. La valeur de l'effet Joule est quasiment indépendante de la teneur en soufre car elle ne dépend que de l'intensité du courant \mathbf{j} et de la géométrie de la plaque. Ici, l'intensité du courant est fixée et seule la géométrie de la surface de la pièce dans la zone fluide varie un peu.

L'effet Joule participe légèrement au chauffage du bain de soudage, mais sa contribution est très faible, de l'ordre de 0,5 % de la chaleur apportée par l'arc, selon le tableau 3.6. Ce résultat reproduit la tendance trouvée par Tanaka [25] et Brochard [1] pour des modèles 2D axisymétriques.

On remarque également que les pertes d'énergie par rayonnement et par convection en surface représentent environ 5 % de l'énergie apportée, le reste étant évacué par convection et diffusion dans la masse de la pièce.

Description des puissances	Bas soufre 10 ppm	Haut soufre 300 ppm
Source de chaleur $\int_{\partial\Omega_{\text{Sur}}} \frac{UI\eta}{2\pi\sigma_q^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_q^2}\right) d\partial\Omega_{\text{Sur}}$	612,00	612,00
Pertes par diffusion $\int_{\partial\Omega_{T=T_0}} -\lambda\nabla T d\partial\Omega_{T=T_0}$	-441,95	-440,07
Pertes par transport $-\int_{\Omega} \rho(\nabla h) \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) d\Omega$	-137,74	-137,66
Pertes par rayonnement $-\int_{\partial\Omega_{\text{Ray}}} \epsilon\sigma_B (T^4 - T_\infty^4) d\partial\Omega_{\text{Ray}}$	-27,89	-29,85
Pertes par convection en surface $-\int_{\partial\Omega_{\text{Cvs}}} h_c (T - T_\infty) d\partial\Omega_{\text{Cvs}}$	-6,54	-6,51
Effet Joule $\int_{\Omega} \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} d\Omega$	2,12	2,11
Bilan de puissance	$4,14 \times 10^{-3}$	$2,09 \times 10^{-2}$

TAB. 3.6: Bilan de puissance thermique (W) pour les différents termes mis en jeu dans le bain de soudage et pour deux valeurs de teneur en soufre : 10 ppm et 300 ppm. La puissance due au terme de convection comprend également celle due au décentrement de ce terme. Elle n'est pas écrite ici par souci de concision.

Conclusions du chapitre 3

Dans ce chapitre, nous avons commencé par présenter les équations de l'électromagnétisme et leur version simplifiée (stationnaire) utilisée dans le cadre de cette thèse dans le but de disposer d'un modèle complet 3D de soudage pour la pièce.

Nous avons ensuite évalué deux manières d'aborder la résolution du problème magnétostatique : l'une travaillant directement sur l'induction magnétique \mathbf{B} , la méthode LSFEM reprise de Brochard [1] et étendue au 3D ; l'autre, plus traditionnellement utilisée dans les modèles de soudage, introduisant le potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} et utilisant une méthode d'éléments finis de Galerkin standard (FEM).

L'étude de deux solutions analytiques pour l'électromagnétisme, issues de la littérature et proposées par Kou et al. [12] et par Tsao et al. [13], a montré que les deux méthodes produisaient des résultats très similaires. Toutefois, la méthode FEM standard est environ 25 % plus rapide que la méthode LSFEM et c'est donc celle que nous avons retenue pour la suite. Nous avons conclu la partie électromagnétique seule par une analyse qualitative de la variation de la force de Lorentz lorsque la torche n'est plus centrée sur la pièce. Cette variation est faible, de l'ordre de 10 %.

Le rôle de l'électromagnétisme, dans notre modèle 3D complet de la pièce, a été considéré ensuite dans un cas typique. Il s'avère que, dans ce cas, la prise en compte de l'électromagnétisme induit des effets assez faibles sur les observables par rapport au cas sans électromagnétisme. Typiquement, on observe une augmentation de la pénétration du bain de soudage d'environ 5 % et une augmentation de la température d'environ 50 K (2 %). La vitesse maximale de l'écoulement est inchangée, ce qui permet de déduire que la force Marangoni domine la force de Lorentz dans ce cas. Par contre, on note une augmentation du temps de calcul 50 % par rapport au cas sans électromagnétisme car ce dernier doit être recalculé à chaque pas du fait de la variation de la géométrie due à la surface libre.

Une analyse de l'effet individuel de chaque force motrice de l'écoulement (Marangoni, Lorentz, Boussinesq) a ensuite été poursuivie. La force de Marangoni tend à allonger le bain et à le rendre moins pénétrant alors que la force de Lorentz produit des effets contraires. La vitesse maximale obtenue en activant uniquement les forces de Lorentz n'est pas négligeable par rapport à celle obtenue en activant uniquement les forces de Marangoni ($0,13 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ contre $0,25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$). Pourtant, dans le cas étudié, la conjugaison des deux conduit qualitativement à la supériorité de l'effet Marangoni du fait de la différence du champ d'influence des deux forces : proche du bord de la surface libre pour la force de Marangoni et proche de la position de la torche pour la force de Lorentz.

L'effet des forces motrices et des sources de chaleur a finalement été quantifié, pour le cas étudié et pour deux teneurs en soufre (10 ppm et 300 ppm), par l'établissement des bilans de puissance mécanique et thermique. L'analyse du bilan mécanique a confirmé la prépondérance de la force Marangoni sur les autres forces, la force de Lorentz ayant un effet du second ordre de freinage de l'écoulement. Cette tendance est cohérente avec celles obtenues dans une configuration 2D axisymétrique par Tanaka et al. [25] et Brochard [1]. L'analyse du bilan thermique a montré une contribution négligeable de l'effet Joule dans la pièce (0,5 % de la chaleur apportée par l'arc) et une contribution faible des pertes thermiques par rayonnement et convection (5 %) pour le cas étudié.

On peut donc conclure que, sur le cas étudié, les effets des phénomènes électromagnétiques, sont des corrections du second ordre par rapport aux phénomènes dominants. Toutefois, dans des cas plus généraux, par exemple à plus fort courant ou pour des positions de soudage différentes, il n'est pas du tout exclu que cette hiérarchie puisse être bousculée.

Chapitre 4

Simulations de différentes configurations de soudage

Sommaire

Objectifs du chapitre 4	82
4.1 Étude de convergence en maillage	82
4.2 Étude des hypothèses de modélisation	83
4.2.1 Influence de la surface libre déformable	83
4.2.2 Influence du modèle de tension de surface	85
4.2.3 Influence du modèle d'extinction des vitesses	88
4.3 Étude de l'influence des paramètres opératoires et de la position de soudage	89
4.3.1 Influence de la quantité de soufre	89
4.3.2 Influence de la vitesse de défilement	91
4.3.3 Influence de la pression d'arc	91
4.3.4 Influence de la position de soudage	92
4.4 Comparaison à l'expérience	101
4.4.1 Présentation des expériences menées par Koudadje [14]	101
4.4.2 Comparaison avec les macrographies	102
4.5 Étude numérique du modèle avec apport de matière	104
4.5.1 Étude numérique de la condition cinématique	104
4.5.2 Apport de matière en 2D	109
4.5.3 Apport de matière en 3D	109
Conclusions du chapitre 4	113

Objectifs du chapitre 4

Les objectifs de ce chapitre sont d'étudier la capacité du modèle à simuler différentes configurations de soudage. Dans un premier temps, une étude de convergence en maillage sur les champs de température et de vitesses d'écoulements est réalisée dans la section 4.1 pour définir la taille des éléments. Pour ce faire, différents niveaux de raffinement du maillage sont considérés.

Nous étudions dans la section 4.2 les hypothèses de modélisation : surface libre déformable, modèle de tension de surface et modèle d'extinction des vitesses sur les résultats de simulations. Notamment deux simulations sans et avec déformation de la surface sont comparées. Plusieurs modèles de tension de surface et d'extinction des vitesses tirés de la bibliographie ont été testés, dans le but de choisir les modèles de référence qui seront utilisés dans le cadre de cette thèse.

Puis, la section 4.3 est consacrée à analyser la bonne capacité du modèle proposé à représenter différentes conditions opératoires en considérant la quantité de soufre dans le matériau, la vitesse de défilement, la pression d'arc (fonction du courant) et différentes positions de soudage.

Ensuite, pour évaluer la capacité de prédiction de notre modèle, la section 4.4 présente des simulations numériques de soudage à l'arc TIG en les comparant à des essais réalisés dans la thèse de Koudadje [14].

Avant de passer au modèle de soudage avec apport de matière, nous avons étudié la déformation de la surface libre en résolvant la condition cinématique seule en sous-section 4.5.1. Cette étude permet de trouver la forme de la surface à partir des données caractéristiques du dépôt de matière (quantité, forme de dépôt, vitesse de dépôt,...). L'étude est effectuée dans un premier temps en 2D, puis en 3D. Enfin, dans les sous-sections 4.5.2 et 4.5.3, sont présentés quelques résultats numériques de simulations avec métal d'apport effectués en 2D et en 3D.

4.1 Étude de convergence en maillage

Dans les études de cette thèse, l'acier 304L est utilisé et ses propriétés thermophysiques fonction de la température sont listées dans le tableau 4.1 et sont tracées dans l'annexe C. Une demi-plaque de 100 mm de longueur, 30 mm de largeur et 10 mm d'épaisseur est considérée à une température initiale de 300 K. Son maillage est montré sur la figure 2.3. La zone fluide de dimensions 14 mm × 6,0 mm × 2,5 mm est plus raffinée sous la position de la torche.

Cette étude de convergence permet de définir la taille des éléments dans la zone liquide au regard des temps de calcul et de la qualité des résultats. Pour ce faire, 6 maillages de 80 000 à 300 000 éléments sont considérés avec deux valeurs de teneurs en soufre de 10 ppm et 300 ppm. Outre la composition chimique des matériaux, les autres paramètres d'entrée du procédé sont 15 cm·min⁻¹ de vitesse de soudage, 200 N·m⁻² de pression d'arc, 150 A de courant et 12 V de tension avec un rendement du procédé de 0,68. Enfin, les rayons de la gaussienne pour la densité de courant électrique, le flux de chaleur et la pression d'arc sont respectivement $\sigma_\phi = 2$ mm, $\sigma_q = 5$ mm et $\sigma_p = 1,18$ mm.

Les figures 4.1 et 4.2 présentent les profils suivant la ligne de fusion de la température et de la composante x de la vitesse pour une teneur en soufre de 10 ppm pour différents maillages.

Pour les tailles d'éléments considérées, les profils de température sont peu affectés (figure 4.1). Le maximum d'écart pour les valeurs maximales de température est inférieur à 1 %. L'écart est plus marqué sur les profils de vitesse, notamment au bord de la surface libre (figure 4.2). Le maximum de cet écart, obtenu pour les valeurs maximales de vitesse, est de 7 % entre les maillages 200 000 éléments et 250 000 éléments et l'écart trouvé entre les deux maillages les plus fins est de 3 %.

Symbole	Nomenclature	Valeur
T_s	Température solidus	1673 K [50]
T_l	Température liquidus	1723 K [50]
$T_{\text{réf}}$	Température de référence	1723 K
ρ_s	Masse volumique de la phase solide	7500 kg·m ⁻³ [115]
ρ_l	Masse volumique de la phase liquide	6350 kg·m ⁻³ [115]
c_{ps}	Capacité calorifique de la phase solide	602 J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹ [115]
c_{pl}	Capacité calorifique de la phase liquide	720 J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹ [115]
λ_s	Conductivité thermique de la phase solide	26 W·m ⁻¹ ·K ⁻¹ [50]
λ_l	Conductivité thermique de la phase liquide	20 W·m ⁻¹ ·K ⁻¹ [115]
μ_s	Viscosité dynamique de la phase solide	50 kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹
μ_l	Viscosité dynamique de la phase liquide	0,05 kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹ [50]
h_c	Coefficient d'échange thermique	15 W·m ⁻² ·K ⁻¹
σ	Conductivité électrique	7,7 × 10 ⁵ S·m ⁻¹ [50]
L	Chaleur latente de fusion	2,47 × 10 ⁵ J·kg ⁻¹ [50]
ϵ	Émissivité radiative	0,5

TAB. 4.1: Propriétés physiques simplifiées de l'acier 304L utilisées pour les simulations numériques.

Nombre d'éléments	80k	120k	160k	200k	250k	300k
Indice de temps écoulé	1,0	2,3	3,9	5,4	8,1	12,4

TAB. 4.2: Indice de temps écoulé pour les calculs d'étude de convergence en maillage.

Cependant, il est à noter que les dimensions du bain n'évoluent quasiment plus dès le maillage utilisant 200 000 éléments. En effet, les écarts maximaux sur la longueur, la largeur et la pénétration restent respectivement inférieurs à 0,6 %, 2,2 % et 1,6 %. Lorsque l'on observe le temps de calcul, il passe de 6,93 h (80 000 éléments) à 85,79 h (300 000 éléments) (tableau 4.2). En considérant la différence des grandeurs d'intérêt et du temps de calcul, le maillage avec 250 000 éléments nous semble suffisant pour cette configuration, ce qui correspond à une taille moyenne de 8×10^{-5} m pour les éléments dans la zone du métal liquide.

4.2 Étude des hypothèses de modélisation

Notre modèle comporte plusieurs hypothèses de modélisation telles que la prise en compte de la surface libre déformable, de la tension de surface et de l'extinction des vitesses qui affectent directement la forme du bain de fusion. Quatre modèles de tension de surface tirés de la littérature, celui de Sahoo [27], celui modifié par Traidia [31], de Mills [62] et de McNallan [61] et quatre modèles d'extinction des vitesses sont étudiés. Cette étude est effectuée sur un matériau 304L et les paramètres d'entrée du procédé sont identiques à ceux de la section 4.1.

4.2.1 Influence de la surface libre déformable

À l'état d'équilibre, la surface du bain de fusion peut être déterminée en utilisant un principe de minimisation d'une énergie. L'énergie totale à minimiser se compose de l'énergie de surface due à la variation de l'aire de la surface, de l'énergie potentielle liée à la gravité, de l'énergie de la force du bain sur la surface et enfin de la pression d'arc à laquelle est soumise la surface libre du bain de fusion située sous la position de l'électrode. Afin de comprendre l'influence de la surface libre sur

4. Simulations de différentes configurations de soudage

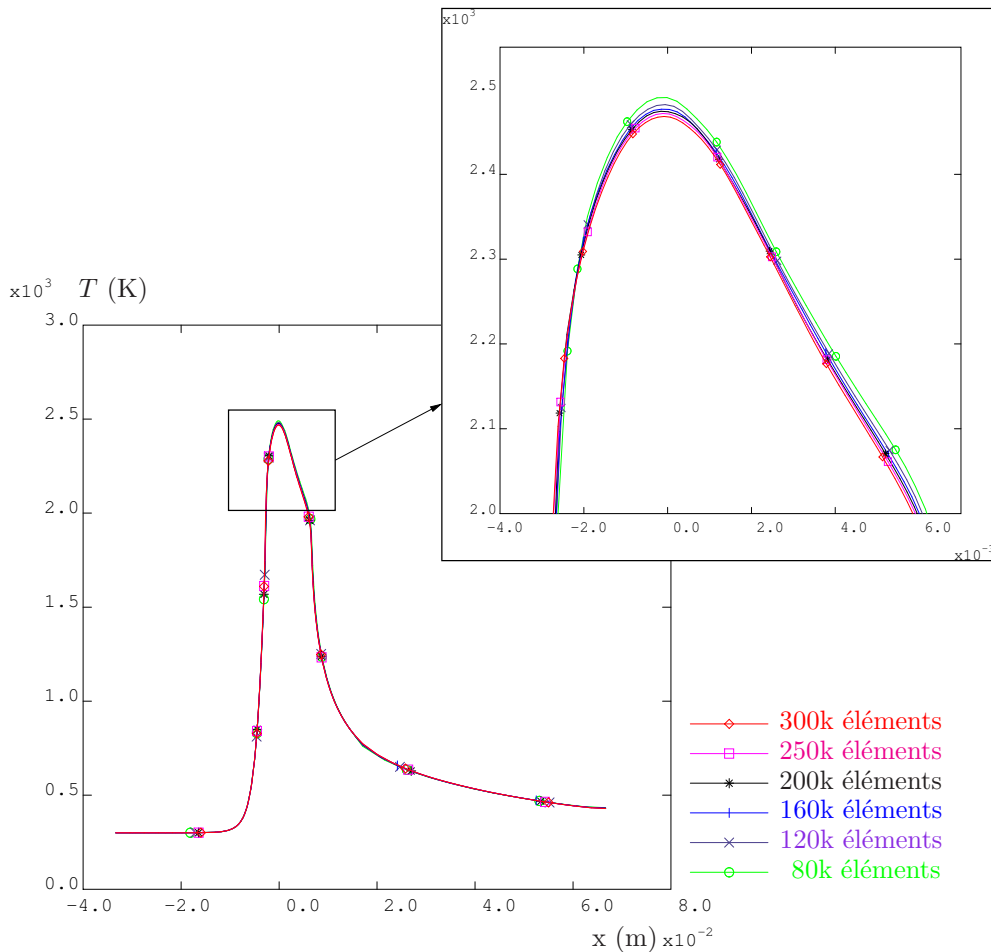


FIG. 4.1: Température sur la ligne de fusion (l'intersection entre la surface supérieure et le plan de symétrie) pour différents maillages (80 000 à 300 000 éléments).

les champs de température et de vitesses d'écoulement, les simulations sans et avec déformation de la surface sont effectuées pour une configuration de soudage à plat.

La figure 4.3 montre le champ de température et la frontière du bain liquide simulés avec un modèle qui ne tient pas compte de la déformation de la surface libre pour 10 ppm de soufre. Les résultats sur la figure 4.4 montrent que la pénétration dans le cas de la surface déformable (1,26 mm) est plus grande que celle de la surface plane (0,95 mm). Ce résultat confirme la tendance précédemment obtenue pour un calcul en 2D axisymétrique utilisant une valeur constante négative du gradient de tension de surface (correspondant à une faible teneur en soufre) de Kim et al. [55]. Ils avaient conclu que la présence de la surface libre conduit à une augmentation de la pénétration de 2,04 mm à 2,14 mm.

Pourtant, une observation de la variation de pénétration pour le cas 300 ppm de soufre utilisant une valeur moyenne de la pression d'arc ($200 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$) montre que la conclusion obtenue dans le cas 10 ppm n'est plus valable. En effet, la pénétration maximale n'est pas trouvée sous la position de la source et, dans ce cas, la pénétration est inchangée.

Dans notre modèle, en présence de la surface libre, la surface du bain de fusion est fortement déformée par la pression d'arc au-dessous de la source. Le métal fondu est poussé vers la partie arrière du bain par les effets combinés de toutes les forces motrices. Pour le cas 10 ppm, la longueur du bain augmente de 9,49 mm à 9,66 mm (1,7%), et la température maximale diminue de 2577 K

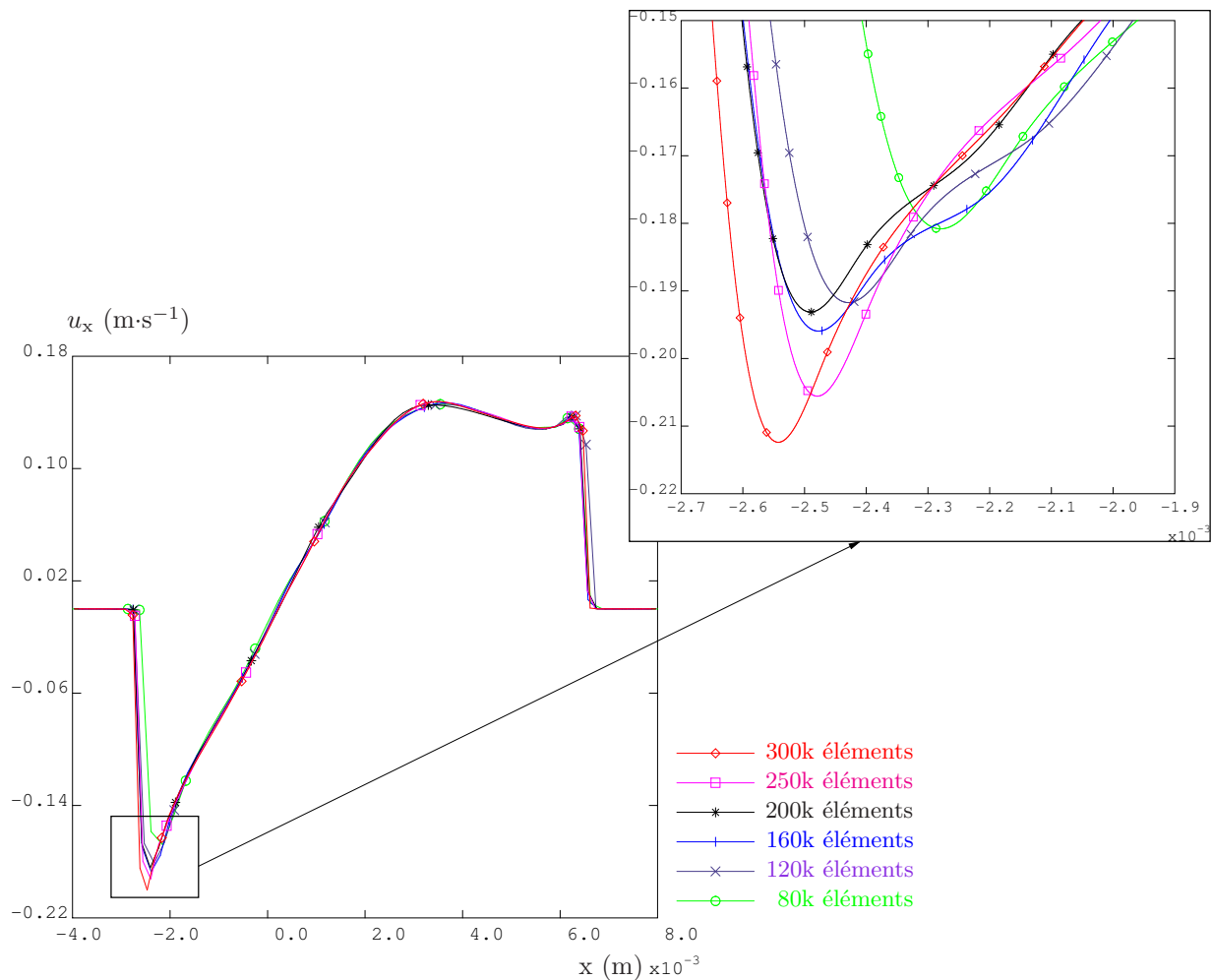


FIG. 4.2: Composante x de la vitesse sur la ligne de fusion dans la zone fluide pour différents maillages (80 000 à 300 000 éléments).

à 2525 K (2 %), ainsi que la vitesse d'écoulement de $0,26 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ à $0,24 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

4.2.2 Influence du modèle de tension de surface

On s'intéresse ensuite à l'effet du modèle de tension de surface sur la forme du bain de fusion car il produit principalement l'écoulement dans le bain de soudage. En réalité, il est possible de choisir un modèle différent pour chaque type de matériau pour bien prédire les grandeurs d'intérêt. Cette étude permet de comprendre le comportement entre la variation des modèles de tension de surface et la forme du bain fondu. Effectivement, la tension de surface (γ) influence la forme de la surface libre et le gradient thermique de tension de surface ($\frac{\partial \gamma}{\partial T}$) influence l'écoulement et donc la forme du bain.

L'étude de l'influence du modèle de tension de surface est menée avec quatre modèles tirés de la bibliographie : celui de Sahoo [27], celui modifié par Traidia [31], celui de Mills [62] et celui de McNallan [61]. Les expressions mathématiques des modèles ont été présentées dans la section 1.4.1.1. Les valeurs numériques de ces modèles sont présentées dans le tableau 4.3.

Les figures 4.5 et 4.6 montrent les évolutions de la tension de surface et du gradient thermique de tension de surface en fonction de la température pour les quatre modèles et pour deux valeurs

4. Simulations de différentes configurations de soudage

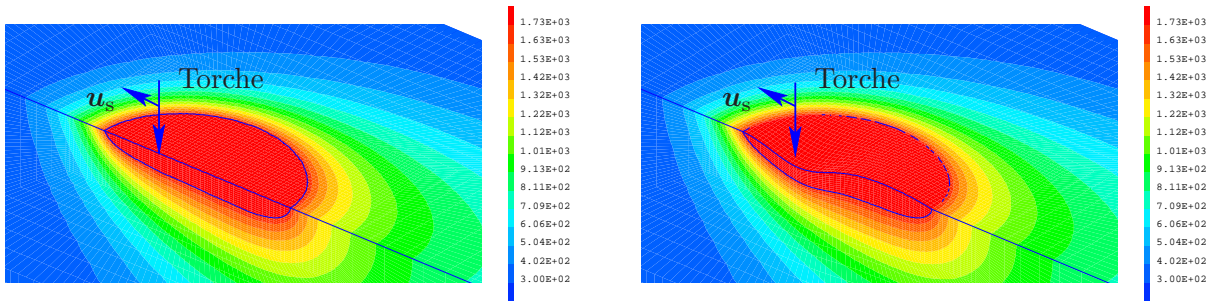


FIG. 4.3: Bain fondu calculé sans (gauche) et avec (droite) déformation de la surface libre.

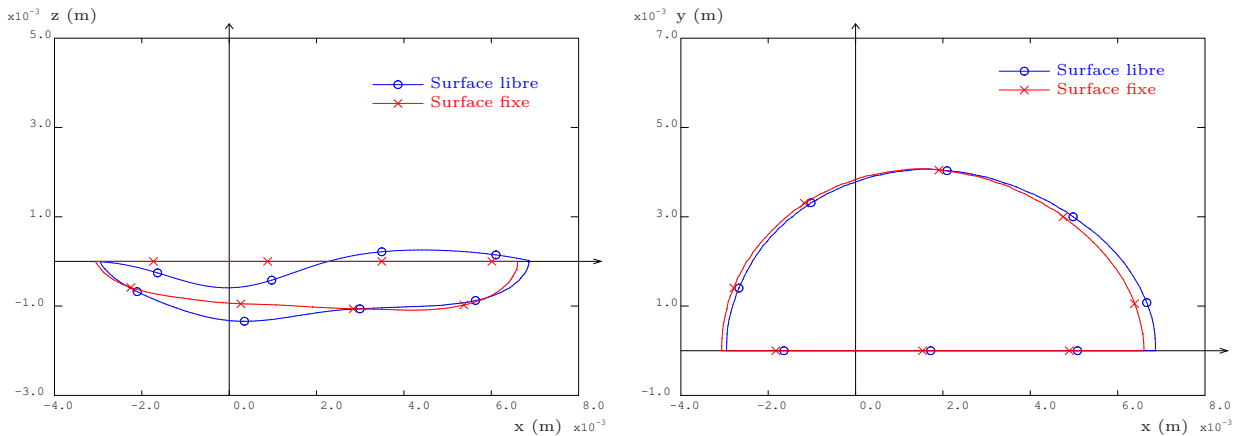


FIG. 4.4: Coupe longitudinale (gauche) et vue de dessus (droite) de la forme du bain avec et sans déformation de la surface libre pour 10 ppm de soufre.

de teneur en soufre de 10 ppm et 300 ppm.

Le signe du gradient thermique de tension de surface dirige le sens de l'écoulement dans le bain de fusion. Une valeur négative crée un écoulement centrifuge. Au contraire, une valeur positive crée un écoulement centripète qui creuse le bain de fusion [65]. La pénétration est alors augmentée tandis que longueur et largeur du bain sont réduites.

Pour le cas 10 ppm de soufre, la valeur du gradient thermique de tension de surface des modèles de Sahoo et McNallan est négative sur toute l'échelle de température. Celle des modèles de Traidia et Mills est aussi négative sur la plupart de l'échelle de température, elle est uniquement positive en périphérie du bain de T_s à $T_s + 200$ K. Cela conduit pour le bain à une légère différence en périphérie du bain de fusion (figure 4.7 à gauche).

Pour les hautes teneurs en soufre de 300 ppm, les modèles de gradient de tension de surface de Sahoo, de McNallan et de Mills conduisent à des résultats équivalents (figure 4.7 à droite). De plus, la température du changement de signe du gradient de tension de surface du modèle de Mills est plus élevée que Sahoo et McNallan, ce qui provoque une pénétration plus grande. Seul le modèle de Traidia montre des différences : le gradient de tension de surface reste positif dans un domaine de température plus étendu (figure 4.6 à droite), aboutissant à des pénétrations plus importantes de 2,29 mm contre 1,37 mm, 1,49 mm et 1,70 mm respectivement pour les modèles de McNallan, Sahoo et Mills.

Également, pour les deux valeurs de soufre, malgré les quatre évolutions différentes des modèles de tension de surface (γ), la forme de la surface du bain de soudage ne change quasiment pas. En bref, l'influence des modèles de tension de surface, bien qu'affectant fortement l'évolution de la

Modèle	γ_f ($\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$)	A_g ($\text{N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)	Γ_s ($\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}$)	k_1	a_{cr} (ppm)	ΔH^0 ($\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}$)
Sahoo [27]	1,943	$4,3 \times 10^{-4}$	$1,3 \times 10^{-5}$	$3,18 \times 10^{-3}$	0,00	$-1,66 \times 10^5$
Traidia [31]	1,943	$3,0 \times 10^{-4}$	$1,3 \times 10^{-5}$	$3,18 \times 10^{-3}$	0,00	$-1,88 \times 10^5$
Mills [62]	1,840	$4,0 \times 10^{-4}$	$6,74 \times 10^{-6}$	$1,907 \times 10^{-4}$	0,00	$-2,39 \times 10^5$
McNallan [61]	1,943	$4,3 \times 10^{-4}$	$1,3 \times 10^{-5}$	$3,18 \times 10^{-3}$	18,00	$-1,66 \times 10^5$

TAB. 4.3: Valeurs numériques des modèles de tension de surface tirés de la bibliographie.

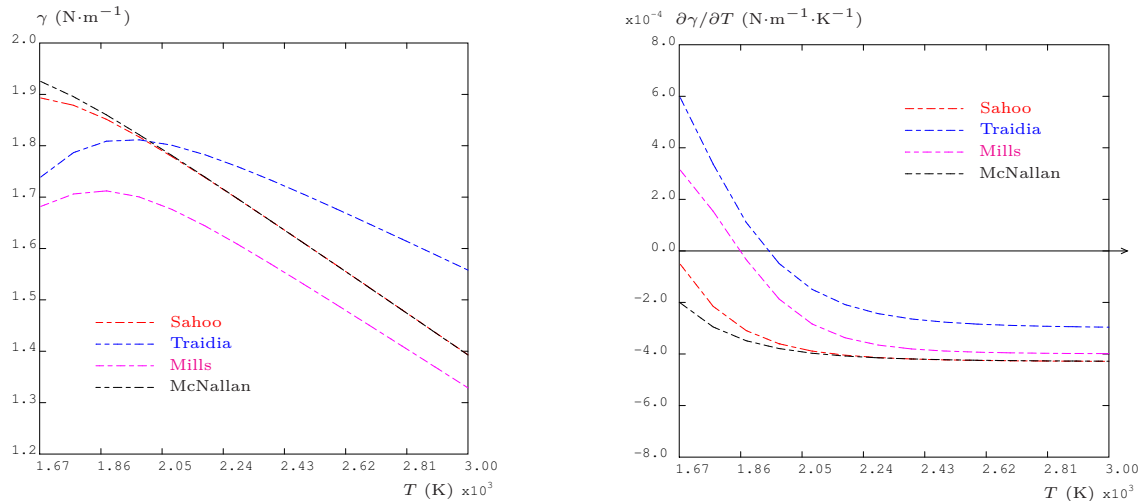


FIG. 4.5: Évolutions de la tension de surface et du gradient thermique de tension de surface en fonction de la température tracées avec les modèles de Sahoo [27], Traidia [31], Mills [62] et McNallan [61] pour une composition en soufre de 10 ppm.

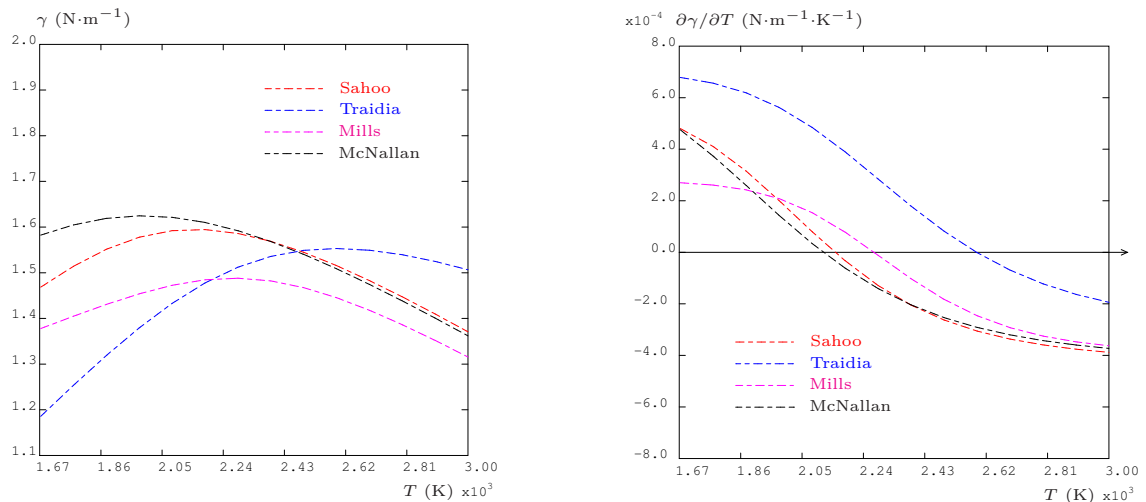


FIG. 4.6: Évolutions de la tension de surface et du gradient thermique de tension de surface en fonction de la température tracées avec les modèles de Sahoo [27], Traidia [31], Mills [62] et McNallan [61] pour une composition en soufre de 300 ppm.

tension de surface et de son gradient thermique, ont peu d'influence sur les dimensions du bain, hormis le modèle modifié par Traidia pour les hautes teneurs en soufre. Ainsi, une évolution de tension de surface monotone aboutissant à un gradient thermique positif pour les hautes teneurs

4. Simulations de différentes configurations de soudage

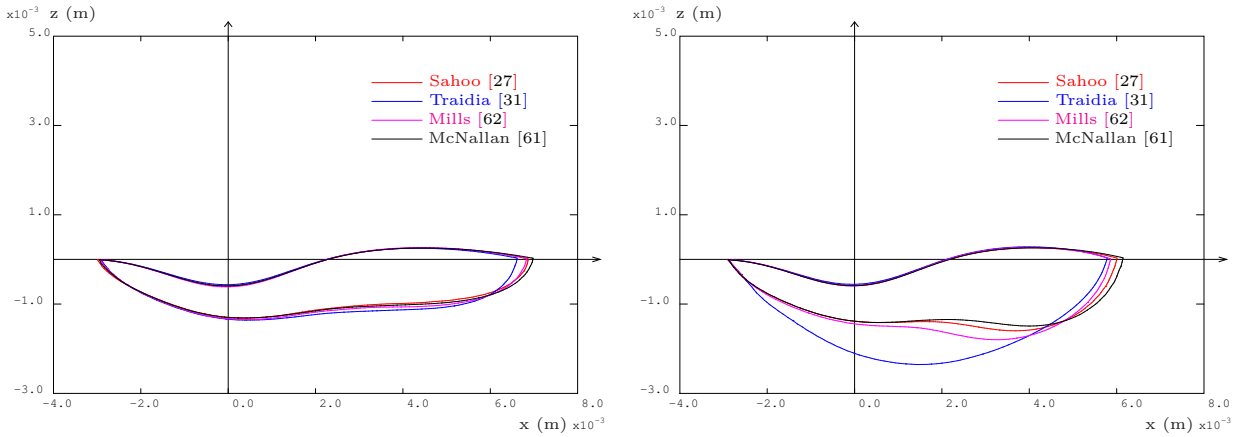


FIG. 4.7: Coupes longitudinales du bain fondu en utilisant les 4 modèles de tension de surface de Sahoo [27], Traidia [31], Mills [62] et McNallan [61] pour 10 ppm de soufre (gauche) et 300 ppm de soufre (droite).

en soufre et négatif pour les basses teneurs pourrait suffire en première approche. Néanmoins, le modèle de tension de surface de Sahoo [27] sera choisi dans le cadre de cette thèse.

4.2.3 Influence du modèle d'extinction des vitesses

On s'intéresse aussi à l'effet du modèle d'extinction des vitesses sur la forme du bain fondu. La force d'extinction des vitesses, ajoutée dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement, est une pseudo-force proportionnelle et opposée à la vitesse permettant de l'annuler dans la partie solide en tenant compte de la dissipation au travers de la zone pâteuse. On rappelle l'expression générale pour calculer cette force :

$$\mathbf{f}_{\text{Ext}} = A\mathbf{u} \quad (4.1)$$

Quatre modèles ont été testés : décroissance linéaire, logarithmique, de type Carman-Kozeny [96] (voir la section 1.4.4) et Heaviside. La variation du coefficient A des 4 modèles est présentée sur la figure 4.8 à gauche.

Dans notre étude, les 4 modèles d'extinction des vitesses donnent des résultats équivalents pour le profil du bain fondu (figure 4.8 à droite). Le coût de calcul observé dans cette configuration, dans l'ordre croissant est : Heaviside, linéaire, logarithmique et Carman-Kozeny. Cependant, dans un problème couplé non-linéaire, le temps de calcul dépend de plusieurs facteurs, notamment le nombre d'itérations pour la convergence. Malgré le temps de calcul moindre en utilisant le modèle de Heaviside, il peut être difficile de converger dans certaines configurations car la vitesse d'écoulement s'annule immédiatement. Par conséquent, le modèle linéaire d'extinction des vitesses (éq. (4.2)) lui est préféré pour la suite des calculs présentés dans cette thèse :

$$\mathbf{f}_{\text{Ext}} = -c(1 - f_l)\mathbf{u} \quad (4.2)$$

où c est une constante de valeur élevée (on a choisi : $c = 10^{12}$), f_l la fraction liquide et \mathbf{u} la vitesse d'écoulement.

4.3. Étude de l'influence des paramètres opératoires et de la position de soudage

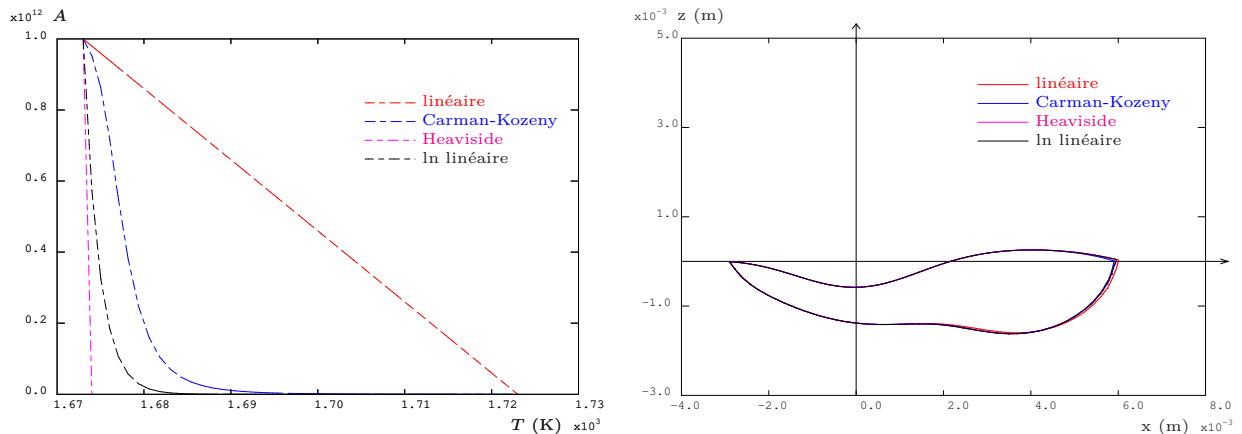


FIG. 4.8: Variation du coefficient A dans la zone pâteuse et coupes longitudinales du bain de fusion pour 300 ppm de soufre en utilisant 4 modèles d'extinction des vitesses.

4.3 Étude de l'influence des paramètres opératoires et de la position de soudage

Après l'étude de convergence en maillage, les choix des modèles de tension de surface et d'extinction des vitesses, nous analysons tout d'abord dans cette section la bonne capacité du modèle à représenter différentes configurations en termes de quantité de soufre, de vitesse de défilement et de pression d'arc (fonction du courant). Pour cette étude, deux teneurs en soufre (10 ppm, 300 ppm), deux valeurs de vitesse de défilement ($15 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$, $30 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$) et trois valeurs de pression d'arc ($100 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$, $200 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$ et $300 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$) sont considérées, l'intensité et la tension de soudage sont respectivement prises égales à 150 A et 12 V, avec un rendement du procédé de 0,68.

Ensuite, une contribution originale concernant l'étude de l'influence de la position de soudage sur la forme du bain de fusion est présentée.

4.3.1 Influence de la quantité de soufre

Pour le soudage à l'arc d'aciers austénitiques inoxydables, une variation de quelques dizaines de ppm¹ de la quantité d'impureté telle que le soufre est susceptible de modifier fortement la structure des écoulements, aboutissant à des dimensions de cordon de soudure très différentes, car le signe du coefficient du gradient de tension de surface change en fonction de la quantité d'impureté. Ce phénomène est appelé effet Marangoni.

Afin de vérifier la capacité du modèle proposé à représenter cet effet, le modèle de tension de surface proposé par Sahoo [27] est utilisé et deux matériaux, l'un avec une basse teneur en soufre (10 ppm) et l'autre avec une haute teneur (300 ppm), sont considérés. La variation du gradient thermique de tension de surface en fonction de la température pour ces deux valeurs de teneur en soufre est donnée par la loi de Sahoo et est représentée sur la figure 4.9 à gauche.

L'effet Marangoni sur la forme du bain peut être observé sur la figure 4.9 à droite. Cette figure montre les formes simulées du bain fondu contenant 10 ppm et 300 ppm de soufre, pour le même ensemble des paramètres de soudage tels que la vitesse de défilement de $15 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$, la pression d'arc de $200 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$, pour lesquels on observe que l'augmentation de la quantité en soufre conduit à une augmentation de pénétration et à une diminution de la longueur du bain, ce qui correspond

1. une partie par million.

4. Simulations de différentes configurations de soudage

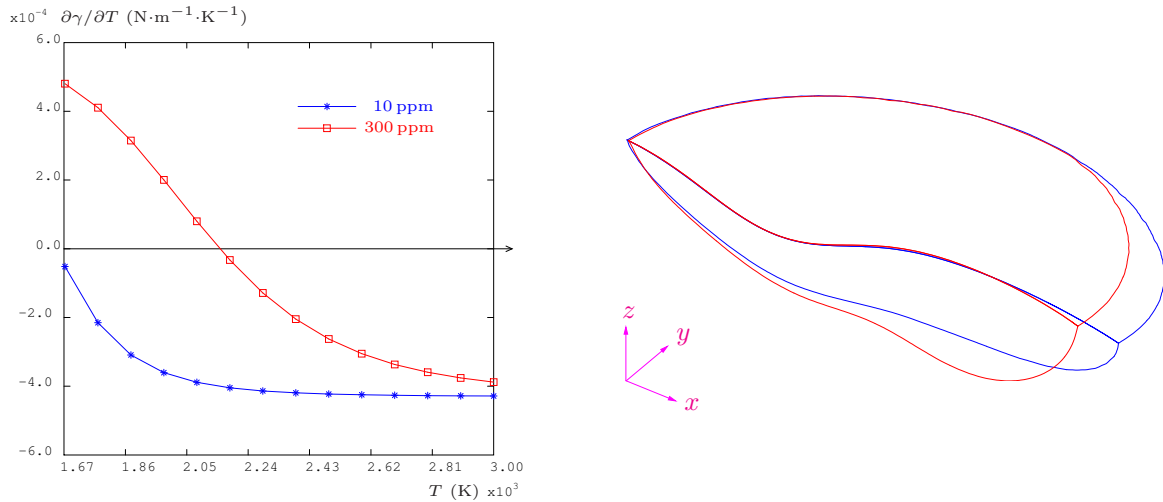


FIG. 4.9: Évolutions de $\partial\gamma/\partial T$ calculées par la loi de Sahoo [27] pour deux valeurs de concentration en soufre (gauche) et forme obtenue pour le bain fondu en fonction de la teneur en soufre (droite) : 10 ppm (contour bleu) et 300 ppm (contour rouge). La longueur de la flèche des axes x , y et z correspond à 1 mm.

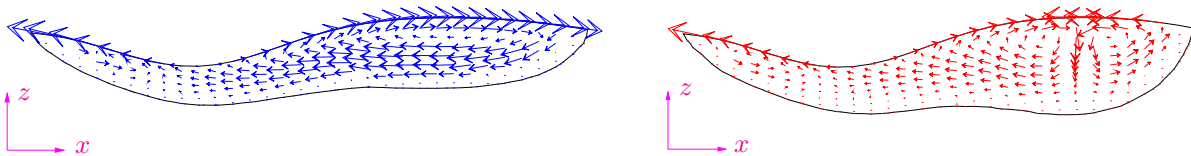


FIG. 4.10: Écoulement dans la coupe longitudinale du bain liquide pour 10 ppm (gauche) et 300 ppm de soufre (droite). Pour des raison de clarté, les écoulements montrés ci-dessus n'utilisent que 40 000 éléments. La longueur de la flèche des axes x et z correspond à 1 mm.

bien au résultat attendu. Effectivement, ce résultat est en accord avec les tendances obtenues par Koudadje [14] pour des calculs en 3D (teneur de 70 ppm à 260 ppm et vitesse de $15 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$, sans déformation de la surface libre) et Mishra [48] pour des calculs en 3D (teneur de 30 ppm à 240 ppm et vitesse de $10 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$ à $20 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$, sans déformation de la surface libre).

La différence de la forme du bain de fusion dans les deux cas considérés peut être attribuée à la nature des écoulements dans le bain fondu. En effet, pour une faible concentration en soufre comme 10 ppm, la valeur du gradient de tension de surface $\partial\gamma/\partial T$ est négative sur toute la plage de température supérieure à celle du solidus, ce qui conduit à un écoulement centrifuge. Deux vortex opposés tournant vers l'extérieur sont présents des deux côtés de la torche de soudage (figure 4.10 à gauche). En revanche, pour une forte concentration en soufre de 300 ppm, la valeur de $\partial\gamma/\partial T$ est positive sur une partie de la plage de température, en périphérie du bain. Cette valeur positive cause une convection vers l'intérieur. Par conséquent, un écoulement centripète est trouvé à la périphérie dans ce cas (figure 4.10 à droite).

Le tableau 4.4 donne quelques résultats caractéristiques des deux calculs. Avec une haute teneur en soufre, la température maximale est plus élevée et la vitesse maximale d'écoulement plus petite. En effet, pour 300 ppm, l'écoulement centripète déplace le métal liquide vers l'intérieur et ramène la chaleur au centre, d'autre part pour 10 ppm, le métal liquide chaud est transporté à partir du milieu vers le bord du bain de fusion et la chaleur se disperse. Par conséquent, la température maximale pour le cas 300 ppm est plus grande que celle pour le cas 10 ppm avec la même énergie

4.3. Étude de l'influence des paramètres opératoires et de la position de soudage

[S] (ppm)	\mathbf{u}_s (cm·min ⁻¹)	P_{Arc} (N·m ⁻²)	T_{max} (K)	$\ \mathbf{u}\ _{max}$ (m·s ⁻¹)	Long ² (mm)	Larg ³ (mm)	Péné ⁴ (mm)	Volume (mm ³)
10	15	200	2525	0,26	9,66	8,02	1,26	49,26
300	15	200	2680	0,19	8,74	7,96	1,51	56,14

TAB. 4.4: Quantités simulées pour deux teneurs en soufre de 10 ppm et 300 ppm.

d'apport. En outre, en cas de haute teneur en soufre, la force du gradient de tension de surface est plus faible et les écoulements inversés réduisent la vitesse du fluide par rapport au cas à faible teneur en soufre.

La distribution des écoulements dans le bain de fusion conditionne la forme du cordon. En ayant un écoulement centripète dans le cas 300 ppm qui creuse le bain, on obtient une pénétration plus grande, une longueur plus petite et une largeur plus petite, par rapport au cas à 10 ppm de soufre.

4.3.2 Influence de la vitesse de défilement

L'énergie linéique est une quantité intéressante pour le soudeur, elle caractérise la quantité d'énergie déposée par unité de longueur (J·m⁻¹). Toutes choses étant égales par ailleurs, une augmentation de l'énergie linéique se traduit par une augmentation de la taille du bain. Elle peut être définie par :

$$E = \frac{UI}{\|\mathbf{u}_s\|} \quad (4.3)$$

où U est la tension, I l'intensité du courant et \mathbf{u}_s la vitesse de soudage.

Ainsi, à puissance constante $UI = C^{ste}$, une augmentation de la vitesse de soudage \mathbf{u}_s conduit proportionnellement à une diminution de l'énergie linéique de soudage.

Avec une vitesse de défilement doublée de 15 cm·min⁻¹ à 30 cm·min⁻¹, l'énergie linéique de soudage diminue d'un facteur deux. Il est alors constaté une diminution de la longueur, de la largeur et de la pénétration et ce, quelle que soit la teneur en soufre (tableau 4.5). Ces résultats sont en accord avec ceux mesurés et simulés par Kong [7]. De plus, le volume du bain est ainsi diminué d'un facteur deux de 49,26 mm³ à 25,70 mm³ avec 10 ppm et de 56,14 mm³ à 29,14 mm³ avec 300 ppm. Cependant, cette variation de la vitesse de défilement ne fait pas changer la forme du bain (figure 4.11) confirmant la conclusion de Mills et al. [116].

Également, les résultats montrent qu'une augmentation de la vitesse de soudage provoque des diminutions de la température maximale et de la vitesse d'écoulement maximale dans le bain de fusion.

4.3.3 Influence de la pression d'arc

La pression d'arc varie en fonction de l'intensité du courant, de la hauteur d'arc, de la géométrie de l'électrode et de la nature du gaz de protection. Cette pression a une influence majeure sur la déformation de la surface et qui devrait se traduire sur la profondeur du bain de soudage. On sait qu'une augmentation de l'intensité conduit à une augmentation de la pression d'arc et de

2. Longueur du bain fondu.
3. Largeur du bain fondu.
4. Pénétration du bain fondu.

4. Simulations de différentes configurations de soudage

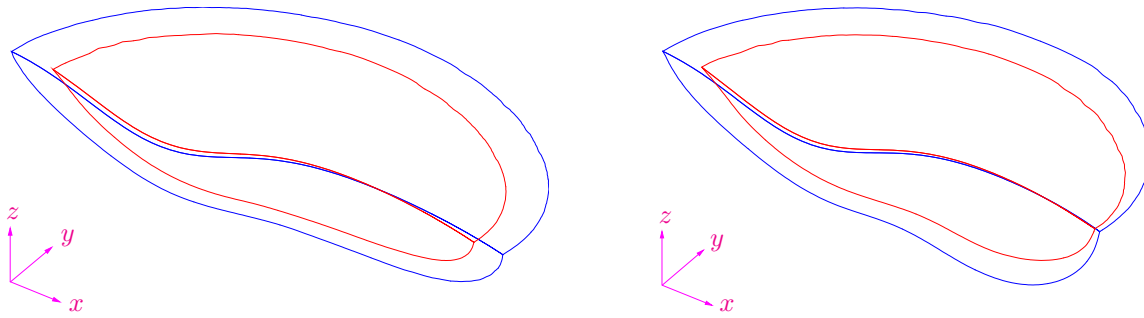


FIG. 4.11: Contours du bain de fusion pour 10 ppm de soufre (gauche) et 300 ppm de soufre (droite) en utilisant deux vitesses de soudage de $15 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$ (contour bleu) et de $30 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$ (contour rouge). La longueur de la flèche des axes x , y et z correspond à 1 mm.

[S] (ppm)	u_s ($\text{cm}\cdot\text{min}^{-1}$)	P_{Arc} ($\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$)	T_{max} (K)	$\ u\ _{\text{max}}$ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	Long (mm)	Larg (mm)	Péné (mm)	Volume (mm^3)
10	15	200	2525	0,26	9,66	8,02	1,26	49,26
10	30	200	2467	0,23	8,17	6,42	0,99	25,70
300	15	200	2680	0,19	8,74	7,96	1,51	56,14
300	30	200	2598	0,17	7,73	6,34	1,09	29,14

TAB. 4.5: Quantités simulées pour deux vitesses de défilement ($15 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$ et $30 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$).

l'énergie de soudage. Cet effet est étudié à énergie constante pour trois valeurs de pression d'arc : $100 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$, $200 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$ et $300 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$.

Comme prévu, la figure 4.12 montre pour deux teneurs en soufre que la pression d'arc influence sensiblement la forme de l'écoulement et surtout la profondeur du bain au-dessous de la torche, mais ne change pas le sens d'écoulement dans le bain fondu. Effectivement, quand la pression d'arc augmente de $100 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$ à $300 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$, la dépression de la surface libre augmente ainsi que la pénétration. Une étroite corrélation entre la dépression de surface et la pénétration est également constatée par Ko et al. [89], la surface libre est enfoncée au droit de l'application de la pression d'arc entraînant une augmentation de la pénétration. Pour des concentrations en soufre élevées telles que 300 ppm, la pression d'arc a un effet moindre sur la pénétration. En effet, le bain de soudage se creuse déjà sous l'effet de l'écoulement centripète (voir la figure 4.12 à droite). En outre, la variation de la pression d'arc ne change pas le volume du bain fondu, en quelque sorte la pénétration augmente d'autant que la largeur diminue tout en conservant le volume.

4.3.4 Influence de la position de soudage

En pratique, suivant la configuration d'assemblage, le soudage peut nécessiter d'être opéré dans une position autre que à plat entraînant des effets de gravité sur l'écoulement et une opération délicate à maîtriser pour l'homme de l'art. En réalité, pour chaque position le soudeur doit modifier ses réglages afin de réussir sa soudure. Par exemple, il diminue généralement l'intensité du courant et augmente la vitesse de défilement en position verticale montante (3GM).

Dans la simulation numérique, la position de soudage est prise en compte au travers du vecteur gravité \mathbf{g} . Elle affecte la force de flottabilité \mathbf{f}_{Bou} dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement (éq. (4.4)) et, principalement, le terme issu de l'énergie potentielle gravitationnelle dans l'équation de la surface libre déformable (éq. (4.5)).

4.3. Étude de l'influence des paramètres opératoires et de la position de soudage

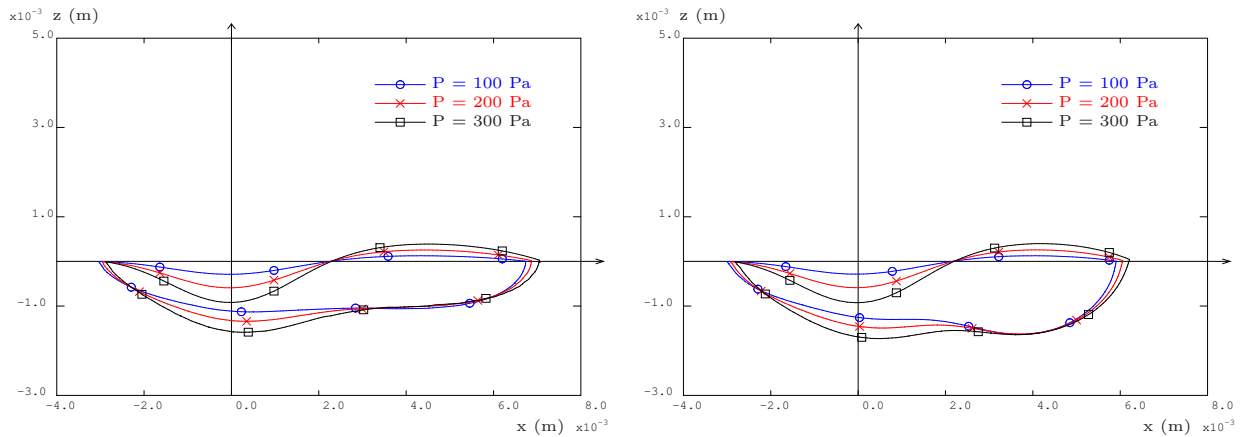


FIG. 4.12: Coupes longitudinales de la forme du bain sous plusieurs valeurs de la pression d'arc avec 10 ppm (gauche) et 300 ppm (droite).

- Équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho(\nabla \mathbf{u}) \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) = -\nabla p + \nabla \cdot \mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) - \boxed{\rho_{\text{réf}} \mathbf{g} \beta (T - T_{\text{réf}})} + \mathbf{f}_{\text{Lor}} + \mathbf{f}_{\text{Ext}} \quad (4.4)$$

- Équation de la surface libre déformable :

$$-p + \left(\mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n} \right) \cdot \mathbf{n} + \boxed{\rho g (x \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 + y \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 + z \cos \alpha_1)} = \frac{\gamma(T)}{R_1(h_z(x, y)) + R_2(h_z(x, y))} + \mathbf{f}_{\text{Arc}} \cdot \mathbf{n} \quad (4.5)$$

avec α_1 et α_2 les angles entre la direction de la gravité et les axes principaux de la plaque (voir la figure 2.4).

Pour vérifier l'implémentation d'une gravité variable dans le modèle, une première étude de la position de soudage est consacrée à la structure des écoulements en supposant active la seule force de Boussinesq et en maintenant la surface non déformable. Ensuite, une étude complète sera effectuée en présence des trois forces motrices et d'une surface déformable. Dans le cadre de cette thèse, les principales positions de soudage telles que : à plat (1G), en corniche (2G), en verticale montante (3GM), en verticale descendante (3GD) et au plafond (4G) sont considérées. Pour les simuler, seule la direction du vecteur de gravité est changée. La position de la plaque par rapport à la position de soudage à plat (1G) est conservée. La direction de gravité \mathbf{g} de ces positions est représentée sur la figure 4.13 : celle du cas 1G est opposée à la direction de l'axe des z , celle de 2G contraire à l'axe des y , celle de 3GD contraire à l'axe des x , celle de 3GM suivant l'axe des x et celle de 4G suivant l'axe des z . On utilise un domaine modélisant toute la plaque pour la position en corniche (2G), qui n'est plus symétrique, et une demi-plaque pour les autres (1G, 3GD, 3GM, 4G).

4.3.4.1 Écoulement induit par la seule force de flottabilité

La figure 4.14 montre les écoulements dans le bain de soudage calculés dans le cas virtuel où seule la force de flottabilité gouverne l'écoulement du fluide (pas de force de Marangoni et pas de force électromagnétique) avec une surface libre non déformable pour différentes positions. Cette étude utilise les mêmes paramètres d'entrée du procédé que l'étude de convergence en maillage (section 4.1).

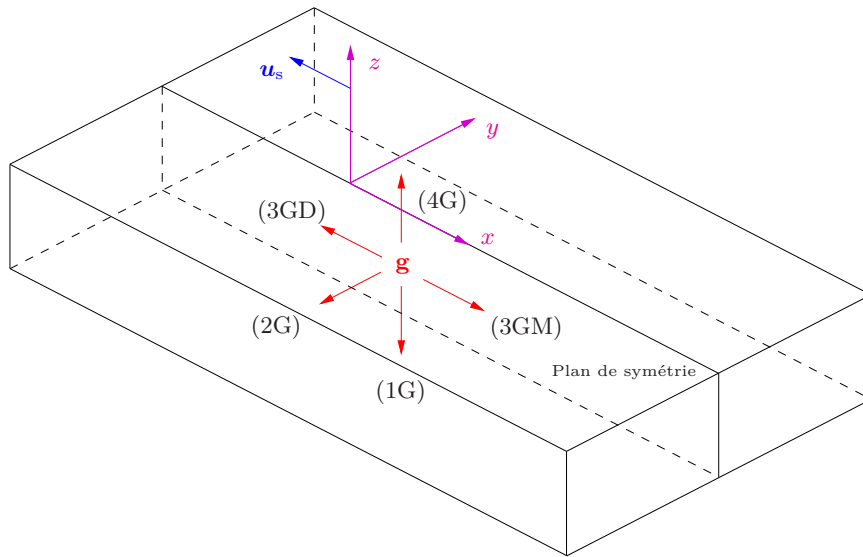


FIG. 4.13: Définition des directions du vecteur gravité pour l'étude de quelques positions de soudage.

Pour les cas 1G et 4G, deux vortex opposés trouvés dans le plan symétrique conduisent à un écoulement centrifuge (1G) et à un écoulement centripète (4G). D'autre part, pour les cas 3GD et 3GM, un seul vortex est obtenu dans le plan de symétrie. Enfin, pour le cas 2G, en supposant la gravité contraire à l'axe des y , deux écoulements opposés apparaissent sur la surface supérieure.

En outre, pour le cas 2G, puisque l'écoulement est non symétrique sur la surface supérieure, une différence de la largeur du bain fondu par rapport à la position de la torche est obtenue et les largeurs calculées à gauche et à droite sont de 3,49 mm et 3,60 mm, respectivement.

La prise en compte du terme de flottabilité dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement lors du changement de position de soudage, nous apparaît bien vérifiée.

4.3.4.2 Écoulement induit par l'ensemble des forces motrices avec une surface libre déformable

Nous nous intéressons ici à la forme du bain de soudage pour différentes positions de soudage en tenant compte des trois forces motrices et avec une surface libre déformable. Pour pouvoir comparer, nous choisissons des paramètres du procédé permettant d'avoir des calculs convergés dans tous les cas. Par exemple, la surface du bain pourrait être trop déformée pour la position en verticale montante et le liquide s'écoulerait. On peut souder plus vite pour diminuer la taille du bain liquide et utiliser une pression d'arc moindre pour diminuer la déformation de la surface libre. Par conséquent, les paramètres choisis sont 10 ppm de soufre, $20 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$ de vitesse de soudage, $100 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$ de pression d'arc, 150 A de courant et 10 V de tension.

Le champ de température et la variation du profil de la surface pour les positions à plat, au plafond, en verticale descendante, en verticale montante et en corniche sont présentés sur les figures 4.16, 4.17, 4.19 et 4.21. Les résultats de simulation montrent que la position de soudage influence nettement la forme du bain de fusion, particulièrement celle de la surface mais ne change pas les sens d'écoulement dans le bain (figure 4.15). Dans le paragraphe précédent, nous avons montré qu'un écoulement induit par la seule force de flottabilité, change d'orientation en fonction de la position. Cela n'est plus le cas en présence des trois forces motrices, car les forces indépendantes de la gravité telles que celles de Marangoni et de Lorentz sont prépondérantes face à la

4.3. Étude de l'influence des paramètres opératoires et de la position de soudage

Cas	T_{\max} (K)	$\ \mathbf{u}\ _{\max}$ (m·s ⁻¹)	Long (mm)	Larg (mm)	Péné (mm)	Volume (mm ³)
1G	2425	0,21	7,34	6,24	0,83	22,18
2G (Maillage complet)	2421	0,19	8,54	7,20 6,10	0,92	36,44
3GM	2308	0,25	7,65	6,02	1,27	25,64
3GD	2385	0,19	7,12	6,72	1,06	20,80
4G	2398	0,20	7,44	6,26	0,96	22,94

TAB. 4.6: Quantités simulées pour différentes positions de soudage 1G, 2G, 3GD, 3GM et 4G.

force de flottabilité.

Comme attendu, la surface libre du bain de fusion se déforme suivant la direction de la gravité (cas 3GD, cas 3GM et cas 2G) qui tend à tirer la masse fondue de la surface libre dans cette direction (figures 4.19 et 4.21). De plus, il peut être observé sur la figure 4.18 que les formes du bain dans les deux cas 1G et 4G sont assez semblables. En effet, la force de gravité tend à entraîner le métal liquide à couler de la partie supérieure vers la partie inférieure dans les cas de soudage en position verticale et corniche, mais cela n'arrive pas dans les positions à plat et au plafond. D'autre part, l'orientation de la gravité par rapport à la surface du bain de soudage dans les deux cas 1G et 4G, conduit à une légère différence de la forme du bain. Ainsi, une condition nécessaire dans le cas du soudage au plafond est que les forces de tension de surface demeurent suffisamment grandes pour résister à la force de gravité.

Pour la position en corniche 2G, la largeur du bain de soudage est clairement asymétrique autour de la position de l'électrode. Les largeurs calculées de la partie inférieure et de la partie supérieure sont de 3,60 mm et 3,05 mm, respectivement. En effet, la force de gravité tire la surface libre du bain vers le bas, le métal liquide est aussi déplacé vers le bas suivant la direction de la gravité, ce qui provoque le gonflement du bain en partie inférieure, augmente la pénétration du bain dans la partie supérieure et enfin induit une asymétrie dans la forme du cordon de soudure (figure 4.21).

Des quantités simulées utiles sont indiquées dans le tableau 4.6. Au cours du soudage en position verticale montante (3GM), la pénétration est plus grande que celle dans les positions à plat, en corniche, en verticale descendante et au plafond (figure 4.20 à droite). En effet, la gravité transporte de la masse vers le bas et loin de l'arc, ce qui expose le matériau sous-jacent et provoque plus de pénétration. Une tendance similaire a été observée sur les résultats numériques de Kumar [117] au cours du soudage MAG.

La direction de soudage et l'orientation de la gravité dans la position verticale descendante (3GD) donnent une déformation convexe de la surface libre sous la position de la torche car la gravité transporte de la masse fondue vers l'arc, contrairement aux autres cas (figure 4.20 à gauche).

4. Simulations de différentes configurations de soudage

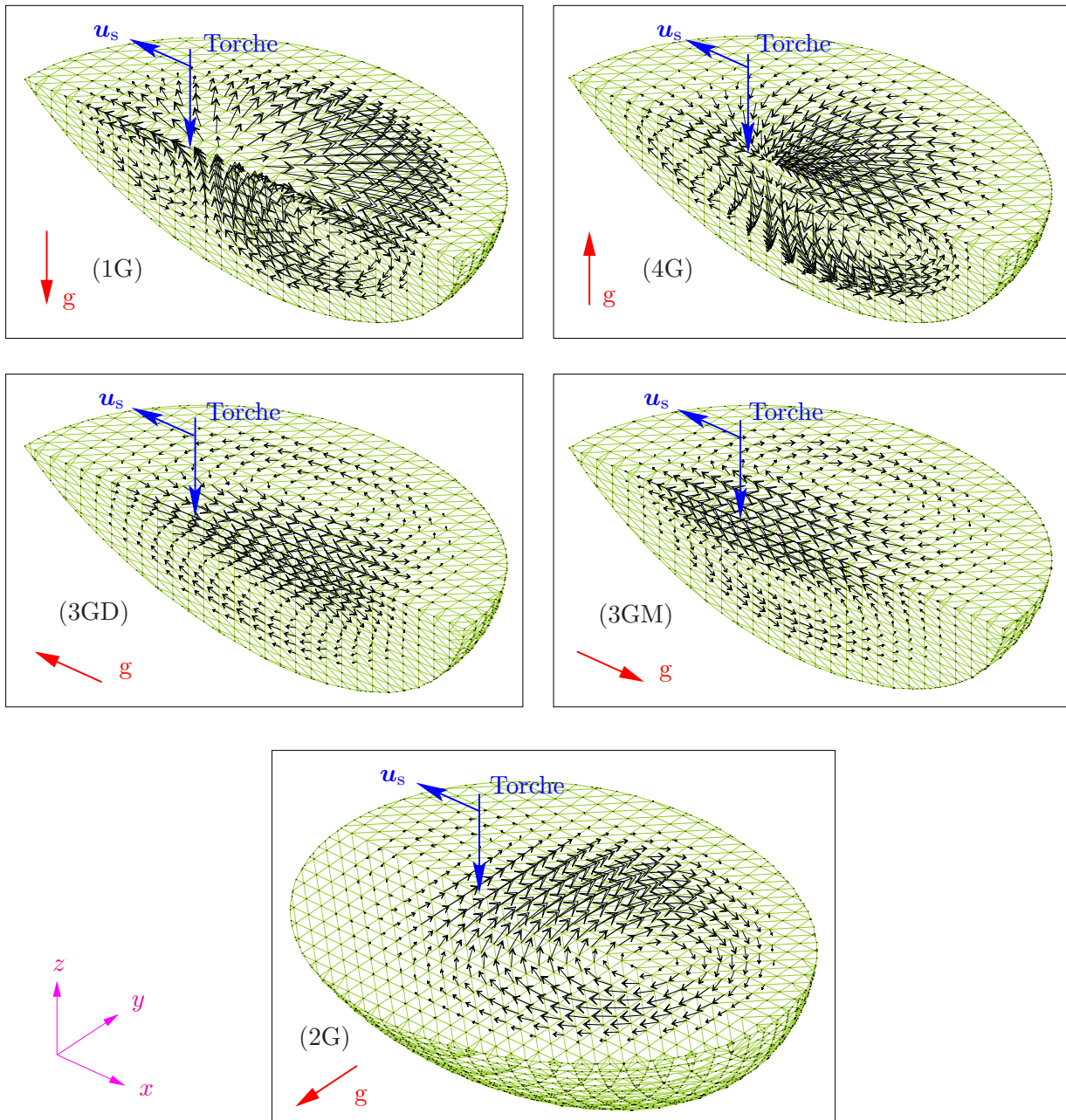


FIG. 4.14: Écoulement induit dans le bain liquide par la seule force de Boussinesq sans surface déformée pour différentes positions de soudage : à plat (1G), en corniche (2G), en verticale descendante (3GD), en verticale montante (3GM) et au plafond (4G). Pour des raisons de clarté, les écoulements montrés ci-dessus sont affichés sur seulement 80 000 éléments pour le cas 2G et 40 000 éléments pour les autres cas.

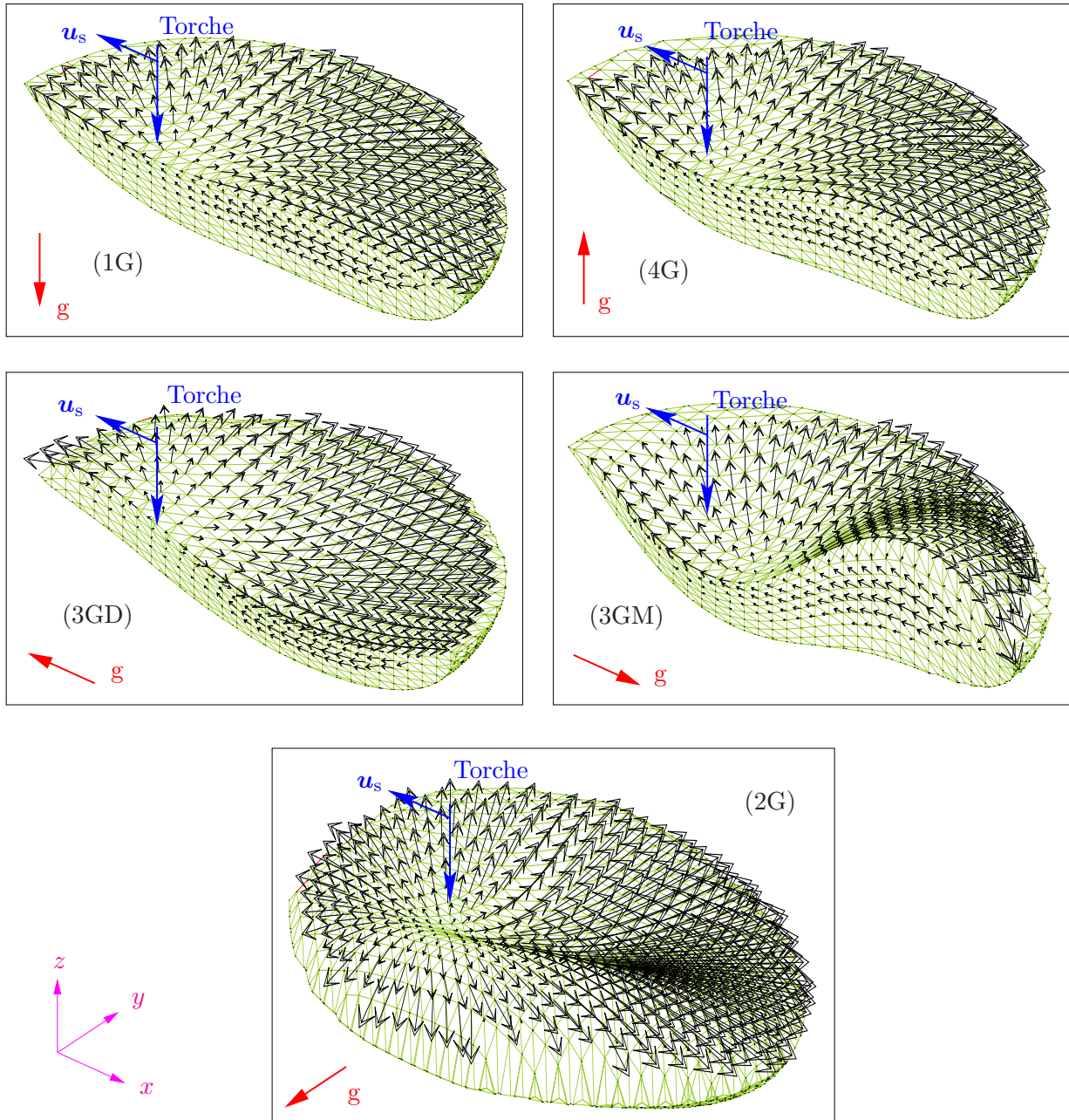


FIG. 4.15: Écoulement dans le bain liquide pour différentes positions de soudage : à plat (1G), en corniche (2G), en verticale descendante (3GD), en verticale montante (3GM) et au plafond (4G). Pour des raisons de clarté, les écoulements montrés ci-dessus sont affichés sur seulement 80 000 éléments pour le cas 2G et 40 000 éléments pour les autres cas.

4. Simulations de différentes configurations de soudage

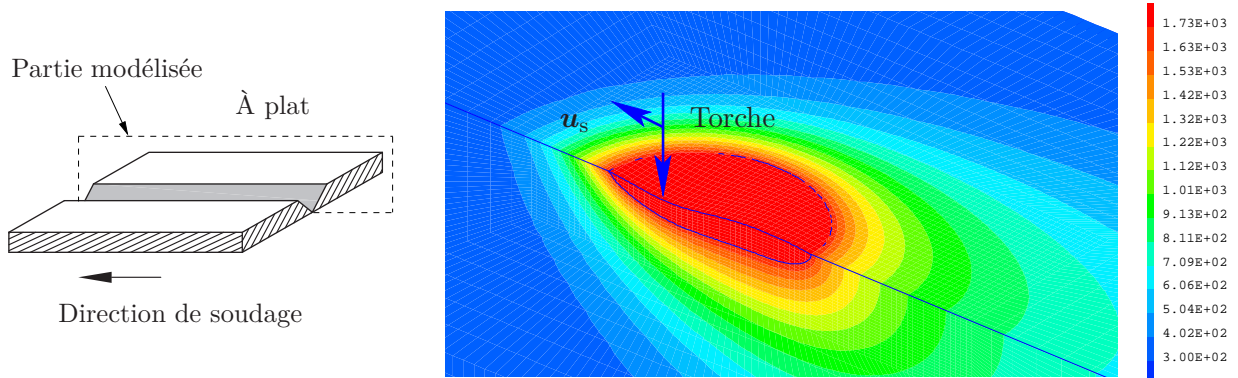


FIG. 4.16: Champ de température (K) et frontière du bain liquide en position à plat (1G).

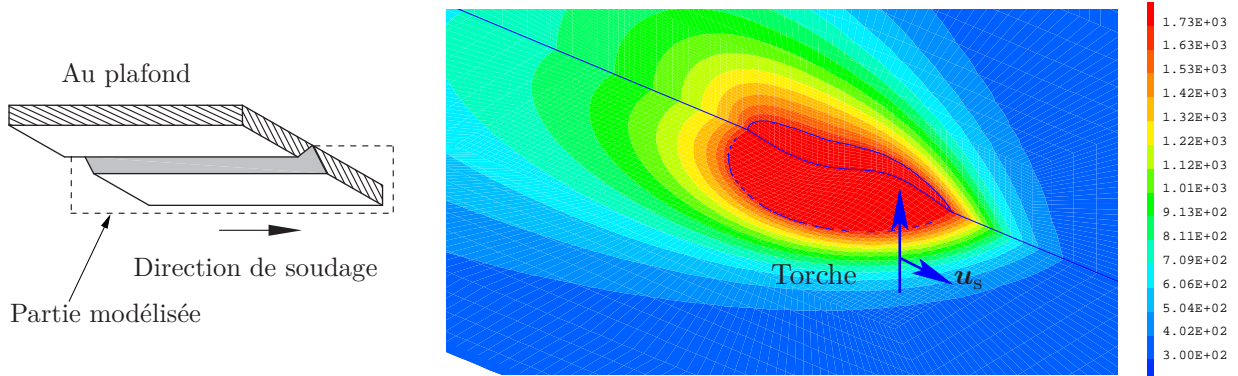


FIG. 4.17: Champ de température (K) et frontière du bain liquide en position au plafond (4G).

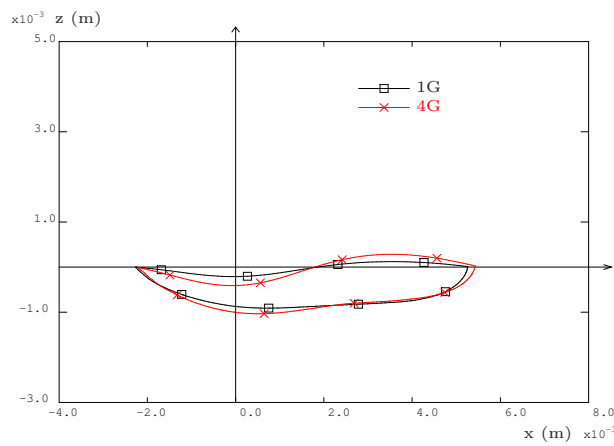


FIG. 4.18: Comparaison de la forme du bain dans la coupe longitudinale entre les positions à plat et au plafond.

4.3. Étude de l'influence des paramètres opératoires et de la position de soudage

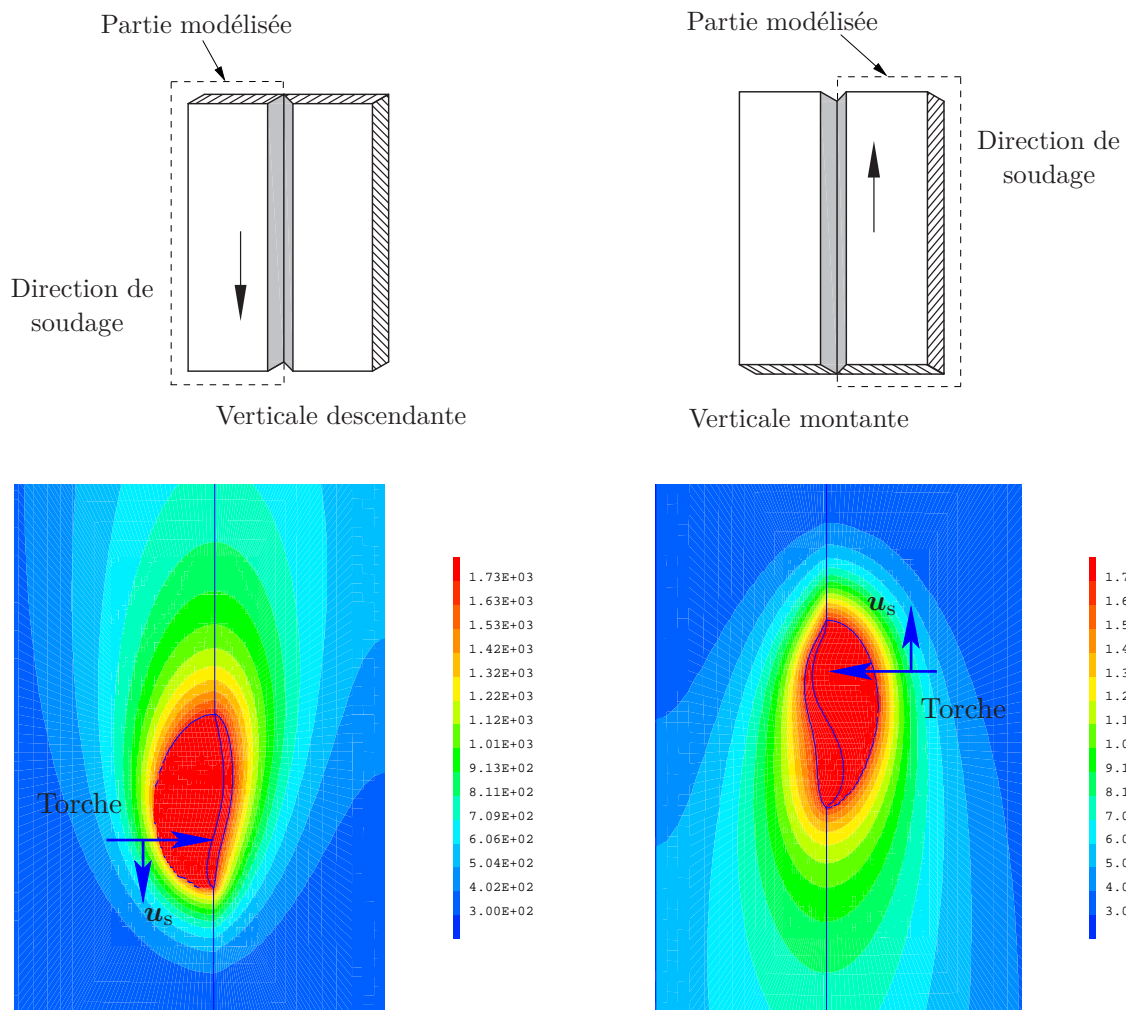


FIG. 4.19: Champ de température (K) et frontière du bain liquide pour les positions verticale descendante (3GD) et verticale montante (3GM).

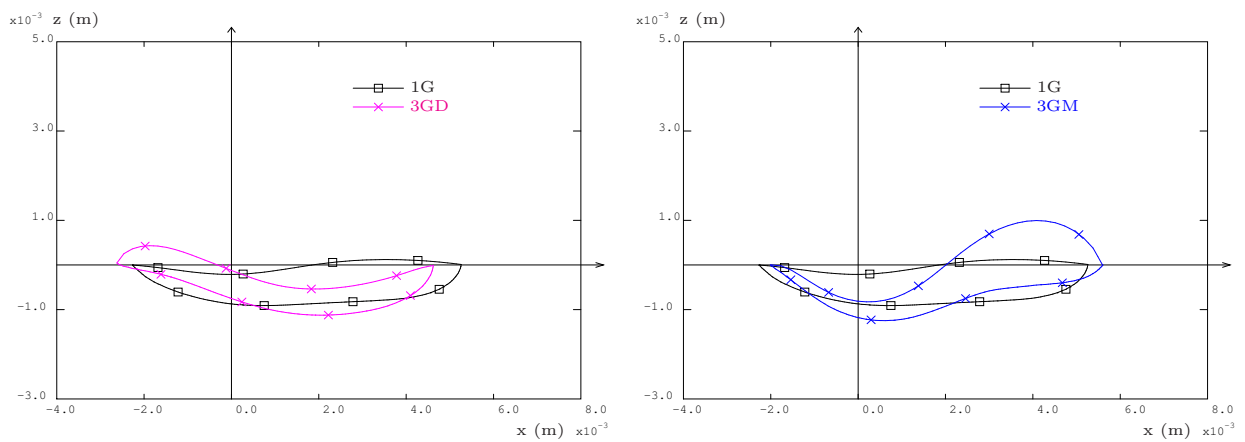


FIG. 4.20: Comparaison de la forme du bain en coupe longitudinale entre les positions à plat et verticale descendante (gauche) et entre les positions à plat et verticale montante (droite).

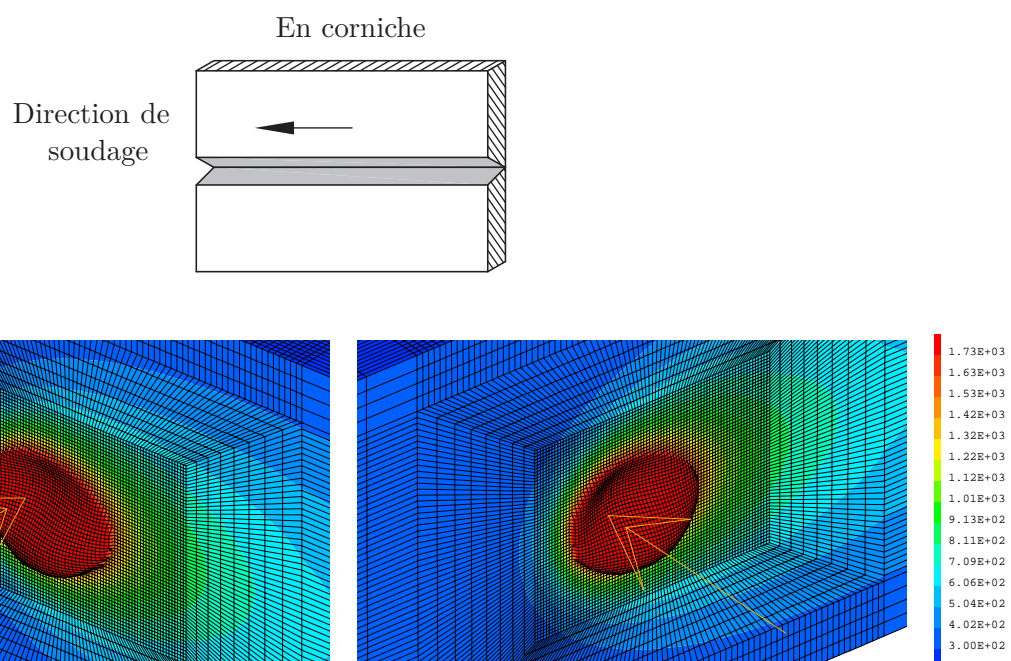


FIG. 4.21: Champ de température (K) et frontière du bain liquide en position corniche (2G), vue de droite à gauche (gauche) et vue de gauche à droite (droite).

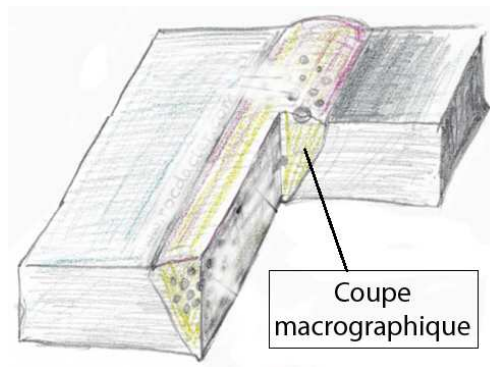


FIG. 4.22: Définition de la macrographie du cordon de soudage ©Rocdacier [118].

Essais	[S] (ppm)	u_s ($\text{cm}\cdot\text{min}^{-1}$)	Largeur (mm)	Pénétration (mm)
1	10	15	$9,4\pm 0,4$	$1,7\pm 0,2$
2	10	30	$7,7\pm 0,4$	$1,3\pm 0,2$
3	280	15	$9,8\pm 0,4$	$2,1\pm 0,2$
4	280	30	$7,5\pm 0,4$	$1,5\pm 0,2$

TAB. 4.7: Dimensions des macrographies pour les essais de soudage en ligne de fusion de Koudadje [14].

4.4 Comparaison à l'expérience

Pour vérifier la capacité de prédiction de notre modèle, au moins dans le cas du soudage à plat, les macrographies du cordon de soudage obtenues par simulation numérique sont comparées à celles des expériences menées par Koudadje [14].

4.4.1 Présentation des expériences menées par Koudadje [14]

Les essais conduits par Koudadje [14] consistent à réaliser une ligne de fusion avec un arc TIG sans métal d'apport en pleine tôle avec une vitesse de soudage constante. Ces essais ont été réalisés sur des tôles d'aciers inoxydables 304L de 100 mm de longueur, 50 mm de largeur et 18 mm d'épaisseur en utilisant deux valeurs de vitesse de soudage ($15 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$ et $30 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$) et deux nuances d'aciers (10 ppm et 280 ppm de soufre). Le procédé utilise une intensité de soudage de 200 A, une tension de 15 V et une hauteur d'arc de 2 mm. Ces expériences permettent de comprendre l'effet induit par la vitesse de soudage et la teneur en soufre des matériaux.

La macrographie est une coupe perpendiculaire au cordon de soudure (voir figure 4.22). Elle est utilisée comme base pour confronter notre modèle avec l'expérience. Le tableau 4.7 liste les dimensions des macrographies des essais de Koudadje [14]. En comparant les essais 1 et 3 aux essais 2 et 4 on note une augmentation de la pénétration due aux différentes teneurs en soufre qui se réduit de 25 % à 15 % avec le doublement de la vitesse. De même, il est constaté une diminution de la largeur et de la pénétration du bain indépendamment de la teneur en soufre.

4. Simulations de différentes configurations de soudage

[S] (ppm)	10		10		280		280	
u_s (cm·min ⁻¹)	15		30		15		30	
Bain fondu	Larg (mm)	Péné (mm)	Larg (mm)	Péné (mm)	Larg (mm)	Péné (mm)	Larg (mm)	Péné (mm)
Expérience (K)	9,4±0,4	1,7±0,2	7,7±0,4	1,3±0,2	9,8±0,4	2,1±0,2	7,5±0,4	1,5±0,2
Simulation (S)	9,40	1,52	7,61	1,28	9,44	1,86	7,62	1,37
Écart (S/K)	0,0%	10,6%	1,2%	1,5%	3,7%	11,4%	1,6%	8,7%
Simulation (M)	9,38	1,58	7,60	1,32	9,52	2,08	7,64	1,49
Écart (M/K)	0,2%	7,1%	1,3%	1,5%	2,9%	1,0%	1,9%	0,7%

TAB. 4.8: Comparaison des dimensions du bain fondu simulé en utilisant le modèle de tension de surface de Sahoo (S) [27], de Mills (M) [62] et 200 N·m⁻² de pression d'arc avec celles expérimentales de Koudadje (K) [14].

4.4.2 Comparaison avec les macrographies

Dans cette comparaison, les macrographies obtenues par simulation numérique en utilisant les deux modèles de tension de surface de Sahoo [27] et de Mills [62], sont comparées à celles des expériences de Koudadje afin de vérifier les résultats et de choisir un modèle de tension de surface adapté pour les nuances du matériau 304L.

Les figures 4.23 et 4.24 montrent la comparaison de la macrographie du cordon expérimentale de Koudadje [14] avec nos prédictions numériques en utilisant le modèle de Sahoo (contour rouge) et de Mills (contour jaune) pour deux teneurs de soufre de 10 ppm et de 280 ppm et deux vitesses de soudage de 15 cm·min⁻¹ et 30 cm·min⁻¹ et avec une pression d'arc de 200 N·m⁻², un rendement du procédé de 0,68, les rayons de la gaussienne pour la densité de courant électrique $\sigma_\phi = 2$ mm, le flux de chaleur $\sigma_q = 5$ mm et la pression d'arc $\sigma_p = 1,18$ mm. Le maximum de l'écart relatif par rapport à l'expérience de Koudadje est au plus de 11,4% sur la pénétration et de 3,7% sur la largeur du bain fondu (tableau 4.8).

En se basant sur les résultats des macrographies (figure 4.23, figure 4.24 et tableau 4.8), on peut conclure que notre modèle numérique est capable de prédire certaines grandeurs d'intérêts du soudage à l'arc TIG. Au regard des résultats, et de la nuance 304L, le modèle de tension de surface de Mills semble le plus adapté notamment avec une meilleur prédiction de la pénétration. Cette conclusion avait aussi été donnée par Koudadje dans ses travaux. Cependant, outre la composition en soufre, la pénétration dépend aussi de la déformation de la surface et donc de la pression d'arc. Le modèle utilisé par Koudadje ne tient pas compte de la déformation de la surface libre, qui influence nettement la pénétration du bain fondu. Ainsi, dans notre modèle à surface déformable, si nous utilisons une valeur de pression d'arc plus grande que 200 N·m⁻² (par exemple de 300 N·m⁻² comme dans l'étude de la section 4.3.3), le modèle de Sahoo peut devenir plus adapté que celui de Mills.

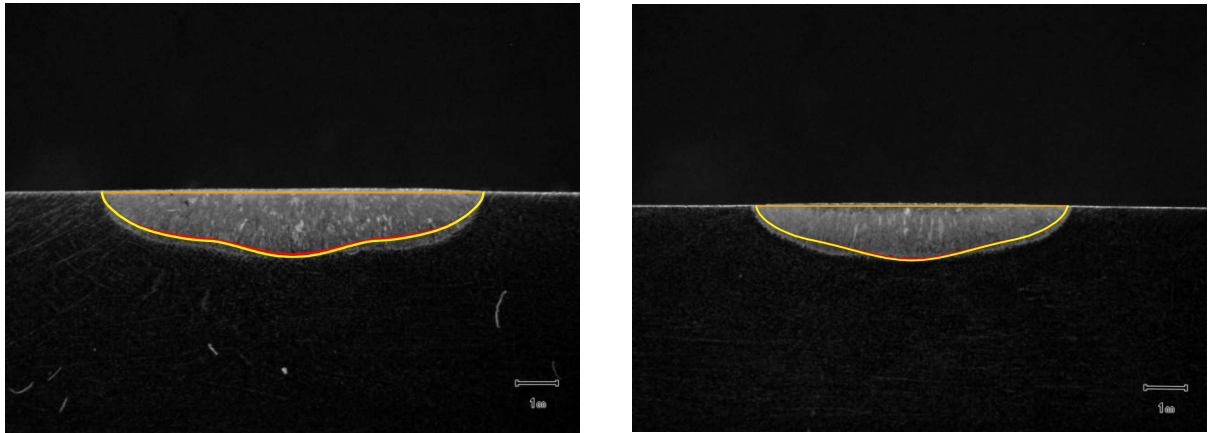


FIG. 4.23: Comparaison de la macrographie du cordon, issue des expériences de Koudadje [14], avec les prédictions numériques en utilisant le modèle de Sahoo (contour rouge) et de Mills (contour jaune) pour 10 ppm de soufre et une vitesse de soudage de $15 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$ (gauche) et de $30 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$ (droite).

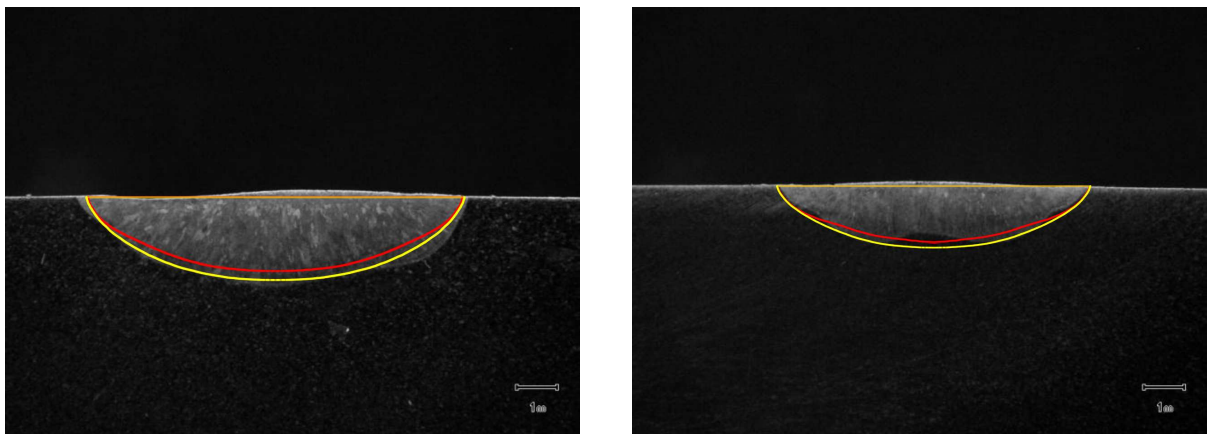


FIG. 4.24: Comparaison de la macrographie du cordon, issue des expériences de Koudadje [14], avec les prédictions numériques en utilisant le modèle de Sahoo (contour rouge) et de Mills (contour jaune) pour 280 ppm de soufre et une vitesse de soudage de $15 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$ (gauche) et de $30 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$ (droite).

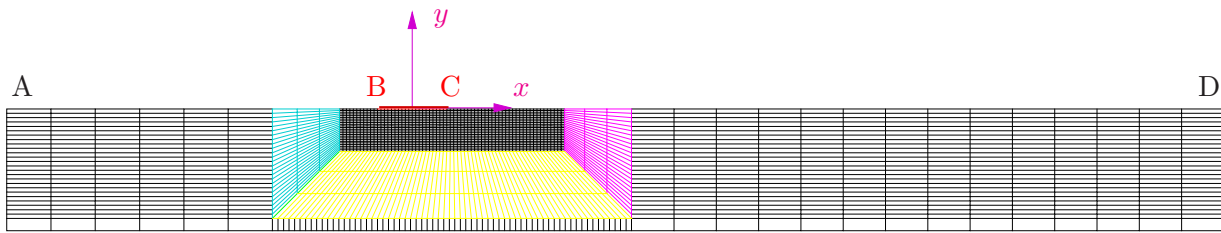


FIG. 4.25: Maillage utilisé pour l'étude de la condition cinématique en 2D.

4.5 Étude numérique du modèle avec apport de matière

Dans cette section, on commence tout d'abord par étudier la déformation de la surface libre en résolvant la condition cinématique seule. Cette étude permet de trouver la forme de la surface libre à partir des données caractéristiques du dépôt de matière (quantité, forme de dépôt, vitesse de dépôt, ...). Enfin, on montre quelques résultats numériques de calculs avec métal d'apport. Les études sont effectuées dans un premier temps en 2D, puis en 3D.

4.5.1 Étude numérique de la condition cinématique

4.5.1.1 Cas test en 2D

Pour notre étude, la configuration géométrique employée est présentée sur la figure 4.25. Un maillage de 100 mm de longueur et 10 mm de hauteur est maillé comme le plan de symétrie de la plaque en 3D (figure 2.3) et un flux de masse \hat{m} est imposée dans l'intervalle BC de dimension 6 mm.

La condition cinématique en 2D à résoudre s'écrit (cf. éq. (B.5)) :

$$u_x \frac{\partial h_y}{\partial x} - u_y = \frac{\hat{m}}{\rho} \quad (4.6)$$

avec la condition à la limite :

$$h_y = 0 \quad \text{au point A} \quad (4.7)$$

Pour l'appliquer dans un modèle de soudage, nous choisissons ici un champ de vitesse constant sur toute la surface du point A au point D : $\mathbf{u} = (u_x, u_y) = (1, 0) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Ce champ de vitesse est tracé sur la figure 4.26.

On choisit ensuite deux formes locales du dépôt de masse \hat{m} différentes : une forme uniforme, constante par morceaux et une forme triangulaire, linéaire par morceaux. La quantité de masse totale apportée par unité de temps \hat{M} est choisie telle que : $\frac{\hat{M}}{\rho} = 2,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$.

L'équation (4.6) se simplifie en :

$$u_x \frac{\partial h_y}{\partial x} = \frac{\hat{m}}{\rho} \quad (4.8)$$

Le déplacement de la surface libre est montré pour les deux formes du dépôt de masse sur les figures 4.27 et 4.28. L'altitude du point D obtenue dans deux cas est la même, égale à 2 mm. Cette valeur est cohérente avec l'équation de conservation de la masse globale (B.10). Cependant, il y a une différence de déformation de la surface libre dans la zone d'apport de matière. En effet, une forme régulière conduit à une déformation linéaire (figure 4.27) et une forme de triangle à une déformation parabolique (figure 4.28).

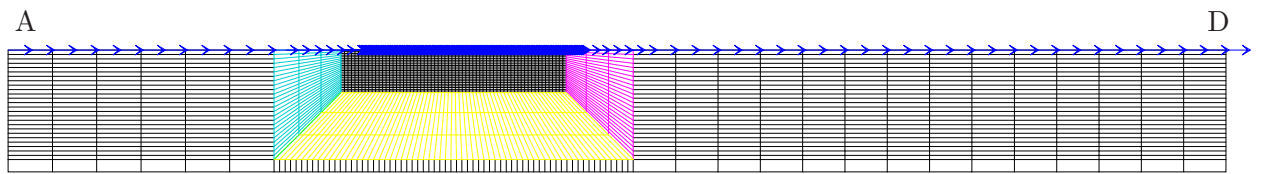
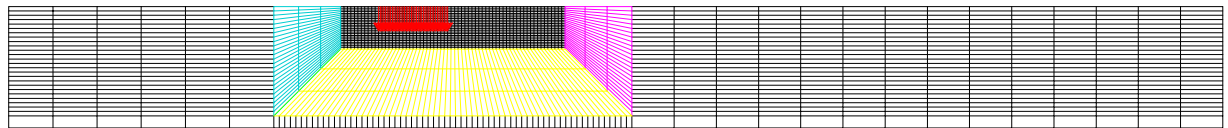
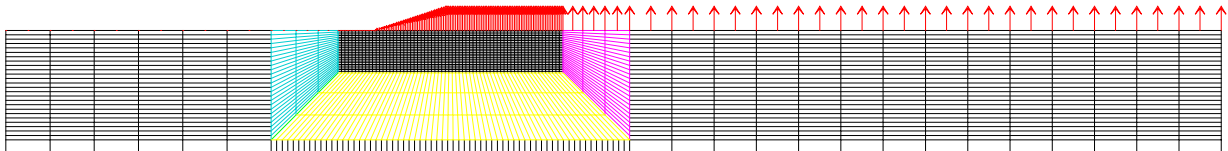


FIG. 4.26: Champ de vitesse imposé sur la surface supérieure du maillage.

Forme du dépôt de métal $\frac{\hat{m}}{\rho}(x)$ sur le maillage initial



Déplacement des nœuds de la surface



Maillage final

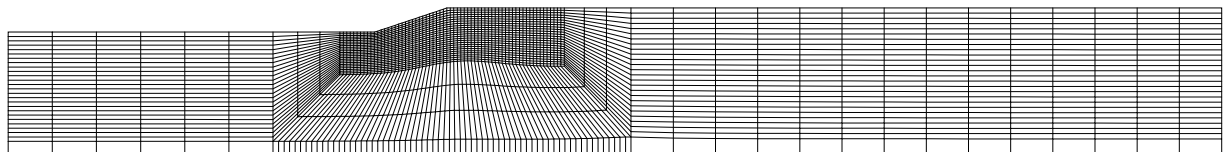
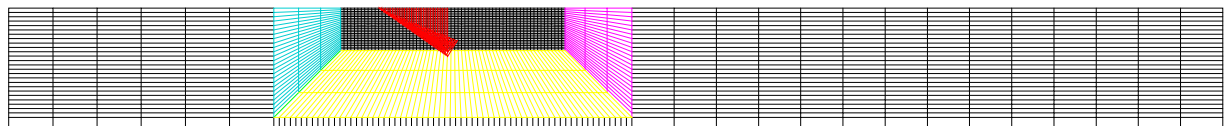


FIG. 4.27: Déplacement de la surface libre pour un apport de masse uniforme, constant par morceaux.

Forme du dépôt de métal $\frac{\hat{m}}{\rho}(x)$ sur le maillage initial



Maillage final

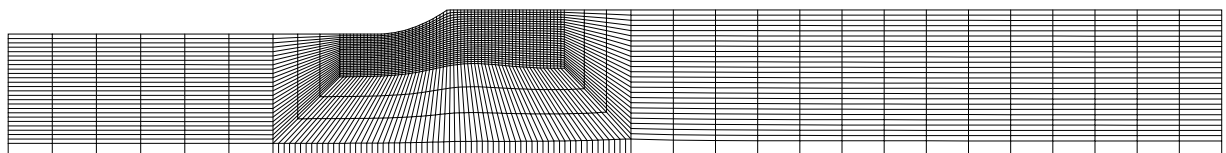


FIG. 4.28: Déplacement de la surface libre pour un apport de masse triangulaire, linéaire par morceaux.

4.5.1.2 Cas test en 3D

Pour cette étude, la configuration géométrique employée est présentée sur la figure 4.29. Une plaque de 100 mm de longueur, 30 mm de largeur et 10 mm de hauteur est utilisée et un flux de masse \hat{m} est imposé dans la zone rouge.

La condition cinématique en 3D s'écrit (cf. éq. (B.12)) :

$$u_x \frac{\partial h_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial h_z}{\partial y} - u_z = \frac{\hat{m}}{\rho} \quad (4.9)$$

avec la condition à la limite :

$$h_z = 0 \quad \text{sur la côté AB} \quad (4.10)$$

De façon similaire au cas 2D, on choisit un champ de vitesse constant sur toute la surface ABCD : $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z) = (1, 0, 0) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Le champ de vitesse est tracé sur la figure 4.30. L'équation (4.9) se simplifie en :

$$u_x \frac{\partial h_z}{\partial x} = \frac{\hat{m}}{\rho} \quad (4.11)$$

On a choisi ensuite deux formes du dépôt de masse différentes : une forme en triangle telle que la quantité totale de masse apportée par unité de temps \hat{M} soit égale à $\frac{\hat{M}}{\rho} = 3,344 \times 10^{-6} \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ et une forme parabolique telle que la quantité totale de masse apportée par unité de temps \hat{M} soit égale à $\frac{\hat{M}}{\rho} = 4,438 \times 10^{-6} \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$.

Contrairement au cas 2D, la déformation de la surface libre en 3D dépend de la forme du dépôt de masse et non pas uniquement de la masse totale apportée. Effectivement, les figures 4.31 et 4.32 montrent une zone de déformation de la surface libre ayant la même forme que celle choisie pour le terme source \hat{m} . Une forme en triangle provoque une déformation en triangle et une forme en parabole donne une déformation en parabole.

Pour vérifier la conservation de la masse (équation (B.17)), on a calculé les aires des surfaces « entrée » et « sortie » :

- Forme en triangle : aire de la surface « entrée » $S_{\text{entrée}} : 3,000 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ et aire de la surface « sortie » $S_{\text{sortie}} : 3,0334 \times 10^{-4} \text{ m}^2$.
- Forme en parabole : aire de la surface « entrée » $S_{\text{entrée}} : 3,000 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ et aire de la surface « sortie » $S_{\text{sortie}} : 3,0444 \times 10^{-4} \text{ m}^2$.

Les valeurs trouvées satisfont l'équation (B.17).

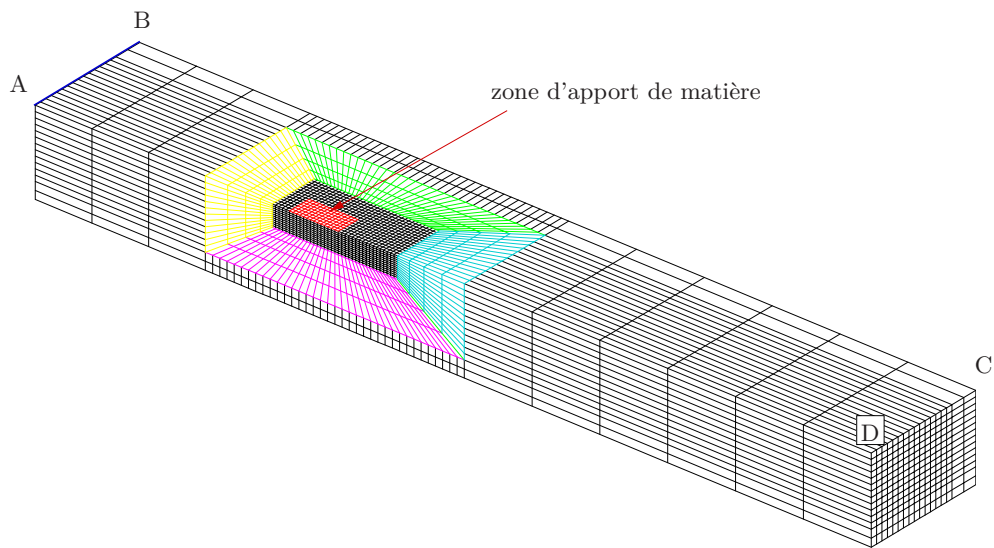


FIG. 4.29: Demi-plaque utilisée pour l'étude de la condition cinématique en 3D.

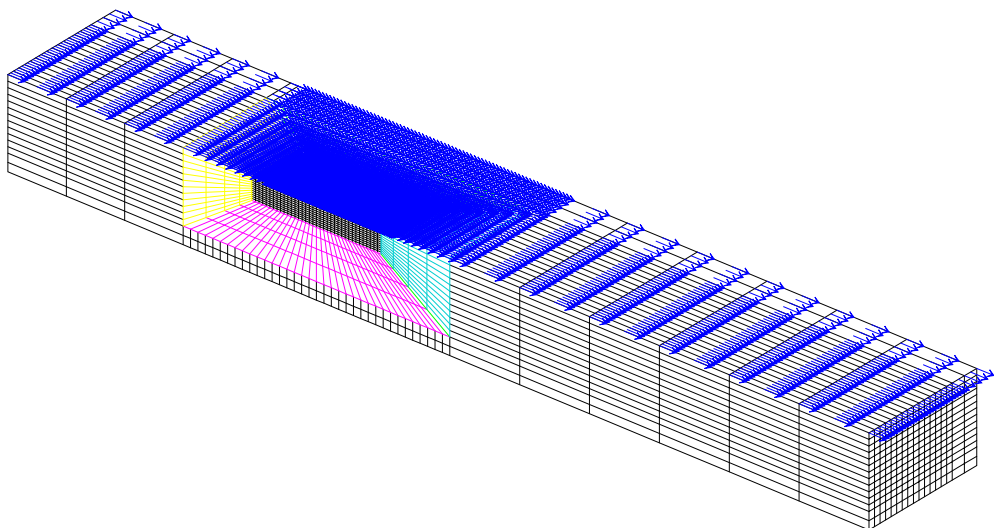


FIG. 4.30: Champ de vitesse imposé sur la surface supérieure du maillage.

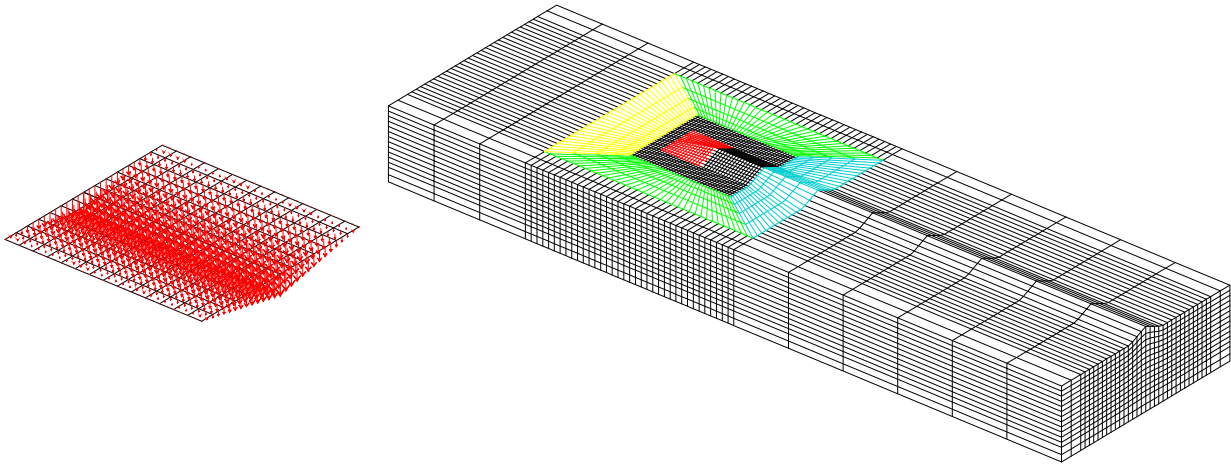


FIG. 4.31: Forme en triangle du flux de masse (gauche) et déplacement de la surface (droite).

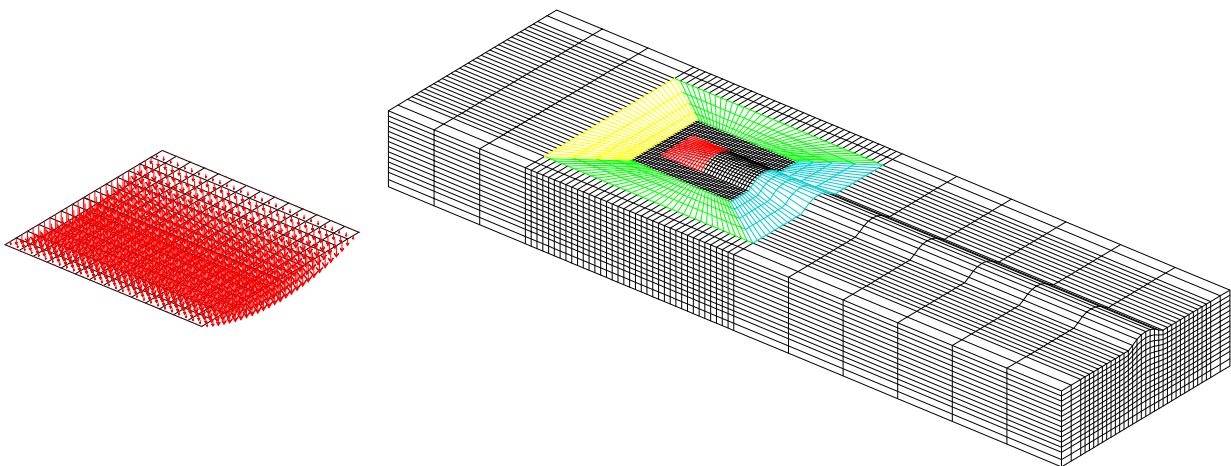


FIG. 4.32: Forme en parabole du flux de masse (gauche) et déplacement de la surface (droite).

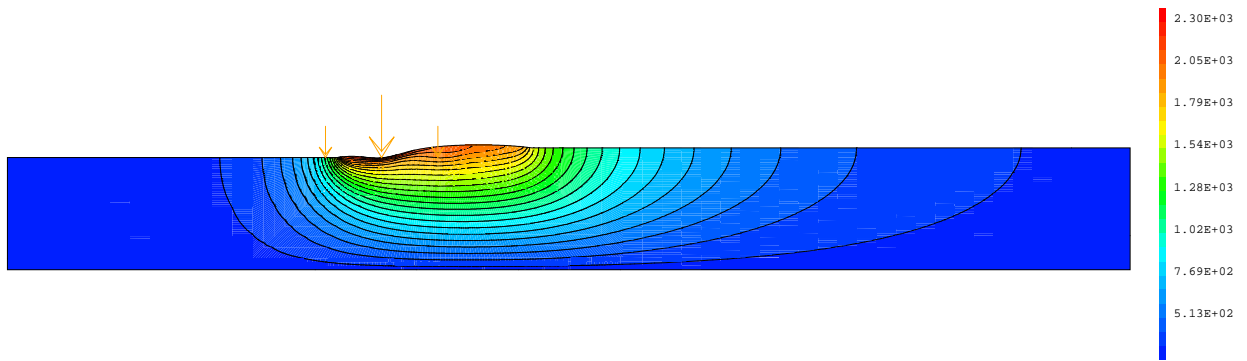


FIG. 4.33: Champ de température (K) en 2D avec apport de matière ($\widehat{\dot{M}}/\rho = 1,007 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$).

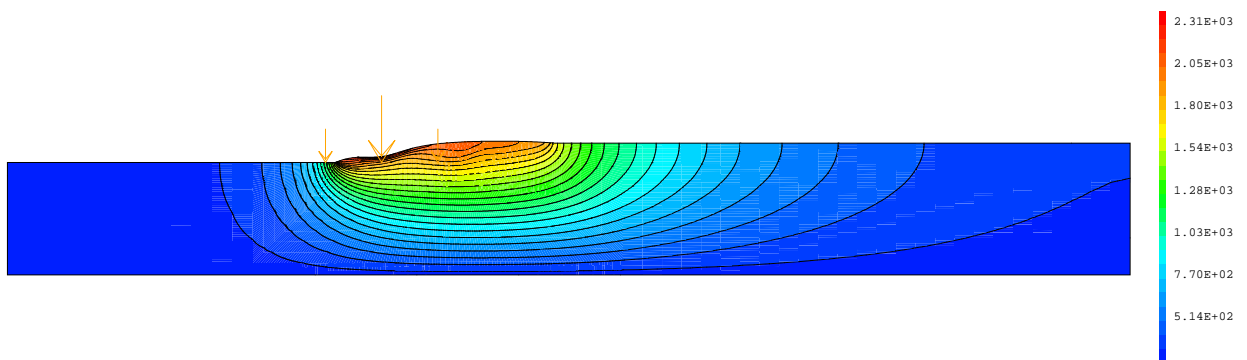


FIG. 4.34: Champ de température (K) en 2D avec apport de matière ($\widehat{\dot{M}}/\rho = 2,014 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$).

4.5.2 Apport de matière en 2D

Pour nos calculs, la géométrie de la plaque, la condition à la limite pour l'équation cinématique et l'intervalle où le flux de masse est imposé (6 mm) sont pris égaux à ceux de la section 4.5.1.1. On utilise deux quantités de masse totale apportées : $\widehat{\dot{M}}/\rho = 1,007 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ et $\widehat{\dot{M}}/\rho = 2,014 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, et une forme uniforme, constante par morceaux. En dehors du métal d'apport, les autres paramètres sont de 10 ppm de teneur en soufre, $7 \text{ cm} \cdot \text{min}^{-1} = 1,17 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ de vitesse de soudage, $200 \times 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ de pression d'arc, 150 A de courant et 12 V de tension avec un rendement du procédé de 0,68. La puissance linéique est égale à $1224 \times 10^2 \text{ W} \cdot \text{m}$.

La distribution de température dans la plaque est présentée sur les figures 4.33 et 4.34 et les résultats numériques d'intérêt sont présentés dans le tableau 4.9. On voit qu'une augmentation de la quantité de métal d'apport conduit proportionnellement à une augmentation du déplacement maximal de la surface libre et réduit la pénétration du bain.

4.5.3 Apport de matière en 3D

L'étude en 3D s'avère plus difficile que dans le cas 2D. C'est la raison pour laquelle on a effectué un premier calcul uniquement thermique avec apport de matière. Ensuite, une discussion

4. Simulations de différentes configurations de soudage

$\widehat{\frac{\dot{M}}{\rho}}$ ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	\mathbf{u}_s ($\text{cm} \cdot \text{min}^{-1}$)	T_{\max} (K)	$\ \mathbf{u}\ _{\max}$ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	Long (mm)	Péné (mm)	Déplacement _{max} (mm)
$1,007 \times 10^{-6}$	7	2345	0,21	16,95	1,11	0,86
$2,014 \times 10^{-6}$	7	2352	0,21	19,26	0,75	1,73

TAB. 4.9: Quantités simulées pour un apport de matière en 2D.

du découplage entre l'apport de matière et le modèle de soudage sera effectuée. Pour le terme source d'apport de masse, on choisit une forme parabolique (figure 4.32).

Les paramètres d'entrée sont de 10 ppm de soufre, $15 \text{ cm} \cdot \text{min}^{-1} = 2,5 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ de vitesse de soudage, $200 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ de pression d'arc, 150 A de courant et 12 V de tension avec un rendement du procédé de 0,68.

4.5.3.1 Apport de matière et transferts purement thermiques

La quantité totale de métal apportée est choisie comme : $\widehat{\frac{\dot{M}}{\rho}} = 4,751 \times 10^{-9} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. La figure 4.35 montre le champ de température du problème thermique pur avec apport de matière. L'étape d'apport de matière change tout d'abord la géométrie de la plaque comme lors de l'étude de la condition cinématique (section 4.5.1.2). Le problème thermique est résolu aisément sur la nouvelle géométrie car il n'y a pas de relations entre les conditions aux limites du problème thermique et le déplacement de la surface libre.

4.5.3.2 Apport de matière dans le modèle de soudage

Nous montrons ici un premier résultat du modèle découplé d'apport de matière obtenu en utilisant une petite quantité de métal d'apport ($\widehat{\frac{\dot{M}}{\rho}} = 1,636 \times 10^{-9} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$) sur un maillage plutôt grossier.

Nous avons rencontré une difficulté d'ordre numérique pour la résolution de ce problème en 3D. Nous pensons qu'elle provient du déplacement de la surface libre deux fois dans deux étapes différentes : une étape concerne le déplacement de la surface libre sous l'effet de la pression de la torche et l'autre étape concerne le déplacement de la surface libre résultant de l'apport de matière.

Le déplacement de la surface libre et le champ de température sont montrés sur la figure 4.36. Effectivement, une petite quantité de masse d'apport conduit à un petit déplacement de la surface libre. Le choix d'un faible apport de masse et d'un maillage grossier permet d'éviter le problème numérique mentionné ci-dessus.

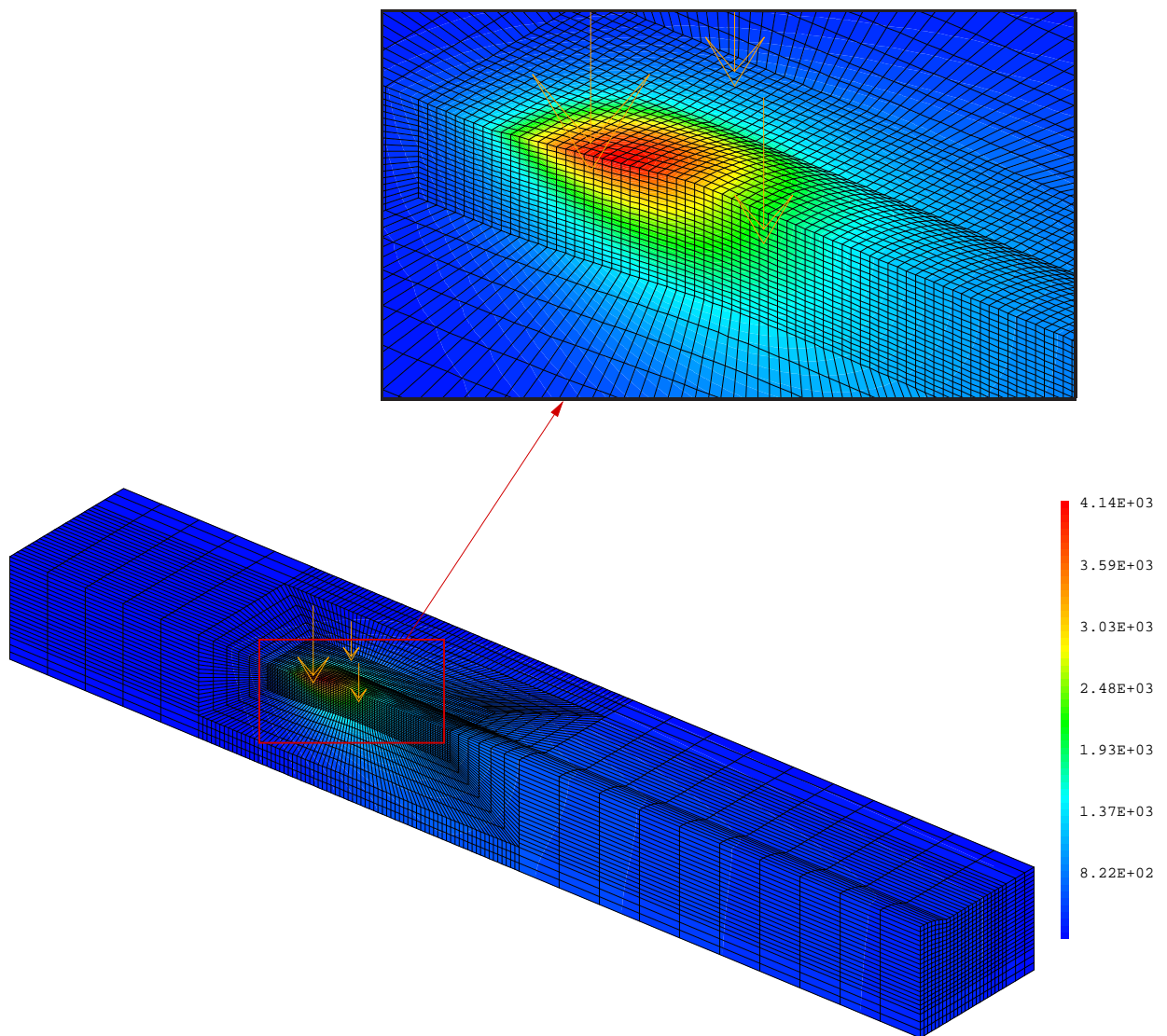


FIG. 4.35: Champ de température (K) avec apport de matière en 3D pour un problème où seule la thermique est résolue.

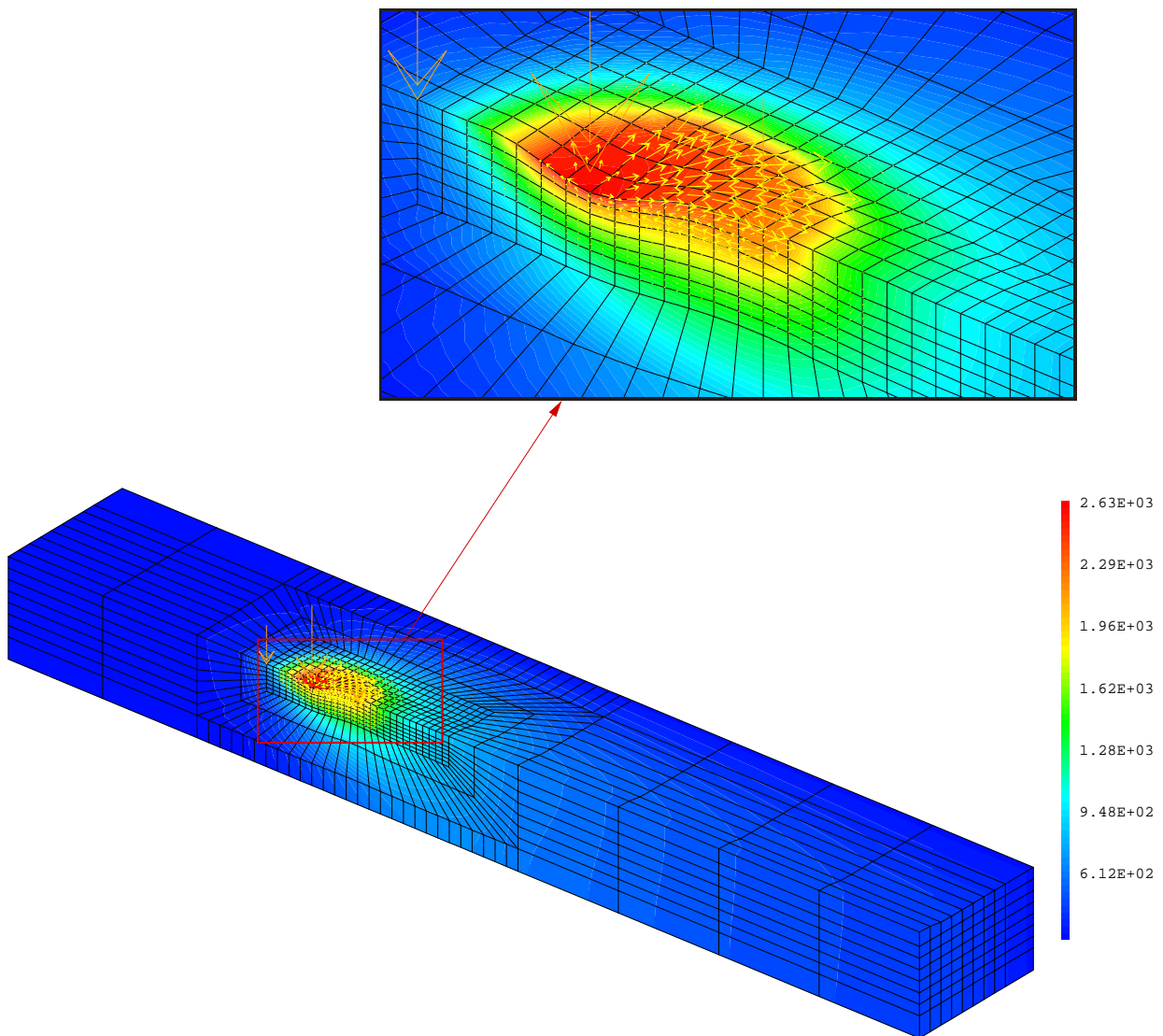


FIG. 4.36: Champ de température (K) avec apport de matière en 3D pour le modèle de soudage.

Conclusions du chapitre 4

Dans ce chapitre, la capacité de notre modèle numérique à simuler des configurations de soudage de type ligne de fusion sans métal d'apport a été vérifiée.

Tout d'abord, une étude de convergence en maillage a été réalisée sur les champs de température et de vitesses d'écoulement. Des maillages ont ainsi été identifiés pour permettre d'obtenir des résultats suffisamment précis avec un temps de calcul raisonnable. Dans nos études, un maillage avec 250 000 éléments a semblé suffisant, ce qui correspond à une taille moyenne de 8×10^{-5} m pour les éléments dans la zone du métal liquide.

Ensuite, afin de pouvoir étudier l'influence de la prise en compte de la surface libre déformable dans le modèle, deux simulations sans et avec déformation de la surface libre ont été comparées. En présence de la surface libre déformable, la surface du bain de fusion est fortement déformée par la pression d'arc au-dessous de la source. Cela conduit à une augmentation de la pénétration et de la longueur du bain de fusion, et à une diminution de la température maximale et de la vitesse d'écoulement maximale. Cette augmentation d'environ 25 % de la pénétration permet d'obtenir des résultats numériques plus proches des essais correspondants (cf. section 4.4).

De plus, nous avons étudiés différents modèles de tension de surface et d'extinction des vitesses sur la forme du bain fondu. Quatre modèles de tension de surface tirés de la bibliographie dont celui de Sahoo [27], celui modifié par Traidia [31], celui de Mills [62] et celui de McNallan [61] ont été étudiés. Dans le cas d'un bas soufre de 10 ppm, les quatre modèles donnent des résultats équivalents pour la forme du bain. Pour le cas haut soufre de 300 ppm, seul le modèle de Traidia montre des différences notables par rapport aux autres. En effet, le gradient thermique de tension de surface reste positif dans un domaine de température plus étendu, aboutissant à des pénétrations plus importantes que celles des autres modèles. Puis, quatre modèles d'extinction des vitesses ont été testés avec une décroissance linéaire, logarithmique, de type Carman-Kozeny [96] et Heaviside. Dans la configuration de notre étude, la forme du bain fondu peut être considérée comme inchangée en utilisant ces quatre modèles. Le temps de calcul est dans l'ordre croissant : Heaviside, linéaire, logarithmique et Carman-Kozeny. Le modèle de tension de surface de Sahoo [27] et le modèle d'extinction des vitesses à décroissance linéaire pour les calculs présentés dans cette thèse (sauf indication particulière) ont été retenus.

Nous analysons ensuite différentes conditions opératoires en considérant la teneur en éléments tensioactifs (notamment le soufre), la vitesse de soudage et la pression d'arc au regard des dimensions du bain de fusion en soudage. Pour des paramètres de soudage identiques, nous obtenons pour un acier à forte teneur en soufre (300 ppm) une pénétration du bain plus grande et une longueur plus petite que celles à faible teneur en soufre (10 ppm). Un seul écoulement vers l'extérieur est trouvé pour une faible de concentration de soufre (10 ppm) car la valeur du gradient de tension de surface est négative sur toute l'échelle de température. Au contraire, un écoulement centripète pour une haute concentration de soufre (300 ppm) est apparu en périphérie du bain de fusion car la valeur du gradient thermique de tension de surface est positive sur une partie de l'échelle de température proche de la température solidus. La structure d'écoulement dans le bain fondu provoque aussi une augmentation de la température maximale et une diminution de la vitesse d'écoulement en passant des matériaux bas soufre aux matériaux haut soufre.

En ce qui concerne la vitesse de défilement, une vitesse doublée conduit à une diminution du volume du bain fondu induisant aussi une diminution de la longueur, de la largeur et de la pénétration et ce, quelle que soit la teneur en soufre. On trouve également qu'une augmentation de la vitesse de soudage provoque des diminutions de la température maximale et de la vitesse d'écoulement dans le bain de fusion.

Nous avons considéré l'influence de la pression d'arc sur la forme du bain en supposant l'énergie

4. Simulations de différentes configurations de soudage

de soudage inchangée. Quand la pression d'arc augmente, la dépression de la surface libre augmente et la résultante de pénétration augmente également. Cependant, pour des concentrations en soufre élevées telle que 300 ppm, la pression d'arc a une influence moindre sur la pénétration, car le bain de soudage se creuse déjà sous l'effet de l'écoulement centripète. En outre, la variation de la pression d'arc ne change pas le volume du bain, la pénétration augmente d'autant que la largeur diminue tout en conservant le volume.

Puis, une contribution originale de ce travail a consisté à étudier l'influence de la position de soudage. Les positions sont à plat (1G), en corniche (2G), en verticale montante (3GM), en verticale descendante (3GD) et au plafond (4G). Au niveau du modèle numérique, le changement de la position de soudage affecte la force de flottabilité dans l'équation de la conservation de la quantité de mouvement et le terme issu de l'énergie potentielle gravitationnelle dans l'équation de la surface libre déformable. Dans une première étude de la position de soudage, le cas virtuel où seule la force de flottabilité gouverne l'écoulement du fluide est considéré. On trouve que ces écoulements sont bien contraires à la direction de la gravité, permettant de vérifier la programmation numérique du terme de flottabilité. Ensuite, une étude plus complète de la position de soudage a été effectuée. La position de soudage influence nettement la forme du bain de fusion, particulièrement celle de la surface libre mais ne change pas les sens d'écoulement dans le bain. La gravité tend à entraîner le métal liquide de la partie supérieure à la partie inférieure dans les positions verticales et en corniche, ce qui cause le gonflement du bain en partie inférieure. Cependant, ce n'est pas le cas dans les positions à plat et au plafond.

Pour vérifier la capacité de prédiction de notre modèle, nous avons comparé les macrographies simulées à celles expérimentales de Koudadje [14]. Le maximum de l'écart relatif par rapport à l'expérience de Koudadje est seulement de 11,4 % sur la pénétration et de 3,7 % sur la largeur de la macrographie. Cet écart se réduit notablement à 7,1 % pour la pénétration et à 2,9 % pour la largeur en utilisant un modèle de tension de surface mieux adapté tel que celui proposé par Mills [62]. Cette analyse des résultats de comparaison pour les configurations en ligne de fusion a permis de noter globalement un bon accord entre la simulation et l'expérience.

Pour traiter l'apport de matière, nous avons ensuite effectué l'étude numérique de la condition cinématique seule, d'abord en 2D puis en 3D. En 2D, le déplacement de la surface libre en aval de la zone d'apport de matière est proportionnel à la masse totale apportée, quelle que soit sa forme de dépôt. Au contraire, en 3D, la déformation de la surface libre a la même forme que la masse apportée. Puis, des résultats de cette approche préliminaire de la modélisation de l'apport de matière ont été montrés. Les calculs en 2D semblent bien converger avec deux quantités de masse apportées. Une quantité doublée de métal d'apport conduit à une augmentation doublée du déplacement de la surface dans la zone solide. Les calculs en 3D se sont avérés plus difficiles à faire converger que ceux en 2D. Par conséquent, on a débuté par un cas où on ne résout que la thermique. Ce problème est bien résolu. Enfin, un modèle incluant les équations de Navier-Stokes et l'électromagnétisme en plus de l'équation de l'énergie a pu être traité mais uniquement sur un maillage grossier et avec une faible quantité de métal d'apport.

Cette approche constitue une bonne base de mise au point d'un modèle totalement couplé pour les travaux à venir.

Conclusion générale

Contributions

Dans ce travail de thèse, nous avons apporté une contribution au développement et à la validation d'un modèle prédictif pour la simulation numérique du soudage à l'arc. Ce modèle prend en compte les principaux phénomènes physiques impliqués, dont l'électromagnétisme. Il permet de simuler avec une bonne précision le bain de fusion induit dans différentes configurations de soudage. Nous y avons aussi introduit une première approche de modélisation numérique de l'apport de matière. Notre contribution à ce modèle multiphysique sera intégrée dans le logiciel WPROCESS [4] développé par le CEA. Elle s'inscrit dans une démarche continue de vérification et de validation des éléments des modèles développés, dans le but d'accroître le niveau de robustesse et de confiance dans le code développé, destiné *in fine* à l'outil logiciel industriel WPROCESS.

Nous avons dans un premier temps décrit l'approche multiphysique utilisée pour la prédiction du cordon de soudage. Cette approche considère le couplage entre l'électromagnétisme, le transfert de chaleur et l'écoulement du fluide en utilisant les équations de Maxwell et de Navier-Stokes. La simulation du procédé nécessite d'être opérée en trois dimensions pour être réaliste. Afin que le modèle développé ne requière pas des temps de calcul prohibitifs, nous avons choisi de le centrer sur le bain fondu, en considérant l'arc électrique comme une donnée d'entrée. L'étude bibliographique des phénomènes physiques mis en jeu a montré que les forces motrices du mouvement dans la zone fluide sont généralement dominées par la force de Marangoni. Cependant, pour des conditions de soudage à plus fort courant ou pour des positions de soudage différentes, la force de Lorentz n'est plus négligeable. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi de modéliser l'électromagnétisme dans le modèle de soudage en 3D (chapitre 3). Peu d'études existent sur la simulation du bain de fusion pour différentes positions de soudage et ainsi que sur la modélisation avec apport de matière. Par conséquent, dans ce travail nous avons abordé la simulation de ces divers aspects dans le chapitre 4.

Dans le chapitre 2, nous avons présenté en détail le modèle numérique développé dans le cadre de cette thèse et l'algorithme de résolution. Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de la surface libre déformable sont uniquement résolues dans la phase liquide. Le problème à résoudre est un système d'équations couplées non-linéaires, c'est pour cela que nous avons décrit en détail l'algorithme de résolution utilisé ainsi que la façon de discrétiser les équations. L'implémentation du modèle a été réalisée dans le logiciel de calcul par éléments finis Cast3M [11].

Ensuite, dans le chapitre 3, nous abordons l'électromagnétisme dans le but de disposer d'un modèle 3D de soudage pour la pièce. Dans un premier temps, nous avons comparé deux manières d'aborder la résolution du problème magnétostatique : l'une travaillant directement sur l'induction magnétique \mathbf{B} , la méthode LSFEM reprise de Brochard [1] et étendue au 3D ; l'autre, plus traditionnellement utilisée dans les modèles de soudage, introduisant le potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} et utilisant une méthode d'éléments finis de Galerkin standard (FEM). L'implémentation de l'élec-

l'électromagnétisme a été vérifiée sur deux solutions analytiques issues de la littérature et proposées par Kou et al. [12] et Tsao et al. [13]. Les deux méthodes produisaient des résultats très similaires dans ces cas et nous avons retenu la méthode FEM standard pour la suite car elle est environ 25 % plus rapide que la méthode LSFEM. Ensuite, le rôle de l'électromagnétisme a été considéré dans un cas typique de modèle 3D de la pièce. Il montre que la prise en compte de l'électromagnétisme induit des effets assez faibles sur les observables par rapport au cas sans électromagnétisme. L'effet des forces motrices et des sources de chaleur a finalement été quantifié par l'établissement des bilans de puissance mécanique et thermique. L'analyse du bilan mécanique a confirmé la prépondérance de la force de Marangoni sur les autres forces, la force de Lorentz ayant un effet du second ordre de freinage de l'écoulement. L'analyse du bilan thermique a montré une contribution négligeable de l'effet Joule dans la pièce et une contribution faible des pertes thermiques par rayonnement et convection pour le cas étudié. Bien que l'influence des forces électromagnétiques soit moins importante sur ce cas, cette hiérarchie peut néanmoins être bousculée dans d'autres configurations de soudage.

Au chapitre 4, le modèle développé a été utilisé pour simuler et comparer différentes configurations de soudage. Ainsi, la prise en compte de la surface libre déformable permet d'obtenir une meilleure prédiction de la forme du bain de fusion. Le modèle de tension de surface de Sahoo [27] et le modèle d'extinction des vitesses à décroissance linéaire ont été retenus. Nous avons analysé différentes conditions opératoires en considérant la teneur en éléments tensioactifs (notamment en soufre), la vitesse de défilement et la pression d'arc au regard de la forme du bain de fusion en soudage. Ces simulations ont permis de bien reproduire les résultats de la littérature. Pour vérifier la capacité de prédiction de notre modèle en position à plat, nous avons comparé les macrographies simulées à celles expérimentales menées par Koudadje [14]. Cette comparaison a permis de noter globalement un bon accord entre la simulation et l'expérience en soudage à plat. Ensuite, notre contribution principale a consisté à étudier l'influence de la position de soudage sur la géométrie du bain fondu. Le changement de position de soudage affecte la force de gravité dans l'équation de la conservation de la quantité de mouvement et le terme issu de l'énergie potentielle gravitationnelle dans l'équation de la surface libre déformable. Cette étude confirme que la position de soudage, et tout particulièrement verticale et en corniche, influence nettement la forme du bain de fusion.

Finalement, nous avons proposé une approche de modélisation de l'apport de matière au travers de la surface libre et écrit la condition cinématique induite par le flux de masse correspondant. Une étude numérique de la condition cinématique seule est effectuée, d'abord en 2D puis en 3D. On trouve qu'en 2D le déplacement de la surface en aval de la zone d'apport de matière est proportionnel à la masse apportée, quelle que soit sa forme de dépôt. En 3D, la déformation de la surface a la même forme que la masse apportée. Dans deux cas (2D et 3D), le déplacement de la surface a été vérifié par la conservation de la masse globale. Ensuite, la modélisation de l'apport de matière utilisé dans ce travail a permis de calculer la forme du cordon en résolvant la condition cinématique avant de poursuivre par le modèle de soudage complet sur cette nouvelle géométrie. Des résultats de cette approche préliminaire ont été montrés. Elle constitue une bonne base pour le développement d'un modèle totalement couplé qui pourraient être fait dans le futur.

Pour conclure, les travaux effectués au cours de cette thèse ont permis de développer, vérifier et valider le modèle numérique pour la simulation du bain de fusion en soudage avec prise en compte de l'essentiel des phénomènes physiques impliqués. Il permet de fournir des éléments de réponse concernant l'influence des paramètres opératoires et de la position de soudage sur la géométrie du bain fondu, avec apport de matière.

Perspectives

Les résultats obtenus au cours de cette thèse permettent d'envisager à court terme les perspectives suivantes :

1. La prise en compte du couplage arc-bain : le couplage du modèle de bain de fusion présenté dans ce travail avec celui de l'arc électrique en 3D (extension de ce qui fut réalisé par Brochard [1] en 2D axisymétrique), permettra de s'affranchir de l'étape de recalage de la source équivalente. Le pouvoir prédictif du modèle devrait ainsi être amélioré.
2. La prise en compte des forces de cisaillement aérodynamique induite par le gaz de protection (Traidia [31]). Selon cet auteur, c'est la troisième force après celles de Lorentz et de tension de surface. Ainsi, l'ajout de cette force pourrait permettre d'améliorer la description du procédé.
3. L'amélioration du modèle d'apport de matière : le parachèvement de la modélisation de l'apport de matière permettra de traiter une réelle configuration de soudage avec apport de matière pour différentes positions, et ceci à l'échelle industrielle.

Outre les développements numériques du code évoqués ci-dessus, il nous paraît pertinent de fournir des observables d'intérêt pour la validation des modèles numériques. En conséquence, il serait donc judicieux de développer des moyens d'observation expérimentaux capables d'obtenir les valeurs de ces observables, afin de pouvoir réaliser des validations plus poussées de nos modèles numériques sur des configurations industrielles de soudage.

Bibliographie

- [1] M. Brochard. *Modèle couplé cathode-plasma-pièce en vue de la simulation du procédé de soudage à l'arc TIG*. PhD thesis, Université de Provence (Aix-Marseille I). Thèse préparée au Laboratoire des Technologies d'Assemblage (LTA) du CEA/DEN/DEM2S/SEMT et à l'IUSTI de l'école polytechnique universitaire de Marseille, 2009. 19 citations pages 1, 7, 9, 16, 22, 29, 34, 35, 37, 60, 61, 62, 63, 64, 77, 79, 115, 117 et 127.
- [2] S. Gounand. Développements multiphysiques dans Cast3M pour la Simulation Numérique du Soudage. Technical Report DM2S/SFME/LTMF/RT/09-018/A, CEA, 2009. 2 citations pages 1 et 34.
- [3] D. Lawrjaniec et O. Asserin. Vers une simplification de la mise en oeuvre et une meilleure prédictibilité de la simulation du soudage. In *Soudage et Techniques Connexes*. Institut de Soudure, Juillet–Août 2010. Cité page 1.
- [4] O. Asserin. WProcess V2 – Spécifications de l'interface et description d'une session utilisateur. Technical Report DM2S/SEMT/LTA/PT/09-008/A, CEA, 2009. 2 citations pages 1 et 115.
- [5] SALOME. Téléchargeable sur www.salome-platform.org, 2015. Cité page 1.
- [6] S. Gounand. Procédures Cast3M multiphysiques pour l'outil WProcess V2. Technical Report DM2S/SFME/LTMF/RT/09-020/A, CEA, 2009. 5 citations pages 1, 34, 53, 138 et 139.
- [7] X. Kong. *Modélisation 3D d'écoulement avec surface libre pour le soudage à l'arc TIG*. PhD thesis, École Nationale d'Ingénieurs de Saint-Étienne. Thèse préparée au Laboratoire des Technologies d'Assemblage (LTA) du CEA/DEN/DEM2S/SEMT, 2012. 7 citations pages 2, 29, 34, 35, 41, 53 et 91.
- [8] S. Gounand. *Introduction à la méthode des éléments finis en mécanique des fluides incompressibles*. <http://www-cast3m.cea.fr/index.php?xml=supportcours>, publication CEA/DEN/DM2S, 2012. 9 citations pages 3, 34, 36, 42, 45, 52, 62, 64 et 133.
- [9] B. Jiang. *The least-squares finite element method : theory and applications in computational fluid dynamics and electromagnetics*. Springer, 1998. 5 citations pages 3, 34, 44, 62 et 63.
- [10] A. Ern and J. L. Guermond. *Éléments finis : théorie, applications, mise en oeuvre*. Springer, 2002. 5 citations pages 3, 34, 44, 52 et 62.
- [11] Cast3M. *CEA Saclay*. Téléchargeable sur <http://www-cast3m.cea.fr/>, 2015. 3 citations pages 3, 55 et 115.
- [12] S. Kou and D. K. Sun. Fluid flow and weld penetration in stationary arc welds. *Metallurgical Transactions A*, 16(2) :203–213, 1985. 16 citations pages xii, 3, 18, 59, 60, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 79, 116, 128 et 133.
- [13] K. C. Tsao and C. S. Wu. Fluid flow and heat transfer in GMA weld pools. *Welding journal*, 67(3) :70s–75s, 1988. 12 citations pages xii, 3, 18, 59, 60, 65, 68, 70, 71, 79, 116 et 128.
- [14] K. Koudadje. *Étude expérimentale et modélisation numérique du bain de fusion en soudage TIG d'aciers*. PhD thesis, Université Aix-Marseille – EDF, 2013. 20 citations pages xiii, 3, 12, 15, 17, 27, 28, 29, 81, 82, 90, 101, 102, 103, 114, 116, 127, 130, 133 et 134.

- [15] H. Granjon. Bases métallurgiques du soudage. *2nd édition, Institut de Soudure*, Novembre 2007. Cité page 6.
- [16] EWM AG – We Are Welding. <https://www.ewm-group.com/>. 2 citations pages 7 et 127.
- [17] A. B. Murphy, M. Tanaka, K. Yamamoto, S. Tashiro, J. J. Lowke, and K. Ostrikov. Modelling of arc welding : The importance of including the arc plasma in the computational domain. *Vacuum*, 85(5) :579–584, 2010. 4 citations pages 9, 25, 26 et 128.
- [18] F. Lago, J. J. Gonzalez, P. Freton, and A. Gleizes. A numerical modelling of an electric arc and its interaction with the anode : Part I - The two-dimensional model. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 37(6) :883–897, 2004. 2 citations pages 9 et 25.
- [19] J. Haidar. A theoretical model for gas metal arc welding and gas tungsten arc welding I. *Journal of applied physics*, 84(7) :3518–3529, 1998. 2 citations pages 9 et 10.
- [20] F. Lu, S. Yao, S. Lou, and Y. Li. Modeling and finite element analysis on GTAW arc and weld pool. *Computational Materials Science*, 29(3) :371–378, 2004. 4 citations pages 9, 19, 20 et 74.
- [21] F. Lu, X. Tang, H. Yu, and S. Yao. Numerical simulation on interaction between TIG welding arc and weld pool. *Computational Materials Science*, 35(4) :458–465, 2006. 2 citations pages 9 et 10.
- [22] H. G. Fan and R. Kovacevic. A unified model of transport phenomena in gas metal arc welding including electrode, arc plasma and molten pool. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 37(18) :2531–2544, 2004. 2 citations pages 9 et 10.
- [23] M. Tanaka, H. Terasaki, M. Ushio, and J. J. Lowke. A unified numerical modeling of stationary tungsten-inert-gas welding process. *Metallurgical and materials transactions A*, 33(7) :2043–2052, 2002. Cité page 9.
- [24] M. Tanaka, H. Terasaki, M. Ushio, and J. J. Lowke. Numerical study of a free-burning argon arc with anode melting. *Plasma Chemistry and Plasma Processing*, 23(3) :585–606, 2003. 3 citations pages 9, 10 et 127.
- [25] M. Tanaka. An introduction to physical phenomena in arc welding processes. *Welding international*, 18(11) :845–851, 2004. 6 citations pages 9, 17, 20, 74, 77 et 79.
- [26] M. Tanaka and J. J. Lowke. Predictions of weld pool profiles using plasma physics. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 40(1) :R1–R23, 2007. Cité page 9.
- [27] P. Sahoo, T. DebRoy, and M. J. McNallan. Surface tension of binary metal-surface active solute systems under conditions relevant to welding metallurgy. *Metallurgical transactions B*, 19(3) :483–491, 1988. 20 citations pages 10, 13, 14, 15, 31, 41, 77, 83, 85, 87, 88, 89, 90, 102, 113, 116, 127, 129, 134 et 147.
- [28] J. J. Gonzalez, F. Lago, P. Freton, M. Masquere, and X. Franceries. Numerical modelling of an electric arc and its interaction with the anode : Part II. The three-dimensional model – influence of external forces on the arc column. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 38(2) :306–318, 2005. Cité page 10.
- [29] G. Xu, J. Hu, and H. L. Tsai. Three-dimensional modeling of the plasma arc in arc welding. *Journal of Applied Physics*, 104(10) :103301, 2008. Cité page 10.
- [30] G. Xu, J. Hu, and H. L. Tsai. Three-dimensional modeling of arc plasma and metal transfer in gas metal arc welding. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(7) :1709–1724, 2009. Cité page 10.
- [31] A. Traidia. *Multiphysics modelling and numerical simulation of GTA weld pools*. PhD thesis, École Polytechnique, 2011. 15 citations pages 10, 12, 17, 22, 27, 51, 83, 85, 87, 88, 113, 117, 127, 129 et 147.

-
- [32] K. C. Hsu, K. Etemadi, and E. Pfender. Study of the free-burning high-intensity argon arc. *Journal of Applied Physics*, 54(3) :1293–1301, 1983. 2 citations pages 11 et 63.
- [33] J. McKelliget and J. Szekely. Heat transfer and fluid flow in the welding arc. *Metallurgical Transactions A*, 17(7) :1139–1148, 1986. 2 citations pages 11 et 63.
- [34] H. G. Fan and Y. W. Shi. Numerical simulation of the arc pressure in gas tungsten arc welding. *Journal of Materials Processing Technology*, 61(3) :302–308, 1996. Cité page 11.
- [35] H. G. Fan, Y. W. Shi, and S. J. Na. Numerical analysis of the arc in pulsed current gas tungsten arc welding using a boundary-fitted coordinate. *Journal of Materials Processing Technology*, 72(3) :437–445, 1997. Cité page 11.
- [36] M. Goodarzi, R. Choo, and J. M. Toguri. The effect of the cathode tip angle on the GTAW arc and weld pool : I. Mathematical model of the arc. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 30(19) :2744–2756, 1997. 2 citations pages 11 et 25.
- [37] M. Goodarzi, R. Choo, T. Takasu, and J. M. Toguri. The effect of the cathode tip angle on the gas tungsten arc welding arc and weld pool : II - The mathematical model for the weld pool. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 31(5) :569–583, 1998. 2 citations pages 11 et 18.
- [38] P. Freton, J. J. Gonzalez, and A. Gleizes. Comparison between a two- and a three-dimensional arc plasma configuration. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 33(19) :2442–2452, 2000. 2 citations pages 11 et 127.
- [39] S. Lu, W. Dong, D. Li, and Y. Li. Numerical study and comparisons of gas tungsten arc properties between argon and nitrogen. *Computational Materials Science*, 45(2) :327–335, 2009. 4 citations pages 11, 21, 25 et 127.
- [40] J. M. Bauchire, J. J. Gonzalez, and A. Gleizes. Modeling of a DC plasma torch in laminar and turbulent flow. *Plasma Chemistry and Plasma Processing*, 17(4) :409–432, 1997. 2 citations pages 11 et 21.
- [41] H. R. Saedi and W. Unkel. Arc and weld pool behavior for pulsed current GTAW. *Weld. J.*, 67(11) :247s–255s, 1988. Cité page 11.
- [42] M. Kanouff and R. Greif. The unsteady development of a GTA weld pool. *International journal of heat and mass transfer*, 35(4) :967–979, 1992. Cité page 11.
- [43] H. S. Ko, C. D. Yoo, D. F. Farson, and S. K. Choi. Mathematical modeling of the dynamic behavior of gas tungsten arc weld pools. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 31(6) :1465–1473, 2000. 3 citations pages 11, 21 et 24.
- [44] C. S. Wu, P. C. Zhao, and Y. M. Zhang. Numerical simulation of transient 3D surface deformation of a completely penetrated GTA weld. *Welding journal*, 83(12) :330s–335s, 2004. 2 citations pages 11 et 12.
- [45] C. S. Wu, J. Chen, and Y. M. Zhang. Numerical analysis of both front- and back-side deformation of fully-penetrated GTAW weld pool surfaces. *Computational Materials Science*, 39(3) :635–642, 2007. 2 citations pages 11 et 41.
- [46] A. Kumar and T. DebRoy. Calculation of three-dimensional electromagnetic force field during arc welding. *Journal of applied physics*, 94(2) :1267–1277, 2003. 3 citations pages 11, 18 et 71.
- [47] N. DeHerrera and T. DebRoy. Computer calculations of fusion zone geometry considering fluid flow and heat transfer during fusion welding. *The University of Texas at El Paso*, pages 1–9, 2002. 3 citations pages 11, 12 et 127.
- [48] S. Mishra, T. J. Lienert, M. Q. Johnson, and T. DebRoy. An experimental and theoretical study of gas tungsten arc welding of stainless steel plates with different sulfur concentrations. *Acta Materialia*, 56(9) :2133–2146, 2008. 2 citations pages 11 et 90.
-

- [49] T. Zacharia, S. A. David, J. M. Vitek, and T. DebRoy. Weld pool development during GTA and laser beam welding of Type 304 stainless steel : Part I - Theoretical analysis. *Welding Journal (Miami);(USA)*, 68(12), 1989. 2 citations pages 11 et 15.
- [50] W. H. Kim and S. J. Na. Heat and fluid flow in pulsed current GTA weld pool. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 41(21) :3213–3227, 1998. 4 citations pages 11, 12, 83 et 147.
- [51] H. G. Fan, H. L. Tsai, and S. J. Na. Heat transfer and fluid flow in a partially or fully penetrated weld pool in gas tungsten arc welding. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 44(2) :417–428, 2001. 2 citations pages 11 et 12.
- [52] F. Roger and K. Dang Van. Prediction of the weld shape in arc welding, a numerical modeling example in multiphysics coupling. *Revue Européenne des Eléments Finis*, 13(5-7) :713–724, 2004. 2 citations pages 11 et 12.
- [53] W. Zhang, C. H. Kim, and T. DebRoy. Heat and fluid flow in complex joints during gas metal arc welding - Part I : Numerical model of fillet welding. *Journal of applied physics*, 95(9) :5210–5219, 2004. 3 citations pages 11, 12 et 24.
- [54] C. S. Wu and K. C. Tsao. Modelling the three-dimensional fluid flow and heat transfer in a moving weld pool. *Engineering computations*, 7(3) :241–248, 1990. 2 citations pages 12 et 18.
- [55] S. D. Kim and S. J. Na. Effect of weld pool deformation on weld penetration in stationary gas tungsten arc welding. *Welding Journal*, 71(5) :179s–194s, 1992. 3 citations pages 12, 75 et 84.
- [56] W. Zhang, G. G. Roy, J. W. Elmer, and T. DebRoy. Modeling of heat transfer and fluid flow during gas tungsten arc spot welding of low carbon steel. *Journal of Applied Physics*, 93(5) :3022–3033, 2003. Cité page 12.
- [57] P. C. Zhao, C. S Wu, and Y. M. Zhang. Modelling the transient behaviours of a fully penetrated gas-tungsten arc weld pool with surface deformation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B : Journal of Engineering Manufacture*, 219(1) :99–110, 2005. Cité page 12.
- [58] C. S. Wu and L. Dorn. Computer simulation of fluid dynamics and heat transfer in full-penetrated TIG weld pools with surface depression. *Computational Materials Science*, 2(2) :341–349, 1994. Cité page 12.
- [59] H. G. Fan and R. Kovacevic. Three-dimensional model for gas tungsten arc welding with filler metal. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B : Journal of Engineering Manufacture*, 220(7) :1107–1115, 2006. Cité page 12.
- [60] N. Perry. *Étude et développement des flux solides en vue d'application en soudage ATIG appliqué au titane et ses alliages ainsi qu'aux aciers inoxydables*. PhD thesis, École Centrale de Nantes, 2000. 4 citations pages 13, 16, 18 et 127.
- [61] M. J. McNallan and T. Debroy. Effect of temperature and composition on surface tension in Fe-Ni-Cr alloys containing sulfur. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 22(4) :557–560, 1991. 7 citations pages 14, 83, 85, 87, 88, 113 et 129.
- [62] K. C. Mills, Y. Su, Z. Li, and R. F. Brooks. Equations for the calculation of the thermo-physical properties of stainless steel. *ISIJ international*, 44(10) :1661–1668, 2004. 10 citations pages 14, 83, 85, 87, 88, 102, 113, 114, 129 et 134.
- [63] T. Zacharia, S. A. David, J. M. Vitek, and T. DebRoy. Weld pool development during GTA and laser beam welding of Type 304 stainless steel : Part II - Experimental correlation. *Welding Journal*, 68(12) :510s–519s, 1989. Cité page 14.

-
- [64] R. E. Sundell, W. F. Savage, H. D. Solomon, L. P. Harris, and L. Wojcik. Minor element effects on gas tungsten arc weld penetration. Technical Report 86SRD013, GE, 1986. Cité page 15.
- [65] C. R. Heiple, J. R. Roper, R. T. Stagner, and R. J. Aden. Surface active element effects on the shape of GTA, laser and electron beam welds. *Weld. J.*, 62(3) :72s–77s, 1983. 2 citations pages 15 et 86.
- [66] B. J. Keene, K. C. Mills, J. W. Bryant, and E. D. Hondros. Effects of interaction between surface active elements on the surface tension of iron. *Canadian Metallurgical Quarterly*, 21(4) :393–403, 1982. Cité page 15.
- [67] R. T. C. Choo and J. Szekely. Vaporization kinetics and surface temperature in a mutually coupled spot gas tungsten arc weld and weld pool. *Welding Journal(USA)*, 71(3) :77s–93s, 1992. 2 citations pages 15 et 25.
- [68] K. C. Mills, B. J. Keene, R. F. Brooks, and A. Shirali. Marangoni effects in welding. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical Physical and Engineering sciences*, pages 911–926, 1998. Cité page 17.
- [69] V. A. Nemchinsky. The distribution of the electromagnetic force in a welding pool. *Journal of physics–London*, 29 :2659–2663, 1996. Cité page 18.
- [70] F. Roger, J. C. Coiffier, and K. Dang Van. Modelling the electromagnetic force distribution in a three dimensional GMAW weld pool. *Mathematical Modelling of Weld Phenomena*, 5 :123–134, 1999. 2 citations pages 18 et 71.
- [71] F. Roger. *Étude et modélisation de la formation d’un cordon de soudure à l’arc*. PhD thesis, École Polytechnique, 2000. Cité page 18.
- [72] Y. H. Wang and S. Kou. Driving forces for convection in weld pools. *Advances in Welding Sciences and Technology*, page 65, 1986. Cité page 18.
- [73] A. Berthier, P. Paillard, M. Carin, F. Valensi, and S. Pellerin. TIG and A-TIG welding experimental investigations and comparison to simulation : Part 1 : Identification of Marangoni effect. *Science and Technology of Welding and Joining*, 17(8) :609–615, 2012. 3 citations pages 18, 19 et 127.
- [74] M. Tanaka, M. Ushio, and J. J. Lowke. Numerical study of gas tungsten arc plasma with anode melting. *Vacuum*, 73(3) :381–389, 2004. 3 citations pages 19, 20 et 127.
- [75] W. Zhang, C. H. Kim, and T. DebRoy. Heat and fluid flow in complex joints during gas metal arc welding - Part II : Application to fillet welding of mild steel. *Journal of applied physics*, 95(9) :5220–5229, 2004. 2 citations pages 19 et 20.
- [76] W. H. Kim, H. G. Fan, and S. J. Na. Effect of various driving forces on heat and mass transfer in arc welding. *Numerical Heat Transfer, Part A Applications*, 32(6) :633–652, 1997. 4 citations pages 19, 20, 22 et 74.
- [77] A. Matsunawa, S. Yokoya, and Y. Asako. Convection in weld pool and its effect on penetration shape in stationary arc welds. *Transactions of JWRI*, 16(2) :229–236, 1987. 4 citations pages 19, 20, 22 et 74.
- [78] P. F. Mendez, M. A. Ramirez, G. Trapaga, and T. W. Eagar. Scaling laws in the welding arc. *Book-Institute of Materials*, 784 :43–62, 2002. Cité page 20.
- [79] F. Lago. *Modélisation de l’interaction entre un arc électrique et une surface : application au foudroiement d’un aéronef*. PhD thesis, Toulouse 3, 2004. Cité page 20.
- [80] K. Hiraoka, A. Okada, and M. Inagaki. Effect of electrode geometry on maximum arc pressure in gas tungsten arc welding. *IIW*, 3(2) :246–252, 1985. Cité page 21.
- [81] J. J. Lowke, M. Tanaka, and M. Ushio. Mechanisms giving increased weld depth due to a flux. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 38(18) :3438–3445, 2005. Cité page 21.
-

- [82] A. B. Murphy, M. Tanaka, S. Tashiro, T. Sato, and J. J. Lowke. A computational investigation of the effectiveness of different shielding gas mixtures for arc welding. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 42(11) :115205 (14pp), 2009. 4 citations pages 21, 28, 31 et 127.
- [83] M. Hamide. *Modélisation numérique du soudage à l'arc des aciers*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2008. 2 citations pages 21 et 50.
- [84] R. T. C. Choo and J. Szekely. The effect of gas shear stress on Marangoni flows in arc welding. *Welding Journal*, 70(9) :223–233, 1991. Cité page 21.
- [85] S. I. Rokhlin and A. C. Guu. A study of arc force, pool depression, and weld penetration during gas tungsten arc welding. *Welding Journal(USA)*, 72(8) :381–390, 1993. 2 citations pages 22 et 24.
- [86] C. H. Kim, W. Zhang, and T. DebRoy. Modeling of temperature field and solidified surface profile during gas–metal arc fillet welding. *Journal of Applied Physics*, 94(4) :2667–2679, 2003. Cité page 22.
- [87] M. L. Lin and T. W. Eagar. Pressures produced by gas tungsten arcs. *Metallurgical transactions B*, 17(3) :601–607, 1986. 3 citations pages 22, 23 et 128.
- [88] P. F. Mendez and T. Eagar. Modeling penetration and free surface depression during high current arc welding. *Massachusetts Institute of Technology, ASM*, 98 :13–18, 1996. Cité page 24.
- [89] S. H. Ko, C. D. Yoo, and S. K. Choi. Effects of surface depression on pool convection and geometry in stationary GTAW. *Welding Journal(USA)*, 80(2) :39s–45s, 2001. 2 citations pages 24 et 92.
- [90] Y. P. Lei, Y. W. Shi, and H. Murakawa. Mathematical modeling of interactions between coupled welding arc and pool for gas tungsten arc welding. Technical Report 212-1063-04, Annual Assembly of IIW, 2004. Cité page 24.
- [91] Z. Y. Li and C. S. Wu. Analysis of the transport phenomena in the interfacial region between TIG arcs and weld pools. *Computational materials science*, 8(3) :243–250, 1997. Cité page 24.
- [92] J. Goldak, A. Chakravarti, and M. Bibby. A new finite element model for welding heat sources. *Metallurgical transactions B*, 15(2) :299–305, 1984. 3 citations pages 24, 25 et 128.
- [93] D. Radaaj. *Heat effects of welding : temperature field, residual stress, distortion*. Springer, 1992. Cité page 25.
- [94] B. Sarler. Stefan's work on solid-liquid phase changes. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 16(2) :83–92, 1995. Cité page 26.
- [95] N. Shamsundar and E. M. Sparrow. Analysis of multidimensional conduction phase change via the enthalpy model. *Journal of Heat Transfer*, 97(3) :333–340, 1975. 2 citations pages 26 et 43.
- [96] A. D. Brent, V. R. Voller, and K. J. Reid. Enthalpy-Porosity technique for modeling convection-diffusion phase change : Application to the melting of a pure metal. *Numerical Heat Transfer, Part A Applications*, 13(3) :297–318, 1988. 4 citations pages 26, 27, 88 et 113.
- [97] M. Salcudean, M. Choi, and R. Greif. A study of heat transfer during arc welding. *International journal of heat and mass transfer*, 29(2) :215–225, 1986. Cité page 27.
- [98] S. Dushman, J. M. Lafferty, S. C. Brown, et al. Scientific foundations of vacuum technique. *American Journal of Physics*, 30(8) :612, 1962. Cité page 27.
- [99] C. S. Kim. Thermophysical properties of stainless steels. Technical report, Argonne National Lab., Ill.(USA), 1975. 2 citations pages 27 et 40.

-
- [100] T. Zacharia, S. A. David, and J. M. Vitek. Effect of evaporation and temperature-dependent material properties on weld pool development. *Metallurgical Transactions B*, 22(2) :233–241, 1991. 3 citations pages 27, 28 et 128.
- [101] K. Yamamoto, M. Tanaka, S. Tashiro, K. Nakata, K. Yamazaki, E. Yamamoto, K. Suzuki, and A. B. Murphy. Metal vapour behaviour in thermal plasma of gas tungsten arcs during welding. *Science and Technology of Welding & Joining*, 13(6) :566–572, 2008. Cité page 28.
- [102] T. DebRoy and S. A. David. Physical processes in fusion welding. *Reviews of Modern Physics*, 67(1) :85–112, 1995. 2 citations pages 28 et 31.
- [103] V. A. Vinokurov. *Welding Stresses and Distortion*. British Library Lending Division, 1977. Cité page 29.
- [104] W. Huang. Mathematical principles of anisotropic mesh adaptation. *Communications In Computational Physics*, 1(2) :276–310, 2006. 2 citations pages 34 et 53.
- [105] B. Nedjar. An enthalpy-based finite element method for nonlinear heat problems involving phase change. *Computers & structures*, 80(1) :9–21, 2002. 2 citations pages 43 et 46.
- [106] D. A. Knoll, D. B. Kothe, and B. Lally. A new nonlinear solution method for phase-change problems. *Numerical Heat Transfer : Part B : Fundamentals*, 35(4) :439–459, 1999. 3 citations pages 43, 46 et 147.
- [107] P. Peyre, P. Aubry, R. Fabbro, R. Neveu, and A. Longuet. Analytical and numerical modelling of the direct metal deposition laser process. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 41(2) :025403, 2008. Cité page 50.
- [108] A. Kumar and S. Roy. Effect of three-dimensional melt pool convection on process characteristics during laser cladding. *Computational Materials Science*, 46(2) :495–506, 2009. Cité page 50.
- [109] S. Wen and Y. C. Shin. Modeling of transport phenomena during the coaxial laser direct deposition process. *Journal of Applied Physics*, 108(4) :044908, 2010. Cité page 50.
- [110] L. Han, K. M. Phatak, and F. W. Liou. Modeling of laser cladding with powder injection. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 35(6) :1139–1150, 2004. Cité page 51.
- [111] F. Kong and R. Kovacevic. Modeling of heat transfer and fluid flow in the laser multilayered cladding process. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 41(6) :1310–1320, 2010. Cité page 51.
- [112] Böehler Welding. <http://www.boehler-welding.com/>. 2 citations pages 51 et 128.
- [113] B. G. Higgins. Boundary conditions at free surface. *University of California. Davis, CA 95616*, 2010. Cité page 51.
- [114] A. Robichon. *Postulats de l'électromagnétisme classique : les équations de Maxwell*. Un cours de physique en spéciale PC, 2013. Cité page 60.
- [115] M. Carin and E. Favre. Numerical simulation of fluid flow during arc welding. In *Comsol Multiphysics User's Conference. Paris*, volume 2005, 2005. 2 citations pages 83 et 147.
- [116] K. C. Mills and B. J. Keene. Factors affecting variable weld penetration. *International Materials Reviews*, 35(1) :185–216, 1990. Cité page 91.
- [117] A. Kumar and T. DebRoy. Heat transfer and fluid flow during gas-metal-arc fillet welding for various joint configurations and welding positions. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 38(3) :506–519, 2007. Cité page 95.
- [118] Rocardier. <http://www.rocdacier.com/>. 2 citations pages 101 et 130.
-

Liste des figures

1.1	Soudage Tungsten Inert Gas ©EWM AG [16].	7
1.2	Principe du procédé TIG d'après Brochard [1].	7
1.3	Les différentes zones d'un joint soudé.	8
1.4	Phénomènes physiques pris en compte pour la description de l'arc et du bain de soudage d'après Brochard [1].	9
1.5	Calculs 2D axisymétriques de la température et de la vitesse d'écoulement à 20 s pour 150 A de courant sous argon et acier 304L avec le modèle de Tanaka et al. [24].	10
1.6	Comparaison des contours de température entre les configurations 2D axisymétriques et 3D pour une intensité de 200 A avec le modèle de Freton et al. [38].	11
1.7	Champ de température et écoulement dans le bain de fusion sans surface déformable sous le seul effet Marangoni (gauche) et la seule force de Lorentz (droite) d'après DeHerrera et al. [47].	12
1.8	Les différents écoulements engendrés par chacune des forces d'après Perry [60].	13
1.9	Variation de la tension de surface et de gradient de tension de surface des systèmes Fe-S en fonction de la température T pour quelques valeurs de concentration en soufre d'après Sahoo et al. [27].	15
1.10	Influence du gradient de tension de surface sur la géométrie du bain de soudage d'après Brochard [1].	16
1.11	Inversion des courants due au gradient de tension de surface d'après Perry [60].	16
1.12	Champ de température et écoulement dans le bain en fonction de teneurs en soufre de 260 ppm (gauche) et 70 ppm (droite) d'après Koudadje [14].	17
1.13	Influence de la position de soudage sur la force de flottabilité et l'écoulement pour 150 A de courant d'après Traidia [31].	17
1.14	Champ de température et écoulement dans le bain de fusion sans (haut) et avec (bas) force de Lorentz après 3 s de soudage, pour $\frac{\partial\gamma}{\partial T} < 0$ (a) et $\frac{\partial\gamma}{\partial T} > 0$ (b) d'après Berthier et al. [73].	19
1.15	Champ de température et écoulement dans le bain fondu induits par les forces motrices d'après Tanaka et al. [74].	20
1.16	Effet de la longueur d'arc sur le cisaillement aérodynamique avec un courant de 200 A pour l'arc sous azote d'après Lu et al. [39] (gauche) et évolution pour différents mélanges argon-hydrogène avec un courant de 200 A et une hauteur d'arc de 5 mm d'après Murphy et al. [82] (droite).	21

1.17 Répartition de la pression d'arc en fonction du courant et des angles d'affûtage d'électrode de 30°, 60° et 90° d'après Lin et al. [87].	23
1.18 Variation de la pression d'arc en fonction de la hauteur d'arc (gauche) et du gaz de protection (droite) d'après Lin et al. [87].	23
1.19 Flux de chaleur volumique de Goldak [92].	25
1.20 La distribution radiale de la densité de flux de chaleur mesurée pour des mélanges d'argon avec différents pourcentages molaires d'hélium, d'hydrogène et d'azote d'après Murphy et al. [17].	26
1.21 Comparaisons des profils de température sur la surface (gauche) et les dimensions du bain fondu (droite) avec ou sans vaporisation d'après Zacharia et al. [100].	28
2.1 Schéma plaque et bain de soudage (partie rouge) du procédé à l'arc TIG.	35
2.2 Schéma montrant la désignation des faces sur la géométrie avec défilement de la torche de soudage.	38
2.3 Maillage utilisé pour la demi-plaque (81 602 éléments). Dimensions de la zone 1 : 100 mm × 15 mm × 10 mm. Dimensions de la zone 2 : 30 mm × 12 mm × 8 mm. Dimensions de la zone 3 : 14 mm × 6 mm × 2,5 mm.	39
2.4 Schéma des angles α_1 et α_2 entre la gravité et les axes principaux de la plaque.	42
2.5 Principales positions de soudage.	43
2.6 Variation de l'enthalpie par rapport à la température.	44
2.7 Soudage avec apport de matière dans un chanfrein ©Böhler Welding [112].	51
2.8 Géométrie d'écoulement du fluide en 3D.	51
2.9 Algorithme de résolution du problème avec apport de matière.	53
2.10 Algorithme de résolution du problème non-linéaire.	57
3.1 Géométrie modélisée pour la comparaison avec les résultats de Kou et al. [12].	66
3.2 Comparaison entre nos calculs et les solutions analytiques de Kou et al. [12]. Densité de courant j_x (gauche) et force de Lorentz f_x (Lor) (droite) à $y = 0,7$ mm et $z = -0,1$ mm. Méthode (A) : FEM Galerkin et méthode (B) : LSFEM.	68
3.3 Comparaison entre nos calculs et les solutions analytiques de Kou et al. [12]. Densité de courant j_y (gauche) et force de Lorentz f_y (Lor) (droite) à $x = -1$ mm et $z = -0,1$ mm. Méthode (A) : FEM Galerkin et méthode (B) : LSFEM.	69
3.4 Comparaison entre nos calculs et les solutions analytiques de Kou et al. [12]. Densité de courant j_z (gauche) et force de Lorentz f_z (Lor) (droite) à $x = -1$ mm et $y = 0,7$ mm. Méthode (A) : FEM Galerkin et méthode (B) : LSFEM.	69
3.5 Comparaison entre nos calculs et les solutions analytiques simplifiées de Tsao et al. [13] sur les composantes x et y de la force de Lorentz. À gauche : f_x (Lor) à $y = 0,7$ mm et $z = -0,1$ mm. À droite f_y (Lor) à $x = -1$ mm et $z = -0,1$ mm.	70
3.6 Comparaison entre nos calculs et la solutions analytique simplifiée de Tsao et al. [13] sur la composante verticale de la force de Lorentz f_z (Lor) à $x = -1$ mm et $y = 0,7$ mm.	71

3.7	Distributions de la densité de courant \mathbf{j} dans le plan de symétrie (contour bleu) et de l'induction magnétique \mathbf{B} dans le plan $z = -2$ mm (contour rouge).	72
3.8	Coupe longitudinale du bain de fusion sans et avec prise en compte de la force de Lorentz.	73
3.9	Écoulements dans le bain fondu induits par chacune des forces motrices : Boussinesq (noire), Lorentz (bleu) et Marangoni (rouge). Pour des raisons de clarté, les images montrées ci-dessus sont affichées sur un maillage de 40 000 éléments.	74
3.10	Coupe longitudinale (gauche) et vue du dessus (droite) du bain de fusion en utilisant une seule force motrice.	75
3.11	Champ de norme de la vitesse $\ \mathbf{u}\ $ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) tracé dans le bain liquide et induit par la seule force de Lorentz (gauche) ou par la seule force de Marangoni (droite).	75
4.1	Température sur la ligne de fusion (l'intersection entre la surface supérieure et le plan de symétrie) pour différents maillages (80 000 à 300 000 éléments).	84
4.2	Composante x de la vitesse sur la ligne de fusion dans la zone fluide pour différents maillages (80 000 à 300 000 éléments).	85
4.3	Bain fondu calculé sans (gauche) et avec (droite) déformation de la surface libre.	86
4.4	Coupe longitudinale (gauche) et vue de dessus (droite) de la forme du bain avec et sans déformation de la surface libre pour 10 ppm de soufre.	86
4.5	Évolutions de la tension de surface et du gradient thermique de tension de surface en fonction de la températures tracées avec les modèles de Sahoo [27], Traidia [31], Mills [62] et McNallan [61] pour une composition en soufre de 10 ppm.	87
4.6	Évolutions de la tension de surface et du gradient thermique de tension de surface en fonction de la températures tracées avec les modèles de Sahoo [27], Traidia [31], Mills [62] et McNallan [61] pour une composition en soufre de 300 ppm.	87
4.7	Coupes longitudinales du bain fondu en utilisant les 4 modèles de tension de surface de Sahoo [27], Traidia [31], Mills [62] et McNallan [61] pour 10 ppm de soufre (gauche) et 300 ppm de soufre (droite).	88
4.8	Variation du coefficient A dans la zone pâteuse et coupes longitudinales du bain de fusion pour 300 ppm de soufre en utilisant 4 modèles d'extinction des vitesses.	89
4.9	Évolutions de $\partial\gamma/\partial T$ calculées par la loi de Sahoo [27] pour deux valeurs de concentration en soufre (gauche) et forme obtenue pour le bain fondu en fonction de la teneur en soufre (droite) : 10 ppm (contour bleu) et 300 ppm (contour rouge). La longueur de la flèche des axes x , y et z corresponde à 1 mm.	90
4.10	Écoulement dans la coupe longitudinale du bain liquide pour 10 ppm (gauche) et 300 ppm de soufre (droite). Pour des raison de clarté, les écoulements montrés ci-dessus n'utilisent que 40 000 éléments. La longueur de la flèche des axes x et z corresponde à 1 mm.	90
4.11	Contours du bain de fusion pour 10 ppm de soufre (gauche) et 300 ppm de soufre (droite) en utilisant deux vitesses de soudage de $15 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$ (contour bleu) et de $30 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$ (contour rouge). La longueur de la flèche des axes x , y et z corresponde à 1 mm.	92
4.12	Coupes longitudinales de la forme du bain sous plusieurs valeurs de la pression d'arc avec 10 ppm (gauche) et 300 ppm (droite).	93

4.13	Définition des directions du vecteur gravité pour l'étude de quelques positions de soudage.	94
4.14	Écoulement induit dans le bain liquide par la seule force de Boussinesq sans surface déformée pour différentes positions de soudage : à plat (1G), en corniche (2G), en verticale descendante (3GD), en verticale montante (3GM) et au plafond (4G). Pour des raisons de clarté, les écoulements montrés ci-dessus sont affichés sur seulement 80 000 éléments pour le cas 2G et 40 000 éléments pour les autres cas.	96
4.15	Écoulement dans le bain liquide pour différentes positions de soudage : à plat (1G), en corniche (2G), en verticale descendante (3GD), en verticale montante (3GM) et au plafond (4G). Pour des raisons de clarté, les écoulements montrés ci-dessus sont affichés sur seulement 80 000 éléments pour le cas 2G et 40 000 éléments pour les autres cas.	97
4.16	Champ de température (K) et frontière du bain liquide en position à plat (1G). . .	98
4.17	Champ de température (K) et frontière du bain liquide en position au plafond (4G). 98	
4.18	Comparaison de la forme du bain dans la coupe longitudinale entre les positions à plat et au plafond.	98
4.19	Champ de température (K) et frontière du bain liquide pour les positions verticale descendante (3GD) et verticale montante (3GM).	99
4.20	Comparaison de la forme du bain en coupe longitudinale entre les positions à plat et verticale descendante (gauche) et entre les positions à plat et verticale montante (droite).	99
4.21	Champ de température (K) et frontière du bain liquide en position corniche (2G), vue de droite à gauche (gauche) et vue de gauche à droite (droite).	100
4.22	Définition de la macrographie du cordon de soudage ©Rocdacier [118].	101
4.23	Comparaison de la macrographie du cordon, issue des expériences de Koudadje [14], avec les prédictions numériques en utilisant le modèle de Sahoo (contour rouge) et de Mills (contour jaune) pour 10 ppm de soufre et une vitesse de soudage de $15 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$ (gauche) et de $30 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$ (droite).	103
4.24	Comparaison de la macrographie du cordon, issue des expériences de Koudadje [14], avec les prédictions numériques en utilisant le modèle de Sahoo (contour rouge) et de Mills (contour jaune) pour 280 ppm de soufre et une vitesse de soudage de $15 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$ (gauche) et de $30 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$ (droite).	103
4.25	Maillage utilisé pour l'étude de la condition cinématique en 2D.	104
4.26	Champ de vitesse imposé sur la surface supérieure du maillage.	105
4.27	Déplacement de la surface libre pour un apport de masse uniforme, constant par morceaux.	105
4.28	Déplacement de la surface libre pour un apport de masse triangulaire, linéaire par morceaux.	105
4.29	Demi-plaque utilisée pour l'étude de la condition cinématique en 3D.	107
4.30	Champ de vitesse imposé sur la surface supérieure du maillage.	107
4.31	Forme en triangle du flux de masse (gauche) et déplacement de la surface (droite). 108	
4.32	Forme en parabole du flux de masse (gauche) et déplacement de la surface (droite). 108	

4.33 Champ de température (K) en 2D avec apport de matière ($\widehat{\dot{M}} = 1,007 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$).109

4.34 Champ de température (K) en 2D avec apport de matière ($\widehat{\dot{M}} = 2,014 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$).109

4.35 Champ de température (K) avec apport de matière en 3D pour un problème où seule la thermique est résolue. 111

4.36 Champ de température (K) avec apport de matière en 3D pour le modèle de soudage.112

C.1 Propriété de l'acier 304L : masse volumique ρ en fonction de la température T . . . 148

C.2 Propriété de l'acier 304L : fraction solide $f_s(T)$ 148

C.3 Propriété de l'acier 304L : enthalpie massique h en fonction de la température T . . 149

C.4 Propriété de l'acier 304L : température T en fonction de l'enthalpie massique h . . . 149

C.5 Propriété de l'acier 304L : viscosité dynamique μ en fonction de la température T . 150

C.6 Propriété de l'acier 304L : conductivité thermique λ en fonction de la température T .150

C.7 Propriété de l'acier 304L : capacité calorifique régularisée c_p en fonction de la température T 151

Liste des tableaux

1.1	Vitesses maximales simulées suivant les forces motrices considérées.	20
2.1	Relations entre les positions de soudage et les angles α_1 et α_2	42
2.2	Principaux éléments finis utilisés pour la discrétisation. o points d'interpolation [8].	45
3.1	Comparaison entre nos calculs et les solutions analytiques de Kou et al. [12] sur les valeurs maximales absolues de la densité de courant \mathbf{j} , de l'induction magnétique \mathbf{B} et de la force de Lorentz \mathbf{f}_{Lor} dans la plaque. Méthode (A) : FEM Galerkin et méthode (B) : LSFEM.	67
3.2	Comparaison des valeurs maximales absolues de la force de Lorentz \mathbf{f}_{Lor} pour différentes positions de la torche au-dessus de la pièce.	72
3.3	Grandeurs simulées sans et avec prise en compte de la force de Lorentz.	73
3.4	Grandeurs simulées en utilisant une unique force motrice.	74
3.5	Bilan de puissance mécanique (W) des forces mises en jeu dans le bain de soudage et pour deux valeurs de teneur en soufre : 10 ppm et 300 ppm. La puissance due au terme de convection comprend également celle due au décentrement de ce terme. Elle n'est pas écrite ici par souci de concision.	76
3.6	Bilan de puissance thermique (W) pour les différents termes mis en jeu dans le bain de soudage et pour deux valeurs de teneur en soufre : 10 ppm et 300 ppm. La puissance due au terme de convection comprend également celle due au décentrement de ce terme. Elle n'est pas écrite ici par souci de concision.	78
4.1	Propriétés physiques simplifiées de l'acier 304L utilisées pour les simulations numériques.	83
4.2	Indice de temps écoulé pour les calculs d'étude de convergence en maillage.	83
4.3	Valeurs numériques des modèles de tension de surface tirés de la bibliographie.	87
4.4	Quantités simulées pour deux teneurs en soufre de 10 ppm et 300 ppm.	91
4.5	Quantités simulées pour deux vitesses de défilement ($15 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$ et $30 \text{ cm}\cdot\text{min}^{-1}$).	92
4.6	Quantités simulées pour différentes positions de soudage 1G, 2G, 3GD, 3GM et 4G.	95
4.7	Dimensions des macrographies pour les essais de soudage en ligne de fusion de Koudadje [14].	101

4.8	Comparaison des dimensions du bain fondu simulé en utilisant le modèle de tension de surface de Sahoo (S) [27], de Mills (M) [62] et $200 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$ de pression d'arc avec celles expérimentales de Koudadje (K) [14].	102
4.9	Quantités simulées pour un apport de matière en 2D.	110

Annexes

Annexe A

Résolution du problème non linéaire

A.1 Résolution en régime stationnaire du problème non linéaire

La forme discrétisée d'un problème s'écrit :

$$\boxed{[\mathbf{K}(\mathbf{v})]\{\mathbf{v}\} = \{\mathbf{f}(\mathbf{v})\}} \quad (\text{A.1})$$

L'équation non linéaire est résolue de manière itérative par la méthode de Newton-Raphson. Le résidu de l'équation (A.1) est :

$$\{\mathbf{R}(\mathbf{v})\} = \{\mathbf{f}(\mathbf{v})\} - [\mathbf{K}(\mathbf{v})]\{\mathbf{v}\} \quad (\text{A.2})$$

À partir du choix d'un champ d'inconnu initial $\{\mathbf{v}^0\}$, on construit une suite d'approximations $\{\mathbf{v}^{i=1,2,\dots,n}\}$ telle que :

$$\{\mathbf{v}^i\} = \{\mathbf{v}^{i-1}\} + \{\delta\mathbf{v}^i\} \quad (\text{A.3})$$

Soit $\{\mathbf{v}^{i-1}\}$ l'approximation obtenue à l'itération $i - 1$ telle que le résidu $\{\mathbf{R}(\mathbf{v}^{i-1})\}$ ne soit pas nul :

$$\underbrace{\{\mathbf{R}(\mathbf{v}^{i-1})\}}_{\text{connu, } \neq 0} \leftarrow \underbrace{\{\mathbf{f}(\mathbf{v}^{i-1})\}}_{\text{connu}} - \underbrace{[\mathbf{K}(\mathbf{v}^{i-1})]}_{\text{connu}} \underbrace{\{\mathbf{v}^{i-1}\}}_{\text{connu}} \quad (\text{A.4})$$

On cherche une nouvelle approximation telle que :

$$\{\mathbf{R}(\mathbf{v}^i)\} = \{\mathbf{R}(\mathbf{v}^{i-1} + \delta\mathbf{v}^i)\} = \{\mathbf{0}\} \quad (\text{A.5})$$

Développons cette relation en série de Taylor autour de $\{\mathbf{v}^{i-1}\}$, en négligeant les termes d'ordre supérieure à 1 :

$$\{\mathbf{0}\} = \{\mathbf{R}(\mathbf{v}^i)\} = \{\mathbf{R}(\mathbf{v}^{i-1} + \delta\mathbf{v}^i)\} \simeq \{\mathbf{R}(\mathbf{v}^{i-1})\} - [\mathbf{K}_t(\mathbf{v}^{i-1})]\{\delta\mathbf{v}^i\} \quad (\text{A.6})$$

avec :

$$[\mathbf{K}_t] = -[\mathbf{J}] = -\frac{D(\mathbf{R})}{D(\mathbf{v})} = -\begin{pmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial v_1} & \cdots & \frac{\partial R_1}{\partial v_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial R_m}{\partial v_1} & \cdots & \frac{\partial R_m}{\partial v_m} \end{pmatrix}$$

où $[\mathbf{K}_t]$ est la matrice tangente, $[\mathbf{J}]$ la matrice Jacobienne de $\{\mathbf{R}\}$ par rapport à $\{\mathbf{v}\}$ et m la dimension du vecteur résidu $\{\mathbf{R}\}$.

A. Résolution du problème non linéaire

Les composantes de la matrice $[\mathbf{K}_t]$ sont :

$$\mathbf{K}_{t,ij} = -\frac{\partial R_i}{\partial v_j} = \mathbf{K}_{ij} + \sum_{k=1}^m \frac{\partial \mathbf{K}_{ik}}{\partial v_j} v_k - \frac{\partial f_i}{\partial v_j} \quad (\text{A.7})$$

L'équation à résoudre devient :

$$\boxed{[\mathbf{K}_t(\mathbf{v}^{i-1})]\{\delta \mathbf{v}^i\} = \{\mathbf{R}(\mathbf{v}^{i-1})\}} \quad (\text{A.8})$$

Le calcul s'arrête si un critère lié à $\{\delta \mathbf{v}^i\}$ et/ou $\{\mathbf{R}(\mathbf{v}^{i-1})\}$ est satisfait.

A.2 Formulation faible

On détaille l'expression de tous les résidus ($\mathbf{R}_u, \mathbf{R}_p, \mathbf{R}_{h_z}, \mathbf{R}_h, \mathbf{R}_\phi, \mathbf{R}_B, \mathbf{R}_A$) ci-dessous [6] :

Équation de conservation de la masse et de la quantité de mouvement

$$\mathbf{R}_p = \int_{\Omega} \nabla \cdot \mathbf{u} \mathcal{N}_p \, d\Omega \quad \forall \mathcal{N}_p \in \mathcal{L}^2(\Omega) \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_u = & - \int_{\Omega} \rho (\nabla \mathbf{u}) \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) \cdot \mathcal{N}_u \, d\Omega + \int_{\Omega} p \nabla \cdot \mathcal{N}_u \, d\Omega \\ & - \int_{\Omega} \mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) : \nabla \mathcal{N}_u \, d\Omega + \alpha \int_{\Omega} \rho g \beta (T - T_{\text{réf}}) \mathbf{u}_g \cdot \mathcal{N}_u \, d\Omega \\ & + \alpha \int_{\Omega} (\mathbf{j} \times \mathbf{B}) \cdot \mathcal{N}_u \, d\Omega + \int_{\Omega} -c(1 - f_1) \mathbf{u} \cdot \mathcal{N}_u \, d\Omega \\ & + \alpha \int_{\partial \Omega_{\text{Mar}}} \frac{\partial \gamma}{\partial T} \nabla_s T \cdot \mathcal{N}_u \, d\partial \Omega_{\text{Mar}} \quad \forall \mathcal{N}_u \in \mathcal{H}^1(\Omega) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Équation de la surface déformable

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{x,\mu_V} = & \int_{\partial \Omega_{\text{Libre}}} p \mathbf{n} - \left(\mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n} \right) \cdot \mathcal{N}_u \, d\partial \Omega_{\text{Libre}} \\ & - \int_{\partial \Omega_{\text{Libre}}} \alpha \rho g z \mathbf{n} \cdot \mathcal{N}_x \, d\partial \Omega_{\text{Libre}} + \int_{\partial \Omega_{\text{Libre}}} \frac{\gamma(T)}{R_1(\mathbf{x}) + R_2(\mathbf{x})} \mathbf{n} \cdot \mathcal{N}_x \, d\partial \Omega_{\text{Libre}} \\ & + \int_{\partial \Omega_{\text{Libre}}} \mathbf{f}_{\text{Arc}} \cdot \mathcal{N}_x \, d\partial \Omega_{\text{Libre}} \\ & + (V - V_0) \mu_V \quad \forall \mathcal{N}_x \in \mathcal{H}^1(\Omega), \mu_V \in \mathbb{R} \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

$$\mathbf{R}_{h_z,\mu_V} = \mathbf{R}_{x,\mu_V} \cdot \mathbf{z} \quad (\text{A.12})$$

En pratique, on choisit les mêmes fonctions test pour la vitesse et la position $\mathcal{N}_u = \mathcal{N}_x$. La dernière ligne signifie que l'on résout le bilan des forces normales à la surface en le projetant suivant la direction \mathbf{z} qui peut être arbitraire du moment qu'elle n'est pas orthogonale à la normale. Ici, on a choisi une direction de projection suivant la verticale.

Équation de conservation de l'énergie

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_h &= - \int_{\Omega} \rho (\nabla h) \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) \mathcal{N}_h \, d\Omega - \int_{\Omega} \lambda \nabla T \cdot \nabla \mathcal{N}_h \, d\Omega + \int_{\Omega} (\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}) \mathcal{N}_h \, d\Omega \\
&+ \int_{\partial\Omega_{\text{Sur}}} \frac{UI\eta}{2\pi\sigma_q^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_q^2}\right) \mathcal{N}_h \, d\partial\Omega_{\text{Sur}} - \int_{\partial\Omega_{\text{Ray}}} \epsilon\sigma_B (T^4 - T_{\infty}^4) \mathcal{N}_h \, d\partial\Omega_{\text{Ray}} \\
&- \int_{\partial\Omega_{\text{Cvs}}} h_c (T - T_{\infty}) \mathcal{N}_h \, d\partial\Omega_{\text{Cvs}} \quad \forall \mathcal{N}_h \in \mathcal{H}^1(\Omega)
\end{aligned} \tag{A.13}$$

Équation électrique

$$\mathbf{R}_{\phi} = \int_{\Omega} \sigma \nabla \phi \cdot \nabla \mathcal{N}_{\phi} \, d\Omega \tag{A.14}$$

$$+ \int_{\partial\Omega_{\text{Courant}}} \frac{3I}{\pi\sigma_{\phi}^2} \exp\left(-\frac{3r^2}{\sigma_{\phi}^2}\right) \mathcal{N}_{\phi} \, d\partial\Omega_{\text{Courant}} \quad \forall \mathcal{N}_{\phi} \in \mathcal{H}^1(\Omega) \tag{A.15}$$

Équation magnétique

- Discrétisation par la méthode LSFEM :

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_B &= \int_{\Omega} (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot (\nabla \times \mathbf{B}^*) \, d\Omega + \int_{\Omega} (\nabla \cdot \mathbf{B}) \cdot (\nabla \cdot \mathbf{B}^*) \, d\Omega \\
&- \int_{\Omega} (\mu_0 \mathbf{j}) \cdot (\nabla \times \mathbf{B}^*) \, d\Omega \quad \forall \mathbf{B}^* \in \mathcal{H}^1(\Omega)
\end{aligned} \tag{A.16}$$

- Discrétisation par la méthode FEM Galerkin standard :

$$\mathbf{R}_A = - \int_{\Omega} \nabla \mathbf{A} : \nabla \mathcal{N}_A \, d\Omega - \int_{\Omega} (\mu_0 \mathbf{j}) \cdot \mathcal{N}_A \, d\Omega \quad \forall \mathcal{N}_A \in \mathcal{H}^1(\Omega) \tag{A.17}$$

A.3 Matrice tangente

On détaille l'expression de toutes les matrices tangentes \mathbf{M}_{uu} , \mathbf{M}_{up} , \mathbf{M}_{pu} , \mathbf{M}_{pp} , $\mathbf{M}_{h_z h_z}$, \mathbf{M}_{hh} , $\mathbf{M}_{\phi\phi}$, \mathbf{M}_{BB} , \mathbf{M}_{AA} ci-dessous [6] :

Équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_{uu} &= \int_{\Omega} \rho (\nabla \mathcal{N}_u) \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) \cdot \mathcal{N}_u \, d\Omega \\
&+ \int_{\Omega} \mu (\nabla \mathcal{N}_u + \nabla^t \mathcal{N}_u) : \nabla \mathcal{N}_u \, d\Omega + \int_{\Omega} c(1 - f_1) \mathcal{N}_u \cdot \mathcal{N}_u \, d\Omega
\end{aligned} \tag{A.18}$$

$$\mathbf{M}_{up} = - \int_{\Omega} \mathcal{N}_p \nabla \cdot \mathcal{N}_u \, d\Omega \tag{A.19}$$

$$\mathbf{M}_{pu} = - \int_{\Omega} \nabla \cdot \mathcal{N}_u \mathcal{N}_p \, d\Omega \tag{A.20}$$

$$\mathbf{M}_{pp} = -\eta \int_{\Omega} \mathcal{N}_p \mathcal{N}_p \, d\Omega \tag{A.21}$$

A. Résolution du problème non linéaire

La matrice tangente approchée associée au terme Marangoni est vide car nous avons choisi de découpler les équations de conservation pour la quantité de mouvement et pour l'énergie. Le terme M_{pp} n'est pas présent dans le résidu \mathbf{R} et sert uniquement à rendre la matrice tangente totale mieux conditionnée. Elle sert également à fixer implicitement la constante de pression (en effet, la pression est définie à une constante près pour le système de Navier-Stokes incompressible lorsque toutes les vitesses normales au bord sont imposées) lorsque celle-ci n'est pas fixée par ailleurs. Dans le code, on a choisi : $\eta = 10^{-10}$.

Équation de la surface libre déformable

$$\begin{aligned} M_{xx} = & - \int_{\partial\Omega_{\text{Libre}}} \alpha \rho g \frac{\partial z \mathbf{n}}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathcal{N}_x \, d\partial\Omega_{\text{Libre}} \\ & + \int_{\partial\Omega_{\text{Libre}}} \gamma(T) \frac{\partial \left(\frac{1}{R_1(\mathbf{x}) + R_2(\mathbf{x})} \mathbf{n} \right)}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathcal{N}_x \, d\partial\Omega_{\text{Libre}} \\ & + \int_{\partial\Omega_{\text{Libre}}} \frac{\partial \mathbf{f}_{\text{Arc}}}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathcal{N}_x \, d\partial\Omega_{\text{Libre}} \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

$$M_{x\mu_V} = \mu_V \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathcal{N}_x \quad (\text{A.23})$$

$$M_{\lambda_V x} = \mathcal{N}_x \cdot \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \lambda_V \quad (\text{A.24})$$

$$M_{h_z h_z, \lambda_V \mu_V} = \mathbf{z} \cdot M_{xx, \lambda_V \mu_V} \cdot \mathbf{z} \quad (\text{A.25})$$

La dernière ligne signifie que la matrice tangente approchée associée au bilan des forces normales à la surface a été projetée à gauche et à droite (i.e. pour les variables primales et duales) suivant la direction \mathbf{z} verticale. L'inconnue (scalaire) du problème que l'on résout pour la surface est donc le déplacement vertical.

Équation de conservation de l'énergie

$$\begin{aligned} M_{hh} = & \int_{\Omega} \rho (\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) \cdot \nabla \mathcal{N}_h \mathcal{N}_h \, d\Omega + \int_{\Omega} \frac{\lambda(T)}{\tilde{c}_p(T)} \nabla \mathcal{N}_h \cdot \nabla \mathcal{N}_h \, d\Omega \\ & + \int_{\partial\Omega_{\text{Ray}}} 4 \frac{\epsilon \sigma_B}{\tilde{c}_p(T)} T^3 \mathcal{N}_h \mathcal{N}_h \, d\partial\Omega_{\text{Ray}} + \int_{\partial\Omega_{\text{Cvs}}} \frac{h_c}{\tilde{c}_p(T)} \mathcal{N}_h \mathcal{N}_h \, d\partial\Omega_{\text{Cvs}} \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Équation électrique

$$M_{\phi\phi} = \int_{\Omega} \sigma \nabla \mathcal{N}_{\phi} \cdot \nabla \mathcal{N}_{\phi} \, d\Omega \quad (\text{A.27})$$

Équation magnétique

- Discrétisation par la méthode LSFEM :

$$M_{BB} = \int_{\Omega} (\nabla \times \mathcal{N}_B) \cdot (\nabla \times \mathcal{N}_B) \, d\Omega + \int_{\Omega} (\nabla \cdot \mathcal{N}_B) \cdot (\nabla \cdot \mathcal{N}_B) \, d\Omega \quad (\text{A.28})$$

- Discrétisation par la méthode FEM Galerkin standard :

$$M_{AA} = \int_{\Omega} \nabla \mathcal{N}_A : \nabla \mathcal{N}_A \, d\Omega \quad (\text{A.29})$$

Enfin, la linéarisation des systèmes de la formulation faible (éq. (A.8)) est résolue à l'aide de méthodes itératives type Gradient Conjugué (CG) et Bi-Gradient Conjugué (BiCGStab).

Annexe B

Condition cinématique

Dans cette annexe, on développe l'écriture de la condition cinématique (B.2) qui est utilisée pour la modélisation de l'apport de matière en section 2.6.

- Sans flux de masse à travers la surface, la condition cinématique peut s'écrire :

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (\text{B.1})$$

où \mathbf{u} est la vitesse du fluide à l'interface et \mathbf{n} la normale unitaire sortante à la surface.

- Avec flux de masse à travers la surface, la condition cinématique peut s'écrire :

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = -\frac{\dot{m}}{\rho} \quad (\text{B.2})$$

où \dot{m} est le flux de masse par unité de temps en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ et ρ la masse volumique en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

B.1 Condition cinématique en 2D

B.1.1 Expression paramétrique locale

On considère une interface gaz-liquide pouvant être décrite implicitement par une fonction "level-set" $S(x, y) = 0$. Dans cette thèse, nous supposons que l'on peut également décrire la surface explicitement par une fonction altitude h_y telle que : $y = h_y(x)$ de sorte que $S(x, y) = y - h_y(x) = 0$.

La normale unitaire à la surface $S = 0$ est donnée par :

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla S}{\|\nabla S\|} \quad (\text{B.3})$$

On a :

$$\nabla S = -\frac{\partial h_y}{\partial x} \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y \quad (\text{B.4})$$

En substituant les expressions ci-dessus (B.3) et (B.4) dans l'équation (B.2) et en notant que $\mathbf{u} = u_x \mathbf{e}_x + u_y \mathbf{e}_y$, on a :

$$\boxed{u_x \frac{\partial h_y}{\partial x} - u_y = \frac{\hat{m}}{\rho}} \quad (\text{B.5})$$

B. Condition cinématique

avec :

$$\widehat{m}(x) = \gamma_s \dot{m}(x, h_y(x)) \quad \text{et} \quad \gamma_s = \left(1 + \left(\frac{\partial h_y}{\partial x}\right)^2\right)^{1/2} \quad (\text{B.6})$$

Comme nous sommes en 2D, \widehat{m} et \dot{m} ont pour unité le $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$. Pour démontrer l'équation (B.6), considérons une abscisse curviligne $s(x)$ sur la surface. Dans l'espace physique, la quantité de masse traversant la surface par unité de temps entre s et $s + ds$ vaut : $\dot{m}(s) \cdot ds$. Dans l'espace paramétrique, paramétré par x , la même quantité de masse par unité de temps s'exprime comme $\widehat{m}(x) \cdot dx$. Or on a : $ds^2 = dx^2 + dh_y^2 = dx^2 + \left[\left(\frac{\partial h_y}{\partial x}\right) dx\right]^2$ d'où l'égalité cherchée.

La différence essentielle entre l'équation (B.2) et l'équation (B.5) est que la première est exprimée dans l'espace physique et que la seconde est exprimée dans un espace paramétré par x .

B.1.2 Simplification de l'équation cinématique

Dans le cas d'une pièce défilant à vitesse constante $\mathbf{u} = (u_x, 0)$, l'équation (B.5) se simplifie en :

$$u_x \frac{\partial h_y}{\partial x} = \frac{\widehat{m}}{\rho} \quad (\text{B.7})$$

B.1.3 Relation entre le déplacement de la surface et le flux de masse total

Si on intègre l'équation (B.7) sur toute la longueur de la pièce, on a :

$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} u_x \frac{\partial h_y}{\partial x} dx = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{\widehat{m}}{\rho} dx \quad (\text{B.8})$$

Comme $u_x = C^{\text{ste}}$, on obtient, si $\rho = C^{\text{ste}}$:

$$u_x (h_y(x_{\max}) - h_y(x_{\min})) = \frac{\widehat{M}}{\rho} \quad (\text{B.9})$$

où \widehat{M} est la masse totale déposée par unité de temps en $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$. On pourrait aussi bien la noter \dot{M} car elle est indépendante des coordonnées d'espace.

Dans notre problème : $h_y(x_{\min}) = 0$, d'où le déplacement de la surface au point x_{\max} :

$$h_y(x_{\max}) = \frac{1}{u_x} \cdot \frac{\widehat{M}}{\rho} \quad (\text{B.10})$$

Cette équation est une expression de la conservation de la masse globale.

L'équation (B.10) montre que l'altitude atteinte en x_{\max} ne dépend pas de l'expression locale du dépôt de masse $\widehat{m}(x)$ mais uniquement de son intégrale \widehat{M} .

B.2 Condition cinématique en 3D

B.2.1 Expression paramétrique locale

De manière similaire au cas 2D, l'interface gaz-liquide peut être décrite par une fonction "level-set" $S(x, y, z) = 0$. Dans cette thèse, nous supposons que l'on peut également décrire la surface par une fonction altitude h_z telle que : $z = h_z(x, y)$ de sorte que $S(x, y, z) = z - h_z(x, y) = 0$.

On a :

$$\nabla S = -\frac{\partial h_z}{\partial x} \mathbf{e}_x - \frac{\partial h_z}{\partial y} \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z \quad (\text{B.11})$$

En substituant les expressions (B.3) et (B.11) dans l'équation (B.2) et notant que $\mathbf{u} = u_x \mathbf{e}_x + u_y \mathbf{e}_y + u_z \mathbf{e}_z$, on a :

$$\boxed{u_x \frac{\partial h_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial h_z}{\partial y} - u_z = \frac{\hat{m}}{\rho}} \quad (\text{B.12})$$

avec $\hat{m} = \gamma_s \dot{m}$ et $\gamma_s = \left(1 + \left(\frac{\partial h_z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial h_z}{\partial y}\right)^2\right)^{1/2}$

B.2.2 Simplification de l'équation cinématique

Dans le cas d'une pièce défilant à vitesse constante $\mathbf{u} = (u_x, 0, 0)$, l'équation (B.12) se simplifie en :

$$u_x \frac{\partial h_z}{\partial x} = \frac{\hat{m}}{\rho} \quad (\text{B.13})$$

B.2.3 Relation entre le déplacement de la surface et le flux de masse total

Si on intègre l'équation (B.13) sur toute la surface de la pièce et en supposant $\rho = C^{\text{ste}}$:

$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} u_x \frac{\partial h_z}{\partial x} dx dy = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \frac{\hat{m}}{\rho} dx dy \quad (\text{B.14})$$

$$\implies \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} u_x h_z(x = x_{\max}, y) dy - \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} u_x h_z(x = x_{\min}, y) dy = \frac{\hat{M}}{\rho} \quad (\text{B.15})$$

Avec $u_x = C^{\text{ste}}$, on obtient :

$$u_x (S_{\text{sortie}} - S_{\text{entrée}}) = \frac{\hat{M}}{\rho} \quad (\text{B.16})$$

où S_{sortie} et $S_{\text{entrée}}$ sont les aires des surfaces de la pièce telles que $x = x_{\max}$ (sortie) et $x = x_{\min}$ (entrée) (figure 2.2) et \hat{M} est la quantité de masse apportée par unité de temps ($\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$). Cette équation est une expression de la conservation de la masse globale.

On en déduit la relation suivante entre les aires des surface d'entrée et de sortie et la masse apportée par unité de temps :

$$S_{\text{sortie}} = \frac{1}{u_x} \cdot \frac{\hat{M}}{\rho} + S_{\text{entrée}} \quad (\text{B.17})$$

Annexe C

Données matériaux

C.1 Initialisation des données matériaux

Toutes les données matériaux pour le modèle multiphysique dans cette thèse sont en unités du Système International. Elle sont supposées ne dépendre que de la température T , mis à part la force de tension de surface γ et son gradient thermique $\partial\gamma/\partial T$ qui dépendent en plus de la teneur en soufre du matériau (mais celle-ci est supposée constante).

À noter que certaines de ces quantités sont redondantes, effectivement :

$$c_p(T) = \frac{\partial h(T)}{\partial T} \quad (\text{C.1})$$

$$\beta(T) = -\frac{1}{\rho(T_{\text{réf}})} \frac{\partial \rho(T)}{\partial T} \quad (\text{C.2})$$

$$T(h) = h^{-1}(T) \quad (\text{C.3})$$

$$L_{\text{fus}} = \Delta h(T_{\text{chp}}) \text{ ou } h(T_s) - h(T_l) \quad (\text{C.4})$$

On définit également une capacité calorifique régularisée, notée \tilde{c}_p , qui sert dans l'algorithme de résolution de la thermique avec le changement de phase (Knoll et al. [106]). Ce \tilde{c}_p n'est pas égal partout "au vrai" $c_p(T) = \frac{\partial h(T)}{\partial T}$. En effet, si le changement de phase se produit sur la plage de température $[T_s, T_l]$, c_p présente en général des sauts à T_s et T_l . Pour des raisons numériques, on choisit $\tilde{c}_p = c_p$ si $T < T_s$ ou $T > T_l$ et \tilde{c}_p linéaire et continu sur l'intervalle $[T_s, T_l]$.

C.2 Matériau acier 304L

Dans cette thèse, nous avons utilisé les données matériaux de l'acier 304L. Les données pour ce matériau sont issues de Traidia [31] qui les avait prises sur Kim [50] et Carin [115]. Cette référence fournit un ensemble de données pour les propriétés physiques suivantes : T , ρ , h , μ , λ , \tilde{c}_p . Ces données sont simplifiées par rapport au matériau réel et sont, en général, prises constantes par phase solide ou liquide. Pour le modèle de tension de surface, nous avons retenu la loi de Sahoo [27] qui donne la tension de surface γ et le gradient thermique de tension de surface $\partial\gamma/\partial T$ en fonction de la température T pour le couple Fe-S (fer-soufre). Ces propriétés physiques en fonction de la température sont tracées sur les figures C.1 à C.7.

C. Données matériaux

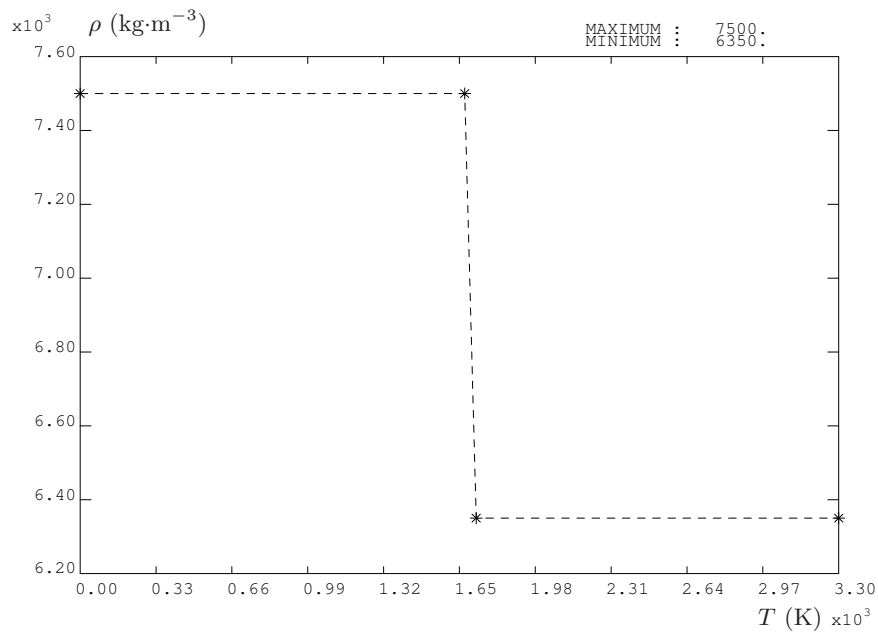


FIG. C.1: Propriété de l'acier 304L : masse volumique ρ en fonction de la température T .

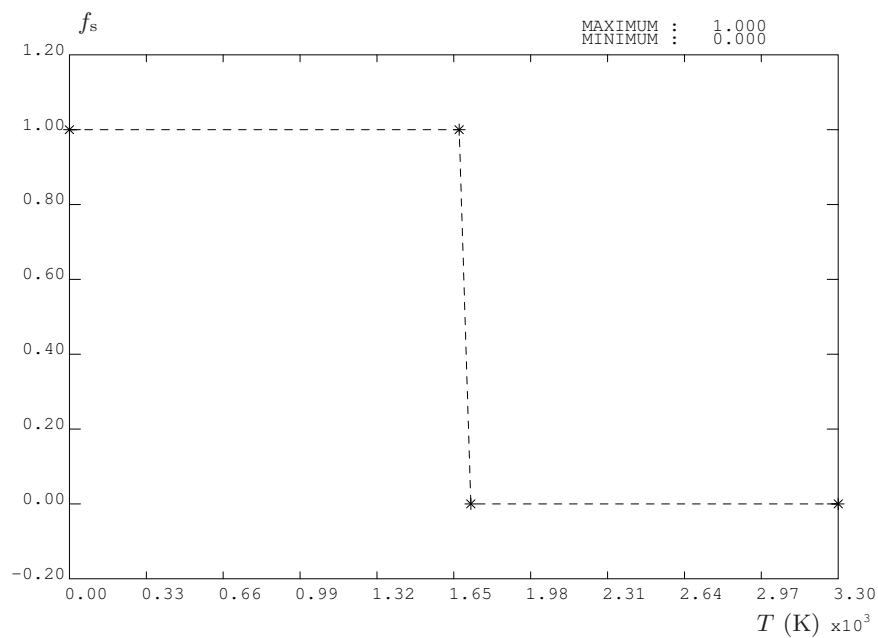


FIG. C.2: Propriété de l'acier 304L : fraction solide $f_s (T)$.

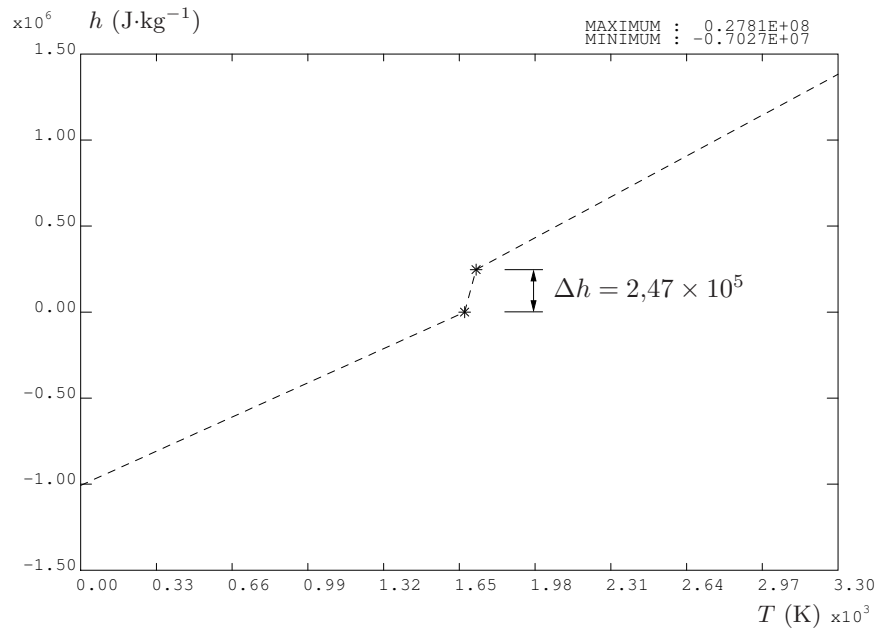


FIG. C.3: Propriété de l'acier 304L : enthalpie massique h en fonction de la température T .

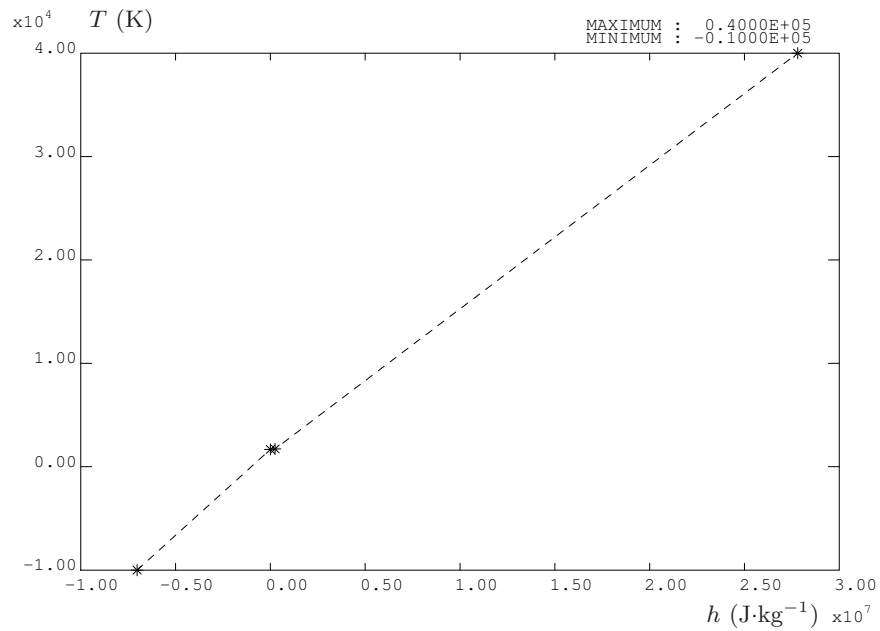


FIG. C.4: Propriété de l'acier 304L : température T en fonction de l'enthalpie massique h .

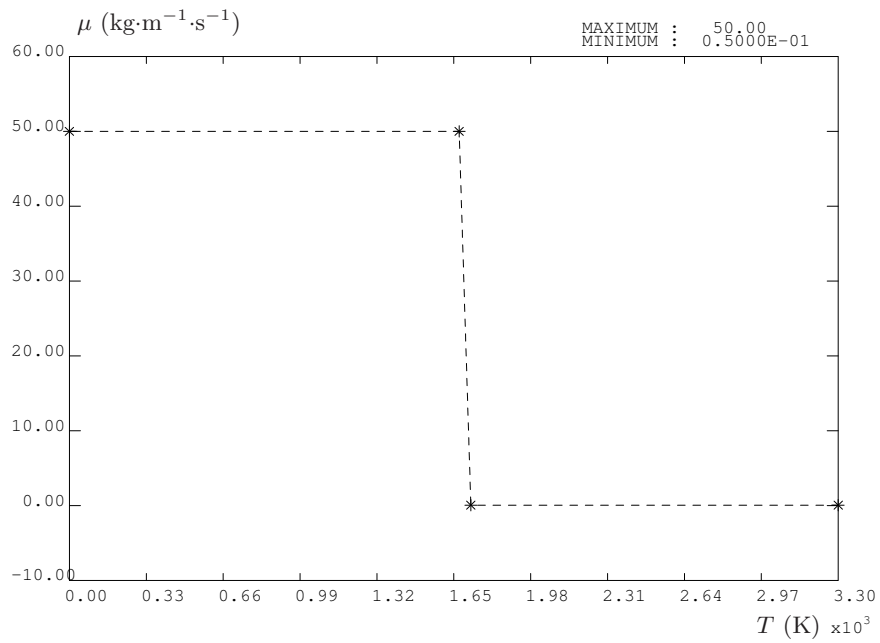


FIG. C.5: Propriété de l'acier 304L : viscosité dynamique μ en fonction de la température T .

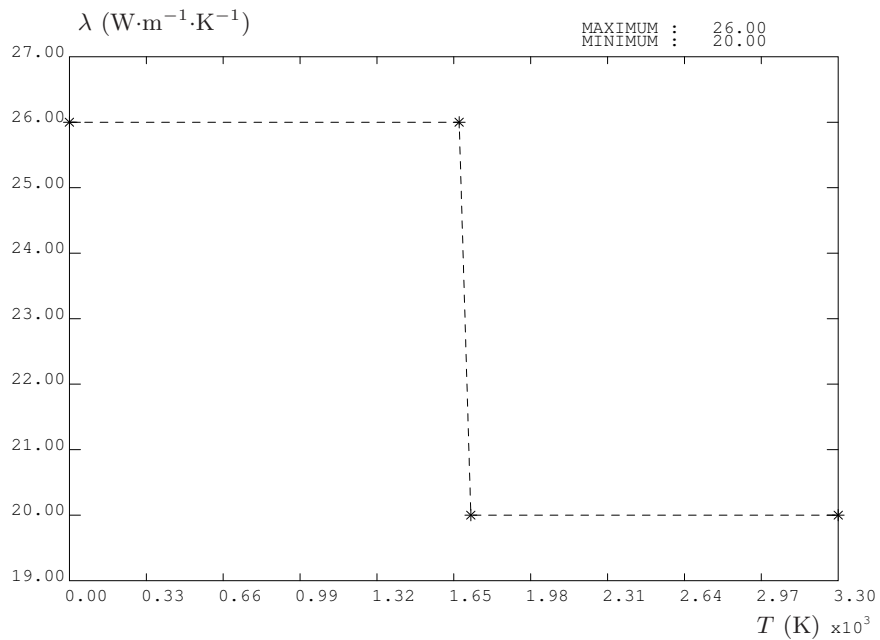


FIG. C.6: Propriété de l'acier 304L : conductivité thermique λ en fonction de la température T .

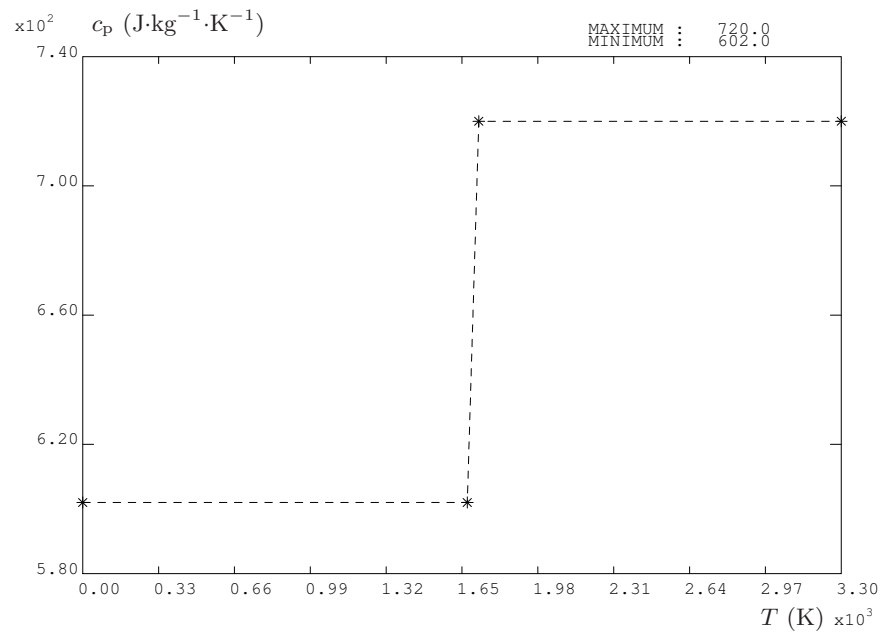


FIG. C.7: Propriété de l'acier 304L : capacité calorifique régularisée c_p en fonction de la température T .

