



ENSC-2013/XXX



THÈSE DE DOCTORAT  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN

Présentée par

**Romain CRAMBUER**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Domaine

**MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL**

Sujet de la thèse

**Contribution à l'identification de l'amortissement  
approches expérimentales et numériques**

Soutenue publiquement à Cachan le 07 octobre 2013 Jury composé de :

Jacky Mazars	Professeur Emérite, INP - Grenoble	Président du jury
Ali Limam	Professeur, INSA de Lyon	Rapporteur
Panagiotis Kotronis	Professeur, Centrale Nantes	Rapporteur
Didier Combescure	Ingénieur chercheur, EDF	Examineur
Benjamin Richard	Ingénieur chercheur, CEA	Encadrant
Nicolas Ile	Ingénieur chercheur, CEA	Encadrant
Frédéric Ragueneau	Professeur, ENS de Cachan	Directeur de thèse

**LMT-Cachan**

ENS Cachan / CNRS / UPMC / PRES UniverSud Paris  
61 avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan cedex, France



---

## Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier **Frédéric Ragueneau** pour avoir dirigé ces travaux d'une part mais également pour m'avoir proposé de rejoindre le master 2 recherche du département génie civil de l'ENS Cachan ainsi que mon stage de fin d'études au laboratoire EMSI. Je tiens aussi à exprimer mes remerciements les plus sincères à mes encadrants CEA. **Benjamin Richard** pour son aide régulière et pour m'avoir aidé dans l'orientation de mes travaux et **Nicolas Ile** pour avoir encadré ces travaux avec plus de distance mais dont les réflexions furent toujours pertinentes. Je tiens à exprimer ma gratitude à **Jacky Mazars** pour avoir accepté de présider le jury de cette thèse. Mes remerciements vont également à **Panagiotis Kotronis** et à **Ali Limam** pour avoir accepté de rapporter cette thèse, ce qui est une charge de travail considérable. Je remercie également **Didier Combescure** d'avoir accepté d'être membre du jury de cette thèse.

La partie expérimentale de cette thèse a été réalisée au laboratoire génie civil de l'ENS Cachan ainsi qu'au LMT-Cachan. Je tiens à remercier les équipes de ces deux laboratoires et plus particulièrement **Xavier Pinelli** pour son aide, ses idées et sa bonne humeur.

Mes pensées vont également vers tous les agents du laboratoire EMSI avec qui j'ai eu la chance de travailler depuis mars 2009 et plus particulièrement à **Catherine Berge-Thierry** pour leurs soutiens et leurs conseils. Je n'oublie pas bien évidemment les doctorants et stagiaires du laboratoire qui ont partagé mon quotidien durant cette thèse. Nos discussions scientifiques, ou non, ont contribué à l'aboutissement de cette thèse. Je remercie donc par ordre d'arrivée au laboratoire Huan, Marion, Stefan, Quentin, Laurent, Phuong, Nicolas, Romain, Charlie, Eljona...

Enfin je ne peux conclure ces remerciements sans évoquer mes amis et mes proches pour leur soutien durant cette grande aventure tant scientifique qu'humaine qu'est la thèse. Mes pensées vont en particulier à Benjamin, Julien, Astrid, Quentin, sans oublier mes amis de l'EPF dont le soutien inconditionnel durant toutes ces années m'a permis de réaliser cette thèse. Une pensée particulière à Caroline pour son soutien et sa relecture de cette thèse. Enfin je conclurai en remerciant mes parents pour leur aide et leur soutien bien sûr, mais aussi pour la capacité de ma mère à toujours voir le bon côté des choses, et de mon père à m'avoir appris à ne jamais abandonner.

## Résumé

Le risque sismique est un risque naturel majeur en France, il convient donc de construire des ouvrages capables d'y résister. Dès 1955, des recommandations furent établies afin de prendre en compte ce risque dans la construction d'ouvrages neufs, il s'agit des recommandations Anti Sismique (A.S.) 55. Elles furent rédigées suite au séisme d'Orléansville (Algérie) du 9 septembre 1954. Depuis, différentes réglementations successives furent mises en place en France, chacune consécutive à des séismes majeurs. Les réglementations actuelles imposent de quantifier les dissipations d'énergie se produisant dans les ouvrages lors d'un séisme de manière réaliste. Or, il est encore de nos jours difficile de les déterminer, en particulier dans le cas de structures en béton armé. Ceci s'explique par la diversité des sources de dissipations qui peuvent être matérielles telles la plastification des aciers, la fissuration du béton, la détérioration de l'interface acier béton ; ou environnementales telles l'interaction avec les structures voisines ou l'amortissement radiatif. Classiquement, ces dissipations sont introduites dans la modélisation des structures sous la forme d'un amortissement global, généralement peu physique et difficile à quantifier, tel l'amortissement modal ou l'amortissement de Rayleigh. Le problème qui se pose alors est de savoir comment prendre en compte l'amortissement de manière plus physique. Ces travaux visent à apporter des éléments de réponse à cette problématique. Pour cela, deux objectifs ont été poursuivis durant cette étude : le premier consiste à qualifier et quantifier expérimentalement les sources d'amortissement dues au béton, le second vise à développer une méthode de calcul, peu coûteuse et permettant de modéliser le comportement global mais également l'amortissement de manière réaliste. Une campagne d'essais de flexion 3 points alternée a été réalisée afin de déterminer et de quantifier les mécanismes contribuant à l'amortissement. L'originalité de cette campagne tient au fait qu'elle est effectuée sur des poutres saines mais également sur des poutres pré-endommagées. L'analyse des expériences s'est intéressée au comportement global mais également à l'amortissement et à la fissuration. Ceci a permis de relier l'amortissement à l'endommagement, l'intensité du chargement et l'érosion des lèvres de fissures. Cette campagne a ensuite été modélisée à l'aide de différentes lois de comportements. Une loi s'est révélée pertinente pour ce type d'étude mais également lors d'une campagne numérique d'essais de lâché. Dans cette dernière, les dissipations d'énergie se produisant lors de cycle de charge/décharge sont prises en compte par un schéma d'hystérèse, contrôlé en déformation. La loi de comportement ainsi identifiée a permis de développer une modélisation simplifiée, en vue d'études probabilistes. Cette dernière est fondée sur une loi de comportement sans schéma d'hystérèse couplée à une actualisation de l'amortissement visqueux. Elle s'effectue en fonction de l'évolution des propriétés mécaniques de la structure telles l'endommagement ou l'érosion des lèvres de fissures et du chargement. Différentes actualisations de l'amortissement ont été développées et confrontées à une campagne d'essais sismiques mono axiaux sur un poteau. Le modèle dans lequel l'amortissement est actualisé en fonction de l'endommagement et de l'intensité du chargement présente un comportement réaliste et peut être considéré comme pertinent.

## Abstract

Since earthquakes are a natural threat in France, it seems reasonable to construct buildings capable of resisting them. Since 1955, A.S. 55 recommendations. regulations have taken into account this risk in all new constructions. The rules were created following an earthquake in Orleansville (Algeria) on 9. September 1954 and since then they have been modified in the aftermath of several significant earthquakes. As it stands now, the law requires that measurements of energy dissipation be carried out during the earthquakes in an effective manner. However, at present it is a great challenge to determine this, especially where reinforced concrete structures are concerned. The reason for this is the many different causes of energy dissipation - which can be material, such as steel yielding, cracking of the concrete or deterioration of the interface between the Steel/concrete interface or environmental, such as the interactions with neighbouring structures or radiative damping. These dissipations typically creep into the essential pattern of the structures as a uniform, slight damping, and which is heavily quantify such as modal or Rayleigh damping. The challenge is therefore to ascertain how to carry out damping in a way that relies more on the laws of physics themselves. This study aims at bringing some clarifications to this problem. In order to achieve this, two objectives were targeted during the case study : the first consisted in experimentally qualifying and quantifying the sources of damping in concrete, the second aims at developing a method which model both the overall behaviour and the damping in a realistic way with low computational costs. A series of reverse 3-point bending tests were carried out to determine and quantify the mechanisms responsible for damping. This approach was innovative in that the tests were carried out on not only sound beams, but also on pre-damaged beams. When processing the results of these experiments, we focused on the overall behaviour but also on the damping and the cracking. It was thereby possible to relate the damping to the damage, the intensity of the load and the erosion of the crack surfaces. These tests were then modeled on various physical laws of behaviour. One law proved to be relevant for this type of study, and this was backed-up during a numerical campaign of drop tests. In the latter, the energy dissipation that occurred during the loading/unloading cycle are taken into account on a hysteretic scheme, controlled in strain. The behaviour law thus identified allowed us to develop a simplified model to be used during probabilistic assessments. This model is based on a behaviour law without a hysteretic scheme, coupled with the updating of viscous damping. It is carried out according to the evolutions of the mechanical properties of the structure such as the damage or erosion of the crack surfaces and the load. Different updates of the damping were developed and subjected to a serie of mono axial seismic tests on a column. The model in which the damping was achieved as a direct result of the damage caused and the intensity of the load displayed a realistic behaviour and can therefore be considered relevant.



# Table des matières

Table des matières	vii
Table des figures	xi
Liste des tableaux	xv
Notations	xvii
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2 État de l’art</b>	<b>5</b>
1 Introduction . . . . .	6
2 Analyses sismiques non linéaires . . . . .	7
2.1 Limites des analyses en capacité . . . . .	7
2.2 Descriptif des analyses temporelles non linéaires . . . . .	8
2.3 Schémas de Résolution . . . . .	9
3 Non linéarités matérielles . . . . .	17
3.1 Modèles globaux . . . . .	17
3.2 Lois de comportement béton . . . . .	19
4 Amortissement . . . . .	32
4.1 Mécanismes physiques . . . . .	32
4.2 Amortissement global forfaitaire . . . . .	37
5 Modélisation d’une structure en béton armé soumise à un seisme : cas de la structure SMART . . . . .	41
5.1 Présentation du Programme SMART . . . . .	41
5.2 Modélisation de l’amortissement : Benchmark SMART 2008 . . . . .	44
5.3 Sollicitations appliquées au voiles de la maquette SMART 2008 . . . . .	49
6 Conclusions . . . . .	61
<b>3 Campagne expérimentale de flexion trois points cyclique</b>	<b>63</b>
1 Introduction . . . . .	64
2 Protocole expérimental . . . . .	65
2.1 Corps d’épreuves . . . . .	65
2.2 Dispositif d’essais . . . . .	69

2.3	Descriptif des chargements . . . . .	72
3	Résultats expérimentaux . . . . .	75
3.1	Comportement global des poutres . . . . .	75
3.2	Étude de l'amortissement . . . . .	78
3.3	Étude de la fissuration . . . . .	80
3.4	Étude de l'endommagement structural . . . . .	85
4	Conclusions . . . . .	88
<b>4</b>	<b>Réflexion sur les schémas d'hystéréses</b>	<b>91</b>
1	Introduction . . . . .	92
2	Description de la modélisation . . . . .	93
2.1	Discrétisation éléments finis . . . . .	93
2.2	Lois de comportement béton . . . . .	94
2.3	Loi de comportement Acier . . . . .	102
3	Résultats numériques . . . . .	105
3.1	Comportement global . . . . .	105
3.2	Énergie dissipée cumulée . . . . .	111
3.3	Amortissement . . . . .	113
3.4	Bilan . . . . .	115
4	Vers une diminution de l'amortissement global forfaitaire . . . . .	115
4.1	Objectifs des essais numériques . . . . .	115
4.2	Étude temporelle . . . . .	116
4.3	Étude fréquentielle . . . . .	116
4.4	Bilan . . . . .	117
5	Conclusions . . . . .	118
<b>5</b>	<b>Vers une actualisation de l'amortissement</b>	<b>121</b>
1	Introduction . . . . .	122
2	Formulation et implantation . . . . .	123
2.1	Motivations . . . . .	123
2.2	Formulation du modèle . . . . .	123
2.3	Actualisation de l'amortissement . . . . .	129
2.4	Implantation numérique . . . . .	132
3	Calibration . . . . .	135
3.1	Descriptif des essais numérique de flexion circulaire . . . . .	135
3.2	Calibration du taux d'amortissement $\xi_D$ . . . . .	136
3.3	Calibration du paramètre $\Upsilon_I$ . . . . .	137
4	Validation structurale . . . . .	138
4.1	Présentation . . . . .	138
4.2	Modélisation fine . . . . .	143
4.3	Calibration . . . . .	147
4.4	Résultats . . . . .	148
4.5	Bilan . . . . .	158



---

5	Conclusions . . . . .	159
<b>6</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>161</b>
1	Synthèse . . . . .	161
2	Conclusions . . . . .	162
3	Bilan - Apports . . . . .	163
4	Perspectives . . . . .	164
<b>A</b>	<b>Annexe : mesure d'amortissement</b>	<b>167</b>
<b>B</b>	<b>Annexe : courbes déplacement/temps des modèles simplifiés</b>	<b>173</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>179</b>



# Table des figures

2.1	Stabilité des algorithmes de Newmark en fonction de la valeur des paramètres $\gamma$ et $\beta$ . . . . .	13
2.2	Relation moment/courbure du modèle global [Takeda <i>et al.</i> , 1970]. . .	18
2.3	Cadrants contrôlant les modèles de Bouc Wen. . . . .	19
2.4	Comportement uniaxial cyclique du béton. . . . .	20
2.5	Comportement biaxiale du béton [Ramtani, 1990]. . . . .	22
2.6	Comportement du béton soumis à une bi-compression [Kupfer et Gerstle, 1973]. . . . .	23
2.7	Comportement uniaxial cyclique du béton - Modèle [Dahlblom et Ottosen, 1990]. . . . .	25
2.8	Comparaison des courbes contraintes/déformations - Expérience [Terrien, 1980] - Simulation : modèle d'endommagement [Richard et Ragueneau, 2013]. . . . .	29
2.9	Comparaison des courbes contraintes/déformations - Expérience [Reinhardt et Cornelissen, 1984] - Simulation : modèle microplan M7 [Caner <i>et al.</i> , 2013]. . . . .	32
2.10	Exemple de calcul du taux d'amortissement visqueux équivalent. . . .	36
2.11	Amortissement de Rayleigh. . . . .	38
2.12	Courbe amortissement/fréquence de l'amortissement de Rayleigh classique et actualisé d'une structure endommagée et calé de manière identique avant l'endommagement. . . . .	39
2.13	Maquette SMART 2008 chargée et placée sur la table sismique Azalée du Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives (CEA). . . . .	42
2.14	Maquette <i>Seismic design and best-estimate Methods Assessment for Reinforced concrete buildings subjected to Torsion and non-linear effects</i> (SMART) 2008 - Spectre de dimensionnement pour différents pourcentages d'amortissement $\xi$ . . . . .	43
2.15	Benchmark SMART 2008 - Influence du type d'éléments finis sur la loi de comportement. . . . .	44
2.16	Maquette SMART 2008 - Maillage 3D. . . . .	45
2.17	Maquette SMART 2008 - Maillage Plaques, poutres, 3D - Équipe IRSN. . .	46

2.18	Maquette SMART 2008 - Décomposition du maillage 3D - Plaques - Poutres - Équipe École Normale Supérieure (ENS) Cachan [Lebon, 2011]. . . . .	46
2.19	Maillage de SMART 2008. . . . .	47
2.20	Maquette SMART 2008 - Maillage en masse concentrées - équipe Shimizu Corporation. . . . .	48
2.21	Benchmark SMART 2008 - Influence du type d'élément finis sur l'amortissement. . . . .	49
2.22	Benchmark SMART 2008 - Influence du type de loi de comportement sur l'amortissement. . . . .	49
2.23	Maquette SMART 2008 - Vues en plan. . . . .	50
2.24	Maquette SMART 2008 - Instrumentation du voile V04 niveau 1. . . . .	51
2.25	Descriptif de la méthode de Massone permettant de découpler les déplacements plans. . . . .	51
2.26	Maquette SMART 2008 - Représentation schématique de la courbure du voile V04 niveau 1. . . . .	52
2.27	Descriptif de la méthode de Massone modifiée permettant de découpler les déplacements plans et prenant en compte le soulèvement à la base du voile. . . . .	54
2.28	Maquette SMART 2008 - Déformée expérimentale du voile V04 niveau 1 - essai 7 (niveau de dimensionnement - <i>Peak Ground Acceleration</i> (PGA) = 0,2 g) et essai 18 (PGA = 0,9 g). . . . .	55
2.29	Maquette SMART 2008 - Modélisation 2D du voile V04 - Descente des charges de la maquette SMART. . . . .	56
2.30	Maquette SMART 2008 - Modélisation 2D du voile V04 - Modélisation de l'influence du voile V02. . . . .	57
2.31	Maquette SMART 2008 - Modélisation 2D du voile V04 niveau 1 - Descriptif du chargement et des conditions limites. . . . .	57
2.32	Courbes contraintes/déformations pour le modèle Mazars. . . . .	59
2.33	Maquette SMART 2008 - Voile V04 niveau 1 - carte d'endommagement - Déplacement en tête maximum atteint (1,6mm) - Essai 7 (niveau de dimensionnement - PGA = 0,2 g). . . . .	61
3.1	Géométrie des poutres testées. . . . .	65
3.2	Plans de ferrillages des poutres testées. . . . .	66
3.3	Éprouvettes réalisées au laboratoire de génie civil de l'ENS Cachan. . . . .	68
3.4	Cage d'armature des poutres PHA10. . . . .	68
3.5	Descriptif du montage expérimental - LMT. . . . .	69
3.6	Descriptif des appuis d'après La Borderie [La Borderie, 1991]. . . . .	70
3.7	Mâchoire d'application des efforts. . . . .	70
3.8	Capteur de déplacement. . . . .	71
3.9	Descriptif de la ROI. . . . .	72
3.10	Descriptif du chargement L1. . . . .	73

3.11	Descriptif d'un bloc du chargement L1. . . . .	74
3.12	Descriptif du chargement L2. . . . .	74
3.13	Courbes enveloppes des différentes poutres. . . . .	75
3.14	Déformation horizontale de la poutre PHA10L1 pour un effort nul durant le bloc E. . . . .	76
3.15	Influence des cadres sur la fissuration. . . . .	81
3.16	Exemple de cartographie obtenu avec la corrélation d'image : déplacement horizontal - poutre PHA10L2 - 40 kN - sens 1. . . . .	87
4.1	Maillage multifibres d'une demi poutre. . . . .	93
4.2	Schématisation des conditions limites - Chargement positif. . . . .	94
4.3	Modèle [La Borderie <i>et al.</i> , 1994] - relation uniaxiale contrainte/défor- mation. . . . .	95
4.4	Modèle [Richard et Ragueneau, 2013] - relation contrainte/déformation. . . . .	97
4.5	Courbes contraintes/déformations pour les modèles béton. . . . .	102
4.6	Comportement monotone de l'acier - modèle [Menegotto et Pinto, 1973]. . . . .	103
4.7	Comportement de l'acier sous chargement cyclique d'après [Guedes <i>et al.</i> , 1994] - modèle [Menegotto et Pinto, 1973]. . . . .	104
4.8	Courbe contraintes/déformations pour le modèle Menegotto-Pinto. . . . .	105
4.9	Endommagement des bords supérieurs et inférieurs - Poutre PHA10L1 - Modèle Richard 2. . . . .	111
4.10	Évolution du chargement des essais de laché. . . . .	116
4.11	Poutre PHA10 - Courbes déplacements/temps - Effort initial ap- pliqué : 40 kN. . . . .	117
4.12	Poutre PHA10 - Spectre de déplacement - Effort initial appliqué : 40 kN. . . . .	117
5.1	Démarche de la modélisation simplifiée. . . . .	124
5.2	Modèle simplifié - Courbe effort/déplacement. . . . .	129
5.3	Algorigramme de la loi de comportement. . . . .	133
5.4	Algorigramme du modèle simplifié. . . . .	134
5.5	Flexion homogène - Schéma de principe. . . . .	135
5.6	Flexion homogène - Cartographie d'endommagement - HA10 - 40kN. . . . .	136
5.7	Flexion circulaire - poutre PHA10 - modèle Richard 2 - Chargement 1. . . . .	136
5.8	Relation endommagement / amortissement - poutre PHA10. . . . .	137
5.9	Flexion circulaire - poutre PHA10 - modèle Richard 2 - Chargement 2. . . . .	137
5.10	Relation ratio de l'endommagement maximum atteint / amortisse- ment - poutre HA10. . . . .	138
5.11	Poteau SIBA - Plan de coffrage - Dimension en mm. . . . .	139
5.12	Poteau SIBA 150-0 - Plan de ferrailage. . . . .	140
5.13	Poteau SIBA 150-0 - Plan d'instrumentation. . . . .	142
5.14	Poteau SIBA 150-0 - Spectre des différents signaux d'entrées. . . . .	142

5.15	Poteau SIBA 150-0 - Maillage CAST3M [Cast3m, 2013]. . . . .	143
5.16	Poteau SIBA 150-0 - Déplacement en tête du poteau 150-0 suivant l'axe x pour les quatre premiers essais comportement Sismique des Bâtiments Anciens (SIBA). . . . .	146
5.17	Poteau SIBA 150-0 - Accélération en tête du poteau 150-0 suivant l'axe x pour les quatre premiers essais SIBA. . . . .	147
5.18	Courbe effort déplacement - comparaison modèle Richard et modèle simplifié trilineaire. . . . .	148
5.19	Poteau SIBA 150-0 - Évolution de la première fréquence propre. . . . .	149
5.20	Poteau SIBA 150-0 - Essai 1. . . . .	150
5.21	Déplacement en tête - Poteau SIBA 150-0 - Essai 1. . . . .	150
5.22	Pseudo accélération en tête - Poteau SIBA 150-0 - Essai 1. . . . .	151
5.23	Poteau SIBA 150-0 - Essai 2. . . . .	152
5.24	Déplacement en tête - Poteau SIBA 150-0 - Essai 2. . . . .	152
5.25	Pseudo accélération en tête - Poteau SIBA 150-0 - Essai 2. . . . .	153
5.26	Déplacement en tête - Poteau SIBA 150-0 - Essai 3. . . . .	154
5.27	Poteau SIBA 150-0 - Essai 3. . . . .	155
5.28	Pseudo accélération en tête - Poteau SIBA 150-0 - Essai 3. . . . .	155
5.29	Poteau SIBA 150-0 - Essai 4. . . . .	156
5.30	Déplacement en tête - Poteau SIBA 150-0 - Essai 4. . . . .	157
5.31	Pseudo accélération en tête - Poteau SIBA 150-0 - Essai 4. . . . .	158
B.1	Poteau SIBA 150-0 - Déplacement en tête du poteau 150-0 suivant l'axe x pour l'essai 1 SIBA. . . . .	174
B.2	Poteau SIBA 150-0 - Déplacement en tête du poteau 150-0 suivant l'axe x pour l'essai 2 SIBA. . . . .	175
B.3	Poteau SIBA 150-0 - Déplacement en tête du poteau 150-0 suivant l'axe x pour l'essai 3 SIBA. . . . .	176
B.4	Poteau SIBA 150-0 - Déplacement en tête du poteau 150-0 suivant l'axe x pour l'essai 4 SIBA. . . . .	177

# Liste des tableaux

2.1	Schémas d'intégration usuels de la famille de Newmark. . . . .	14
2.2	Classification des modèles significatifs de béton de la littérature . . . . .	21
2.3	Sources de dissipations dans une structure en béton armé. . . . .	33
2.4	Types d'essais possibles pour identifier et quantifier l'amortissement dans des éléments de structure en béton armé. . . . .	35
2.5	Maquette SMART 2008 - PGA des différents essais réalisés. . . . .	43
2.6	Maquette SMART 2008 - Déplacements expérimentaux du voile V04 niveau 1. . . . .	55
2.7	Maquette SMART 2008 - Paramètres matériaux pour le béton du voile V04 niveau 1. . . . .	59
2.8	Maquette SMART 2008 - Comparaison essais/modèle 1 (sans fissuration à la base). . . . .	60
2.9	Maquette SMART 2008 - Comparaison essais/modèle 2 (avec fissuration à la base). . . . .	60
3.1	Caractéristiques des ferrailages des poutres testées. . . . .	66
3.2	Caractérisation du béton. . . . .	67
3.3	Granulométrie du béton. . . . .	67
3.4	Caractéristiques du béton utilisées pour les essais. . . . .	67
3.5	Caractéristiques des aciers. . . . .	68
3.6	Intensité des blocs pour les poutres du chargement L1. . . . .	73
3.7	Intensité des cycles préfissurants pour les poutres du chargement L2. . . . .	75
3.8	Courbes efforts-déplacements des six poutres. . . . .	77
3.9	Évolution du taux d'amortissement visqueux équivalent pour les six poutres. . . . .	79
3.10	Faciès de fissuration à la fin des essais des six poutres. . . . .	80
3.11	Cartographie de la fissuration - poutre PHA8L1. . . . .	82
3.12	Cartographie de la fissuration - poutre PHA8L2. . . . .	82
3.13	Cartographie de la fissuration - poutre PHA10L1. . . . .	83
3.14	Cartographie de la fissuration - poutre PHA10L2. . . . .	83
3.15	Cartographie de la fissuration - poutre PHA12L1. . . . .	84
3.16	Cartographie de la fissuration - poutre PHA12L2. . . . .	84
3.17	Évolution de l'endommagement des six poutres. . . . .	87

3.18	Enseignements de la campagne d'essais de flexion 3 points alternés. . . . .	90
4.1	Paramètres du modèle « La Borderie ». . . . .	101
4.2	Paramètres des modèles « Richard 1 et 2 ». . . . .	101
4.3	Paramètres du modèle Menegotto-Pinto. . . . .	104
4.4	Courbes efforts/déplacements - Cycles initiaux avant la plastification des aciers - Poutres PHA8. . . . .	106
4.5	Courbes efforts/déplacements - Cycles initiaux avant la plastification des aciers - Poutres PHA10. . . . .	107
4.6	Courbes efforts/déplacements - Cycles initiaux avant la plastification des aciers - Poutres PHA12. . . . .	108
4.7	Courbes efforts/déplacements - Cycles de plasticité - Poutres PHA10. . . . .	109
4.8	Courbes efforts/déplacements - Cycles de plasticité - Poutres PHA12. . . . .	110
4.9	Énergie dissipée - Cycles sans plasticité. . . . .	112
4.10	Évolution du taux d'amortissement visqueux équivalent pour les six poutres. . . . .	114
4.11	Enseignements de la campagne de modélisation de poutre en béton armé. . . . .	119
5.1	Variables internes du modèle. . . . .	125
5.2	Variables flux et forces caractérisant l'état thermodynamique du système considéré. . . . .	127
5.3	Caractéristiques du béton. . . . .	140
5.4	Caractéristiques des aciers. . . . .	141
5.5	Paramètres du modèle Richard 2. . . . .	144
5.6	Paramètres du modèle Menegotto-Pinto. . . . .	145
5.7	Paramètres du modèle Simplifié. . . . .	148
5.8	Poteau SIBA - Modélisations simplifiées - Analyse d'écart. . . . .	159
A.1	PHA8L1 - Taux d'amortissement visqueux équivalent. . . . .	168
A.2	PHA8L2 - Taux d'amortissement visqueux équivalent. . . . .	168
A.3	PHA10L1 - Taux d'amortissement visqueux équivalent. . . . .	169
A.4	PHA10L2 - Taux d'amortissement visqueux équivalent. . . . .	170
A.5	PHA12L1 - Taux d'amortissement visqueux équivalent. . . . .	171
A.6	PHA12L2 - Taux d'amortissement visqueux équivalent. . . . .	172



# Notations

## Variables scalaires

$\Pi_i$ :	Puissance virtuelle des efforts intérieurs
$\Pi_e$ :	Puissance virtuelle des efforts extérieurs
$\Pi_a$ :	Puissance virtuelle associé à l'accélération
$\Psi$ :	Énergie de Helmholtz
$\Upsilon_I$ :	Facteur d'intensité du modèle simplifié
$\Upsilon_U$ :	Facteur d'usure du modèle simplifié
$\chi$ :	Énergie de Gibbs
$\nu$ :	Coefficient de Poisson
$\omega$ :	Fréquence propre
$\omega_D$ :	Fréquence propre amortie
$\phi$ :	Déphasage
$\rho$ :	Masse volumique
$\sigma^\infty$ :	Contrainte en champs lointain
$\theta$ :	Courbure
$\xi$ :	Taux d'amortissement critique
$\xi_{eq}$ :	Taux d'amortissement visqueux équivalent
$\xi_{elast}$ :	Taux d'amortissement critique relié au sources extérieures
$\xi_{hyst}$ :	Taux d'amortissement critique relié à la fissuration du béton
$\xi_D$ :	Taux d'amortissement critique relié à l'endommagement
$D_1$ :	Variable d'endommagement en traction (0 si le matériau est sain, 1 s'il est totalement détérioré)
$D_2$ :	Variable d'endommagement en compression (0 si le matériau est sain, 1 s'il est totalement détérioré)
$E$ :	Module d'Young
$E_D$ :	Énergie dissipée
$K$ :	Raideur élastique
$Y_0$ :	Seuil initial d'endommagement
$d$ :	Variable d'endommagement (0 si le matériau est sain, 1 s'il est totalement détérioré)
$f_t$ :	Résistance en traction (béton)
$f_c$ :	Résistance en compression (béton)
$k_d$ :	Raideur sécante

## Variables vectorielles

$\mathbf{a}_n$ :	Accélérations nodales à l'instant $n$
$f_{Ext}$ :	Forces externes
$f_{Int}$ :	Forces internes
$\mathbf{u}$ :	Déplacements réels
$\mathbf{u}_n$ :	Déplacements nodales à l'instant $n$
$\mathbf{v}_n$ :	Vitesses nodales à l'instant $n$
$\mathbf{w}$ :	Déplacements virtuels
$M$ :	Point matériel
$\underline{n}$ :	Normale extérieure
$\underline{t}$ :	Tractions
$\underline{\bar{t}}$ :	Tractions imposées
$\underline{\bar{u}}$ :	Déplacements imposées

## Variables tensorielles (ordre 2 et supérieurs)

$\underline{\underline{\Lambda}}$ :	Matrice spectrale
$\underline{\underline{\Phi}}$ :	Matrice modale
$\underline{\underline{\varepsilon}}$ :	Déformation
$\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ :	Déformation plastique
$\underline{\underline{\varepsilon}}^\pi$ :	Déformation de glissement interne
$\underline{\underline{\sigma}}$ :	Contrainte de Cauchy
$\underline{\underline{\sigma}}^\pi$ :	Contrainte de frottement
$\underline{\underline{C}}$ :	Amortissement
$\underline{\underline{D}}$ :	Variable d'endommagement anisotrope
$\underline{\underline{K}}$ :	Rigidité totale
$\underline{\underline{M}}$ :	Masse totale

## Opérations et opérateurs

$\nabla^S(\cdot)$ :	Gradient symétrique
$A : B := A_{ij}B_{ij}$ :	produit tensoriel doublement contracté
$(A \cdot B)_{ij} := A_{ik}B_{kj}$ :	Produit tensoriel simplement contracté
$\langle A \rangle_+$ :	Partie positive de $A$
$\langle A \rangle_-$ :	Partie négative de $A$
$\mathbb{A}$ :	Opérateur d'assemblage

$\dot{X} := \frac{\partial X}{\partial t} :$	Dérivée de la quantité X, par rapport au temps t
$\Delta :$	Incrément d'une quantité donnée

## Ensembles et espaces

$\Omega :$	Domaine matériel
$\partial\Omega :$	Frontière de $\Omega$
$\partial\Omega_t :$	Restriction de $\partial\Omega$ où les traction sont imposés
$\partial\Omega_u :$	Restriction de $\partial\Omega$ où les déplacements sont imposés
$V :$	Volume associé un domaine matériel

## Acronymes

3SR :	Sols, Structures, Solides, Risques(laboratoire)
ANR :	Agence Nationale de la Recherche
AS :	Anti Sismique
ASN :	Autorité de Sureté Nucléaire
CAMUS :	Conception et Analyse de MURs sous Séismes
CASSBA :	Conception et Analyse Sismique des Structures en Béton Armé
CEA :	Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives
CEBTP :	Centre Expérimental de Recherches et d'Études du Bâtiment et des Travaux Publics
CEOS.fr :	Comportement et Évaluation des Ouvrages Spéciaux Fissuration Retrait
CIN :	Corrélation d'image numérique
EDF :	Électricité De France
EMSI :	Étude de Mécanique Sismique(laboratoire d')
ENS :	École Normale Supérieure
HA :	Haute Adhérence
HFTD :	<i>Hybrid Frequency - Time Domain</i>
IRIS :	<i>Integrated European Industrial Risk Reduction System</i>
JNES :	<i>Japan Nuclear Energy Safety organisation</i>
JRC :	<i>Joint Reserarch Center</i>
LMT :	Laboratoire de Mécanique et de Technologie

MEFISTO :	Maîtrise durable de la Fissuration des InfraStructures en bétOn
PGA :	<i>Peak Ground Acceleration</i>
ROI :	<i>Region Of Interest</i>
SAFE :	Structure Armées Faiblement Élancées
SDD :	Séisme De Dimensionnement
SIBA :	comportement Sismique des Bâtiments Anciens
SMART :	<i>Seismic design and best-estimate Methods Assessment for Reinforced concrete buildings subjected to Torsion and non-linear effects</i>
SSE :	<i>Safe Shutdown Earthquake</i>
VER :	Volume Élémentaire Représentatif

# Chapitre 1

## Introduction

Au cours de sa durée de vie, un ouvrage est soumis à un grand nombre de sollicitations, certaines liées à son exploitation et les autres à son environnement. Parmi les sources naturelles, le séisme est l'une des plus préjudiciable. Il est nécessaire de prendre en compte ce phénomène dès la conception de l'ouvrage afin de réduire les risques. Au cours de ces dernières années, plusieurs séismes de fortes amplitudes ont eu lieu, notamment en Italie (2009 - magnitude : 6,9), à Haïti (2010 - magnitude : 7,3) et au Chili (2010 - magnitude : 8,8). Ces séismes présentent des niveaux d'accélération maximum très élevés, leurs intensités sont supérieures à VIII sur l'échelle EMS-98 [Grünthal et Levret, 2001], et ont touché des régions peuplées. Les pertes humaines et matérielles consécutives à ses catastrophes diffèrent cependant très fortement : 308 morts en Italie, 230 000 à Haïti et 525 au Chili. On constate ainsi que les conséquences de telles catastrophes dépendent fortement des règles constructives. Dans les pays où ces dernières prennent en compte les risques sismiques, les pertes sont fortement limitées. Cependant, le séisme de mars 2011 au Japon a montré certaines limites des réglementations actuelles. Durant ce séisme, et le tsunami qui a suivi, la centrale nucléaire de Fukushima Daiichi a subi d'importants dommages, provoquant un désastre écologique et humain. Il apparaît donc primordial d'améliorer nos connaissances du comportement des bâtiments soumis à des séismes, et en particuliers des ouvrages présentant des risques spéciaux. Nous serions alors en mesure d'améliorer les codes de construction.

Durant les dix dernières années en France d'importantes évolutions réglementaires ont eu lieu. D'une part un nouveau zonage de l'aléa sismique a été mis en place (articles R563-1 à R563-8 du Code de l'environnement [R563-1 CE, ] modifiés par les décrets n° 2010-1254 du 22 octobre 2010 [D2010-1254, ] et n° 2010-1255 du 22 octobre 2010 [D2010-1255, ], ainsi que par l'arrêté du 22 octobre 2010 [A2010-1255, ]). D'autre part, les codes de construction ont fortement évolué avec la mise en application des Eurocodes [AFNOR, 2006], et dans le cadre des ouvrages nucléaires, des nouvelles recommandations de l'Autorité de Sureté Nucléaire (ASN) en 2006 [ASN, 2006]. L'Eurocode 8 4.3.3.4.3(2) spécifie : « Il convient que ces règles reflètent de

manière réaliste la dissipation d'énergie dans l'élément dans le domaine des amplitudes de déplacement attendu dans la situation sismique de calcul », de même Les recommandations de l'ASN énonce que : « Cette modélisation représente les raideurs, masses et capacités de dissipation d'énergie de tous les éléments déterminant la réponse dynamique des ouvrages ». Pour cela il est parfois nécessaire de réaliser des analyses sismiques non linéaire [ASN, 2006] en particulier pour réaliser des « évaluations complémentaires » permettant d'améliorer nos connaissances du comportement des ouvrages spéciaux soumis à des séismes.

Les études présentées dans ce document s'inscrivent dans les travaux de recherches du Laboratoire d'Étude de Mécanique Sismique (EMSI) qui fait partie du Service d'Études Mécanique et Thermique appartenant au Département de modélisation des Systèmes et Structures. Ce dernier est lui même rattaché à la Direction de l'Énergie Nucléaire du CEA et également du Laboratoire de Mécanique et de Technologie (LMT) de l'École Normale Supérieure (ENS) Cachan. Les travaux dont il est question ici s'intéressent aux structures en béton armé. Dans ce type de structures, une part des dissipations provient de sources environnementales telles l'interaction avec les structures voisines ou l'amortissement radiatif le reste provient de sources matérielles telles la plastification des aciers, la fissuration du béton, la détérioration de l'interface acier béton. Si l'on souhaite modéliser ces dernières de manière intrinsèque il est nécessaire de disposer de modèles mécaniques réaliste capable de prendre en compte ces mécanismes.

L'objectif de cette thèse est double. Le premier est de qualifier et quantifier expérimentalement les sources d'amortissement liées au béton. Le second vise à développer une méthode de calcul, peu couteuse, en terme de temps de calcul et de maillage, et permettant de modéliser l'amortissement de manière réaliste.

Pour atteindre ce double objectif, quatre parties sont développées. Dans la première partie, un état de l'art relatif à la modélisation du béton et de l'amortissement dans des structures en béton armé est effectué. Ceci permet de décliner les objectifs de la thèse dans le contexte scientifique actuel. Dans un premier temps, les différents modèles de béton et d'amortissement sont décrits. Dans un second temps, l'étude porte sur les conséquences de l'utilisation des différents modèles béton sur la modélisation de l'amortissement. Pour ce faire, les résultats du Benchmark international SMART sont présentés et examinés. L'étude de cette campagne permet également de recentrer la suite de l'étude sur les éléments de structures soumis à de la flexion.

La seconde partie porte sur la présentation de la campagne d'essais quasi statiques de flexion trois points réalisée durant cette thèse. Les différents choix effectués durant cette campagne sont justifiés. Cette campagne s'intéresse à l'étude d'éléments de structures sains mais également pré-endommagés. Dans un second temps, les

résultats de la campagne sont présentés. Différents types d'analyses sont exposés et permettent de dégager les paramètres influençant l'amortissement.

La troisième partie est consacrée à la modélisation de la campagne précédente. Différentes lois de comportement sont utilisées pour effectuer cette simulation. Les différents résultats numériques sont confrontés à l'expérience. Cette comparaison permet de déterminer une manière réaliste de modéliser les phénomènes dissipatifs locaux. Ce chapitre s'achève par une campagne numérique d'essais dynamiques permettant de montrer que la prise en compte des phénomènes dissipatifs au sein des lois de comportement permet de réduire de manière drastique l'importance de la matrice d'amortissement visqueuse.

La quatrième partie vise à développer une modélisation simplifiée. Fort des conclusions de la partie précédente, il est possible de formaliser un modèle dans lequel les phénomènes dissipatifs locaux ne sont pas pris en compte de manière intrinsèque mais dont le taux d'amortissement visqueux varie en fonction de l'évolution d'autres grandeurs caractéristiques du modèle afin de dissiper une part réaliste d'énergie. Différentes relations entre l'amortissement et ces autres grandeurs caractéristiques sont présentées. Une campagne d'essais sismiques monoaxiaux est alors décrite. Cette campagne est simulée à l'aide des différents modèles simplifiés et du modèle retenu dans la partie précédente. Cette confrontation fait ressortir les forces et les faiblesses des différentes modélisations et permet de dégager celle qui est la plus adaptée à notre problème.

Enfin, des conclusions de l'étude réalisée sont présentées. Elles font ressortir les apports de l'étude menée ainsi que les perspectives de ces travaux.





# Chapitre 2

## État de l'art

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>Analyses sismiques non linéaires</b> . . . . .	<b>7</b>
2.1	Limites des analyses en capacité . . . . .	7
2.2	Descriptif des analyses temporelles non linéaires . . . . .	8
2.3	Schémas de Résolution . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Non linéarités matérielles</b> . . . . .	<b>17</b>
3.1	Modèles globaux . . . . .	17
3.2	Lois de comportement béton . . . . .	19
<b>4</b>	<b>Amortissement</b> . . . . .	<b>32</b>
4.1	Mécanismes physiques . . . . .	32
4.2	Amortissement global forfaitaire . . . . .	37
<b>5</b>	<b>Modélisation d'une structure en béton armé soumise à un seisme : cas de la structure SMART</b> . . . . .	<b>41</b>
5.1	Présentation du Programme SMART . . . . .	41
5.2	Modélisation de l'amortissement : Benchmark SMART 2008 . . . . .	44
5.3	Sollicitations appliquées au voiles de la maquette SMART 2008 . . . . .	49
<b>6</b>	<b>Conclusions</b> . . . . .	<b>61</b>

---

# 1 Introduction

Les importantes évolutions réglementaires qui sont apparues au cours de la dernière décennie tant au niveau de l'aléa sismique que des codes de construction ont nécessités l'emploi de nouvelles méthodes de modélisation. En effet, Les contraintes de sureté résultant de ces nouvelles réglementations requièrent, dans le cadre des ouvrages à risques spéciaux et en particulier dans le domaine nucléaire, de réaliser des analyses temporelles non linéaires et non plus uniquement des analyses modales. Ce type d'étude nécessite de disposer d'outils numériques fiables capables de prédire de manière pertinente le comportement d'une structure soumise à des sollicitations sismiques et de quantifier de manière réaliste les dissipations d'énergie se produisant durant un séisme.

Ce chapitre a deux objectifs majeurs : d'une part présenter la problématique de la modélisation de l'amortissement de structure en béton armé sous séisme, et d'autre part de présenter un état de l'art le plus exhaustif possible des mécanismes d'amortissement et des manières de le prendre en compte dans les modélisations sismiques. Pour atteindre ce double objectif, ce chapitre sera divisé en quatre parties. En premier lieu, le problème de dynamique non linéaire sera clairement défini et discrétisé tant en espace qu'en temps. Il ressort de ce problème que les dissipations peuvent être prises en compte par le biais des lois de comportement. C'est pourquoi, après une brève présentation des modèles globaux les plus courant, une description des non linéarités se produisant dans le béton armé sera faite. Par soucis de clarté, les modèles présents dans la littérature seront regroupés en différentes classes. La description des ces classes portera surtout sur leur capacité à représenter les différents mécanismes dissipatifs qui auront été identifiés. Dans un troisième lieu la discussion portera sur la modélisation de l'amortissement. Les sources de dissipation seront alors répertoriées et classées. Il apparaîtra alors qu'il est difficile de modéliser individuellement chaque source. Un amortissement global forfaitaire servira alors à modéliser toutes les dissipations non prises en compte directement par les différents modèles. Une présentation des différentes manières de représenter cet amortissement global forfaitaire sera alors effectué en faisant ressortir les qualités et limites de chacun. En dernier lieu, la problématique de la modélisation de l'amortissement d'une structure réelle sera présentée par le biais du programme SMART. Après une brève présentation de la campagne et de ses objectifs, la discussion se portera sur l'étude du benchmark de cette campagne. Les choix de modélisation des différents participants seront alors présentés et leurs conséquences sur le taux d'amortissement étudiées. Enfin, une étude visant à découpler les déplacements plan des voiles de la maquette SMART aura lieu. Les résultats de simulations seront alors confrontés à l'expérience afin de définir si la répartition des déplacements plans ainsi obtenu est réaliste et permettra surtout de séparer les différents mécanismes. Cette confrontation mettra en relief la nécessité de s'intéresser à des structures soumises à de la flexion.

## 2 Analyses sismiques non linéaires

### 2.1 Limites des analyses en capacité

Classiquement, le dimensionnement des ouvrages de génie civil se faisait à partir d'analyses en capacités [AFNOR, 1995], [AFNOR, 2006]. Cependant, ces dernières années, ce type d'analyse a commencé à être remis en cause. Les travaux de Priestley, Calvi et Kowalsky relatifs aux méthodes de dimensionnement récentes basées sur la performance ont établi certains problèmes associés à ces analyses :

- la méthode de dimensionnement en capacité repose sur une estimation de la raideur initiale afin de pouvoir déterminer les périodes propres et la distribution des efforts sismiques entre les différents éléments. La raideur dépendant de la résistance des différents éléments, elle ne peut être calculée avant la fin du processus de dimensionnement ;
- répartir les efforts entre les différents éléments d'après leurs raideurs initiales (même si celles-ci sont connues) est illogique pour de nombreuses structures, puisque cela suppose à tort que les différents éléments peuvent atteindre leurs limite élastique au même instant ;
- la méthode de dimensionnement en capacité repose sur l'hypothèse qu'un unique coefficient de comportement (basé sur la capacité ductile) est approprié pour une structure et un matériau donné. Cela est manifestement faux.

[Priestley *et al.*, 2007]

Il est alors souhaitable d'utiliser des méthodes basées sur les déplacements. La méthode de dimensionnement basée sur la performance est l'une d'entre elle. Dans ce type d'analyse, l'objectif principal est de respecter des critères de performance liés au mouvement, les efforts sont alors vus comme une contrainte et non plus comme une exigence [Connor, 2003]. Ces critères de performance sont déterminés afin de satisfaire à des exigences en termes de bien-être des personnes et de bonne tenue des équipements. Ces critères sont exprimés en terme de déplacements inter-étages, voire, dans certaines approches, en terme d'états de déformation que l'on peut relier à l'endommagement [Priestley *et al.*, 2007]. Pour déterminer ces critères, il est nécessaire d'estimer la rigidité de la structure en tout point et en tout instant afin d'être capable de représenter son comportement de manière réaliste. Pour ce faire, il est nécessaire de quantifier les dissipations se produisant dans la structure et d'être capable de les localiser. Deux types d'analyses sont adaptés pour ce type d'étude. D'une part les analyses de poussées progressives et d'autre part les analyses temporelles non linéaires. Dans cette étude, nous souhaitons déterminer et quantifier les mécanismes contribuant à l'amortissement de la structure. Il apparait donc préférable d'appliquer le chargement le plus réaliste possible. C'est pourquoi nous nous intéresserons aux analyses temporelles non linéaires. Nous allons à présent décrire ce type d'analyses.

## 2.2 Descriptif des analyses temporelles non linéaires

La réalisation des analyses temporelles non linéaire revient à résoudre la formulation faible du problème de dynamique. Dans cette partie nous allons présenter les différentes étapes permettant de résoudre ce problème. Soit un domaine matériel  $\Omega$  de masse volumique  $\rho$  et de frontière  $\partial\Omega$  repéré par sa normale extérieure  $\underline{n}$ . On suppose que le système  $\Omega$  est soumis à une densité volumique d'efforts  $\underline{b}$  et à un champs de traction  $\underline{t}$ . Le principe des puissances virtuelles permet d'écrire que la somme des puissances intérieures  $\Pi_i$  et extérieures  $\Pi_e$  est égale à la puissance virtuelle associée à la quantité d'accélération  $\Pi_a$ . Ainsi on a :

$$\Pi_i + \Pi_e = \Pi_a \quad (2.1)$$

avec la puissance virtuelle des efforts internes pouvant s'exprimer comme :

$$\Pi_i = - \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{w}) dV \quad (2.2)$$

où  $\underline{\underline{\sigma}}$  est le tenseur de contrainte de Cauchy,  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  le tenseur de déformation et  $\underline{w}$  le champs de vitesse virtuelles cinématiquement admissible. La puissance virtuelle des efforts extérieurs s'exprime par :

$$\Pi_e = \int_{\Omega} \underline{b} \cdot \underline{w} dV + \int_{\partial\Omega} \underline{t} \cdot \underline{w} dS \quad (2.3)$$

La puissance virtuelle associée à la quantité d'accélération peut être décrite par :

$$\Pi_a = \int_{\Omega} \rho \underline{\underline{\gamma}} \cdot \underline{w} dV \quad (2.4)$$

où  $\underline{\underline{\gamma}}$  est un champ d'accélération défini sur  $\Omega$ . On peut alors injecter les équations 2.2, 2.3 et 2.4 dans l'équation 2.1, on obtient alors l'équation :

$$- \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{w}) dV + \int_{\Omega} \underline{b} \cdot \underline{w} dV + \int_{\partial\Omega} \underline{t} \cdot \underline{w} dS = \int_{\Omega} \rho \underline{\underline{\gamma}} \cdot \underline{w} dV \quad (2.5)$$

Pour que le problème mécanique soit bien posé il est maintenant nécessaire de définir les conditions au limites, qui peuvent être de type Dirichlet, Neumann ou mixte (Robin). Pour cela il est nécessaire de découper la frontière de la structure de la façon suivante :

$$\partial\Omega = \partial\Omega_t \cup \partial\Omega_u \quad \text{et} \quad \partial\Omega_t \cap \partial\Omega_u = \{0\} \quad (2.6)$$

On note alors  $\bar{\underline{t}}$  et  $\bar{\underline{u}}$  comme étant respectivement les vecteurs tractions et déplacements imposés sur  $\partial\Omega_t$  et  $\partial\Omega_u$ . On peut alors définir la formulation faible du problème de dynamique comme étant :

$$\begin{aligned} &\text{Étant donné } \underline{b}, \bar{\underline{t}} \text{ et } \bar{\underline{u}} \text{ tels que :} \\ &\text{Trouver } \underline{u} \text{ tel que } : \forall \underline{w} \in W := \{w \text{ régulier sur } \Omega \mid w = \bar{\underline{u}} \text{ sur } \partial\Omega_u\} \\ & - \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{w}) dV + \int_{\Omega} \underline{b} \cdot \underline{w} dV + \int_{\partial\Omega} \underline{t} \cdot \underline{w} dS = \int_{\Omega} \rho \underline{\underline{\gamma}} \cdot \underline{w} dV \end{aligned} \quad (2.7)$$

Il n'est généralement pas possible de trouver une solution analytique à ce problème il est donc nécessaire de recourir à des méthodes capables de déterminer une solution approchée au problème. Nous nous intéresserons ici à la méthode des éléments finis.

## 2.3 Schémas de Résolution

### 2.3.1 Discrétisation spatiale

Dans ce type de méthode le domaine matériel  $\Omega$  est décomposé en un ensemble de  $n_e$  sous domaines  $(\Omega_e)_{e=1,\dots,n_e}$  appelés éléments finis. Chaque élément fini est composé de  $n_n$  noeuds. Les coordonnées locales d'un élément fini sont représentées par le vecteur  $\boldsymbol{\xi}$ . On introduit alors des fonctions de formes  $N_a$  permettant d'interpoler les champs de déplacements réels et virtuels, de taille  $[n_c \times 1]$ , avec  $n_c$  le nombre de coordonnées du déplacement, entre chaque noeuds. Les champs de déplacements réels et virtuels peuvent alors être approchés par :

$$\mathbf{u}^h(\boldsymbol{\xi}, t) |_{\Omega_e} = \mathbf{N}(\boldsymbol{\xi})\mathbf{U}(t) |_{\Omega_e} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{w}^h(\boldsymbol{\xi}, t) |_{\Omega_e} = \mathbf{N}(\boldsymbol{\xi})\mathbf{W}(t) |_{\Omega_e} \quad (2.9)$$

avec  $\mathbf{N}(\boldsymbol{\xi})$  la matrice des fonctions de formes, de taille  $[n_c \times (n_n \times n_c)]$ .  $\mathbf{U}(t) |_{\Omega_e}$  et  $\mathbf{W}(t) |_{\Omega_e}$  représentent respectivement les vecteurs, de taille  $[(n_n \times n_c) \times 1]$ , des degrés de libertés associés aux déplacements réels et virtuels à l'instant  $t$ . La fonction de forme  $N_a$  du noeud  $a$  vaut 1 en  $a$  et 0 sur tout les autres noeuds afin de respecter la propriété de partition de l'unité :

$$\mathbf{N}_a(\boldsymbol{\xi}_b) = \delta_{ab} \quad (2.10)$$

avec  $\delta_{ab} = 1$  si  $a = b$  et 0 sinon. Il est montré dans la littérature qu'il est préférable d'utiliser des éléments isoparamétriques. La géométrie de chaque élément est donc interpolée de manière analogue au fonction de forme :

$$\mathbf{x}^h(\boldsymbol{\xi}) |_{\Omega_e} = \mathbf{N}(\boldsymbol{\xi})\mathbf{X} |_{\Omega_e} \quad (2.11)$$

où  $\mathbf{X} |_{\Omega_e}$  représente le champs de coordonnées nodales associé à l'élément  $\Omega_e$ . On note que dans le cadre de l'hypothèse des petits déplacements,  $\mathbf{X}$  est indépendant du temps. A l'aide de l'équation 2.8, le champs de déformation au premier ordre peut s'écrire :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^h(\boldsymbol{\xi}, t) |_{\Omega_e} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u}^h(\boldsymbol{\xi}, t) + \nabla \mathbf{u}^h(\boldsymbol{\xi}, t)^t) \quad (2.12)$$

Étant donné que les opérateurs gradient n'agissent que sur les fonctions de formes, le champs de déformation approchée peut être décrit par l'équation :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^h(\boldsymbol{\xi}, t) |_{\Omega_e} = \mathbf{B}(\boldsymbol{\xi})\mathbf{U}(t) |_{\Omega_e} \quad (2.13)$$

avec  $\mathbf{B}(\boldsymbol{\xi})$  la matrice décrivant la relation de compatibilité restreinte à l'élément fini définie par :

$$\mathbf{B}(\boldsymbol{\xi}) = \frac{d\mathbf{N}(\boldsymbol{\xi})}{d\boldsymbol{\xi}} \mathbf{J}^{-1}(\boldsymbol{\xi}) \quad (2.14)$$

où  $\mathbf{J}^{-1}(\boldsymbol{\xi})$  est l'inverse de la matrice Jacobienne calculée à partir des interpolations géométriques. Les équations 2.8, 2.9, 2.13 et 2.14 permettent de discrétiser la formulation faible du problème présentée dans l'équation 2.5. Une forme générale de cette discrétisation est exprimée par l'équation :

$$\mathbb{A}_{e=1}^{n_e} (\mathbf{f}^{\text{Acc},e} + \mathbf{f}^{\text{Int},e}) = \mathbb{A}_{e=1}^{n_e} (\mathbf{f}^{\text{Ext},e}) \quad (2.15)$$

avec  $\mathbf{f}^{\text{Acc},e}$ ,  $\mathbf{f}^{\text{Int},e}$  et  $\mathbf{f}^{\text{Ext},e}$  les vecteurs des forces respectivement d'accélération, internes et externes.  $\mathbb{A}$  est l'opérateur d'assemblage. D'après la formulation faible du problème aux limites l'expression vectorielles de ces forces peut être décrite par :

$$\mathbf{f}^{\text{Acc},e} = \mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{U}}(t) |_{\Omega_e} \quad (2.16)$$

avec  $\mathbf{M}_e$  la matrice de masse de l'élément définie par :

$$\mathbf{M}^e = \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^t \boldsymbol{\rho} \mathbf{N} dV \quad (2.17)$$

$$\mathbf{f}^{\text{Ext},e} = \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^t \mathbf{b} dV + \int_{\partial\Omega_{t,e}} \mathbf{N}^t \bar{\mathbf{t}} dS \quad (2.18)$$

$$\mathbf{f}^{\text{Int},e} = \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^t \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}^h) dV \quad (2.19)$$

En réinjectant ces expressions dans l'équation 2.15 on obtient :

$$\mathbb{A}_{e=1}^{n_e} \left( \mathbf{w}^h \left( \mathbf{M}^e \ddot{\mathbf{U}}(t) |_{\Omega_e} + \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^t \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}^h) dV \right) \right) = \mathbb{A}_{e=1}^{n_e} \left( \mathbf{w}^h \left( \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^t \mathbf{b} dV + \int_{\partial\Omega_{t,e}} \mathbf{N}^t \bar{\mathbf{t}} dS \right) \right) \quad (2.20)$$

Cette équation doit alors être vérifiée pour tous les déplacements virtuels cinématiquement admissibles  $\mathbf{w}^h$ . On obtient donc le problème discrétisé suivant :

Trouver  $\ddot{\mathbf{U}}(t)$  et  $\mathbf{U}(t)$  tels que :

$$\mathbb{A}_{e=1}^{n_e} \left( \mathbf{M}^e \ddot{\mathbf{U}}(t) |_{\Omega_e} + \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^t \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{U}(t) |_{\Omega_e}) dV \right) = \mathbb{A}_{e=1}^{n_e} \left( \int_{\Omega_e} \mathbf{N}^t \mathbf{b} dV + \int_{\partial\Omega_{t,e}} \mathbf{N}^t \bar{\mathbf{t}} dS \right) \quad (2.21)$$

Le problème est alors discrétisé d'un point de vue spatial, il ne reste plus qu'à effectuer l'intégration temporelle. Dans la section suivante nous allons présenter différents schémas d'intégrations temporelles.

### 2.3.2 Schémas d'intégrations temporelles

La discrétisation spatiale qui a été réalisée dans la section précédente permet de définir un système d'équations différentielles non linéaires ordinaires en temps. Il est alors nécessaire de mettre en place un schéma d'intégration temporelle permettant de résoudre le problème sur l'intervalle de temps  $[0, T]$  souhaité. Dans ce type de schéma l'intervalle de temps est divisé en un certain nombre d'incrémentés appelés piquet de temps. Le problème revient alors, à partir d'un piquet typique à l'instant  $t_n$ , à déterminer les déplacements, vitesses et accélérations nodales à l'instant  $t_{n+1}$  qui vérifient les équations de mouvement ; soit :

$$\begin{aligned} \text{Connaissant :} & \quad \mathbf{u}_n = \mathbf{U}(t_n), \mathbf{v}_n = \dot{\mathbf{U}}(t_n) \text{ et } \mathbf{a}_n = \ddot{\mathbf{U}}(t_n) \\ \text{Déterminer :} & \quad \mathbf{u}_{n+1}, \mathbf{v}_{n+1} \text{ et } \mathbf{a}_{n+1} \\ \text{Tels que :} & \quad \hat{\mathbf{f}}^{\text{Int},e}(\hat{\mathbf{u}}_{n+1}) + \mathbf{M}\mathbf{a}_{n+1} = \mathbf{f}_{n+1}^{\text{Ext},e} \end{aligned} \quad (2.22)$$

avec  $\hat{\mathbf{f}}^{\text{Int},e}(\hat{\mathbf{u}}_{n+1})$  et  $\hat{\mathbf{u}}_{n+1}$  respectivement la prédiction des efforts intérieurs et des déplacements au piquet  $n + 1$ . Il existe différents schémas d'intégrations temporelles que l'on peut classer en deux grandes familles : les schémas explicites et les schémas implicites. Dans les schémas explicites, la solution du problème à l'instant  $t_{n+1}$  est obtenu à partir d'une vérification de l'équilibre au temps  $t_n$ , alors que dans les schémas implicites cette vérification est faite au temps  $t_{n+1}$ . Pour cette raison, les schémas explicites ne nécessitent pas de factoriser la matrice de rigidité (équivalente) à chaque piquet de temps, ce qui permet d'obtenir des temps de calcul par piquet de temps inférieurs à ceux obtenus avec des schémas implicites. En contrepartie, ces schémas sont au mieux conditionnellement stables et nécessitent généralement des piquets de temps très courts pour assurer la stabilité numérique. Dans les sections suivantes trois familles de schémas d'intégration temporelle seront présentées. Il s'agit de l'algorithme d'Euler, de l'algorithme de Newmark et de la méthode  $\alpha$  - Hilbert, Huges et Taylor. Un inventaire des différentes méthodes a été effectué par Dokainish et Subbaraj pour les schémas explicites [Dokainish et Subbaraj, 1989a] et implicites [Dokainish et Subbaraj, 1989b] cette inventaire permet d'étudier l'influence du modèle d'intégration sur la dissipation.

#### 2.3.2.1 Algorithme d'Euler

On dénombre trois types principaux d'algorithmes d'Euler. Le premier est le modèle « Euler avant ». Dans ce cas, les déplacements et vitesses sont calculés à partir des temps  $t_n$  à l'aide des équations :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{n+1} &= \mathbf{u}_n + \Delta t \mathbf{v}_n \\ \mathbf{v}_{n+1} &= \mathbf{v}_n + \Delta t \mathbf{a}_n \end{aligned} \quad (2.23)$$

Ce schéma est explicite et toujours instable, il génère un amortissement négatif. Le deuxième schéma est implicite et s'intitule Euler arrière. Dans ce cas, les déplacements et vitesses sont calculés à partir des temps  $t_{n+1}$  à l'aide des équations :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{n+1} &= \mathbf{u}_n + \Delta t \mathbf{v}_{n+1} \\ \mathbf{v}_{n+1} &= \mathbf{v}_n + \Delta t \mathbf{a}_{n+1} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Ce modèle est stable mais dissipatif, c'est pourquoi il existe une méthode mixte. Elle est classiquement intitulée « méthode des trapèzes ». Les déplacements et vitesses sont alors calculés à partir des temps  $n$  et  $n + 1$  à l'aide des équations :

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_{n+1} &= \mathbf{u}_n + \frac{\Delta t}{2}(\mathbf{v}_n + \mathbf{v}_{n+1}) \\ \mathbf{v}_{n+1} &= \mathbf{v}_n + \frac{\Delta t}{2}(\mathbf{a}_n + \mathbf{a}_{n+1})\end{aligned}\quad (2.25)$$

Cette méthode est implicite, inconditionnellement stable et conservative.

### 2.3.2.2 Algorithme de Newmark

Une deuxième famille d'algorithme utilisée comme schéma d'intégration temporelle est celle de Newmark [Newmark, 1959]. Elle a été développée spécifiquement pour le calcul dynamique du comportement de structure. Dans cette méthode les déplacements et vitesses sont calculés à partir des temps  $t_n$  et  $t_{n+1}$  à l'aide des équations :

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_{n+1} &= \mathbf{u}_n + \Delta t \mathbf{v}_n + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \mathbf{a}_n + \beta \Delta t^2 \mathbf{a}_{n+1} \\ \mathbf{v}_{n+1} &= \mathbf{v}_n + (1 - \gamma) \Delta t \mathbf{a}_n + \gamma \Delta t \mathbf{a}_{n+1}\end{aligned}\quad (2.26)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des paramètres permettant de contrôler le schéma [Géradin et Rixen, 1997]. La présence de ces deux paramètres permet de couvrir une large gamme de possibilités. Les méthodes classiques de la familles de Newmark sont présentées dans le tableau 2.1. La figure 2.1 présente l'influence du choix de ces paramètres sur la stabilité du système. Les méthodes les plus utilisées sont celles des différences centrées et des accélérations moyennes. La méthode des différences centrées est explicite et conditionnellement stable, elle est couramment utilisée pour des problèmes de dynamique rapide, dans cette méthode  $\alpha$  et  $\beta$  valent respectivement  $\frac{1}{2}$  et 0. Avec ce type de méthode une étude de la stabilité du système permet de déterminer un pas de temps critique au dessous duquel la stabilité est assurée dans le cas linéaire [Hughes, 2000] :

$$\Delta t_{crit} = \frac{T_m}{\pi} \quad (2.27)$$

avec  $T_m$  est la plus petite période propre du système. Si l'on s'intéresse au cas uniaxial cette condition se ramène à la condition de Courant :

$$\Delta t_{crit} = \frac{l_{min}}{c} \quad (2.28)$$

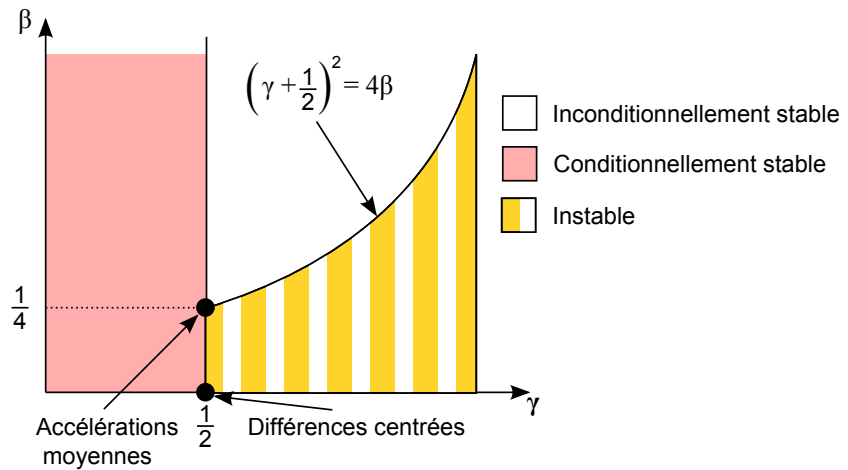
où  $l_{min}$  la taille du plus petit élément considéré et  $c$  la vitesse de propagation des ondes dans le milieu considéré. Cette méthode peut s'avérer adaptée pour des études non linéaires particulièrement si l'on combine la solution des équations du mouvement par la méthode explicite avec le calcul des variables internes à l'aide d'un schéma implicite de type Euler arrière. Dans ce cas les équation de Newmark deviennent :

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_{n+1} &= \mathbf{u}_n + \Delta t \mathbf{v}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{a}_n \\ \mathbf{v}_{n+1} &= \mathbf{v}_n + \frac{\Delta t}{2} (\mathbf{a}_n + \mathbf{a}_{n+1})\end{aligned}\quad (2.29)$$



L'autre méthode dite des accélérations moyennes est implicite et inconditionnellement stable. Elle est particulièrement adaptée en séisme. Les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  valent alors  $\frac{1}{2}$  et  $\frac{1}{4}$ . Dans cette méthode les déplacements et vitesses sont calculés à l'aide des équations :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{n+1} &= \mathbf{u}_n + \Delta t \mathbf{v}_n + \frac{\Delta t^2}{4} (\mathbf{a}_n + \mathbf{a}_{n+1}) \\ \mathbf{v}_{n+1} &= \mathbf{v}_n + \frac{\Delta t}{2} (\mathbf{a}_n + \mathbf{a}_{n+1}) \end{aligned} \quad (2.30)$$



**Figure 2.1:** Stabilité des algorithmes de Newmark en fonction de la valeur des paramètres  $\gamma$  et  $\beta$ .

### 2.3.2.3 Méthode $\alpha$ - Hilber, Hugues et Taylor

La méthode  $\alpha$ -HHT [Hilber *et al.*, 1977] est un schéma d'intégration temporelle implicite inconditionnellement stable qui présente un amortissement numérique important sur la plage des hautes fréquences. De plus il préserve une précision proche de celle d'un schéma de Newmark à accélération moyenne sur le spectre des basses fréquences. Ce schéma conserve les équations de Newmark (2.26) mais l'équation d'équilibre du système discrétisée en temps est modifiée en moyennant la rigidité  $\mathbf{K}$

Méthode	$\alpha$	$\beta$	Limite de stabilité $\Delta t_{crit}$	Erreur sur la période $\frac{\Delta T}{T}$
Différences centrées (explicite)	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{T_m}{\pi}$	$O(\Delta t^2)$
Fox et Goodwin (implicite)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{T_m}{\pi}$	$O(\Delta t^3)$
Accélération linéaire (implicite)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{T_m}{\pi}$	$O(\Delta t^2)$
Accélération moyenne (implicite)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\infty$	$O(\Delta t^2)$

**Tableau 2.1:** Schémas d'intégration usuels de la famille de Newmark.

et les forces extérieures  $\mathbf{f}^{\text{Ext}}$  entre les temps  $t_n$  et  $t_{n+1}$ . L'équation d'équilibre du système dans le cas linéaire devient :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} + (1 - \alpha)\mathbf{K}\mathbf{u}_{n+1} + \alpha\mathbf{K}\mathbf{u}_n = (1 - \alpha)\mathbf{f}_{n+1}^{\text{Ext}} + \alpha\mathbf{f}_n^{\text{Ext}} \quad (2.31)$$

Cette méthode est applicable pour des systèmes non linéaires. On remarque que si  $\alpha = 0$ . La méthode  $\alpha$ -HHT redevient une méthode Newmark classique. Cette méthode est inconditionnellement stable si  $\alpha \in [0, \frac{1}{3}]$ ,  $\gamma = \frac{1}{2} + \alpha$  et  $\beta = \frac{1}{4}(1 + \alpha)^2$  [Hoff *et al.*, 1989].

#### 2.3.2.4 Autres méthodes

Nous n'avons présenté ici que quelques uns des schéma d'intégrations temporelles les plus courants. La méthode Wilson -  $\theta$  [Wilson *et al.*, 1972] présente une approximation différente de l'accélération et est parfois couplée au schéma de Newmark [Dokainish et Subbaraj, 1989b]. Zienkiewicz a quant à lui proposé une généralisation du schéma de Newmark en introduisant une formulation à trois paramètres [Zienkiewicz *et al.*, 1984]. Le choix entre ces différentes méthodes se fera en fonction de différents critères tels que le besoin de stabilité, la précision souhaitée, le temps de calcul ou l'amortissement induit sur une plage de fréquence.

#### 2.3.3 Recombinaison modale

La résolution du problème par intégration temporelle génère des temps de calcul importants. Une alternative est de réaliser une projection sur base modale. Le comportement dynamique de la structure est alors perçu comme la superposition d'ondes

stationnaires. Le problème à résoudre dans ce type d'analyses est donc linéaire, et revient à déterminer les pôles de la structure. Afin d'appliquer la méthode de recombinaison modale, la dimension de l'espace de l'étude, définie par le maillage de la structure, est réduite. Ainsi, le nombre de degrés de liberté est étroitement lié à la dimension  $n$  des matrices de masse et de raideur de la structure. Les couples de fréquence et mode propre  $(\omega_i, \phi_i)$  de la structure sont les solutions de l'équation aux valeurs propres [Imbert, 1991], [Gérardin et Rixen, 1993] suivantes :

$$(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M})\phi_i = 0 \quad (2.32)$$

avec  $\omega$  la fréquence et  $\mathbf{K}$  la raideur initiale du système de dimension. La résolution de ce problème nous donne  $n$  valeurs propres  $\lambda_i = \omega_i^2$  réelles et positives (les valeurs propres nulles représentent les modes de corps rigides). Les  $n$  vecteurs propres associés sont réels. On définit alors les matrices modale  $\Phi$  normalisées par rapport à la masse et spectrale  $\Lambda$  comme étant respectivement :

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n] \mathbf{B} \quad (2.33)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \lambda_j & & \\ & & & \ddots & \\ & 0 & & & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

avec  $\mathbf{B}$  la matrice diagonale contenant les coefficients de normalisation par rapport à la masse. Les relations d'orthogonalité reliant les matrices  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\Phi$ ,  $\Lambda$  et la matrice d'identité  $\mathbf{I}$  sont définies par :

$$\begin{aligned} \Phi^T \mathbf{K} \Phi &= \Lambda \\ \Phi^T \mathbf{M} \Phi &= \mathbf{I} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Le vecteur des déplacements s'écrit :

$$\mathbf{U}(t) = \Phi \mathbf{q}(t) \quad (2.36)$$

Si l'on tient compte de la transformation 2.36 dans l'équation du mouvement linéaire temporelle discrétisée, et pré-multipliée par  $\Phi^T$ , on obtient l'équation suivante :

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi \ddot{\mathbf{q}}(t) + \Phi^T \mathbf{K} \Phi \mathbf{q}(t) = \Phi^T \mathbf{f}^{\text{Ext}}(t) \quad (2.37)$$

De plus, les propriétés définies dans les équations 2.35 conduisent à écrire l'équation du mouvement sous la forme :

$$\mathbf{I} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \Lambda \mathbf{q}(t) = \mathbf{F}^{\text{Ext}}(t) \quad (2.38)$$

avec  $\mathbf{F}^{\text{Ext}}$  le vecteur des forces modales définis par :

$$\mathbf{F}^{\text{Ext}}(t) = \Phi^T \mathbf{f}^{\text{Ext}}(t) \quad (2.39)$$

Les méthodes modales permettent de simplifier le problème et se révèlent particulièrement efficace dans le cas linéaire. Des méthodes telles que les analyses modales de raideur tangente [Li;  $\frac{1}{2}$ ger et Dussault, 1992] permettent de prendre en compte les non linéarités matérielles dans ce type d'analyses. Néanmoins, lorsque les non linéarités matérielles deviennent conséquentes ou si les phénomènes de propagation d'ondes sont d'une importance majeure, il sera préférable de recourir à des schémas d'intégration frontaux.

### 2.3.4 Analyses fréquentielles

Les études temporelles ne sont pas adaptées pour certains types d'études, par exemple lorsque l'on souhaite prendre en compte l'influence du sol, qui présente un spectre large, sur la structure. Il est alors intéressant de regarder le comportement de la structure dans le domaine fréquentiel. Considérons l'équation du mouvement temporelle linéaire discrétisé :

$$\mathbf{M}^e \ddot{\mathbf{U}}(t) |_{\Omega_e} + \mathbf{K} \mathbf{U}(t) |_{\Omega_e} = \mathbf{f}^{\text{Ext},e}(t) \quad (2.40)$$

Afin de réaliser une analyse fréquentielle, il est nécessaire de projeter cette équation dans l'espace de Fourier :

$$\mathbf{M}^e \varphi \left( \ddot{\mathbf{U}}(t) |_{\Omega_e} \right) + \mathbf{K} \varphi \left( \mathbf{U}(t) |_{\Omega_e} \right) = \varphi \left( \mathbf{f}^{\text{Ext},e}(t) \right) \quad (2.41)$$

avec  $\varphi$  la transformée de Fourier défini pour chaque fréquence par :

$$\varphi(\mathbf{f})(\omega) = \tilde{\mathbf{f}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^T \mathbf{f}(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.42)$$

Le problème discrétisé linéaire peut alors s'écrire pour chaque fréquence :

$$\begin{aligned} &\text{Trouver } \tilde{\mathbf{U}}(\omega) \text{ tel que :} \\ &[-\mathbf{M}^e \omega^2 + \mathbf{K}] \tilde{\mathbf{U}}(\omega) |_{\Omega_e} = \tilde{\mathbf{f}}^{\text{Ext},e}(\omega) \end{aligned} \quad (2.43)$$

La solution globale sera obtenue par superposition des solutions individuelles. Il reste cependant difficile de prendre en compte les non linéarités matérielles dans ce type d'étude, bien que des méthodes aient été développées pour corriger ce problème. La plus connue est la méthode *Hybrid Frequency - Time Domain* (HFTD) basée sur la linéarisation du modèle initial et la résolution fréquentielle du domaine [Kawamoto, 1983], [Darbre et Wolf, 1988], [Wolf, 1988]. Récemment deux autres méthodes ont été développées. Tout d'abord, la méthode « Temps-Fréquence » qui sépare la résolution linéaire et la prise en compte des non linéarités [Clouteau et Devesa, 2002], [Obrembski *et al.*, 2011]. La seconde est l'approche Hybride Laplace-temps [Ferro *et al.*, 2011] qui intègre les non linéarités par le biais d'intégrales de convolution. Si l'on s'intéresse principalement à l'influence de ces non linéarités sur le comportement de la structure, les analyses temporelles non linéaires sont plus

adaptées. Nous avons présenté différents outils capables de modéliser le comportement de structures sous séisme. Cependant nous n'avons pas pour l'instant présenté de lois de comportement capable de prendre en compte les non linéarités matérielles présentes dans le cadre de structure en béton armé. Ceci sera l'objet de la section suivante.

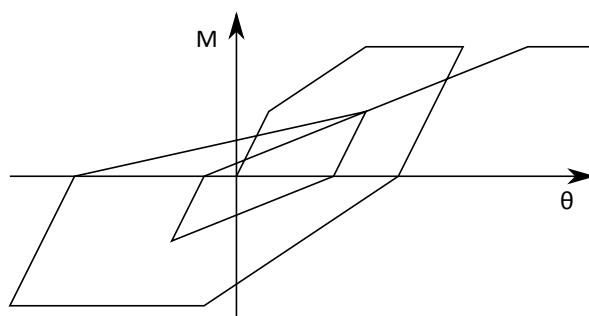
### 3 Non linéarités matérielles

La première question qu'il convient de se poser lorsque l'on désire modéliser des phénomènes physiques est celui de l'échelle de modélisation. Il est alors possible de modéliser les phénomènes aux échelles micro, macroscopique ou structurelle. Nous souhaitons ici modéliser des structures en béton armé. Les modélisations à l'échelle microscopique consistent à étudier le comportement à l'échelle microscopique et à supposer que si les mécanismes locaux sont bien modélisés, la structure se comportera de manière réaliste. Dans le cadre d'étude à l'échelle macroscopique il convient de définir un Volume Élémentaire Représentatif (VER), c'est à dire une échelle suffisamment petite pour que les gradients des valeurs en jeu soient correctement exprimés, mais suffisamment grande pour conserver une certaine homogénéité spatiale. A cette échelle, le béton est considéré comme un matériau homogène. Il est alors nécessaire de définir de la manière la plus précise possible le comportement intrinsèque du béton à l'aide de lois de comportement décrivant la physique des comportements de la manière la plus réaliste possible. La dernière possibilité revient à modéliser la structure par le biais de modèles globaux, c'est à dire au niveau de l'élément de structure. Ce type de modélisation est basé sur des grandeurs globales telles que les efforts, les déplacements, les moments et les rotations. Ces modèles sont faciles à mettre en œuvre et sont généralement peu coûteux en temps de calcul. Cependant, ils sont difficiles à paramétrer et surtout leur validation est difficile pour des structures différentes de celles ayant permis de réaliser le calage. Nous allons maintenant présenter quelques uns des modèles globaux les plus importants. Puis, nous détaillerons le comportement du béton, et présenterons les différents types de lois de comportement qui ont été développées pour le béton.

#### 3.1 Modèles globaux

Ces modèles sont généralement définis de manière uniaxiale et relient des grandeurs physiques et cinématiques. Ces lois sont généralement de type efforts - déplacements en tête pour des éléments de structures tels que des voiles ou des assemblages. Dans le cadre de structure de type poutre en flexion, des lois de type moment courbure sont généralement utilisées. Il est nécessaire de définir une loi de comportement pour chaque type de chargement (flexion, traction compression, cisaillement...). Les lois de comportement les plus utilisées dans le cadre d'éléments en flexion sont celles développées par Clough [Clough et Johnston, 1966] ou Takeda [Takeda *et al.*, 1970],

qui reposent sur une relation moment-courbure. Dans les modèles Takeda, l'enveloppe de la réponse est trilineaire et correspond aux trois phases : linéaire, fissuration du béton et plateau plastique. Ces modèles prennent en compte les reprises de raideur qui apparaissent lors du changement de sens de chargement ; comme on peut le voir sur la figure 2.2. Ce modèle a été modifié pour intégrer les cas présentant de forts cisaillements, afin de modéliser des portiques [Roufaiel et Meyer, 1987]. Des améliorations de ce modèle ont également été apportées pour représenter le comportement en cisaillement et en traction compression [Saiidi et Sozen, 1981], [Allahabadi et Powell, 1988], [Ariş, 1997]. D'autres lois ont été développées pour modéliser



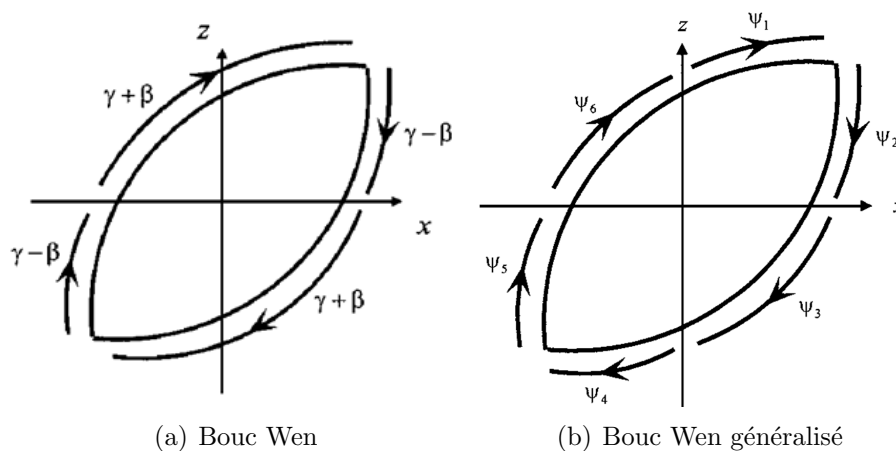
**Figure 2.2:** Relation moment/courbure du modèle global [Takeda *et al.*, 1970].

le comportement de structures en béton armé soumises à des chargements de type traction compression, comme c'est le cas du modèle de Fischinger [Fischinger *et al.*, 1991]. Enfin des modèles globaux ont été développés ces dix dernières années pour représenter le comportement de voile en béton armé. Celui de [Brun *et al.*, 2003] est intéressant car il actualise la fréquence fondamentale de la structure en fonction de l'évolution de l'endommagement structural, ce modèle donne des résultats pertinents dans le cadre de sollicitations sismiques. Un autre modèle a été développé par [Hemsas, 2010] et donne des résultats pertinents dans le cadre d'essais de poussée progressive.

### 3.1.1 Modélisation des éléments non structuraux

Lors des calculs de structures, seuls les éléments structuraux sont modélisés. D'une part, afin de limiter les temps de calcul, et d'autre part, peu de modèles caractérisent le comportement mécanique des éléments secondaires. Cependant, ces derniers dissipent une partie de l'énergie. Il peut donc être intéressant de modéliser cette dissipation. Les modèles globaux sont adaptés pour modéliser ces éléments. Dans le cadre d'un remplissage en maçonnerie, il est ainsi possible de les représenter par le biais d'éléments basés sur le principe de diagonales équivalentes, disposant d'une loi de comportement adaptée [Panagiotakos et Fardis, 1994]. Des modèles de type Bouc [Bouc, 1967] et tous ses dérivés [Ismail *et al.*, 2009] sont parfaitement

adaptés pour ce type de problèmes. L'intérêt principal de ces modèles est de pouvoir contrôler parfaitement la forme des boucles d'hystérèses par le biais de quatre cadrans (six dans le cas du modèle Bouc Wen généralisé), comme présenté figure 2.3, et ainsi dissiper l'énergie souhaitée. Ce type de modèle peut aussi être utilisé pour modéliser la dissipation se produisant au niveau des liaisons (nœuds structuraux, reprises de bétonnage, liaisons avec la table vibrante...). Cependant, ce modèle est difficile à calibrer. En effet, les boucles mettent en jeu six paramètres (dix dans le cas du modèle Bouc Wen généralisé) qu'il est difficile de relier à des grandeurs physiques [Massone et Wallace J., 2004], [Ye et Wang, 2007].

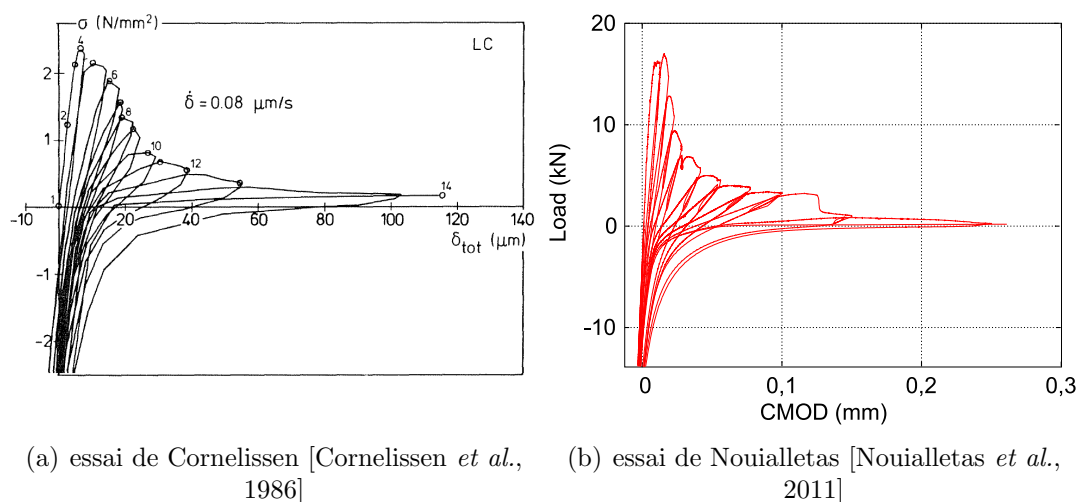


**Figure 2.3:** Cadrants contrôlant les modèles de Bouc Wen.

## 3.2 Lois de comportement béton

### 3.2.1 Comportement monoaxial du béton

Le béton soumis à un chargement de traction monotone présente un comportement post pic adoucissant dû à une dégradation progressive des propriétés élastiques [Terrien, 1980]. Sous un chargement de traction cyclique, [Yankelevsky et Reinhardt, 1987] de nouveaux phénomènes apparaissent, comme on peut le voir figure 2.4. D'une part, on note l'apparition de déformations résiduelles. D'autre part, des boucles d'hystérèses se forment lors des cycles de décharge-recharge. Les études du comportement en traction/compression cyclique alternées du béton réalisées par [Reinhardt et Cornelissen, 1984], [Cornelissen *et al.*, 1986] et [Mazars et Berthaud, 1989] font apparaître une reprise de raideur élastique due à la refermeture des fissures lors du passage de traction à compression, comme on l'observe chez [Yankelevsky et Reinhardt, 1989]. Ce phénomène est appelé « effet unilatéral » et traduit une quasi indépendance du comportement en traction et compression du béton. En compression, le comportement est de type ductile adoucissant avec la présence de



**Figure 2.4:** Comportement uniaxial cyclique du béton.

déformations permanentes [Ramtani, 1990]. Lors du passage traction/compression, les boucles d'hystérésis se referment généralement pour une contrainte négative et une déformation proche de zéro [Nouialletas *et al.*, 2011]. Enfin, il est à noter que la fissuration est localisée en traction mais diffuse en compression [Mazars *et al.*, 1990].

### 3.2.2 Comportement multiaxial du béton

Si l'on s'intéresse au comportement multiaxial du béton, on note une amélioration de la réponse locale lors de sollicitations triaxiales comme on peut le voir sur la figure 2.5 [Ramtani, 1990]. Les résultats expérimentaux des essais de bi compressions réalisés par [Kupfer et Gerstle, 1973], présenté figure 2.6 ont montré qu'une pression latérale stabilisait la formation de macrofissures conduisant à la ruine de l'éprouvette. On note ainsi que la réponse en compression du béton est largement influencée par le confinement. Cette caractéristique est essentielle lorsque l'on s'intéresse aux structures soumises à des chocs sévères, générant des pressions de confinement supérieures de l'ordre du GPa. En résumé, on peut considérer que le béton est défini par les caractéristiques suivantes :

- une dissymétrie du comportement en traction et en compression,
- la présence de déformations permanentes,
- la présence d'effets unilatéraux,
- des phénomènes hystérétiques locaux,
- une sensibilité à la pression hydrostatique

La littérature fait état d'un grand nombre de lois de comportement visant à modéliser le comportement du béton. Afin de clarifier la présentation des différentes méthodes, une classification a été effectuée et est présentée dans le tableau 2.2.



Classe	Modèles	Références significatives
Modèles de fissuration	Mécanique linéaire de la rupture	[Lemaitre <i>et al.</i> , 1985]
	Mécanique non linéaire de la rupture	
	Théorie de la fissuration discrète	[Ngo et Scordelis, 1967] [Nilson, 1968]
	Théorie de la fissuration distribuée : smeared crack theorie	[Rashid, 1968] [Wilson <i>et al.</i> , 1972] [Hillerborg <i>et al.</i> , 1976]
	Théorie de la bande de fissuration	[Bažant et Oh, 1983]
Modèles Élastoplastique	Modèle de Reynouard	[Reynouard, 1974]
	Modèle de Frantzeskakis	[Frantzeskakis, 1987]
	Modèle de Lubliner	[Lubliner <i>et al.</i> , 1989] [Lubliner, 1990]
Mécanique de l'endommagement	Modèle de Mazars	[Mazars, 1984]
	Modèle de Laborderie	[La Borderie <i>et al.</i> , 1994]
	Modèle de Ragueneau	[Ragueneau <i>et al.</i> , 2000] [Richard et Ragueneau, 2013]
	Modèle de Matallah	[Matallah et La Borderie, 2009]
	Modèle de Desmorat	[Desmorat <i>et al.</i> , 2006]
Modèle microplan	Modèle de Bazant	[Bažant et Oh, 1985] [Caner et Bazant, 2012]
	Modèle de Fichant	[Fichant <i>et al.</i> , 1997]

**Tableau 2.2:** Classification des modèles significatifs de béton de la littérature

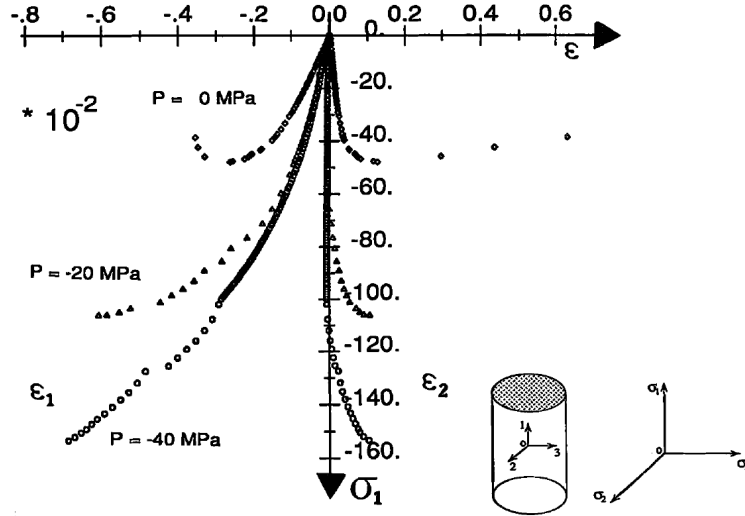


Figure 2.5: Comportement biaxiale du béton [Ramtani, 1990].

### 3.2.3 Mécanique de la rupture

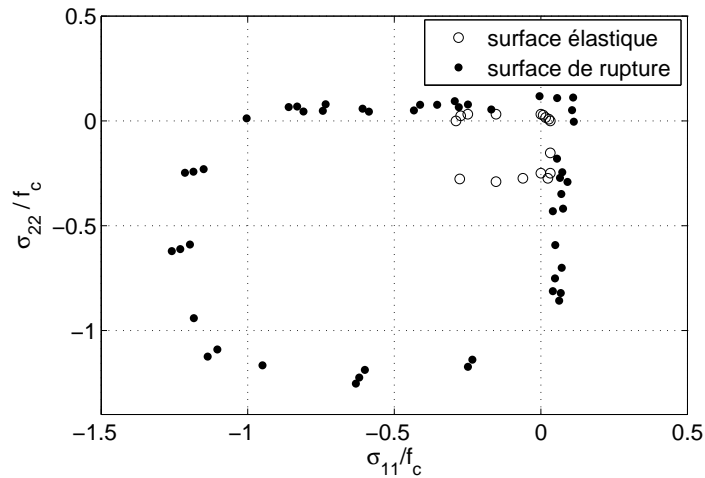
#### 3.2.3.1 Mécanique linéaire de la rupture

L'une des premières théories développées visant à décrire de manière analytique le champ de contrainte au voisinage d'une singularité cinématique est la mécanique linéaire de la rupture [Griffith, 1921]. Il est nécessaire d'identifier une cinématique particulière associée au mode de chargement donnant naissance à une fissure. Classiquement l'on distingue trois modes. Le mode I correspond à une ouverture pure, le mode II à un glissement dans le plan de chargement et le mode III à un glissement anti-plan. Cette théorie repose sur une hypothèse forte qui consiste à dire que le matériau demeure linéaire au loin de la singularité. On peut alors exprimer de manière analytique le champ de contrainte à l'aide de la solution de Westergaard sous la forme :

$$\begin{cases} \text{Mode I} & : & \sigma_{22} = K_I(a, \sigma_{22}^\infty) f_I(r, \theta) \\ \text{Mode II} & : & \sigma_{12} = K_{II}(a, \sigma_{12}^\infty) f_{II}(r, \theta) \\ \text{Mode III} & : & \sigma_{13} = K_{III}(a, \sigma_{212}^\infty) f_{III}(r, \theta) \end{cases} \quad (2.44)$$

avec  $(K_i)_{i=I,II,III}$  les facteurs d'intensité de contrainte,  $a$  le demi rayon de la fissure,  $(\sigma_{ij}^\infty)_j, j = 1, 2, 3$  les contraintes du champ au loin de la singularité,  $(f_i)_{i=I,II,III}$  les fonctions poids qui dépendent de  $r$  et  $\theta$ , coordonnées polaires centrées sur la pointe de la fissure du point auquel le champ est recherché.

Une généralisation de la solution de Westergaard a été proposé par Muskhelishvili, qui montre que les facteurs d'intensité de contrainte peuvent s'écrire de manière générique sous la forme :



**Figure 2.6:** Comportement du béton soumis à une bi-compression [Kupfer et Gerstle, 1973].

$$K = \sigma^\infty \sqrt{\pi a} f \quad (2.45)$$

où  $f$  est un facteur de forme dépendant de la géométrie de la fissure, du type de chargement et de la géométrie de la structure.

### 3.2.3.2 Mécanique non linéaire de la rupture

Dès lors que l'on s'intéresse à des matériaux fortement hétérogènes la mécanique linéaire de la rupture n'est plus adaptée. Si le matériau est capable de dissiper de l'énergie via des mécanismes locaux de plastification, une zone plastique apparaît en pointe de fissure. La mécanique non linéaire de la rupture s'intéresse à ce type de matériau. Deux approches ont été développées. La première est fondée sur l'estimation de la zone plastique en pointe de fissure et une approche plus locale consistant à considérer le comportement du matériau comme étant élastique non linéaire. La première approche est fondée sur les travaux d'Irwin qui propose d'introduire une grandeur caractérisant la topologie de la zone plastique : le rayon plastique  $\rho$ . Cet auteur propose alors dans le cas du mode I une expression corrigée du facteur d'intensité de contrainte de la forme suivante :

$$K = \sigma^\infty \sqrt{\pi(a + \rho)} f \quad (2.46)$$

En plasticité plane une solution analytique a été déterminée par Dugdale-Barenblatt. Il est possible dans ce cas de déterminer une expression du rayon plastique au sens du critère de Tresca comme étant :

$$\rho = \frac{\pi}{16} \frac{K_I^2}{\sigma_Y^2} \quad (2.47)$$

où  $\sigma_Y$  est la limite élastique initiale du matériau considéré au sens du critère de Tresca.

La seconde approche consiste à se donner une loi d'érouissage non linéaire de la forme :

$$\sigma_{ij} \propto \varepsilon_{ij}^{1/M} \quad (2.48)$$

avec  $M$  un paramètre matériau à identifier. Le critère de stabilité de la singularité qui doit être considéré s'appuie sur l'intégrale de Rice dont une définition peut être trouvée dans [Rice, 1968].

### 3.2.4 Modèle de fissuration

#### 3.2.4.1 Théorie de la fissuration discrète

Cette théorie considère les arêtes des éléments massifs comme des frontières de fissures potentielles. Cette approche a été développée par les travaux de [Ngo et Scordelis, 1967] et [Nilson, 1968]. Dans cette approche, la relation entre le vecteur de traction et le saut de déplacement est introduite à l'aide de l'équation :

$$\underline{t} = \underline{C}^f [\underline{u}] \quad (2.49)$$

avec  $\underline{t}$  le vecteur de traction à la frontière de l'élément,  $\underline{C}^f$  le module d'adoucissement et  $[\underline{u}]$  le vecteur saut de déplacement à la frontière. La mise en œuvre numérique de cette méthode présente deux inconvénients majeurs. D'une part, une grande dépendance au maillage, et d'autre part, il est difficile de gérer l'évolution des connectivité entre les éléments lors des calculs.

#### 3.2.4.2 Théorie de la fissuration distribuée : smeared crack theory

Ces types de modèles furent tout d'abord introduits par [Rashid, 1968], puis développés dans de nombreux travaux [Hillerborg *et al.*, 1976], [Bažant, 1986], [Crisfield et Wills, 1989]. Ils introduisent les pertes de rigidités locales du matériau en considérant l'apparition d'une fissure au sein du VER. Cette fissure conduit à des réductions de la résistance de l'élément en fonction de l'orientation du chargement par rapport à la fissure. La déformation résultant de l'ouverture de la fissure est obtenue en moyennant le saut de déplacement par rapport à une longueur interne. On ajoute ensuite les déformations élastiques et celles issues de l'ouverture de fissures pour reformuler une relation contrainte déformation.

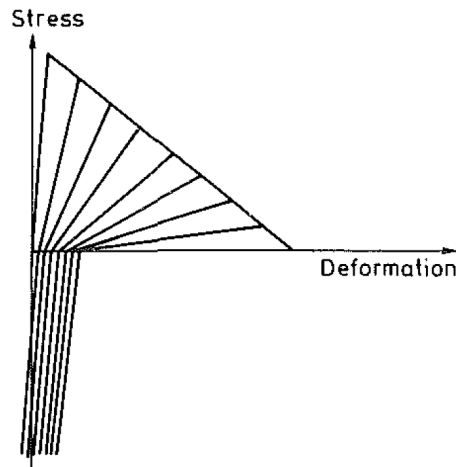
Deux types de modèles apparaissent alors, selon que les fissures soient fixes ou tournantes. Dans le premier cas, on ne s'intéresse qu'au premier franchissement du critère d'ouverture de fissure pour écrire la loi de comportement dans le repère local. Ce type de théorie ne prend en général en compte que le mode I d'ouverture de fissure. Le principal inconvénient réside alors dans l'impossibilité de traiter les chargements non radiaux du fait du blocage du plan d'anisotropie [Willam *et al.*, 1989]. Pour pallier cette limite, des modèles à fissures fixes multiples ont été

développés [De Borst et Nauta, 1985]. Dans ces modèles, dès que le critère d'ouverture de fissure est franchi, une fissure est créée, les anciennes fissures sont alors considérées comme inactives et conservent donc leur directions. La déformation est alors définie comme la somme de la déformation élastique de la matrice initiale  $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$  et des déformations issues des déplacements  $\underline{\underline{u}}_k^{fis}$  créés par les  $n$  fissures orientées :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \sum_{i=1}^n \frac{1}{h_k} \underline{\underline{u}}_k^{fis} \quad (2.50)$$

avec  $h_k$  une longueur interne caractéristique. Il est important de noter que le matériau devient orthotrope lors de l'apparition de nouvelles fissures dont les directions sont différentes de celles des contraintes principales.

Un modèle couramment utilisé lors de calculs de type plaque reposant sur cette théorie fut développé par [Dahlblom et Ottosen, 1990] et est facile d'implantation et d'utilisation. Il prend en compte l'effet unilatéral et les déformations permanentes mais pas les phénomènes hystérétiques locaux comme on peut le voir sur la figure 2.7.



**Figure 2.7:** Comportement uniaxial cyclique du béton - Modèle [Dahlblom et Ottosen, 1990].

Les modèles à fissures tournantes furent principalement développés par [Jirásek et Zimmermann, 1998a], [Jirásek et Zimmermann, 1998b]. Ils consistent à supposer que l'orientation des fissures peut changer au cours du chargement, le plan d'anisotropie pouvant s'alignant perpendiculairement à l'axe des contraintes principales maximales [Rots, 1988] [He *et al.*, 2008]. Cette approche est assez peu physique mais permet de surmonter certaines difficultés numériques comme par exemple le blocage en contrainte inhérent à la formulation fixe.

### 3.2.4.3 Théorie de la bande de fissuration

Cette approche ne traite plus les micro fissures individuellement mais suppose qu'il est possible de définir une bande de fissuration de largeur  $w_c$  englobant toutes les microfissures pouvant apparaître dans les zones de tractions [Bažant et Oh, 1983]. On associe à cette bande de fissuration un champs de déformation uniforme  $\underline{\underline{\varepsilon}}^f$ . Ainsi, pour une fissure située sur le plan  $(O, d_1, d_2)$  de normale  $d_3$ , la relation constitutive entre les déformations et les contraintes est définie par :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon^f \end{pmatrix} \quad (2.51)$$

Il convient alors de définir une relation entre  $\sigma_3$  et  $\varepsilon^f$ , celle proposé par [Bažant et Oh, 1983] est définie par :

$$\varepsilon^f = \frac{1}{C_f} (f_t - \sigma_3) \quad (2.52)$$

avec  $f_t$  sa résistance en traction.  $C_f$  est le module d'adoucissement du matériau, il peut être déterminé par

$$C_f = \frac{f_t^2 w_c}{2G_f} \quad (2.53)$$

où  $G_f$  est l'énergie de fissuration du matériau considéré.

### 3.2.5 Elasto plastique

Les formulations élasto-plastiques sont parfaitement adaptées pour modéliser le comportement de matériaux ductiles tels que les aciers. A partir des années 1970, de nombreux auteurs ont tenté d'appliquer ce type de formulations au béton. La plupart des modèles constitutifs partent du constat suivant :

- le béton a un comportement fragile en traction,
- le béton a un comportement plus ductile en compression.

La plasticité est donc appliquée pour modéliser le comportement en compression du béton. Ce type de modèles peut s'exprimer dans le cadre théorique de la mécanique des processus irréversibles [Lemaitre *et al.*, 1985]. Le potentiel d'état  $\Psi$ , convexe, différentiable, et nul à l'origine, peut ainsi être exprimé par :

$$\rho\Psi = \frac{1}{2}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) : \underline{\underline{C}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \quad (2.54)$$

où  $\rho$  est la masse volumique du matériau,  $\psi$  l'énergie libre de Helmholtz et  $\varepsilon^p$  la déformation permanente. D'autres mécanismes doivent être pris en compte pour le comportement du béton en traction. L'une des premières lois de comportement développée est celle de Reynouard [Reynouard, 1974]. Dans ses travaux, le béton présente un comportement élastique linéaire en traction jusqu'à ce qu'il dépasse sa

limite en traction. Au delà, l'élément est supposé fissuré et sa rigidité est nulle dans la direction perpendiculaire à la fissure. Le comportement en traction du béton est contrôlé à l'aide d'un critère en déformation. Un modèle analogue a été développé par [Frantzeskakis, 1987] durant ses travaux de thèse. Cependant, les surfaces de charges et le critère de ruine en traction diffèrent. Certains modèles appliquent une loi de comportement basée sur la théorie de l'endommagement pour modéliser le béton en traction [Costa *et al.*, 2004].

Il est intéressant d'étudier le modèle développé par [Lublimer *et al.*, 1989], [Lublimer, 1990]. Ce modèle repose sur les équations suivantes :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \\ \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p = \lambda^p \frac{\partial g_p}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \\ \dot{\kappa} = \underline{\underline{\phi}}(\underline{\underline{\sigma}}, c, \kappa) : \underline{\underline{\varepsilon}}^p \\ \dot{c} = \nu \underline{\underline{\phi}}(\underline{\underline{\sigma}}, c, \kappa) : \dot{\kappa} \end{cases} \quad (2.55)$$

avec  $g_p$  le potentiel plastique de Mohr-Coulomb,  $\kappa$  une variable interne variant entre 0 et 1,  $c$  la cohésion,  $\phi$  et  $\nu$  des fonctions à valeur tensorielles d'ordre 2 et scalaire respectivement. La surface de charge liée à la plasticité est ici de type Drucker-Prager [Drucker *et al.*, 1952]. La variable  $\kappa$  est une mesure d'anélasticité liée à la cohésion. Elle joue un rôle analogue aux variables d'endommagement qui font l'objet de l'étude de la section suivante.

### 3.2.6 Endommagement

La mécanique de l'endommagement a été introduite par [Kachanov, 1958], dans le cas du fluage des matériaux métalliques. Elle a été appliquée au cas du béton par [Mazars, 1984]. Nous présenterons ici quelques uns des modèles les plus significatifs développés dans ce cadre. Ce type de modèles introduit la notion de contrainte effective  $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}$ , stipulant que la contrainte réellement appliquée à la partie de la matière encore résistante est supérieure à la contrainte macroscopique  $\underline{\underline{\sigma}}$ . Cette notion est classiquement exprimée par une équivalence en déformation. La contrainte effective produit, dans une direction donnée, la même déformation du matériau vierge que la contrainte macroscopique produit sur le matériau endommagé, soit pour une normale  $n$  :

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(n) = \frac{\underline{\underline{\sigma}}(n)}{1 - d(n)} \quad (2.56)$$

La variable scalaire d'endommagement  $d(n)$  peut alors être définie comme le rapport des surfaces matérielles résistante et initiale. En 1981, Marigo [Marigo, 1981] propose une première forme du potentiel d'état. Ce dernier est représenté par l'énergie libre de Helmholtz sous la forme :

$$\rho\Psi = \frac{1}{2}(1 - d)\underline{\underline{\varepsilon}} : \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (2.57)$$

Ce potentiel d'état a servi de base au premier modèle d'endommagement appliqué au béton [Mazars, 1986]. Ce modèle repose sur une variable d'endommagement scalaire, ce qui suppose que l'état de fissuration est homogène dans toutes les directions de l'espace. Ce modèle ne prend pas en compte l'effet unilatéral, il n'est donc pas adapté pour réaliser des études cycliques ou sismiques. Afin de pallier ce manque, un modèle a été développé en 1991 [La Borderie, 1991]. Des études [Ladevèze, 1983] ont constaté que les mécanismes liés à l'endommagement, en particulier l'effet unilatéral, étaient plutôt dépendants de l'état de contrainte. L'énergie libre de Gibbs apparaît donc adaptée pour formuler le potentiel de la loi de comportement :

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{\langle \underline{\underline{\underline{\sigma}}} \rangle_+ \langle \underline{\underline{\underline{\sigma}}} \rangle_+}{2E_0(1-D_1)} + \frac{\langle \underline{\underline{\underline{\sigma}}} \rangle_- \langle \underline{\underline{\underline{\sigma}}} \rangle_-}{E_0(1-D_2)} + \frac{\nu}{E_0} [\underline{\underline{\underline{\sigma}}} - \text{Tr}(\underline{\underline{\underline{\sigma}}})] \\ &+ \frac{\beta_1 D_1}{E_0(1-D_1)} f(\text{Tr}(\underline{\underline{\underline{\sigma}}})) + \frac{\beta_2 D_2}{E_0(1-D_2)} \text{Tr}(\underline{\underline{\underline{\sigma}}}) + G_1(z_1) + G_2(z_2) \quad (2.58) \end{aligned}$$

où  $\chi$  est l'enthalpie libre de Gibbs,  $\underline{\underline{\underline{\sigma}}}^+$  et  $\underline{\underline{\underline{\sigma}}}^-$  sont respectivement les parties positive et négative des contraintes,  $E_0$  est le module d'Young initial,  $D_1$  et  $D_2$  sont les variables d'endommagement en traction et compression,  $\nu$  est le coefficient de Poisson,  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont respectivement les coefficients relatifs aux déformations permanentes en traction et compression, et  $G_1$  et  $G_2$  sont les fonctions d'écroutissage. En raison de considérations thermodynamiques, les variables d'endommagement ne peuvent pas être activées lors du déchargement [La Borderie *et al.*, 1994]. Ainsi, il ne peut y avoir qu'un déchargement linéaire et, par conséquent, il n'est pas possible de prendre en compte des boucles d'hystérèses. Ce modèle prend cependant en compte le comportement disymétrique du béton, les déformations permanentes, le comportement fragile du béton en traction, quasi ductile en compression et l'effet unilatéral. C'est pourquoi il est encore couramment utilisé.

Des travaux ont été menés afin de modéliser les effets hystérétiques locaux [Ragueneau *et al.*, 2000] en prenant en compte les contraintes liées au frottement. Le potentiel d'état peut être exprimé par l'énergie libre de Helmholtz conformément à l'équation :

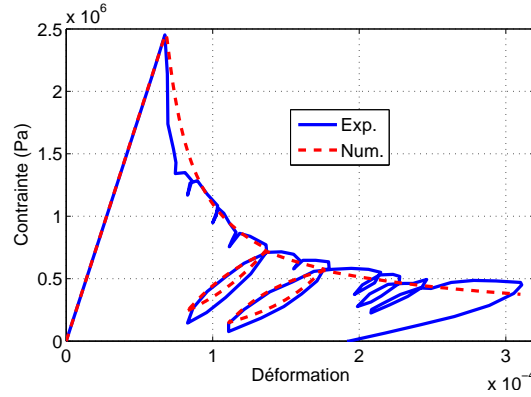
$$\rho\psi = \frac{1}{2}(1-d)\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}: \underline{\underline{\underline{C}}}: \underline{\underline{\underline{\varepsilon}}} + \frac{1}{2}(\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}} - \underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}^\pi) \underline{\underline{\underline{C}}} d(\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}} - \underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}^\pi) + f(V_k) \quad (2.59)$$

où  $\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}$  représente la déformation axiale,  $d$  la variable d'endommagement scalaire,  $\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}^\pi$  est la déformation relative au glissement interne et  $f(V_k)$  une fonction de consolidation liée à l'écroutissage. Ce modèle prend en compte l'effet unilatéral et les phénomènes hystérétiques locaux. Enfin, un dernier modèle, reposant sur cette théorie a été développé dans les travaux de [Richard et Ragueneau, 2013]. Le potentiel d'état peut être exprimé par l'énergie libre de Helmholtz conformément à l'équation :



$$\rho\psi = \frac{1}{2} \left( (1-d) (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \underline{\underline{C}} (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) + d (\underline{\underline{\varepsilon}} - \eta \underline{\underline{\varepsilon}}^\pi - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \underline{\underline{C}} (\underline{\underline{\varepsilon}} - \eta \underline{\underline{\varepsilon}}^\pi - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) + \gamma \alpha^2 \right) + H(z) + R(p) \quad (2.60)$$

avec  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$  la déformation permanente,  $\gamma$  le module d'écroissage cinématique,  $\alpha$  la variable d'écroissage cinématique,  $z$  la variable d'écroissage isotrope,  $\eta$  la variable de refermeture,  $p$  la déformation plastique cumulée et  $H$  et  $R$  deux fonctions de consolidation. Cette loi constitutive présente des propriétés intéressantes telles que la prise en compte des boucles d'hystèreses et des déformations permanentes comme on peut le voir sur la figure 2.8.



**Figure 2.8:** Comparaison des courbes contraintes/déformations - Expérience [Terrien, 1980] - Simulation : modèle d'endommagement [Richard et Ragueneau, 2013].

Les travaux de [Matallah et La Borderie, 2009] ont permis de développer un modèle couplant endommagement isotrope et anélasticité pour décrire le comportement cyclique du béton. Ce modèle s'inscrit dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles et s'appuie sur la relation suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - d \underline{\underline{\varepsilon}}^f S) \quad (2.61)$$

avec  $\underline{\underline{\varepsilon}}^f$  un tenseur de déformation anélastiques lié aux fissures et  $S$  une fonction de refermeture des fissures permettant de prendre en compte l'effet unilatéral. L'originalité et la force de ce modèle repose sur le fait qu'une distinction entre fissure et endommagement est faite. Autrement dit, les fissures peuvent se refermer lors d'un cycle de décharge, à travers la fonction  $\underline{\underline{\varepsilon}}^f$ , sans que cela affecte la valeur de l'endommagement. Nous avons donc ici aussi un modèle capable de prendre en compte les phénomènes hystériques locaux et l'effet unilatéral.

Jusqu'à présent, nous n'avons présenté que des modèles d'endommagement isotropes. De nombreux travaux ont pris en compte l'anisotropie induite par la fissuration [Benouniche, 1979], [Pijaudier-Cabot, 1985], [Ramtani, 1990], [Bary, 1996]. Le

modèle développé par [Desmorat *et al.*, 2006] en est un exemple intéressant et formulé dans le cadre thermodynamique. Le potentiel d'état de ce modèle est exprimé par l'enthalpie libre de Gibbs :

$$\rho\chi = \frac{1+\nu}{2E} \mathbf{Tr}(\underline{\underline{H}} \underline{\underline{\sigma}}^d \underline{\underline{H}} \underline{\underline{\sigma}}^d) + \frac{1-2\nu}{6E} \left( \frac{\langle \mathbf{Tr} \underline{\underline{\sigma}} \rangle_+^2}{1 - \mathbf{Tr} \underline{\underline{d}}} + \langle \mathbf{Tr} \underline{\underline{\sigma}} \rangle_-^2 \right) \quad (2.62)$$

où  $\underline{\underline{H}} = (\underline{\underline{\delta}} - \underline{\underline{d}})^{-\frac{1}{2}}$  et  $(\cdot)^d$  est l'opérateur déviatorique défini par  $(\cdot)^d = (\cdot) - \frac{1}{3} \mathbf{Tr}(\cdot) \underline{\underline{\delta}}$ . Ce potentiel permet de définir une contrainte effective indépendante du coefficient de poisson. Ce modèle est intéressant de par sa robustesse numérique [Ragueneau *et al.*, 2008] et sa cohérence physique. Cependant, ce modèle ne prend en compte ni les déformations permanentes ni les phénomènes hystérétiques locaux. L'effet unilatéral n'est également pas pris en compte. Cet effet a été pris en compte par [Souid, 2008] lors de ses travaux de thèse. Le potentiel d'état de ce modèle est exprimé par l'enthalpie libre de Gibbs :

$$\begin{aligned} \rho\chi &= \frac{1+\nu}{2E} \left[ \mathbf{Tr}(\underline{\underline{H}} \underline{\underline{\sigma}}_+^d \underline{\underline{H}} \underline{\underline{\sigma}}_+^d) + \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle_- : \langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle_- \right] \\ &+ \frac{1-2\nu}{6E} \left( \frac{\langle \mathbf{Tr} \underline{\underline{\sigma}} \rangle_+^2}{1 - \frac{\nu}{3} \mathbf{Tr} \underline{\underline{d}}} + \langle \mathbf{Tr} \underline{\underline{\sigma}} \rangle_-^2 \right) \end{aligned} \quad (2.63)$$

Les travaux de [Chambart, 2009] ont permis d'adapter ce modèle au problème de dynamique rapide en intégrant des effets de vitesse. Un problème important de ce modèle vient de la manière de borner la variable d'endommagement. En effet il est aisé de borner cette variable dans le cas scalaire afin qu'elle varie de manière continue entre 0 et 1. Cependant ceci s'avère beaucoup plus complexe dans le cas tensoriel. Des travaux ont été récemment effectués en ce sens [Leroux, 2013].

### 3.2.7 Modèles microplans

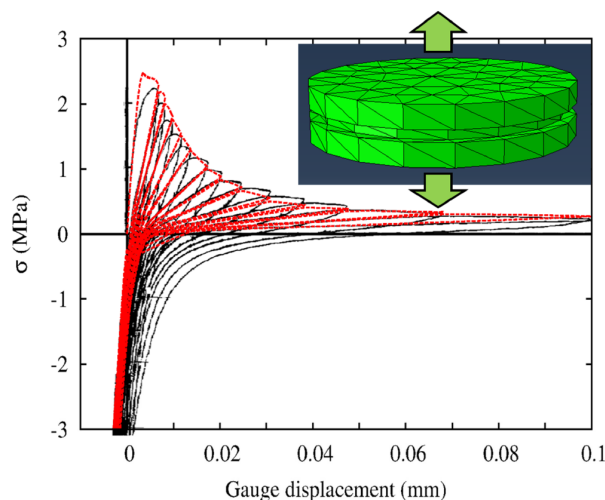
Une alternative aux modèles macroscopiques présentés jusqu'ici sont les modèles microplans. L'idée n'est pas ici de définir des relations tensorielles entre les différentes grandeurs en présence mais d'étudier les grandeurs microscopiques liées à la fissuration. Dans le modèle micro plan, les propriétés du matériau sont représentées séparément dans des plans de différentes orientations [Bažant et Oh, 1985]. Ces plans sont appelés microplans. Chaque plan est défini par sa normale  $n$ , et sur chaque microplan il existe des composantes de contraintes et de déformations. Les composantes des déformations sont définies comme étant les projections des déformations macroscopiques du milieu sur ces plans (hypothèse cinématique) [Bažant et Prat, 1988]. Sur chaque plan, les déformations normale  $\varepsilon^N$  et tangentielle  $\varepsilon^T$  sont définies par les équations :

$$\begin{aligned}\varepsilon^N &= \sum_{i=1}^3 \left( \sum_{j=1}^3 (n_i n_j \varepsilon_{ij}) \right) \\ \varepsilon_j^T &= \sum_{k=1}^3 (\varepsilon_{jk} n_k)\end{aligned}\tag{2.64}$$

avec  $\varepsilon$  la déformation macroscopique. Les contraintes sur chaque micro plan s'expriment en fonction de la partie normale et tangentielle des déformations. Les contraintes macroscopiques sont obtenues en utilisant le principe des travaux virtuels à l'aide de l'équation :

$$\frac{4}{3}\pi\sigma_{ij}\delta\varepsilon_{ij}(V) = 2 \int_{\Omega} (\sigma^N \delta\varepsilon_{ij}^N(V) + \sigma_i^T \delta\varepsilon_i^T(V)) d\Omega \quad , \quad \varepsilon_{ij}(V)\tag{2.65}$$

avec  $\varepsilon(V)$  les différentes déformations virtuelles et  $\Omega$  la demi-sphère de rayon unité. L'équation suivante doit être intégrée en considérant l'ensemble des microplans de l'espace. La difficulté de ce type de modélisation est de définir un nombre de plans suffisant pour décrire le régime élastique linéaire mais limiter afin de contrôler les temps de calculs. Des travaux se sont servi de cette approche pour étudier le comportement multiaxial du béton [Carol *et al.*, 1992]. Il est également possible d'introduire la mécanique de l'endommagement dans cette approche par le biais des contraintes effectives [Carol et Bazant, 1997]. Le tenseur d'amortissement est alors discrétisé suivant les différents plans et il est possible de décrire les fissurations isotrope et anisotrope [Fichant *et al.*, 1997]. Depuis 1984, huit générations de ces modèles ont été développés par Bazant, le dernier, intitulé M7, a été publié en 2012 [Caner et Bazant, 2012], [Caner *et al.*, 2013]. Comme on peut le voir sur la figure 2.9, ces modèles peuvent prendre en compte les déformations permanentes mais ne prennent que très légèrement en compte les phénomènes hystérétiques.



**Figure 2.9:** Comparaison des courbes contraintes/déformations - Expérience [Reinhardt et Cornelissen, 1984] - Simulation : modèle microplan M7 [Caner *et al.*, 2013].

## 4 Amortissement

### 4.1 Mécanismes physiques

#### 4.1.1 Sources de dissipations

Lors d'une sollicitation, une énergie mécanique est injectée à la base de la structure par le biais d'une accélération. Cette énergie provoquera des déplacements de la structure. Cependant, une partie de cette énergie sera utilisée par d'autres mécanismes, ce qui aura comme conséquence de limiter les déplacements. Cette part d'énergie dissipée dépendra en général de la fréquence d'excitation [Crandall, 1970] et du niveau de sollicitation [Stevenson, 1980] sauf dans le cas de bâtiment de grande hauteur où l'amortissement n'est pas proportionnel au niveau de sollicitation jusqu'à la plastification des aciers [Tamura et Yoshida, 2008], [Willford *et al.*, 2008]. On distingue deux types de dissipation d'énergie : externe et interne. L'ensemble des sources de dissipations qui peuvent intervenir dans le cadre d'une structure en béton armé sont présentées dans le tableau 2.3.

L'amortissement issue des sources externes, présenté dans le tableau 2.3, ne modifie pas les propriétés mécaniques de la structure. Au contraire les dissipations d'énergie internes provoquent des modifications des propriétés mécaniques de la structure. Les phénomènes dissipatifs se produisant dans le béton sont complexes et ont fait l'objet d'une étude spécifique dans la section . Au niveau de l'acier la dissipation se fait sous la forme de boucle d'hystérèses. Ce mécanisme provoque des dissipations d'énergie importantes mais ne se produit que lorsque les aciers ont plastifiés. Ceci ne se produit donc que pour des niveaux de contraintes importants (au delà de 500 MPa). Enfin, des glissements peuvent se produire au niveau de

Sources externes	Sources internes
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Amortissement radiatif qui dépend d’effets de site et du type de fondation [Gueguen et Bard, 2005],</li> <li>– Eléments non structuraux [Elmenschawi <i>et al.</i>, 2010],</li> <li>– Interaction avec les structures voisines (chocs, fondations communes) [Polycarpou et Komodromos, 2012],</li> <li>– Résistance de l’air environnant, principalement dans le cadre de structure de grandes hauteurs [Satake <i>et al.</i>, 2003],</li> <li>– Interaction fluide structure [Seghir <i>et al.</i>, 2009],</li> <li>– Non-linéarités de contact.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Béton,</li> <li>– Acier,</li> <li>– Interface acier béton.</li> </ul>

**Tableau 2.3:** Sources de dissipations dans une structure en béton armé.

l’interface entre l’acier et le béton, dissipant ainsi une partie de l’énergie [Richard, 2010], [Torre-Casanova, 2012]. Des essais ont montré que l’amortissement interne dépendait principalement du niveau de sollicitation [Ting et Crawley, 1992].

#### 4.1.2 Campagnes de mesures de l’amortissement

Les mécanismes de dissipations internes modifiant les propriétés mécaniques de la structure, il est nécessaire de disposer de données expérimentales afin de pouvoir mieux les comprendre et les quantifier. Cette étude portant sur le comportement de structure en béton armé soumise à des chargements de flexion, il est intéressant d’étudier le comportement d’éléments de structure de type poteau ou poutre. Les essais présents dans la littérature sont de quatre types différents : (i) essais cycliques quasi statiques, (ii) endommagement progressif puis essais au marteau de choc, (iii) essais de lâché et (iv) essais dynamiques.

Le premier type d’essai consiste en des chargements quasi statiques permettant d’étudier l’influence de l’intensité du chargement sur les phénomènes dissipatifs. La structure testée est en général un poteau. Le chargement est appliqué soit en tête [Carneiro *et al.*, 2006], [Rodrigues *et al.*, 2012], soit à mi travée [Vintzileou *et al.*, 2007] et les poteaux sont encastés. Les chargements sont généralement constitués de trains de trois cycles afin de stabiliser le comportement de la poutre pour les différents niveaux d’endommagement [Petrini *et al.*, 2009], [Elmenschawia et Brown, 2010] et [Demarie et Sabia, 2010]. Un taux d’amortissement visqueux équivalent

peut alors être calculé. Il est à noter que dans toutes ces études, le chargement est appliqué de manière croissante. La littérature ne fait état d'aucun essai réalisé sur une structure pré-endommagée.

Le deuxième type d'essais consiste à atteindre de manière quasi statique, par le biais d'essais de flexion quatre points, différents états d'endommagement puis de tester la structure à l'aide de marteaux de chocs ([Perera *et al.*, 2008]; [Baghiee *et al.*, 2009]; [Capozucca, 2009]). Dans la majorité des cas, la poutre est suspendue durant les essais d'impact. Ce type d'analyse permet d'étudier l'influence de la fréquence sur le taux d'amortissement de la structure. Cependant, l'intensité très faible de l'onde émise par le marteau de choc ne correspond pas au chargement rencontré par la structure lors d'un séisme. De ce fait, certains phénomènes, tels le frottement des lèvres de fissures ou les chocs dus à la refermeture des fissures n'ont pas lieu. Cependant, les travaux de Salzmann [Salzmann, 2002] ont mis en évidence l'influence du taux de renforcement sur les phénomènes d'amortissement.

Le troisième type d'essais consiste en des essais de lâché [Carneiro *et al.*, 2006]. Ce type d'essais consiste à appliquer au spécimen un déplacement, de manière quasi statique, afin de créer un niveau d'endommagement, puis à relâcher cette sollicitation et étudier les déplacements de la structure jusqu'à ce qu'elle s'immobilise. La décroissance des déplacements est due à l'amortissement. Il est alors possible de déterminer un taux d'amortissement pour un niveau d'endommagement donné. Ce type de test présente l'avantage de caractériser la poutre en vibration libre, pour un niveau d'endommagement connu. Aucun essai n'endommage la poutre à un niveau supérieur à celui correspondant au déplacement appliqué lors de l'essai de lâché.

Enfin, le dernier type d'essai consiste en des essais sismiques sur table vibrante [Petrini *et al.*, 2009] ou vibratoire à l'aide d'un pot vibrant [Corus, 2003, Balmes *et al.*, 2006]. Ils permettent de valider les modèles développés à l'aide des essais précédents mais restent cependant délicats à analyser et ne peuvent donc pas servir à déterminer et quantifier les phénomènes. Le tableau 2.4 résume les qualités et inconvénients des différents types d'essais qui viennent d'être présentés.

L'amortissement est une notion qui n'a de sens qu'en dynamique. Cependant, nous avons vu que des études quasi-statiques permettaient de déterminer et de quantifier certaines dissipations internes. Il est alors nécessaire de disposer d'un indicateur permettant de quantifier l'amortissement correspondant à ces dissipations. Généralement, l'indicateur utilisé est le taux d'amortissement visqueux équivalent. Dans le cas d'une réponse hystérétique symétrique, ce taux  $\xi_{eq}$  peut être exprimé par l'équation [Jacobsen, 1930] :

$$\xi_{eq} = \frac{A_h}{4\pi A_e} = \frac{A_h}{2\pi V_{max} D_{max}} \quad (2.66)$$

avec  $A_h$  l'énergie dissipée par le cycle considéré,  $V_{max}$  et  $D_{max}$  respectivement les valeurs maximum de force et de déplacement et  $A_e$  l'énergie élastique stockée dans le système linéaire équivalent de raideur  $K = \frac{V_{max}}{D_{max}}$ .

Méthode	Phénomènes étudiés	Limites
– Essais quasi-statiques de flexions alternées et déplacements imposés croissants	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Fissuration du béton</li> <li>– Plastification des aciers</li> <li>– Influence de l'amplitude des sollicitations sur l'amortissement</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Essais ne prenant pas en compte les effets d'inertie</li> </ul>
– Essais de type marteaux de chocs (vibrations)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Effets inertiels</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Essais difficilement reproductibles</li> <li>– Énergie injectée difficilement quantifiable</li> <li>– Pas de réouverture des fissures</li> </ul>
– Essais de pots vibrants	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Effets inertiels</li> <li>– Essais sur site</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Pas de réouverture des fissures</li> </ul>
– Essais de lâché	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Effets inertiels</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Pas de sollicitations imposées</li> </ul>
– Essais sismiques	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Fissuration du béton</li> <li>– Plastification des aciers</li> <li>– Effets inertiels</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Essais délicats à analyser</li> </ul>

**Tableau 2.4:** Types d'essais possibles pour identifier et quantifier l'amortissement dans des éléments de structure en béton armé.

Dans le cadre de structures en béton armé, la fissuration induit des anisotropies qui génèrent un comportement asymétrique de la structure. En conséquence, l'équation 4.1.2 ne peut pas être utilisée dans cette étude. Cependant, d'après les travaux de Jacobsen [Jacobsen, 1960] et de Varum [Varum, 2003], le taux d'amortissement visqueux équivalent peut être déterminé pour chaque demi-cycle de la courbe effort déplacement. Cette approche est illustrée figure 2.10. Cette méthode peut alors être utilisée lors de test pseudo dynamique voir sismique sur des structure en béton armé [Dwairi *et al.*, 2007]. La méthode consiste à déterminer les demi-cycles par deux valeurs d'effort nulles successives. Puis, pour chaque demi-cycle, le déplacement maximum  $D_{max}$  est déterminé, et l'effort maximum  $V_{max}$  est défini comme étant l'effort correspondant. Enfin, l'énergie inélastique est définie par le calcul de l'aire  $A_{demi-cycle}$ . Le taux d'amortissement visqueux équivalent peut alors être déterminé par l'équation :

$$\xi_{eq} = \frac{1}{\pi} \frac{A_{demi-cycle}}{V_{max} D_{max}} \quad (2.67)$$

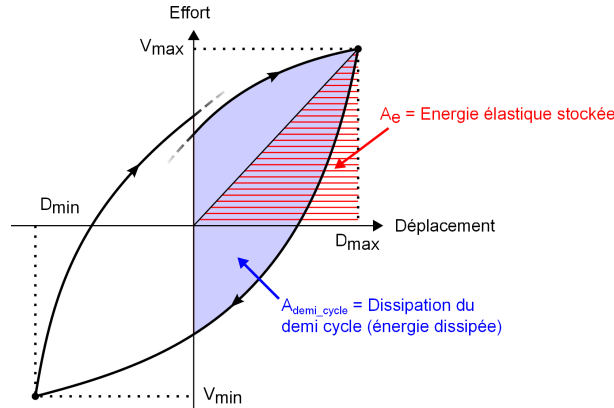


Figure 2.10: Exemple de calcul du taux d'amortissement visqueux équivalent.

#### 4.1.3 Intégration de l'amortissement dans le problème discrétisé

Nous avons vu dans la section précédente que les dissipations internes pouvaient être prises en compte par les lois constitutives. Cependant le reste des dissipations ne peut être pris en compte de cette manière. Il est donc nécessaire de modifier le problème discrétisé afin d'y inclure l'amortissement global forfaitaire. Ceci est classiquement fait par le biais d'une matrice d'amortissement visqueuse  $\mathbf{C}$ . Le problème discrétisé (2.21) devient alors :

$$\begin{aligned} &\text{Trouver } \ddot{\mathbf{U}}(t), \dot{\mathbf{U}}(t) \text{ et } \mathbf{U}(t) \text{ tels que :} \\ &\mathbf{M}^e \ddot{\mathbf{U}}(t) |_{\Omega_e} + \mathbf{C}^e \dot{\mathbf{U}}(t) |_{\Omega_e} + \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^t \boldsymbol{\sigma} \mathbf{U}(t) |_{\Omega_e} dV = \mathbf{f}^{\text{Ext},e}(t) \end{aligned} \quad (2.68)$$



avec  $C^e$  la matrice d'amortissement de l'élément. La littérature fait état de différents types de matrice d'amortissement visqueuse. Nous allons à présent lister les principales.

## 4.2 Amortissement global forfaitaire

### 4.2.1 Descriptif général de l'amortissement global forfaitaire

L'amortissement global forfaitaire est généralement modélisé par un amortissement visqueux. Caughey [Caughey, 1960] a introduit une formulation des matrices d'amortissement visqueuse :

$$\mathbf{C} = \sum_{k=1}^n a_k \mathbf{M}(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K})^{k-1} \quad (2.69)$$

Avec  $a_k$  des paramètres,  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{K}$  étant respectivement les matrices de masse et de raideur élastique. Ces matrices sont orthogonales par rapport aux modes propres. Ceci se traduit par la diagonalisation de la matrice généralisée  $\Phi^T C \Phi$  où  $\Phi$  représente la matrice des vecteurs propres. Cette diagonalisation permet le découplage des modes dans les analyses sur base modale. Cette propriété permet de réaliser des analyses transitoires par recombinaison modale à partir d'une base de modes propres réels ainsi que des analyses spectrales largement employées, encore de nos jours dans les bureaux d'études. Dans la pratique, l'amortissement global forfaitaire le plus utilisé parmi ces amortissements est celui de Rayleigh [Rayleigh, 1896], qui est un cas particulier des séries de Caughey [Bernal, 1994].

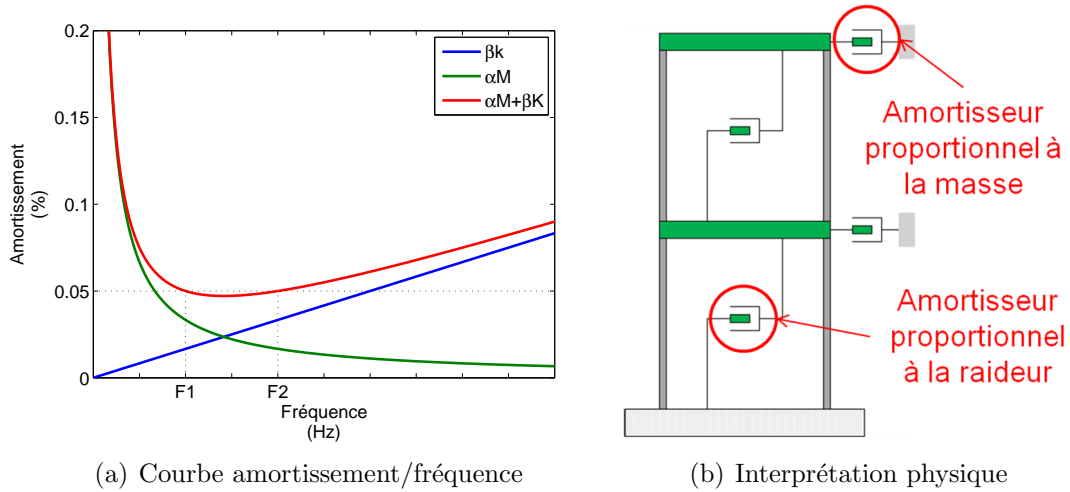
#### 4.2.1.1 Amortissement de Rayleigh

L'utilisation de l'amortissement de Rayleigh est décrite par [Liu et Gorman, 1995]. Cet amortissement est défini par l'équation :

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (2.70)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des paramètres qui sont calibrés afin d'obtenir la quantité d'amortissement forfaitaire global souhaitée pour deux fréquences propres de la structure choisie (voir figure 2.11a) [Liang et Lee, 1991]. Cet amortissement est directement proportionnel à la raideur initiale et à la masse de la structure qui sont des grandeurs physiques quantifiables. L'amortissement de Rayleigh, contrairement à d'autres modèles d'amortissement [Kareem et Sun, 1990], [Jeary, 1986], [Jeary, 1997], n'est pas relié aux phénomènes physiques générant l'amortissement. Une interprétation physique de l'amortissement de Rayleigh est présentée sur la figure ???. Des études se sont attachées à évaluer la pertinence de ce type d'amortissement [Hall, 2006], [Charney, 2008], [Li $\frac{1}{2}$ ger et Dussault, 1992]. Il en ressort qu'il peut générer un amortissement artificiel lorsque la structure s'endommage puisqu'il reste basé sur les propriétés initiales de la structure. Bien que cette surestimation de l'amortissement ne soit pas

toujours néfaste, principalement si les lois constitutives utilisées ne sont pas capable de modéliser les effets hystérétiques, cet aspect reste problématique. C'est pourquoi de nombreux travaux se sont intéressés à modifier l'amortissement de Rayleigh afin qu'il prenne en compte les modifications apparaissant dans la structure durant le chargement sismique.



**Figure 2.11:** Amortissement de Rayleigh.

#### 4.2.1.2 Amortissement de Rayleigh modifié

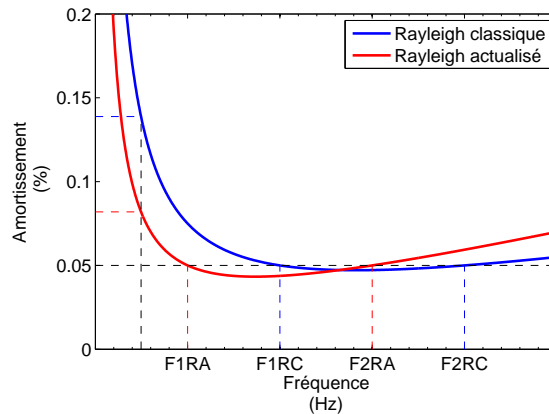
L'amortissement de Rayleigh est proportionnel à deux grandeurs caractéristiques de la structure : la masse et la raideur. Durant un séisme, la raideur de la structure est modifiée. Dans le cadre de modélisations non-linéaires, cette modification est prise en compte. Il est donc possible de ne plus s'intéresser à la raideur initiale mais plutôt à une raideur actualisée [Zareian et Medina, 2010], la raideur tangente est choisie dans la plupart des études [Priestley *et al.*, 1996], [Priestley et Grant, 2005] et [Faria *et al.*, 2002]. On définit alors la matrice d'amortissement par la relation :

$$\mathbf{C}(t) = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}_t \quad (2.71)$$

Avec  $K_t$  la raideur tangente. Les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  sont toujours calculés à partir de la raideur initiale. La matrice d'amortissement est alors recalculée pour chaque pas de calcul modifiant la raideur de la structure. Cette modification permet de prendre en compte les problèmes liés à la chute de fréquence dans les éléments fissurés. Une deuxième amélioration consiste cette fois à actualiser les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$ . Dans ce cas, les coefficients sont déterminés de manière à obtenir la quantité d'amortissement global forfaitaire souhaitée pour deux fréquences propres de la structure endommagée :

$$\mathbf{C}(t) = \alpha(t)\mathbf{M} + \beta(t)\mathbf{K}_t \quad (2.72)$$

Pour ce faire, il est nécessaire de recalculer, pour chaque pas de temps modifiant la raideur de la structure, les deux premières fréquences propres de la structure afin de pouvoir redéfinir les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$ . Ce qui s'avère couteux en temps de calcul. Si l'on utilise cette méthode, aucun amortissement artificiel n'est créé [Lüger et Dussault, 1992]. On peut voir sur la figure 2.12 que cette actualisation permet de prendre en compte la chute de fréquence due à la perte de raideur de la structure. Ainsi, l'endommagement n'est pas surestimé pour les basses fréquences. Cependant, des problèmes persistent dans les hautes fréquences : la formulation de l'amortissement de Rayleigh surestime forcément l'amortissement des fréquences supérieures à celles de la deuxième fréquence propre choisie [Smyrou *et al.*, 2011]. De plus, bien que cette méthode fournisse des résultats pertinents dans la plupart des cas, le fait qu'elle ne se base sur aucun mécanisme propre à l'amortissement reste problématique. Il sera donc toujours souhaitable de s'affranchir de la matrice d'amortissement visqueux [Wilson, 2002].



**Figure 2.12:** Courbe amortissement/fréquence de l'amortissement de Rayleigh classique et actualisé d'une structure endommagée et calé de manière identique avant l'endommagement.

#### 4.2.2 Amortissement modal

Nous avons vu dans la section 2.3.3 qu'il était parfois intéressant d'effectuer des analyses sur base modale. Dans ce cadre il sera nécessaire connaissant les taux d'amortissement modaux, de construire une matrice d'amortissement associée. La matrice  $\mathbf{C}$  doit alors satisfaire la relation :

$$\Phi^T \mathbf{C} \Phi = \Xi \quad (2.73)$$

avec  $\Phi$  la matrice des vecteurs propres et  $\Xi$  la matrice défini par :

$$\Xi = \begin{bmatrix} c_1 & & & & \\ & \ddots & & 0 & \\ & & c_j & & \\ & 0 & & \ddots & \\ & & & & c_N \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

avec les coefficients d'amortissement modaux  $c_j$  définis par :

$$c_j = \frac{2k_j \xi_j}{\omega_j} \quad (2.75)$$

où  $k_j$ ,  $\omega_j$  et  $\xi_j$  représentent respectivement les raideurs, fréquences propres et taux d'amortissement du système. Après quelques calculs, on en déduit que la matrice  $C$  peut être définie comme :

$$\mathbf{C} = \mathbf{K} \left[ \sum_{j=1}^N \frac{2\xi_j}{k_j \omega_j} \phi_j \phi_j^T \right] \mathbf{K} \quad (2.76)$$

Sous cette forme, le  $j^{\text{ième}}$  terme de la somme apparait comme la contribution du  $j^{\text{ième}}$  mode, d'amortissement  $\xi_j$ , à la matrice d'amortissement globale. Si ce terme est nul, alors le mode  $j$  ne contribue pas à l'amortissement global du système. L'avantage de ce type d'amortissement est de contrôler précisément la contribution de chaque mode à l'amortissement.

### 4.2.3 Amortissement hystérétique

Nous avons vu dans la section 2.3.4 qu'il étit parfois préférable de réaliser des analyses fréquentielles. Il est alors judicieux de définir un amortissement constant sur toute la plage fréquentielle. Dans l'équation 2.43, la matrice d'amortissement  $C$  est proportionnelle à la fréquence, il est donc nécessaire de faire appel à une matrice d'amortissement  $H$  annulant cet effet, ce qui est le cas de l'amortissement hystérétique [Wolf, 1988], défini par :

$$\mathbf{H} = \frac{2\xi}{\omega} \mathbf{K} \quad (2.77)$$

Dans ce cas l'équation du mouvement discrétisée dans le domaine fréquentiel (2.43) fait apparaître une "rigidité complexe"  $\mathbf{K}_c$  définie par :

$$\mathbf{K}_c = \mathbf{K}(1 + j2\xi) \quad (2.78)$$

Les analyses fréquentielles sont très utilisées lorsque l'on s'intéresse à l'interaction sol/structure. En particulier pour étudier le comportement du sol. Le sol est alors généralement modélisé comme un milieu infini. Pour ce type d'élément un amortissement hystérétique est adapté.

## 5 Modélisation d'une structure en béton armé soumise à un séisme : cas de la structure SMART

### 5.1 Présentation du Programme SMART

#### 5.1.1 Contexte et objectifs de la campagne SMART

L'étude du comportement des structures en béton armé présentant des effets tridimensionnels tels que la torsion associée à un comportement non linéaire sont l'une des préoccupations principales dans le domaine de la recherche et des réglementations parasismiques. Au cours des vingt dernières années, de nombreuses maquettes en béton armé ont été testées, les essais portaient sur des voiles, en particulier la campagne Structure Armées Faiblement Élancées (SAFE) (1997-1998) [Coyere *et al.*, 1999] mais également sur des structures couplant des voiles et des planchers telles que les programmes Conception et Analyse Sismique des Structures en Béton Armé (CASSBA) (1990-1993) [Brachet *et al.*, 1994] et Conception et Analyse de MURS sous Séismes (CAMUS) (1996-2002) [Combescure *et al.*, 2002]. Les essais SAFE qui furent réalisés au laboratoire *Joint Reserarch Center* (JRC) d'Ispra consistaient en des essais pseudo-dynamiques. L'objectif de cette campagne était de caractériser le comportement dynamique expérimental de voiles faiblement élancés. Les campagnes CASSBA et CAMUS ont été réalisées sur la table sismique Azalée du EMSI du CEA. Ces essais ont mis en évidence le bon comportement de structures à voiles porteurs. Ces campagnes ont également permis d'améliorer nos connaissances du comportement de structure en béton armé et ont servi de données de référence pour développer et valider les modèles numériques. De plus, elles ont confirmé la méthode de dimensionnement des règles PS92 [AFNOR, 1995] qui est dorénavant acceptée par l'Eurocode 8 [AFNOR, 2006]. En 2006, le projet SMART a été mis en place par le CEA et Électricité De France (EDF). Il vise à tester des maquettes en béton armé représentatives d'un ouvrage à risque spécial, en particulier nucléaire. Contrairement aux maquettes CASSBA et CAMUS, la maquette SMART est de forme trapézoïdale en plan ce qui génère d'importants effets tridimensionnels tels que de la torsion. Ce programme comporte à la fois des campagnes expérimentales mais également des campagnes numériques sur les mêmes structures, dans le cadre de benchmarks internationaux. Le premier objectif de cette campagne était de déterminer la capacité sismique de ce type d'ouvrage soumis à de la torsion et à des effets non linéaires. Pour atteindre cet objectif, la structure a été soumise à des séismes synthétiques de très fortes intensités présentant des spectres spécialement destructifs. Le deuxième objectif était de connaître les mouvements sismiques transmis par ce type de structure à ses équipements.

#### 5.1.2 Maquette SMART 2008

La maquette SMART 2008 est une structure en béton armé, de forme trapézoïdale en plan à l'échelle 1/4 représentative mais simplifiée de la moitié d'un bâtiment

électrique typique d'une centrale nucléaire. Elle a été conçue, réalisée et testée entre Juin et Octobre 2008 au Laboratoire EMSI du CEA. Elle est composée de trois voiles, assemblés en U. Deux de ces voiles comportent des ouvertures respectivement de  $1,25\text{m} \times 0,75\text{m}$  et de  $0,5\text{m} \times 0,5\text{m}$ . Les voiles et planchers ont une épaisseur de 10 cm. La maquette SMART 2008 a été dimensionnée et fabriquée selon la réglementation nucléaire française [RCCGC88, 1988], les recommandations ASN [ASN, 2006], ainsi que les Eurocodes [AFNOR, 2006]. La structure vide pèse 11 t. Afin de respecter les rapports de similitude il est nécessaire d'ajouter des masses additionnelles. Des masses additionnelles en acier ont donc été ajoutées sur chaque plancher, elles sont visibles sur la figure 2.13. La masse totale de la maquette SMART 2008 est de 47 t., fondations incluses. Les matériaux choisis sont ceux couramment utilisés dans l'ingénierie nucléaire avec un béton de type C30/37 et des aciers de renforcement de type Fe500.



**Figure 2.13:** Maquette SMART 2008 chargée et placée sur la table sismique Azalée du CEA.

### 5.1.3 Campagne d'essais SMART 2008

Les essais ont été composés de deux jeux d'accélérogrammes réels, d'un PGA de 0,05 g et de onze jeux d'accélérogrammes synthétiques homothétiques définis d'après la base de données *Safe Shutdown Earthquake* (SSE). Leurs amplitudes varient entre 0,5 et 5 fois le Séisme De Dimensionnement (SDD) soit de 0,1 à 1 g. Le spectre du SDD est présenté sur la figure 2.14. L'ensemble des PGA obtenus lors des essais est présenté dans le tableau 2.5.

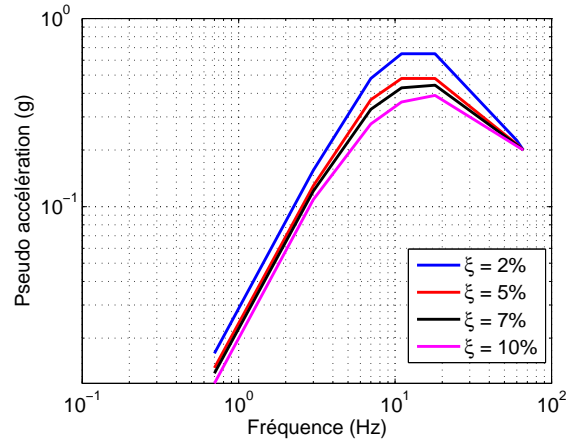


Figure 2.14: Maquette SMART 2008 - Spectre de dimensionnement pour différents pourcentages d'amortissement  $\xi$ .

Numéro de l'essai	Type de signal	PGA (g) Direction x.	PGA (g) Direction y.
3	Naturel	0,08	0,03
4	Naturel	0,08	0,05
5	Synthétique	0,19	0,15
6	Synthétique	0,20	0,24
7	Synthétique	0,19	0,20
8	Synthétique	0,23	0,32
9	Synthétique	0,33	0,35
10	Synthétique	0,41	0,55
11	Synthétique	0,41	0,56
12	Synthétique	0,53	0,67
15	Synthétique	0,58	0,77
18	Synthétique	0,70	1,06
21	Synthétique	0,75	1,13

Tableau 2.5: Maquette SMART 2008 - PGA des différents essais réalisés.

## 5.2 Modélisation de l'amortissement : Benchmark SMART 2008

Le benchmark réalisé dans le cadre du projet SMART 2008 a permis de comparer les modélisations réalisées par 35 groupes représentant 20 pays. Ce benchmark avait un double objectif. Le premier consistait à évaluer les méthodes de dimensionnement traditionnelles pour calculer les réponses dynamiques structurales ainsi que les spectres de réponses des planchers. Le second était de comparer les méthodes *best-estimate* pour évaluer les réponses dynamiques structurales ainsi que les spectres de réponses des planchers. Dans ce cas les résultats étaient obtenus à l'aide de différentes méthodes dépendant de l'expérience des participants. Les résultats du benchmark furent présentés en Juillet 2008 et en décembre 2010 lors des deux premiers work-shops SMART qui se sont tenus au CEA de Saclay.

### 5.2.1 Description de la variété des modélisations

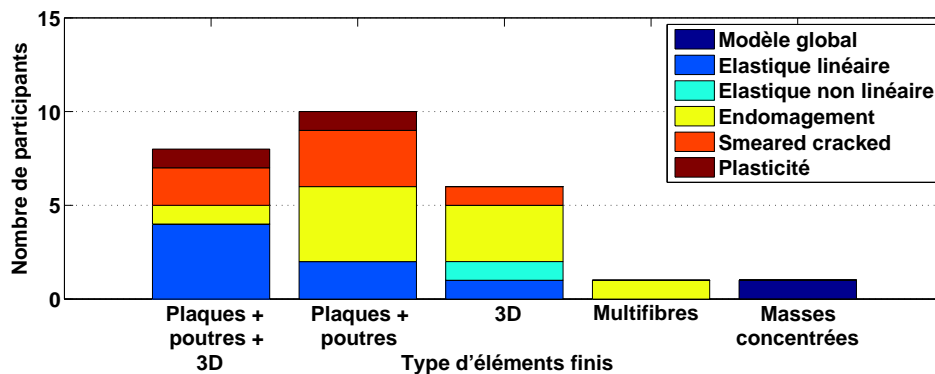


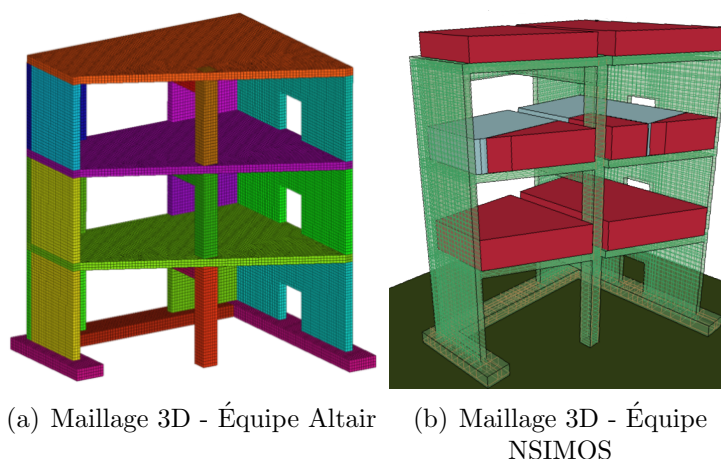
Figure 2.15: Benchmark SMART 2008 - Influence du type d'éléments finis sur la loi de comportement.

Afin de modéliser des structures il est nécessaire d'effectuer plusieurs choix. Tout d'abord le modélisateur doit définir le type d'analyse qu'il convient de réaliser (analyses fréquentielle, temporelle, linéaire ou non linéaire...). Lors de la phase *best-estimate* du Benchmark SMART il était demandé aux participants de réaliser des analyses temporelles. Cependant, le type de loi de comportement était libre. Une fois le type d'analyse défini il est nécessaire de déterminer deux autres paramètres : le type d'élément fini utilisé et la loi de comportement. Ces deux choix sont intimement liés puisque d'une part certaines lois de comportement ne fonctionnent qu'avec certains types d'élément et d'autre part le choix de ces deux paramètres détermineront les temps de calcul. Il s'avère alors nécessaire de faire un compromis entre la finesse et le temps des calculs. La dernière étape de modélisation consiste à définir les paramètres matériaux et les conditions aux limites. Nous ne



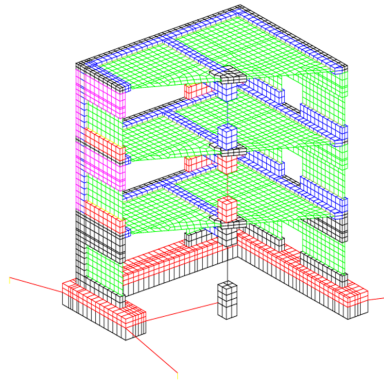
nous intéresserons que peu ici à cette étape, les participants ayant généralement utilisé des paramètres matériaux proches, et l'étude de la prise en compte de la table vibrante méritant à elle seule une étude détaillée. Nous allons à présent présenter certaines des modélisations afin d'illustrer les différents choix réalisés par les participants.

La figure 2.15 illustre la grande diversité concernant le type d'éléments finis utilisés pour cette étude. Ils peuvent être regroupés entre trois grands types : éléments massifs, éléments plaque et coque et éléments poutres. Nous voyons que lors de cette étude, les trois types d'éléments ont été utilisés. Parfois, plusieurs types d'éléments étaient utilisés dans un unique maillage. Ainsi six participants ont décidé de modéliser l'intégralité de la structure à l'aide d'éléments volumiques comme on peut le voir sur la figure 2.16a qui présente le maillage de l'équipe Altair. Certains participants ont même poussé le soucis de réalisme jusqu'à modéliser les différentes masses additionnelles. C'est notamment le cas de l'équipe NSIMOS comme on le voit sur la figure 2.16b. Ce type de modélisation a généralement été couplé à des lois de comportement non linéaires ce qui suppose des temps de calcul très importants.

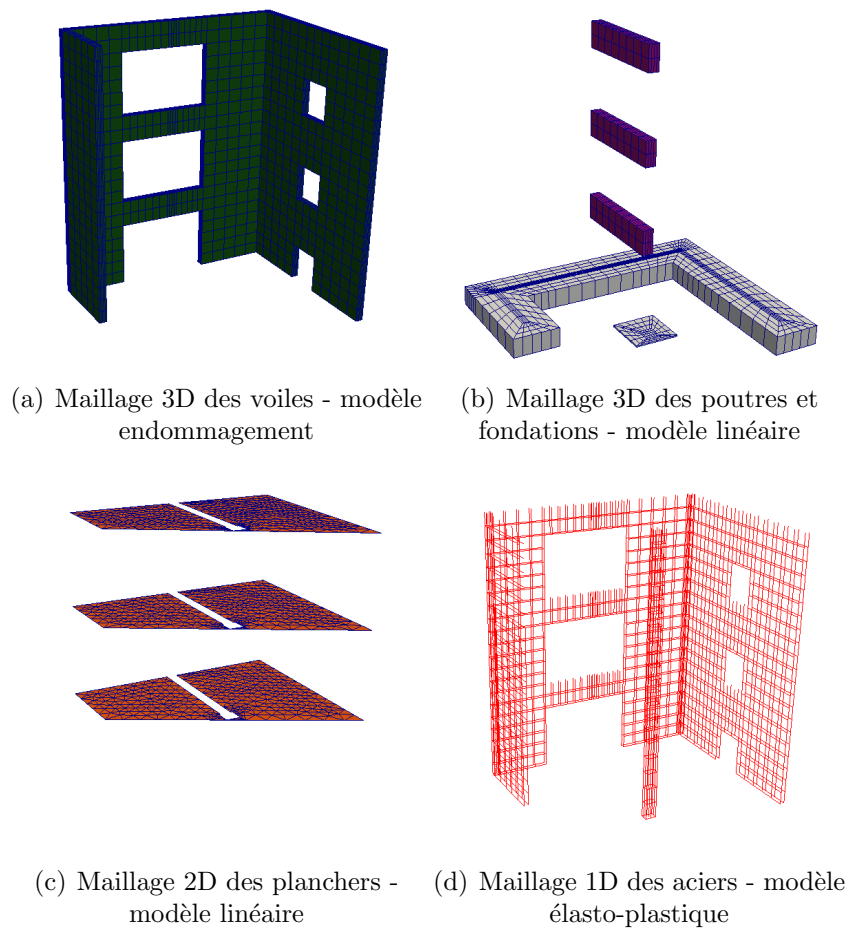


**Figure 2.16:** Maquette SMART 2008 - Maillage 3D.

Afin de limiter les temps de calcul huit participants ont décidé de ne modéliser que certaines parties de la maquette en 3D, en particulier les voiles. Les planchers sont alors modélisé avec des éléments plaque et le poteau à l'aide d'éléments poutre. C'est le cas de l'équipe LMT-ENS Cachan comme on peut le voir sur la figure 2.18. Cette équipe à également fait une distinction au niveau des lois de comportement, seuls les voiles font appel à une loi de comportement non linéaire de type endommagement. Une décomposition très originale a été réalisé par l'équipe de l'IRSN, les voiles ne sont pas entièrement modélisé en 3D, seules les zones supposées sensibles (liaisons avec les planchers, bases des voiles) le sont, comme on peut le voir sur la figure 2.17. Enfin il est à noter que quatre participants utilisant ce type de modélisations ont utilisés des modèles linéaires pour l'intégralité de la structure.

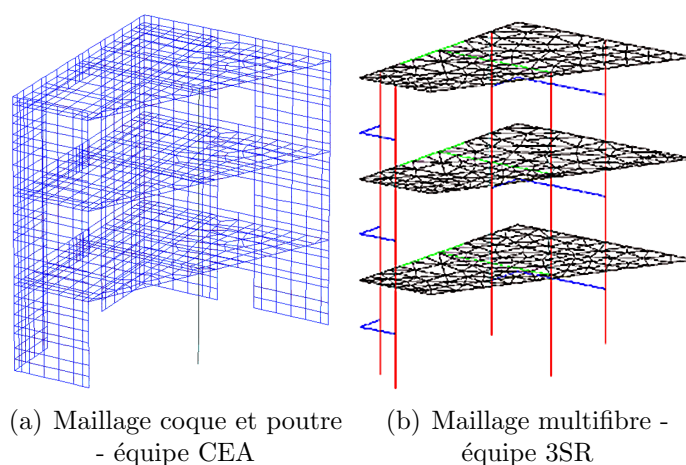


**Figure 2.17:** Maquette SMART 2008 - Maillage Plaques, poutres, 3D - Équipe IRSN.



**Figure 2.18:** Maquette SMART 2008 - Décomposition du maillage 3D - Plaques - Poutres - Équipe ENS Cachan [Lebon, 2011].

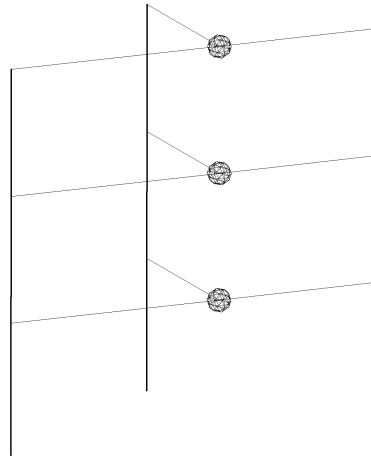
Le choix de modélisations ayant eu la préférence du plus grand nombre de participants (10) consiste à modéliser la structure à l'aide d'éléments de type plaque, à l'exception du poteau qui est lui modélisés à l'aide d'éléments de type poutre. Le modèle du CEA illustre parfaitement ces choix 2.19. Seul deux de ces participants ont couplés ce type de modélisation à des lois de comportement linéaires. Les autres ont préféré des lois de type endommagement ou *Smeared cracked* (modèle [Dahlblom et Ottosen, 1990]) voir, dans le cas de l'équipe *Japan Nuclear Energy Safety organisation* (JNES) une loi béton armé complexe [Maekawa *et al.*, 2003] qui allie une loi élasto plastique en compression à une loi de fissuration en traction et une modélisation non linéaire des aciers.



**Figure 2.19:** Maillage de SMART 2008.

Enfin deux participants se sont démarqués par des modèles originaux. D'une part l'équipe du laboratoire 3SR a décidé de modéliser l'intégralité de la structure à l'aide d'éléments multifibres que l'on peut voir figure 2.19(b). Ce choix a été effectué afin de pouvoir utiliser une loi de comportement de type endommagement 1D fine [La Borderie *et al.*, 1994] tout en limitant les temps de calculs. Le dernier participant a préféré utiliser une modélisation en masse concentrées plutôt qu'une modélisation éléments fini. L'hypothèse principale de cette méthode est de supposer qu'il est possible de concentrer la masse de la structure en un nombre limité de points, que l'on nommera nœuds. On introduit alors une simplification importante en supposant que les forces d'inertie n'existent qu'en ces points. Dans ce cas il est suffisant d'exprimer les déplacements et accélérations aux nœuds de la structure. Ce type de modélisation peut s'avérer utile dans le cadre de structures pour lesquelles une grande partie de la masse est concentrée. C'est le cas de la maquette SMART du fait des masses additionnelles situées sur les planchers. La masse de la structure (poteau et voile) est alors répartie entre les planchers (pour moitié au niveau inférieur et pour moitié au niveau supérieur). Cependant, dans le cadre de la maquette SMART, un autre

paramètre rentre en compte : l'asymétrie de la structure. Il est alors nécessaire de définir des excentricités suivant les directions horizontales pour prendre en compte les effets de torsion. L'équipe Shimizu Corporation a réalisé ce type de modélisation, présenté figure 2.20. Ce type de modélisation nécessite l'utilisation d'une loi de comportement globale, la loi utilisée ici est de type trilineaire et basée sur une relation moment courbure.



**Figure 2.20:** Maquette SMART 2008 - Maillage en masse concentrées - équipe Shimizu Corporation.

### 5.2.2 Influence des choix de modélisation sur l'amortissement

Fort de leurs expériences respectives, chaque participant a déterminé un taux d'amortissement global forfaitaire afin de modéliser de manière réaliste le comportement de la maquette SMART 2008. Dans la plupart des cas un amortissement de type Rayleigh a été choisi. Il ressort des figures 2.21 et 2.22 que deux taux d'amortissement (2 % et 5 %) ont été très utilisés par les participants. Si on observe plus en détail la figure 2.21, on ne constate pas d'incidence directe du type d'élément fini sur le choix du taux d'amortissement. En revanche la figure 2.22 fait apparaître clairement que toutes les analyses linéaires ont été réalisées avec un taux d'amortissement de 5 %. Un grand nombre de modélisations réalisées à l'aide de loi de comportement prenant en compte certaines des non-linéarités matérielles ont été réalisées avec des taux d'amortissement plus faibles, généralement 2%.

L'analyse de ces figures semble montrer que la prise en compte des non-linéarités matérielles au sein des lois de comportement non linaires permet de réduire l'influence de la matrice d'amortissement visqueux dans la modélisation tout en obtenant des résultats comparables. Ceci quel que soit le type d'éléments fini choisi. Il apparaît alors nécessaire si l'on souhaite modéliser de manière physique l'amortissement de déterminer des modèles capables de prendre en compte toutes les non linéarités matérielles. L'amortissement global forfaitaire ne modélisera alors que les dissipations issues de sources externes.

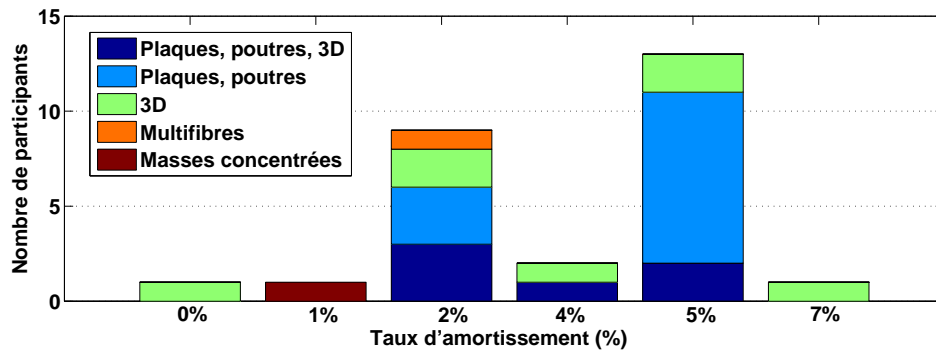


Figure 2.21: Benchmark SMART 2008 - Influence du type d'élément finis sur l'amortissement.

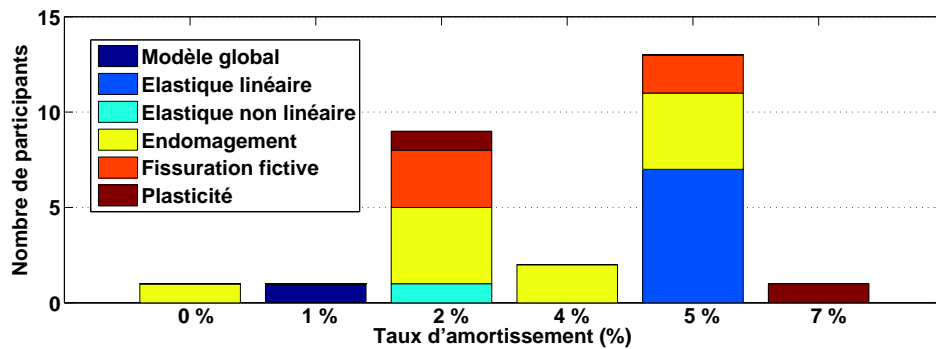


Figure 2.22: Benchmark SMART 2008 - Influence du type de loi de comportement sur l'amortissement.

## 5.3 Sollicitations appliquées au voiles de la maquette SMART 2008

### 5.3.1 Objectifs

L'analyse de l'état de l'art montre que pour représenter l'amortissement de manière pertinente, il est nécessaire de disposer de lois de comportement réalistes. Ces modèles doivent être représentatifs du comportement réel des structures étudiées, en particulier en terme de déplacement. Dans le cadre de la campagne SMART, la structure présente des non linéarités dans le plan et est soumise à des sollicitations sismiques bi-axiales. Celles-ci génèrent des sollicitations complexes dans les différents éléments de la structure alliant du cisaillement, de la flexion et de la torsion. Il est donc intéressant d'étudier la répartition des sollicitations, afin de déterminer si

les modèles sont capables de modéliser ces sollicitations de manière réaliste. Pour ce faire, une méthode permettant de découpler les déplacements entre flexion et cisaillement sera présentée dans cette partie. Puis, les résultats expérimentaux et numériques seront comparés afin de déterminer des pistes d'études.

### 5.3.2 Méthodologie

#### 5.3.2.1 Instrumentation

Les voiles de la maquette SMART 2008 sont des voiles courts. Durant les essais, ces voiles ont été sollicités en flexion et en cisaillement. La géométrie (coffrage et ferrailage) et les sollicitations furent telles qu'elles sollicitèrent majoritairement le premier niveau des voiles, en particulier le niveau bas du voile V04 présenté figure 2.23. Certaines parties des voiles dans le niveau du rez-de-chaussée furent donc équipées de manière à pouvoir déterminer les déplacements verticaux (capteurs DvV04) et diagonaux (capteurs Di1) ainsi que la fissuration à la base en quelques points (capteur OvV04) comme présenté figure 2.24. Il est donc possible d'étudier la répartition des déplacements plans afin de comprendre le type de sollicitations présentes dans les voiles de faible épaisseur.

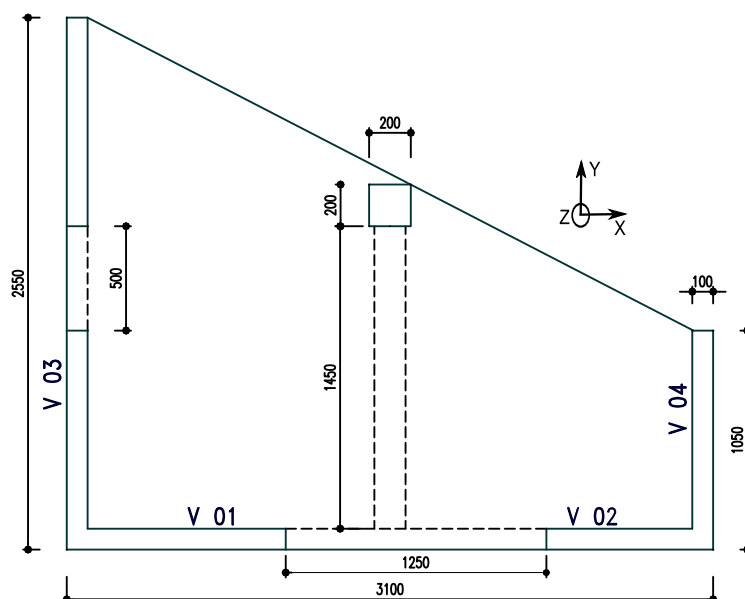


Figure 2.23: Maquette SMART 2008 - Vues en plan.

#### 5.3.2.2 Méthode de Massone

L'idée est de découpler les déplacements du voile dus à la flexion  $U_{flex}$  de ceux dus au cisaillement  $U_{cis}$ . La méthodologie développée par Massone [Massone et Wal-

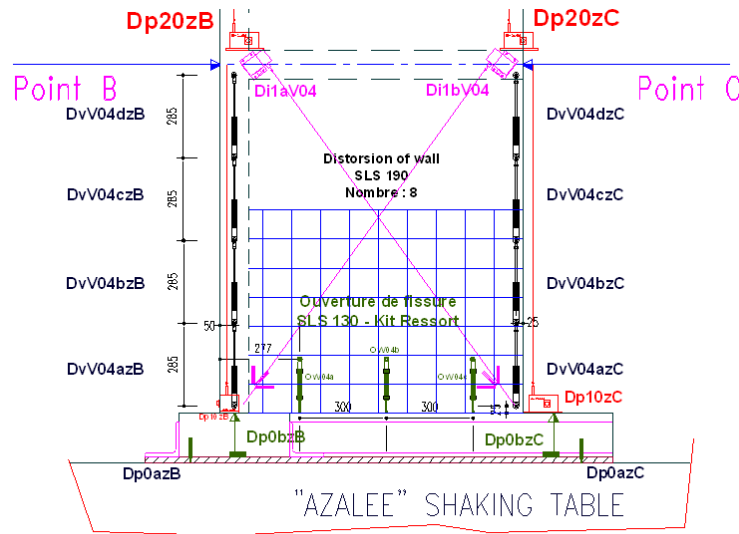


Figure 2.24: Maquette SMART 2008 - Instrumentation du voile V04 niveau 1.

lace J., 2004] et illustrée figure 2.25 permet de négliger les mouvements hors plans et donc d'effectuer le découplage des déplacements  $U_{tot}$  suivants :

$$U_{tot} = U_{cis} + U_{flex} \quad (2.79)$$

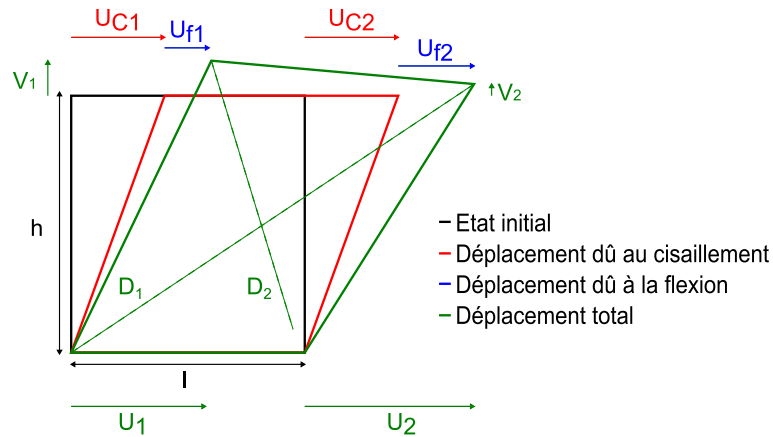


Figure 2.25: Descriptif de la méthode de Massone permettant de découpler les déplacements plans.

En utilisant les capteurs de déplacement, on obtient :

$$U_{tot} = \frac{1}{2} ((U_{c1} + U_{f1}) + (U_{c2} + U_{f2})) - l \quad (2.80)$$

avec  $U_{c1}$ ,  $U_{c2}$ ,  $U_{f1}$  et  $U_{f2}$  les déplacements respectivement dûs au cisaillement et à la flexion et  $l$  la largeur du voile comme définis sur la figure 2.25.

$$U_{tot} = \frac{1}{2} \left( l - \sqrt{D_2^2 - (h + V_1)^2} + \sqrt{D_1^2 - (h + V_2)^2} - l \right) \quad (2.81)$$

$$U_{tot} = \sqrt{D_1^2 - (h + V_2)^2} - \sqrt{D_2^2 - (h + V_1)^2} \quad (2.82)$$

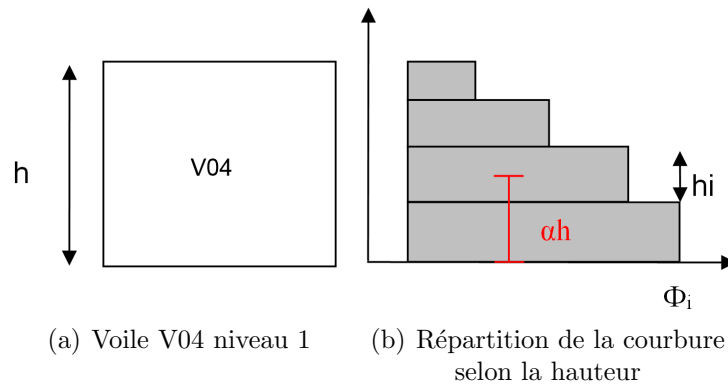
avec  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $D_1$  et  $D_2$  respectivement les déplacements verticaux diagonaux et  $h$  la hauteur du voile comme décrits sur la figure 2.25. On part alors de l'hypothèse que le déplacement dû à la flexion est défini par :

$$U_{flex} = \alpha \theta h \quad (2.83)$$

avec  $\theta$ , courbure du premier niveau du voile définie par l'équation :

$$\theta = \frac{V_2 - V_1}{l} \quad (2.84)$$

$\alpha h$  représente la distance entre le bas du voile et le centre de courbure comme montré figure 2.26. Une courbure  $\Phi_i$  peut alors être calculée pour chacun des  $n$  intervalles de hauteur  $h_i$  définis par les capteurs verticaux, quatre dans le cas du voile V04. Généralement, pour ce type de mur,  $\alpha$  est compris entre 0,5 pour une distribution triangulaire et 0,67 pour une distribution rectangulaire.



**Figure 2.26:** Maquette SMART 2008 - Représentation schématique de la courbure du voile V04 niveau 1.

$\Phi_i$  représente la courbure de la  $i$ ème section,  $M$  est le moment de flexion,  $EI$  la rigidité en flexion. Cette équation peut être appliquée dans le domaine non linéaire si une rigidité (sécante) équivalente est définie.  $\alpha$  peut être calculé à l'aide de l'équation :



$$\alpha = 1 - \frac{\sum_{k=1}^n \Phi_k h_k \left( \sum_{i=1}^{k-1} h_i + \frac{h_k}{2} \right)}{h \sum_{k=1}^n \Phi_k h_k} \quad (2.85)$$

Pour le voile V04  $h_i = h_k = cst = \frac{h}{n} = 0,285\text{m}$ , l'équation devient alors :

$$\alpha = 1 - \frac{\sum_{k=1}^n \Phi_k \frac{h}{n} \left( \frac{(k-1)h}{n} + \frac{h}{2n} \right)}{h \sum_{k=1}^n \Phi_k \frac{h}{n}} \quad (2.86)$$

$$\alpha = 1 - \frac{\sum_{k=1}^n \phi_k \left( \frac{(k-1)h}{n} + \frac{h}{2n} \right)}{h \sum_{k=1}^n \phi_k} = \frac{\sum_{k=1}^n \phi_k \left( k + \frac{1}{2} \right)}{N \sum_{k=1}^n \phi_k} \quad (2.87)$$

Le déplacement dû au cisaillement peut alors être défini comme la différence entre le déplacement total déterminé dans l'équation 2.82 et le déplacement dû à la flexion 2.83, soit :

$$U_{cis} = \sqrt{D_1^2 + (h + V_2)^2} - \sqrt{D_2^2 + (h + V_1)^2} - \alpha \theta h \quad (2.88)$$

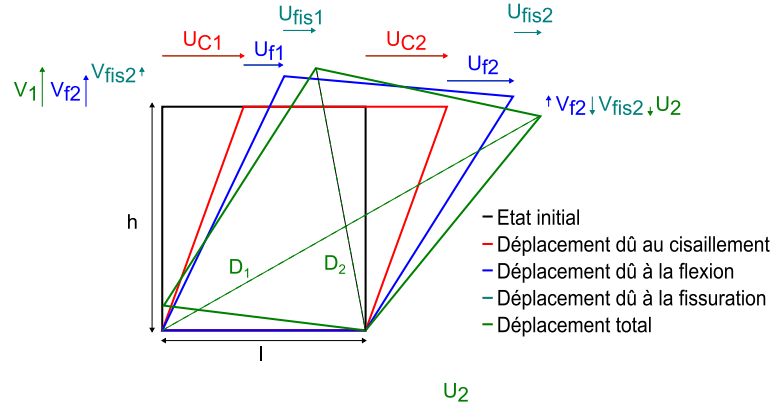
### 5.3.2.3 Méthode modifiée

Durant l'essai 9, des fissures sont apparues entre la fondation et le bas du voile, au niveau de la reprise de bétonnage et ont été mesurées à l'aide d'un capteur de déplacement (capteur OvV04c sur la figure 2.24). Ce capteur a alors été déplacé à l'aplomb des capteurs verticaux afin d'être en mesure de calculer le déplacement vertical en C entre la semelle de fondation et le premier plancher. Jusqu'à cet essai le déplacement relatif entre le bas du voile et la semelle de fondation est supposé nul. Nous avons donc modifié la méthode précédente afin de prendre en compte ce phénomène comme on peut le noter sur la figure 2.27 [Crambuer *et al.*, 2010]. Dans cette nouvelle méthode les déplacements plans  $U_{tot}$  sont divisés en trois parties : les déplacements dûs au cisaillement  $U_{cis}$ , les déplacements dûs à la flexion  $U_{flex}$  et les déplacements dûs à la fissuration à la base  $U_{fiss}$ , avec :

$$U_{tot} = U_{cis} + U_{flex} + U_{fiss} \quad (2.89)$$

En utilisant les capteurs de déplacement on obtient :

$$U_{tot} = \frac{1}{2} ((U_{c1} + U_{f1} + U_{fis1}) + (U_{c2} + U_{f2} + U_{fis2} - l)) \quad (2.90)$$



**Figure 2.27:** Descriptif de la méthode de Massone modifiée permettant de découpler les déplacements plans et prenant en compte le soulèvement à la base du voile.

Avec  $U_{c1}$ ,  $U_{c2}$ ,  $U_{f1}$ ,  $U_{f2}$ ,  $U_{fis1}$  et  $U_{fis2}$  les déplacements respectivement dûs au cisaillement, à la flexion et à la fissuration à la base et  $l$  la largeur du voile comme définis sur la figure 2.27.

$$U_{tot} = \frac{1}{2} \left( l - \sqrt{D_2^2 - (h + V_{f1} + V_{fis1}^2)^2} + \sqrt{D_1^2 - (h + V_{f2} + V_{fis2})^2} - l \right) \quad (2.91)$$

avec  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $V_{f1}$ ,  $V_{f2}$ ,  $V_{fis1}$  et  $V_{fis2}$  respectivement les déplacements diagonaux et verticaux dûs à la flexion et à la fissuration et  $h$  la hauteur du voile comme décrits sur la figure 2.27.

$$U_{tot} = \sqrt{D_1^2 - (D_1^2 - (h + V_{f2} + V_{fis2})^2)} - \sqrt{D_2^2 - (h + V_{f1} + V_{fis1}^2)^2} \quad (2.92)$$

Comme précédemment, on définit :

$$U_{flex} = \alpha \theta h \quad (2.93)$$

avec  $\theta$ , courbure du voile définie par  $\theta = \frac{V_{f2} + V_{fis2} + -V_{f1} + V_{fis1}}{l}$

### 5.3.3 Résultats expérimentaux

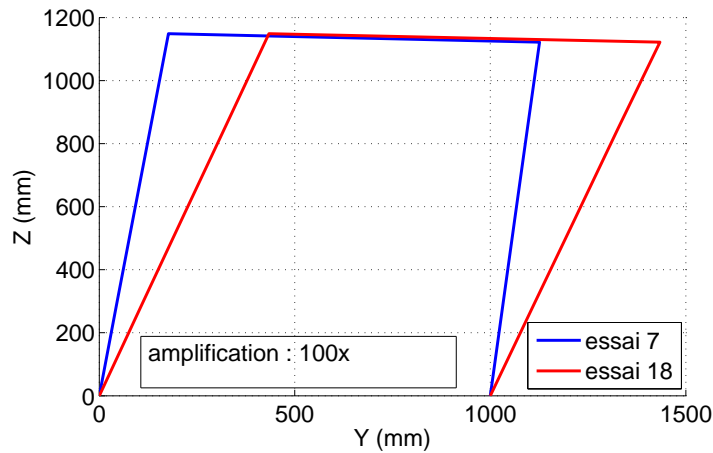
De par la forme de la structure, le voile V04 niveau 1 est la partie de la structure qui a été le plus sollicitée. Ces deux méthodes ont été utilisées pour étudier le comportement de ce voile une attention particulière a été portée aux jeux d'accélérogrammes 7 (niveau de dimensionnement - PGA = 0,2 g) qui correspond au seisme de dimensionnement et 18 (PGA = 0,9 g) qui est un des signaux les plus forts. Les résultats sont présentés figure 2.28 et tableau 2.6 2.28). Pour les deux essais le cisaillement est prépondérant (plus de 80% des sollicitations totales).

Acc.	PGA	Max( $\frac{\Delta_V}{\Delta_H}$ ) (mm)	Max( $U_{cis}$ ) (mm)	Max( $U_{tot}$ ) (mm)	Max <sup>1</sup> ( $\frac{U_{flex}}{U_{tot}}$ ) (mm)	Max <sup>2</sup> ( $\frac{U_{flex}}{U_{tot}}$ ) (mm)
7	0,2 g	0,14	1,37	1,52	0,09	0,09
18	0,9 g	0,18	3,67	4,40	0,17	0,18

1 La fissuration en pied de voile n'est pas incluse dans le déplacement vertical

2 La fissuration en pied de voile est incluse dans le déplacement vertical

**Tableau 2.6:** Maquette SMART 2008 - Déplacements expérimentaux du voile V04 niveau 1.



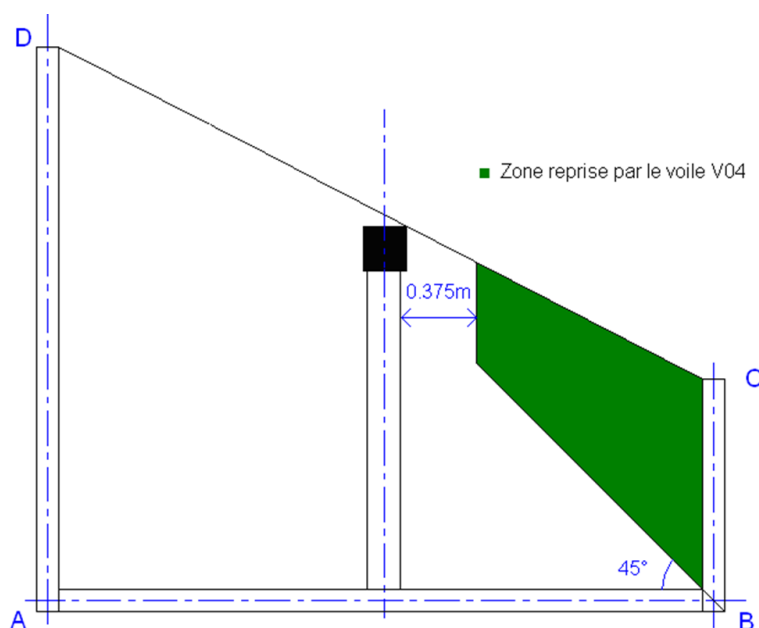
**Figure 2.28:** Maquette SMART 2008 - Déformée expérimentale du voile V04 niveau 1 - essai 7 (niveau de dimensionnement - PGA = 0,2 g) et essai 18 (PGA = 0,9 g).

### 5.3.4 Modélisations partielles de la maquette SMART

Dans le cas de structures complexes on s'intéresse de manière plus précise à certaines parties de la structure. Il peut alors être intéressant de modéliser finement cette zone, en utilisant des lois de comportements fines et une modélisation 3D. Cependant ce type de modélisation s'avère très coûteux en temps de calcul. Le choix peut alors s'orienter vers une modélisation de cette seule partie de la structure. Il est alors nécessaire de prendre en compte l'influence du reste de la structure. Dans le cadre de la campagne SMART il est rapidement apparu que la partie basse du voile V04 présentait un comportement fortement non linéaire. L'étude s'est donc concentrée sur cette partie de la structure [Juster-Lermitte *et al.*, 2010]. Les modélisations ont été réalisées à l'aide du logiciel CASTEM [Cast3m, 2013].

### 5.3.4.1 Influence du pré-chargeement

L'étude portant sur le niveau inférieur du voile V04, il est nécessaire d'appliquer au modèle un effort correspondant au poids des étages supérieurs repris par ce voile (plancher + voiles + charges). Un calcul de la charge des planchers à reprendre, basé sur la figure 2.29, donne : Masse reprise pour chaque plancher y compris voile :



**Figure 2.29:** Maquette SMART 2008 - Modélisation 2D du voile V04 - Descente des charges de la maquette SMART.

1<sup>er</sup> plancher :  $M_1 = 2,3t$

2<sup>e</sup> plancher :  $M_2 = 1,9t$

Plancher terrasse :  $M_3 = 1,6t$

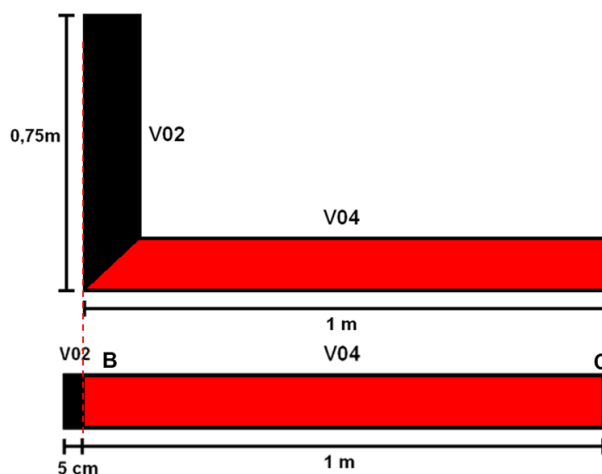
Masse totale  $M = 5,8t$

Afin d'éviter des problèmes d'écrasement des éléments en haut du voile V04, ces efforts seront transmis au voile par le biais d'une barre rigide modélisée au dessus du voile.

### 5.3.4.2 Influence du voile V02

Le voile V04 est encastré avec le voile V02 à une extrémité. Cette liaison modifiant la raideur du voile V04, il est nécessaire de la modéliser. Le mouvement du voile V04 provoque un mouvement de flexion hors plan du voile V02, ce qui a pour effet de modifier l'inertie du voile V04. Dans le cadre d'une modélisation 2D du voile V04, l'influence du voile V02 est modélisée par un élément élastique situé sur la ligne BC, au niveau du point B comme on le voit sur la figure 2.30. Cet élément a

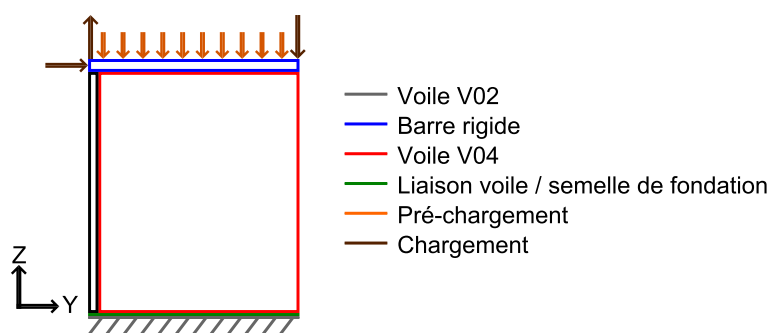
une raideur équivalente à celle du voile V02 qu'il représente. La prise en compte de cette liaison a eu pour effet de renforcer l'asymétrie du voile. Les analyses pushover 2D doivent donc être réalisées dans les deux sens (de B vers C et de C vers B).



**Figure 2.30:** Maquette SMART 2008 - Modélisation 2D du voile V04 - Modélisation de l'influence du voile V02.

### 5.3.4.3 Conditions limites

La partie du voile V04 étudiée est maillée avec les trois autres surfaces (barre rigide, reprise du voile V02 et liaison avec la semelle de fondation). La liaison voile/semelle de fondation est encadrée selon Y et Z. La semelle de fondation quand à elle n'est pas modélisée son influence étant prise en compte par l'élément de liaison voile/fondation. Le pré chargement et le chargement horizontal sont appliqués à la droite supérieure de la barre rigide. Le chargement vertical (rotation) est appliqué aux deux droites verticales extrêmes de la barre rigide. Les sollicitations appliquées au voile V04 sont résumées sur la figure 2.31.



**Figure 2.31:** Maquette SMART 2008 - Modélisation 2D du voile V04 niveau 1 - Descriptif du chargement et des conditions limites.

#### 5.3.4.4 Lois de comportement

Les lois constitutives pour les matériaux de cette étude sont basées sur la théorie de la mécanique des milieux continus. Le béton est modélisé à l'aide de la loi de comportement de Mazars [Mazars, 1984] [Mazars, 1986]. Une loi contrainte déformation peut être dérivée de son potentiel d'état :

$$\underline{\underline{\sigma}} = (1 - d)\underline{\underline{C}}\underline{\underline{\varepsilon}} \quad (2.94)$$

avec  $\underline{\underline{C}}$  Le tenseur d'élastique. La variable d'endommagement  $d$  évolue au cours du chargement en fonction de la surface de charge dépendant de la déformation notée  $\varepsilon_{eq}$  :  $f(\varepsilon_{eq}, \kappa) = \varepsilon_{eq} - \kappa$ . L'évolution de cette surface de charge doit respecter certaines règles ce qui impose que l'endommagement n'évolue pas pendant les phases de décharges ou pendant des phases de charge à des niveaux de déformations inférieurs au niveau maximal  $\kappa$  atteint au cours de l'historique du chargement ( $\kappa = \max(\varepsilon_{eq}, \kappa)$  et  $\kappa(t = 0) = \varepsilon_{D0}$  avec  $\varepsilon_{D0}$  une valeur seuil). Afin d'introduire le comportement asymétrique du béton le critère de rupture est exprimé en extensions principales. Une déformation équivalente est définie par :

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \varepsilon_i \rangle_+^2} \quad (2.95)$$

où  $\langle \cdot \rangle_+$  est le crochet de Macauley défini par : si  $(\cdot) < 0$  alors  $(\cdot) = 0$  et si  $(\cdot) > 0$  alors  $(\cdot) = (\cdot)$  et  $\varepsilon_i$  est la déformation principale. Deux lois d'évolutions différentes de l'endommagement sont considérées en traction  $d_t$  et en compression  $d_c$ . Ces deux fonctions ont une expression de loi d'évolution similaire avec des paramètres différents :

$$d_{t,c} = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}(1 - A_{t,c})}{\varepsilon_{eq}} - A_{t,c} \exp(-B_{t,c}(\kappa - \varepsilon_{d0}(1 - A_{t,c}))) \quad (2.96)$$

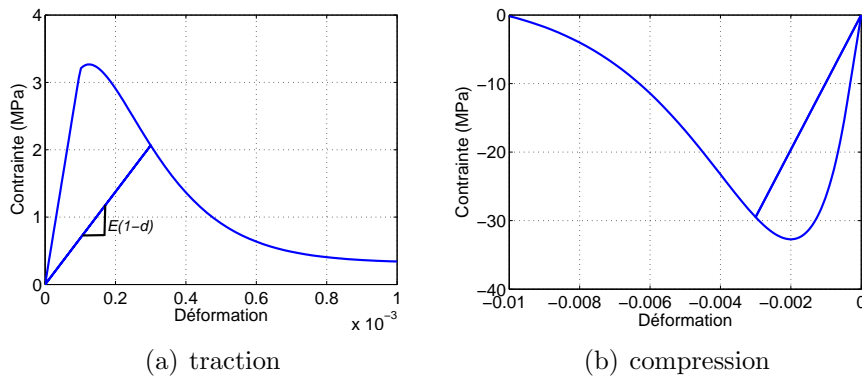
avec  $\varepsilon_{d0}$  (la déformation seuil à la première fissuration en traction),  $A_{t,c}$  et  $B_{t,c}$  les cinq paramètres du modèle où l'indice  $(t)$  renvoie à la traction et l'indice  $(c)$  à la compression. Afin d'éviter une dépendance au maillage dans la phase adoucissante, il est nécessaire de définir une taille minimum à la zone endommagée, et ainsi, une dissipation d'énergie minimum plus physique. Il faut pour cela introduire une longueur caractéristique. La méthode non-locale [Pijaudier-Cabot et Bazant, 1987] permet de réaliser ce type de régularisation numérique, en moyennant certaines caractéristiques sur un domaine particulier.

Symbole	Paramètre	Valeur	Unité
$E$	Module d'Young	$32 \cdot 10^9$	Pa
$\nu$	Coefficient de poisson	0,2	-
$\varepsilon_{d0}$	seuil en déformation pour la traction	$1 \cdot 10^{-4}$	-
$A_c$	paramètre pour la compression	1,276	-
$B_c$	paramètre pour la compression	1768	-
$A_t$	Paramètre pour la traction	0,9	-
$B_t$	paramètre pour la traction	8000	-
$\beta$	correction pour le cisaillement	1,06	-

**Tableau 2.7:** Maquette SMART 2008 - Paramètres matériaux pour le béton du voile V04 niveau 1.

### 5.3.5 Identification des paramètres matériaux

Les paramètres matériaux utilisés pour ces travaux sont présentés tableau 2.7. Ils ont été choisis en fonction des données expérimentales à l'aide de l'opérateur "IDENTI" de CASTEM. Afin d'illustrer la relation contrainte déformation en traction et en compression, les réponses obtenues au niveau du point de Gauss sont présentés dans les figures 2.32(a) et 2.32(b).



**Figure 2.32:** Courbes contraintes/déformations pour le modèle Mazars.

### 5.3.6 Résultats

Deux modélisations du voile V04 ont été testées. La première ne prend pas en compte la fissuration à la base. La seconde la prend en compte par le biais d'un élément de liaison entre le voile et la fondation. Cet liaison est assuré par des éléments volumique dont la loi de comportement est élastique et la raideur faible. La répartition des déplacements plans obtenue à l'aide de ces modèles pour les essais 7

	Expérimental			$\alpha$	Numérique			
	max $\left(\frac{\Delta_V}{\Delta_H}\right)$	max $\left(\frac{U_{flex}}{U_{tot}}\right)$			max $\left(\frac{\Delta_V}{\Delta_H}\right)$	max $(U_{flex})$ (mm)	max $(U_{cis})$ (mm)	max $\left(\frac{U_{flex}}{U_{tot}}\right)$
j.a.7	0,14	0,09		1,03	0,15	0,47	1,5	0,31
j.a.18	0,18	0,17		3,27	0,15	1,16	4,4	0,26

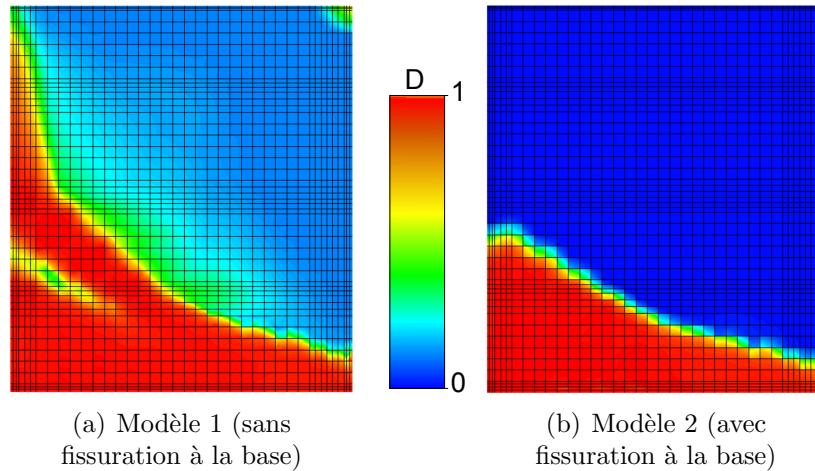
**Tableau 2.8:** Maquette SMART 2008 - Comparaison essais/modèle 1 (sans fissuration à la base).

	Expérimental			$\alpha$	Numérique			
	max $\left(\frac{\Delta_V}{\Delta_H}\right)$	max $\left(\frac{U_{flex}}{U_{tot}}\right)$			max $\left(\frac{\Delta_V}{\Delta_H}\right)$	max $(U_{flex})$ (mm)	max $(U_{cis})$ (mm)	max $\left(\frac{U_{flex}}{U_{tot}}\right)$
j.a.7	0,19	0,09		1,11	0,19	0,39	1,5	0,26
j.a.18	0,19	0,18		3,38	0,19	1,44	4,4	0,33

**Tableau 2.9:** Maquette SMART 2008 - Comparaison essais/modèle 2 (avec fissuration à la base).

(niveau de dimensionnement - PGA = 0,2 g) et 18 (PGA = 0,9 g) sont présentées respectivement dans les tableaux 2.8 et 2.9. Il est intéressant d'observer que les deux modèles surestiment la part de déplacement dû à la flexion. Cependant il est à noter que les résultats expérimentaux présentent une part de déplacement due à la flexion inférieure pour l'essai 7 (9 %) que pour l'essai 18 (18 %). Cette tendance se retrouve avec le modèle 2 mais pas avec le modèle 1. Si l'on souhaite à présent s'intéresser à la fissuration à la base du voile il est important d'étudier le ratio entre déplacement vertical  $\Delta_V$  et horizontal  $\Delta_H$ . Les résultats expérimentaux ont montré que jusqu'à l'essai 7, peu de fissures apparaissent entre le voile et la fondation. De plus, elles sont de petites tailles. Ce résultat se retrouve bien numériquement, Le modèle 1 donnant un ratio de 15 % contre 14 % expérimentalement. Cependant si l'on s'intéresse à l'essai 18, au cours duquel une fissuration importante est apparue au pied du voile, on observe que les résultats obtenus à l'aide du modèle 2 sont les plus pertinents avec un ratio de 19 % contre 18 % expérimentalement. Enfin si l'on s'intéresse au faciès d'endommagement obtenu lors de l'essai au niveau de dimensionnement, présenté sur la figure 2.33, présentant les cartes d'endommagement obtenues pour le déplacement en tête maximum (1,6mm) observés lors de l'essai 7. On observe que la prise en compte de la fissuration à la base a tendance à localiser l'endommagement en pied de voile tandis que dans le cas contraire la fissuration est plus diffuse et traduit la prédominance du cisaillement avec une zone diagonale fortement endommagée.





**Figure 2.33:** Maquette SMART 2008 - Voile V04 niveau 1 - carte d'endommagement - Déplacement en tête maximum atteint (1,6mm) - Essai 7 (niveau de dimensionnement - PGA = 0,2 g).

### 5.3.7 Bilan

Cette étude a permis de définir une méthode capable de séparer les déplacements plan entre flexion et cisaillement. Il en ressort que les simulations ont tendance à surestimer la part de déplacement due à la flexion lorsque les non linéarités apparaissent. Il apparaît donc important de réaliser des études sur des structures plus simples afin de mieux modéliser les structures soumises à de la flexion ou à du cisaillement. La suite de cette étude s'intéressera uniquement à la flexion. L'objectif sera de déterminer des modélisations capables de représenter de manière réaliste le comportement global mais également les dissipations puisque ces dernières ont une influence directe sur la répartition des efforts au sein de la structure étudiée et donc de son comportement.

## 6 Conclusions

Ce chapitre consistait en une revue bibliographique de différents aspects. Dans un premier lieu le problème de dynamique non linéaire est présenté et discrétisé en espace par la méthode des éléments finis. Puis différentes discrétisations temporelles, modales et fréquentielles ont été décrites. Il en ressort que si l'on s'intéresse à la modélisation des dissipations, il est préférable de réaliser des analyses temporelles non linéaires. Dans ce type d'études les dissipations sont modélisées par le biais de lois de comportements. C'est pourquoi la deuxième partie de ce chapitre a consisté en un état de l'art des lois de comportement permettant de modéliser les non linéarités matérielles du béton armé. Dans un premier temps des modèles globaux ont été présentés, ceux-ci sont capable de modéliser de manière assez pertinente les non linéarités ils sont cependant difficiles à calibrer et ne repose sur aucun mécanisme physique local. Après un bref rappel sur le comportement cyclique du béton, un

inventaire des lois de comportement du béton a alors été effectué. Il en ressort que le béton est un matériau fragile en traction, plutôt ductile en compression qui est sujet aux effets unilatéraux lors de cycles de traction compression. Ce matériau présente également des déformations permanentes et des effets hystérétiques lors de cycles de charge décharge. Il ressort de l'état de l'art relatif à la modélisation du béton qu'une classe de modèles est capable de représenter de manière réaliste les mécanismes dissipatifs, en particulier les effets hystérétiques, cette dernière repose sur la mécanique de l'endommagement.

Après la présentation des différentes sources de dissipations relatives à l'amortissement, il ressort que certaines sources ne peuvent pas être modélisées par le biais des lois de comportement. Il est alors nécessaire d'avoir recourt à un amortissement global forfaitaire qui donne des résultats pertinent dans la plupart des cas malgré une absence de base physique. Différents amortissements globaux forfaitaires sont présents dans la littérature, L'amortissement de Rayleigh qui est proportionnel à la masse et à la raideur du système est classiquement utilisé. L'amortissement de Rayleigh surestime obligatoirement l'amortissement des fréquences supérieures à la deuxième fréquence propres.

Enfin ce chapitre s'est intéressé à la modélisation de l'amortissement dans le cadre d'une structure réelle SMART. Cette structure en béton armé de trois étages a été soumise à une dizaine de jeux d'accélérogrammes d'intensité croissante, atteignant de forts niveaux ( $PGA > 1g$ ). Un benchmark international a eu lieu en parallèle des essais. Son analyse permet alors d'étudier les différentes manières de modéliser ce type de structure et les conséquences de ces choix sur l'amortissement. Il en ressort que le type d'élément finis utilisé à des conséquences limitées sur le taux d'amortissement global forfaitaire. Le type de loi de comportement se révèle quant à lui fortement lié au choix du taux d'amortissement global forfaitaire. En général si les dissipations matérielles sont prises en compte par le modèle, un amortissement global forfaitaire de 2% est suffisant pour modéliser les autres sources de dissipations. Dans le cas contraire un taux d'amortissement de 5% sera nécessaire. En dernier lieu ce chapitre s'est intéressé à l'étude la répartition des déplacements plans (flexions, cisaillement) dans les voiles de la maquette SMART. Il ressort de cette étude qu'il est difficile de réaliser une modélisation capable de prendre en compte de manière pertinente les non linéarités relatives aux différents phénomènes.

Outre les informations quantitatives que ce chapitre a permis de dégager, les objectifs de la suite de ces travaux ont pu être affinés. Il ressort de cette étude qu'il est nécessaire de représenter la part de l'amortissement dû au sources internes par le biais de lois de comportements. Ces dernières doivent être capables de représenter les dissipations internes aux matériaux, en particulier les effets hystérétiques locaux du béton. Afin de définir un modèle approprié il est nécessaire de quantifier les dissipations internes, cela sera réalisé par le biais d'une campagne expérimentale. Cependant il ressort de l'étude de la maquette SMART qu'il est très difficile de réaliser cette identification dans le cadre de chargements complexes. C'est pourquoi la suite de cette étude se concentrera uniquement sur des sollicitations de flexion.

# Chapitre 3

## Campagne expérimentale de flexion trois points cyclique

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>64</b>
<b>2</b>	<b>Protocole expérimental</b> . . . . .	<b>65</b>
2.1	Corps d'épreuves . . . . .	65
2.2	Dispositif d'essais . . . . .	69
2.3	Descriptif des chargements . . . . .	72
<b>3</b>	<b>Résultats expérimentaux</b> . . . . .	<b>75</b>
3.1	Comportement global des poutres . . . . .	75
3.2	Étude de l'amortissement . . . . .	78
3.3	Étude de la fissuration . . . . .	80
3.4	Étude de l'endommagement structural . . . . .	85
<b>4</b>	<b>Conclusions</b> . . . . .	<b>88</b>

---

# 1 Introduction

L'analyse des essais [?] et du benchmark [Richard *et al.*, 2013] de la campagne SMART 2008 a mis en exergue la difficulté de quantifier mais surtout de modéliser les phénomènes dissipatifs générant l'amortissement qui apparaissent dans des structures en béton armé soumises à des sollicitations sismiques. Afin de pouvoir déterminer correctement l'amortissement à prendre en compte, il est nécessaire de comprendre les mécanismes mis en jeu par les phénomènes dissipatifs. Il est donc important de quantifier ces phénomènes pour être capable, à terme, de les modéliser. Pour cela, il faut disposer d'une base de données expérimentale pertinente, en particulier en ce qui concerne les sources de dissipations internes liées au béton armé. Les travaux de [Ting et Crawley, 1992] ont montré que l'amortissement interne dépendait principalement du niveau de sollicitation. L'étude des campagnes d'essais visant à étudier l'amortissement présenté dans le paragraphe 4.1.2 du Chapitre 2 fait ressortir la pertinence des essais quasi statiques. De plus, l'étude de l'état de l'art des campagnes de mesures de l'amortissement montre qu'aucune étude ne s'est intéressée au comportement d'éléments de structures pré-endommagés. Les chargements appliqués étant toujours croissant. Il est à noter que dans le cas de chargements sismiques, connaître la dissipation d'énergie d'éléments pré-fissurés est d'une importance majeure, en particulier si l'on considère l'éventualité de répliques ou de séismes ultérieurs. Une campagne d'essais quasi statiques de flexion trois points cyclique a donc été réalisée en ce sens [Crambuer *et al.*, 2011], [Crambuer *et al.*, 2012a] au LMT. Le but de cette campagne étant de combler certains des manques identifiés dans la littérature en ce qui concerne la dissipation d'énergie dans des éléments de structure en béton armé soumis à de la flexion, une comparaison entre le comportement d'éléments endommagés et celui d'éléments sains sera effectuée. Pour atteindre cet objectif, les mécanismes locaux générant des dissipations contribuant à l'amortissement doivent être correctement identifiés et quantifiés. De plus, les travaux de [Salzmann, 2002] ayant montré que le taux de ferrailage avait une influence sur l'amortissement, cette campagne testera donc des poutres présentant des taux de renforcements longitudinaux différents.

Ce chapitre a deux objectifs majeurs : définir une campagne expérimentale comblant certains des manques identifiés dans la littérature en ce qui concerne la dissipation d'énergie dans des éléments de structures en béton armé soumis à de la flexion et en analyser les résultats. Il s'organise en deux parties. La première partie présentera la campagne d'essais. Pour cela, les corps d'épreuves réalisés à l'ENS Cachan seront d'abord décrits puis le dispositif d'essais sera présenté. A ce moment, une attention particulière sera portée aux conditions limites car elles conditionnent la qualité des résultats. Les moyens de mesures, et en particulier le procédé de mesure de champs, seront ensuite décrits. Enfin, les chargements appliqués aux différentes poutres seront détaillés et comparés. Finalement, la deuxième partie présentera les résultats de la campagne, qui s'articulent autour de quatre axes. Tout d'abord, le comportement global des différentes poutres sera étudié. Ensuite, une étude portera

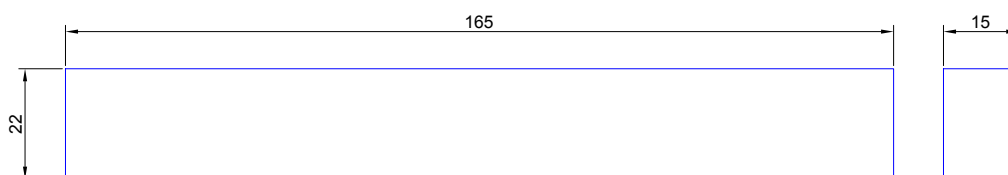
sur l'évolution, durant les essais, du taux d'amortissement visqueux équivalent des différentes poutres. La discussion se portera alors sur l'étude de la fissuration étudiée à l'aide de mesures de champs de déplacements. Celles-ci permettront également de définir un indice d'endommagement qui sera présenté à la fin de cette partie. Pour conclure ce chapitre, un bilan relatif à l'influence du chargement sur les différentes grandeurs analysées sera effectué.

## 2 Protocole expérimental

### 2.1 Corps d'épreuves

#### 2.1.1 Géométrie des poutres

L'objectif de ces essais étant d'identifier et de quantifier les dissipations d'énergie se produisant dans des éléments de structures en béton armé, les dimensions des corps d'épreuves ont été choisies les plus proches possibles de celles d'élément de structures industrielles. Ceci en respectant toutefois les limites imposées par les moyens d'essais. La longueur des poutres choisies est de 165 cm pour une longueur entre appui de 150 cm. La section fait 15 cm de large et 22 cm de haut. La figure 3.1 présente la géométrie des six poutres testées lors de cette campagne.



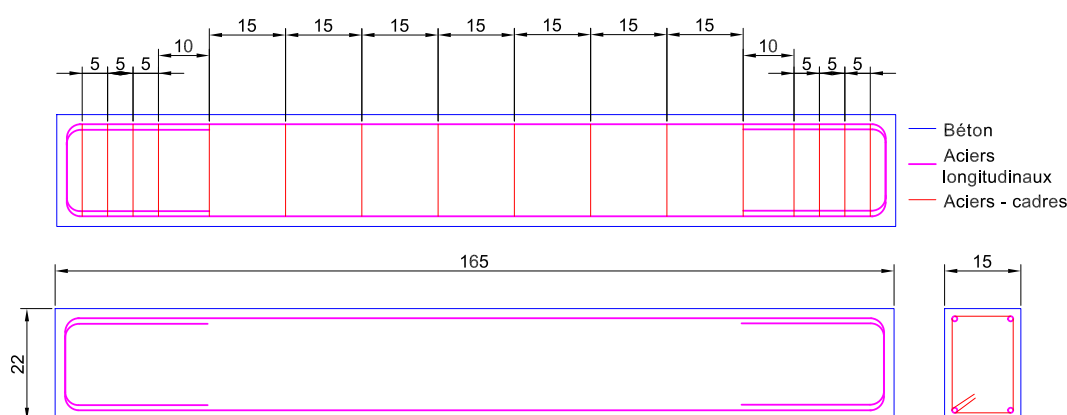
**Figure 3.1:** Géométrie des poutres testées.

#### 2.1.2 Ferrailage des poutres

Afin de quantifier l'influence du taux de ferrailage longitudinal sur l'amortissement, trois types de ferrailages différents ont été réalisés suivant les poutres. Ils correspondent à des taux de renforcement faible, moyen et fort, comme présentés dans le tableau 3.1. Pour chaque poutre deux aciers longitudinaux sont placés en haut et en bas de la poutre afin d'avoir un comportement symétrique lors d'un chargement cyclique. Les poutres ont été dimensionnées conformément aux eurocodes 2 et 8 [AFNOR, 2006]. La réglementation impose pour ce type de poutre un espacement maximum des cadres de 157,5 mm sur la section courante. Au niveau des extrémités, trois cadres doivent être placés avec un intervalle de 50 mm maximum, le premier devant être au plus à 50 mm du bord de la poutre. Ceci a conduit à la conception de la cage d'armature présentée sur la figure 3.2.

	4HA8	4HA10	4HA12
Taux de ferrailage longitudinal(%)	0,67	1,05	1,51
Type de poutre	peu ferrillée	usuellement ferrillée	fortement ferrillée
Taux de ferrailage transversal(%)	0,25	0,25	0,25

**Tableau 3.1:** Caractéristiques des ferrillages des poutres testées.



**Figure 3.2:** Plans de ferrillages des poutres testées.

### 2.1.3 Caractéristiques des matériaux

#### 2.1.3.1 Béton

Les poutres ont été réalisées à l'ENS Cachan suivant le planning présenté dans le tableau 3.2 [Crambuer *et al.*, 2012b]. L'ensemble des éprouvettes réalisées sont présentées sur la figure 3.3. La granulométrie des agrégats, présentée dans le tableau 3.3, a été choisie afin d'obtenir un béton de type C30/37, qui est couramment utilisé dans l'industrie. Une gâchée de béton permettait la réalisation de deux poutres d'une configuration donnée ainsi que de quatre éprouvettes cylindriques de 16cm de diamètre et d'une hauteur de 32cm. Ces éprouvettes ont servi à la réalisation des essais de fendage et de compression. Ainsi, il a été possible de déterminer le module d'Young ainsi que les résistances en traction et compression des différentes gâchées présentées dans le tableau 3.4. Ces essais ont été réalisés conformément aux normes NF EN 12390-3 et NF EN 12390-6 [AFNOR, 2006]. Un test dit du cône d'Abrams (norme NF EN 206-1 : béton normal : masse volumique d'environ  $2300\text{kg}/\text{m}^3$ ) a été réalisé pour chaque gâchée afin de vérifier l'ouvrabilité du béton. Les résultats de ces tests sont présentés dans le tableau 3.2.

Poutre	Date de fabrication	Date du test	Ferrailage		Aff. (cm)	Masse vol. béton ( $kg/m^3$ )
			long.	trans.		
PHA8L1	25/10/10	07/01/11	4HA8	$\phi 6/15cm$	9	2312
PHA8L2	25/10/10	17/01/11	4HA8	$\phi 6/15cm$	9	2312
PHA10L1	27/10/10	04/02/11	4HA10	$\phi 6/15cm$	3	2301
PHA10L2	27/10/10	15/02/11	4HA10	$\phi 6/15cm$	3	2301
PHA12L1	29/10/10	25/01/11	4HA12	$\phi 6/15cm$	3	2271
PHA12L2	29/10/10	26/01/11	4HA12	$\phi 6/15cm$	3	2271

**Tableau 3.2:** Caractérisation du béton.

Composant	Quantités ramenées à $1m_3$	Unité
Sable 0/6	794	kg
Mignonette 4/10	195	kg
Gravier 8/16	713	kg
Eau	212	L
Ciment CEMI 52,5 N	377	kg

**Tableau 3.3:** Granulométrie du béton.

Coulée/poutres	PHA8	PHA10	PHA12
Résistance en traction moyenne (MPa)	2,6	2,7	2,7
Résistance en compression moyenne (MPa)	32	34	38
Module d'Young (GPa)	26,6	28,2	27,3
Dispersion de la résistance en compression (%)	0,6	2,5	12,3
Dispersion de la résistance en traction (%)	0,1	10	1,6
Dispersion du module d'Young (%)	8,2	7,3	5,6

**Tableau 3.4:** Caractéristiques du béton utilisées pour les essais.

### 2.1.3.2 Acier

Les cages de ferrailages, illustrées sur la figure 3.4, ont été réalisées à l'ENS Cachan. Les aciers sont de type Fe500. Des essais de caractérisation ont été effectués sur chaque type d'acier utilisé (HA6 pour les cadres, HA8, HA10 et HA12) donnant accès au module d'Young  $E$ , aux efforts plastique  $F_y$  et ultime  $F_u$ , ainsi qu'à l'allongement sous charge maximum. Les résultats sont présentés dans le tableau 3.5.

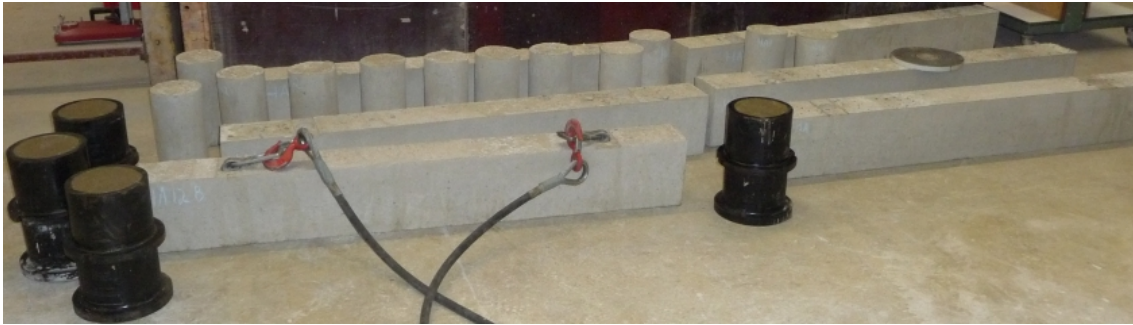


Figure 3.3: Éprouvettes réalisées au laboratoire de génie civil de l'ENS Cachan.

		$E$ (MPa)	$F_y$ (MPa)	$F_u$ (MPa)	$\frac{F_u}{F_y}$ %	Allongement sous charge max. (%)
HA6	moyenne	207,1	519	615,3	1,12	4,1
	écart type	15,6	12	9,8	1,3	0,9
HA8	moyenne	206,1	553,3	647,7	1,17	10,48
	écart type	25,4	14,8	12,0	1,06	1,13
HA10	moyenne	199,6	562,0	639,2	1,14	10,43
	écart type	11,2	13,7	3,5	2,76	1,05
HA12	moyenne	181,3	548,0	646,2	1,18	9,65
	écart type	10,4	2,7	5,5	1,01	1,26

Tableau 3.5: Caractéristiques des aciers.

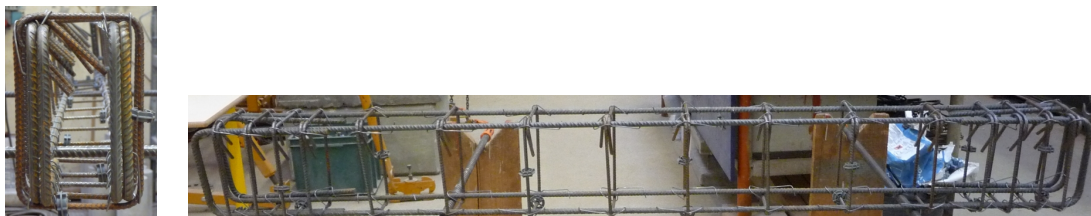


Figure 3.4: Cage d'armature des poutres PHA10.



## 2.2 Dispositif d'essais

### 2.2.1 Conditions aux limites

L'élément étudié est une poutre en flexion trois points alternés. Les efforts seront appliqués par le biais d'une mâchoire d'application des efforts. L'ensemble du dispositif est visible sur la figure 3.5. Une attention particulière a été portée aux conditions limites car la qualité des résultats expérimentaux dépend fortement de l'interface entre la poutre testée et son environnement.

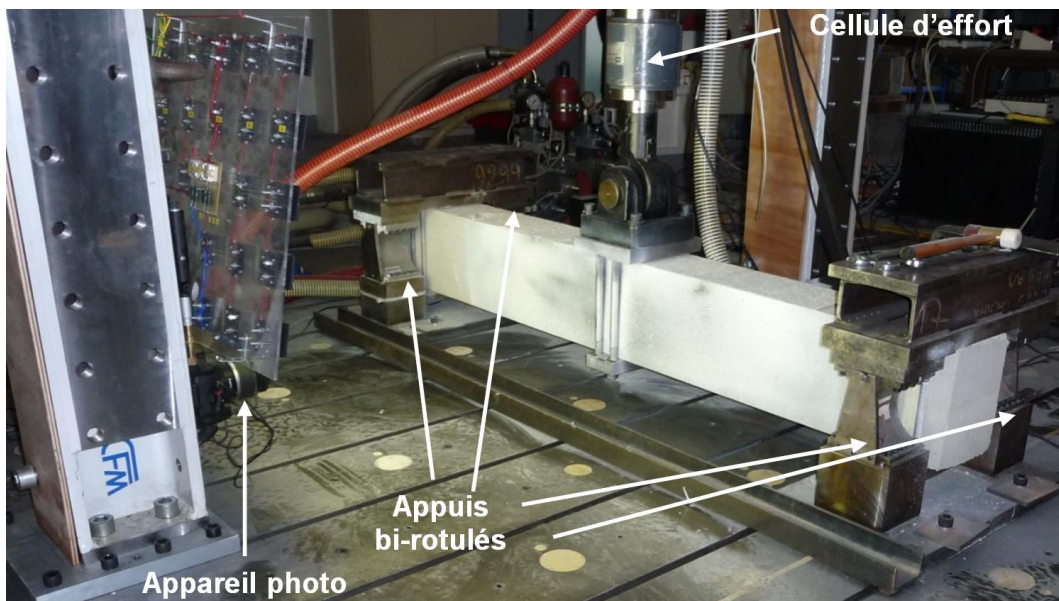
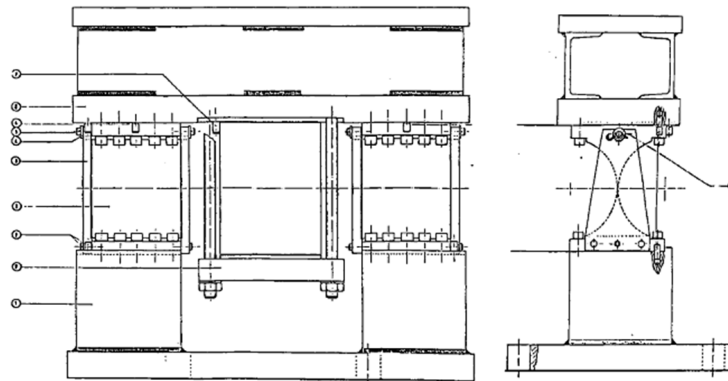


Figure 3.5: Descriptif du montage expérimental - LMT.

#### 2.2.1.1 Descriptif des appuis

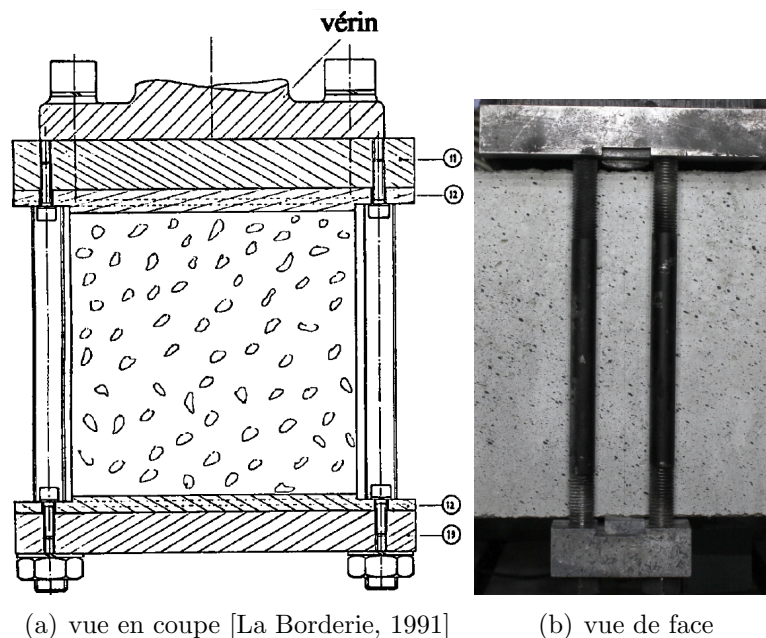
Les appuis doivent assurer une liaison de type rotule entre la poutre et la plateforme d'essais. De plus, l'essai étant de type flexion trois points alternée, cette liaison doit être assurée dans les deux sens de chargement. Ces objectifs ont été atteints lors de l'essai en flexion trois points sous chargements cycliques réalisé dans les travaux de La Borderie [La Borderie, 1991] et de Souid [Souid, 2008]. Dans ces travaux les appuis sont du type « liaison élastique » : le degré de liberté de la liaison est obtenu par déformation d'un élément, et non par glissement entre deux éléments comme sur les liaisons classiques. La liaison rotule présentée sur la figure 3.6 permet de faire l'hypothèse d'un appui de type pivot simple. La conception des liaisons pivots est présentée en détail dans la thèse de La Borderie [La Borderie, 1991]. La rotation maximale des appuis est de 0,2 radian, ceci afin de s'assurer du comportement élastique des appuis.



**Figure 3.6:** Descriptif des appuis d'après La Borderie [La Borderie, 1991].

### 2.2.1.2 Descriptif de la mâchoire d'application des efforts

La mâchoire d'application des efforts doit être capable de transmettre les efforts du vérin vers la poutre dans les deux sens de chargement. De plus, le contact entre la mâchoire et la poutre doit être linéique. Une telle mâchoire a été utilisée lors de l'essai en flexion trois points sous chargements cycliques réalisé dans les travaux de La Borderie [La Borderie, 1991] et de Souid [Souid, 2008]. Une représentation de la mâchoire est présentée sur la figure 3.7. Une description complète en est faite dans la thèse de La Borderie [La Borderie, 1991].



(a) vue en coupe [La Borderie, 1991]

(b) vue de face

**Figure 3.7:** Mâchoire d'application des efforts.

## 2.2.2 Instrumentation

Deux types d'instrumentations ont été utilisés lors de ces essais. D'une part des capteurs ont permis de connaître et de contrôler le comportement global des poutres. D'autre part des mesures de champs de déplacement ont été effectuées afin d'identifier et de quantifier les mécanismes liés à la fissuration du béton qui créent les dissipations générant de l'amortissement.

### 2.2.2.1 Mesures locales

Les déplacements à mi-travée sont mesurés à l'aide d'un capteur de déplacement à jauge (LVDT) de 20 mm de course. Ce dernier est situé sous la poutre et est en contact avec la mâchoire d'application des efforts comme présenté sur la figure 3.8. Les efforts appliqués à la structure sont mesurés à l'aide d'une cellule d'effort située au niveau du vérin et visible sur la figure 3.5.



**Figure 3.8:** Capteur de déplacement.

### 2.2.2.2 Mesures de champs

Les mesures de champs de déplacements donnant accès à la fissuration ont été effectuées à l'aide d'une méthode de Corrélation d'image numérique (CIN). Cette méthode permet de déterminer les champs de déplacement à partir d'une image numérique de référence [Hild et Roux, 2006]; [Hamam *et al.*, 2007]. Ces champs servent alors à étudier l'évolution de la fissuration au cours des essais et d'identifier les modes de ruptures. Ces méthodes peuvent aussi permettre de déterminer les paramètres des lois de comportement [Sutton *et al.*, 1983], [Raka, 2001], [Berthaud *et al.*, 2002], [Amiot *et al.*, 2007]. La zone étudiée d'une image est appelée la région d'intérêt (ROI). La CIN est utilisée ici sur des structures de génie civil de grandes dimensions. Ces ROI sont choisies afin d'étudier toutes les macro fissures apparaissant à la surface de l'éprouvette tout en ayant une résolution suffisante. Dans cette étude, nous avons utilisé un appareil photo Canon 60D. Cet appareil prend des photos d'une résolution de 3456 x 2304 pixels. Ceci permet d'étudier une zone longue de 56 cm soit plus d'un tiers de la distance entre appuis, comme présenté sur la figure 3.9. Cette ROI est couverte par une image de 3456 x 1230 pixels. Ceci correspond à

une résolution de 6,171 pixels/mm. La corrélation d'images est effectuée à l'aide du logiciel Corelli LMT [Hild, 2002]. Afin de réaliser ces mesures, un mouchetis a été appliqué sur la zone de mesure pour les différentes poutres. Il est constitué d'une couche blanche uniforme puis de la projection de tâches noires de tailles et de dispositions aléatoires; des tests avant l'essai permettent de valider le mouchetis. Des écarts qualitatifs peuvent cependant apparaître entre les différents mouchetis. De plus la corrélation d'images ne peut se faire que si l'état de surface de la ROI reste intacte. Si la texture initiale est altérée, par un écaillage de surface par exemple, la CIN ne peut être effectuée sur la zone altérée. Ce problème apparaît principalement pour les cycles de grandes intensités.

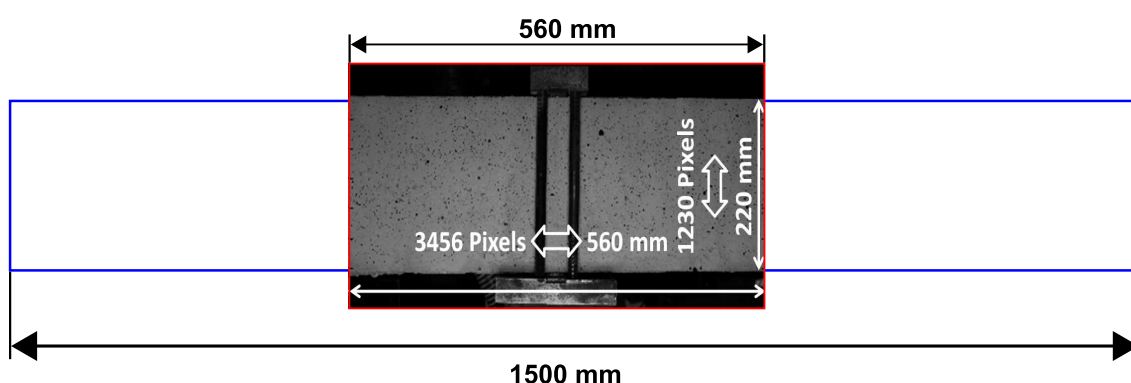


Figure 3.9: Descriptif de la ROI.

## 2.3 Descriptif des chargements

### 2.3.1 Moyen d'essai

Le chargement quasi-statique est appliqué par un vérin hydraulique MTS à joint de  $\pm 160$  kN via la mâchoire d'application des efforts. La course maximale du vérin est de  $\pm 170$  mm. La servovalve utilisée est de type MTS-MOOG, d'un débit 9,5 l/min. Le vérin est asservi en effort pour les premiers cycles puis en déplacement en mode externe par rapport au capteur de déplacement présenté dans la section 2.2.2.1. Le choix d'un pilotage en effort pour les bas niveaux s'explique par la volonté d'avoir un comportement symétrique ce qui facilite l'étude de l'amortissement visqueux équivalent. Pour les cycles d'intensité supérieure à 80% de l'effort à rupture théorique, le pilotage était effectué en déplacement afin de pouvoir réaliser des cycles incluant le plateau plastique. Pour chaque type de ferrailage, deux chargements différents ont été appliqués aux poutres.

### 2.3.2 Chargement L1

Le chargement L1 vise à étudier la dissipation de poutres saines que l'on vient progressivement endommager. Il est composé de plusieurs blocs de cycles. Le premier bloc génère un niveau d'endommagement limité. Puis, les blocs suivants créent des niveaux d'endommagements intermédiaires. Enfin les derniers blocs créent de fort niveau d'endommagement. Chaque bloc est divisé en 5 cycles : le cycle #1 crée le niveau d'endommagement souhaité, les cycles #2, #3 et #4 sont d'intensité croissante, respectivement  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{3}{3}$  du chargement nominal du bloc concerné, et permettent d'étudier les phénomènes hystérétiques se produisant dans la poutre. Le rôle du cycle #5 est de stabiliser le comportement de la structure. La figure 3.11 présente les cinq cycles d'un bloc.  $\lambda_b$  représente le facteur de charge maximum d'un bloc et  $\lambda$  le facteur de charge. Le chargement L1 est présenté sur la figure 3.10 et le tableau 3.6.

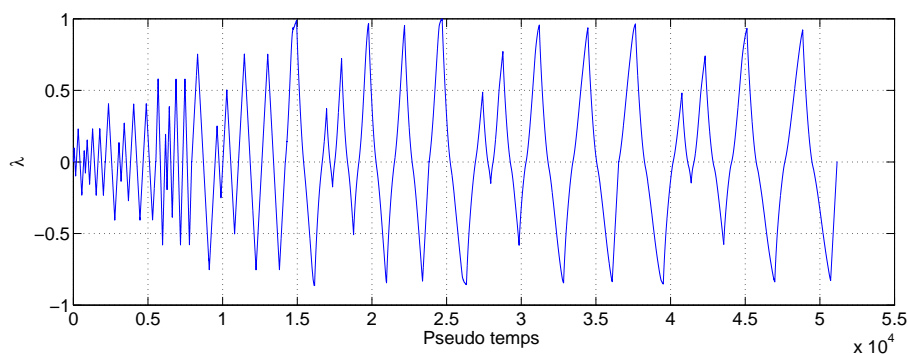


Figure 3.10: Descriptif du chargement L1.

Bloc	A	B	C	D	E	F	G
PHA8	8,4 kN	21 kN	30 kN				
PHA10	12 kN	21 kN	30 kN	39 kN	6 mm	8,1 mm	9,3 mm
PHA12	21 kN	33 kN	45 kN	57 kN	8,1 mm	9,3 mm	

Tableau 3.6: Intensité des blocs pour les poutres du chargement L1.

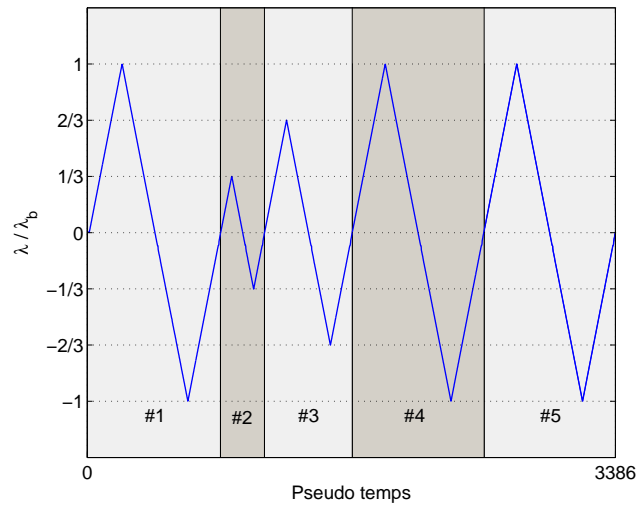


Figure 3.11: Descriptif d'un bloc du chargement L1.

### 2.3.3 Chargement L2

Le chargement L2 vise à étudier le comportement de structure endommagée. Il s'effectue donc en deux temps. Un premier bloc de trois cycles crée un niveau d'endommagement important et stabilise le comportement de la poutre. Puis, plusieurs blocs de 3 cycles sont appliqués, chaque bloc étant d'intensité croissante. Le chargement L2 est présenté figure 3.12 et tableau 3.7.

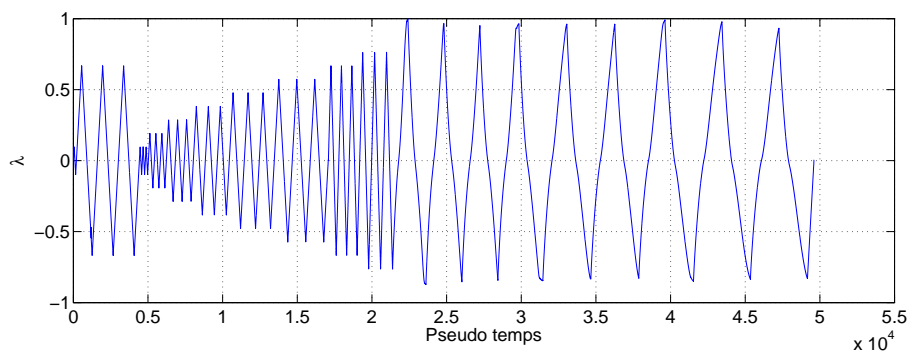


Figure 3.12: Descriptif du chargement L2.

Poutre	Intensité du premier bloc
PHA8	25 kN
PHA10	35 kN
PHA12	50 kN

Tableau 3.7: Intensité des cycles préfissurants pour les poutres du chargement L2.

### 3 Résultats expérimentaux

#### 3.1 Comportement global des poutres

##### 3.1.1 Influence du ferrailage sur la résistance globale

La figure 3.13 représente les courbes enveloppes de poutres testées. On note ainsi l'influence du taux de ferrailage sur l'effort à rupture, effort valant environ 30 kN pour les poutres présentant le plus faible taux de ferrailage (0,65 %) jusqu'à 60 kN pour les plus ferrillées (1,51 %). Les poutres ayant des taux de ferrailage identiques ont des courbes très similaires pour les taux de ferrillages usuels (1,05 % et 1,51 %). La courbe de la poutre PHA8L2 n'est pas présentée puisque aucun cycle de plasticité n'a été effectué sur cette poutre à cause de sa rupture préalable. On peut conclure de cette analyse que l'historique de chargement n'a pas d'influence sur l'effort maximum ni sur la capacité des poutres. Cela permet en premier lieu de vérifier la validité globale d'une modélisation numérique.

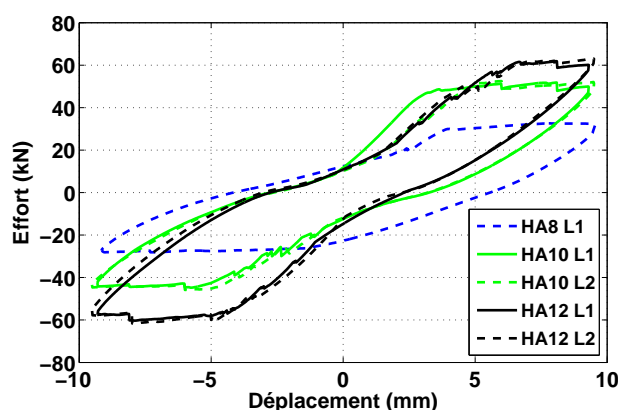
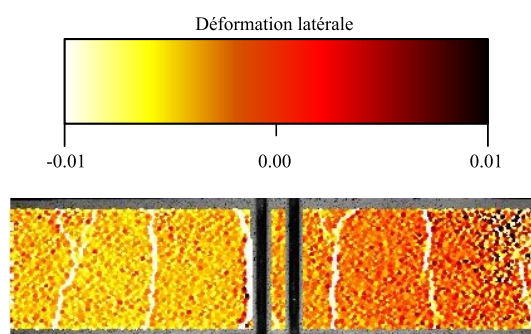


Figure 3.13: Courbes enveloppes des différentes poutres.

### 3.1.2 Courbes effort-déplacement

Le tableau 3.8 présente les courbes effort-déplacement de chacune des six poutres. Les poutres PHA8 ont été les premières testées. Il est à noter que la poutre PHA8L2 a atteint sa limite en capacité lors d'un cycle à 35 kN piloté en effort. Pour cette raison seuls les cycles précédents seront présentés ici. Chaque poutre présente un comportement quasi symétrique en fonction du sens de chargement. D'après les résultats expérimentaux trois phénomènes contribuent à dissiper de l'énergie. Il s'agit de la fissuration du béton, de la plastification des aciers et de l'interface acier béton. Durant les premiers cycles, une diminution de la raideur apparaît. Elle se produit progressivement pour le cas de charge L1. Pour le cas L2, cette diminution se produit essentiellement durant le premier bloc de cycle, la raideur restant ensuite quasiment constante pour tous les cycles d'intensités inférieures. La rigidité recommence à décroître lorsque les blocs suivants sont appliqués. Cette perte de raideur est due à la fissuration du béton. Pour les cycles d'intensités supérieures à celle du bloc pré-fissurant, les deux poutres présentent un comportement identique. Enfin lors des derniers cycles, les plateaux plastiques apparaissent. Ils correspondent à la plastification des aciers. Chaque poutre présente un effet de pincement important correspondant à une perte importante de raideur lorsque le déplacement change de sens. Un résultat obtenu grâce à la CIN est présenté sur la figure 3.14. Il est à noter que pour des sollicitations proches de 0 kN, les fissures sont ouvertes sur les deux côtés de la poutre. Cela peut se traduire à l'échelle de la structure par une rigidité de la poutre proche de zéro (tangente horizontale). Le même type d'observations peut être réalisé sur chaque poutre. Ceci peut expliquer le pincement observé pour les cycles présentant de hauts niveaux de sollicitations.



**Figure 3.14:** Déformation horizontale de la poutre PHA10L1 pour un effort nul durant le bloc E.



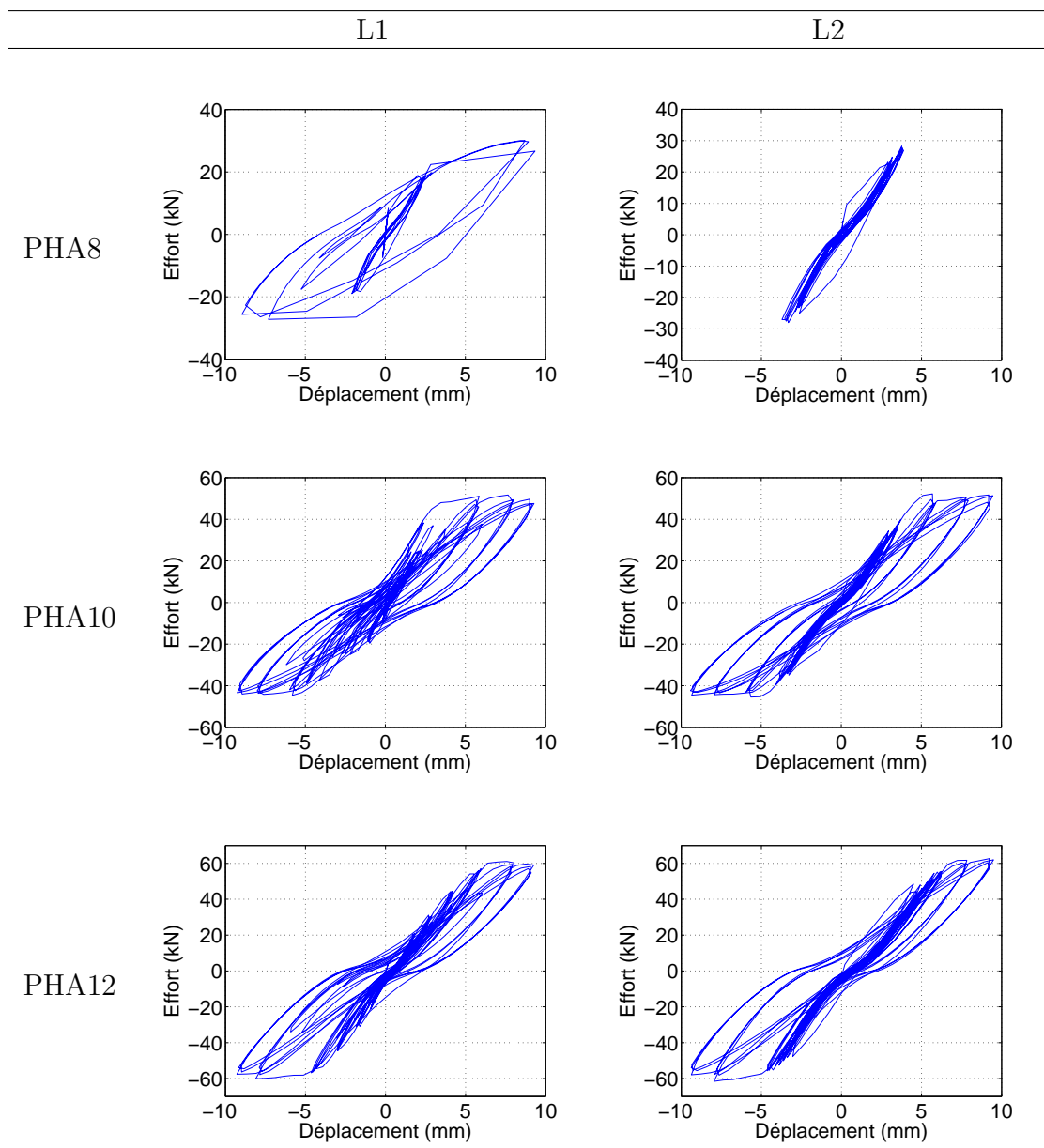


Tableau 3.8: Courbes efforts-déplacements des six poutres.

## 3.2 Étude de l'amortissement

Afin de quantifier l'énergie dissipée relative aux phénomènes hystérétiques et à la fissuration, l'amortissement de la structure a été calculé sous la forme du taux d'amortissement visqueux équivalent présenté dans la section 4.1.2 du chapitre 2. L'ensemble des valeurs d'amortissement visqueux équivalent obtenu est présenté en annexe A. Le tableau 3.9 présente l'évolution du taux d'amortissement visqueux équivalent en fonction de l'effort pour chaque poutre et chaque chargement.

### 3.2.1 Chargement 1

Pour le chargement L1, seule les cycles #2, #3 et #5 sont représentés. En effet, le cycle #1 crée l'endommagement, et par définition, aucun taux d'amortissement visqueux équivalent ne peut être calculé pour un tel cycle. Le cycle #4 n'est pas considéré car il ne présente pas un comportement stabilisé. Dans le cas des poutres PHA10 et PHA12, l'évolution du taux d'amortissement visqueux équivalent présente des tendances similaires. Il y a une diminution de ce taux durant les quatre premiers blocs. Il a été déterminé dans la section 3.1.2 que l'énergie dissipée relative à ces cycles dépendait de la fissuration du béton étant donné que l'acier ne plastifie pas. Enfin, le taux d'amortissement visqueux équivalent croît durant les deux derniers blocs, lors desquels la part de la dissipation due à la plastification des aciers devient majoritaire. Dans le cas de la poutre PHA8, aucune décroissance du taux d'amortissement visqueux équivalent n'est observable entre les deux premiers blocs. Il est à noter que le comportement de la poutre durant le premier bloc de chargement est quasi élastique. Cela explique les très faibles valeurs du taux d'amortissement visqueux équivalent. L'augmentation entre le deuxième et le troisième bloc correspond à l'apparition de la plastification des aciers. Il est aussi intéressant d'étudier le comportement de chaque bloc de cycle. Deux comportements différents apparaissent clairement. Pour les premier, deuxième et troisième blocs (sauf pour la poutre PHA8), le taux d'amortissement visqueux équivalent décroît tandis que l'effort augmente. Puis, pour les blocs suivants, le taux d'amortissement visqueux équivalent devient progressivement proportionnel à l'effort.

### 3.2.2 Chargement 2

Pour le chargement L2, seul le dernier cycle de chaque bloc est représenté. Les autres cycles ayant pour but de stabiliser le comportement des poutres BA ils ne sont pas considérés. Les blocs ayant un effort maximum supérieur à celui du bloc #1 ne sont pas considérés puisqu'il a été défini section 3.1.2 que le bloc #1 n'influe pas sur ces cycles. Les trois poutres présentent des comportements analogues. Le taux d'amortissement visqueux équivalent du bloc #2 est largement supérieur à celui du bloc #1. Puis, le taux d'amortissement visqueux équivalent décroît jusqu'à atteindre, lors du dernier bloc, une valeur égale à environ deux tiers de celle du bloc #1. Cette décroissance peut s'expliquer par l'usure des lèvres de fissures.

Trois phénomènes influençant le taux d'amortissement visqueux équivalent ont été déterminés. Il s'agit de la fissuration du béton, de l'usure des lèvres de fissures et de la plastification de l'acier. De plus il est important de noter l'influence du niveau de sollicitation sur le taux d'amortissement visqueux équivalent pour un niveau d'endommagement donné. Enfin il est à noter que pour un pourcentage d'effort donné l'endommagement sera plus important si la poutre est faiblement ferrillée.

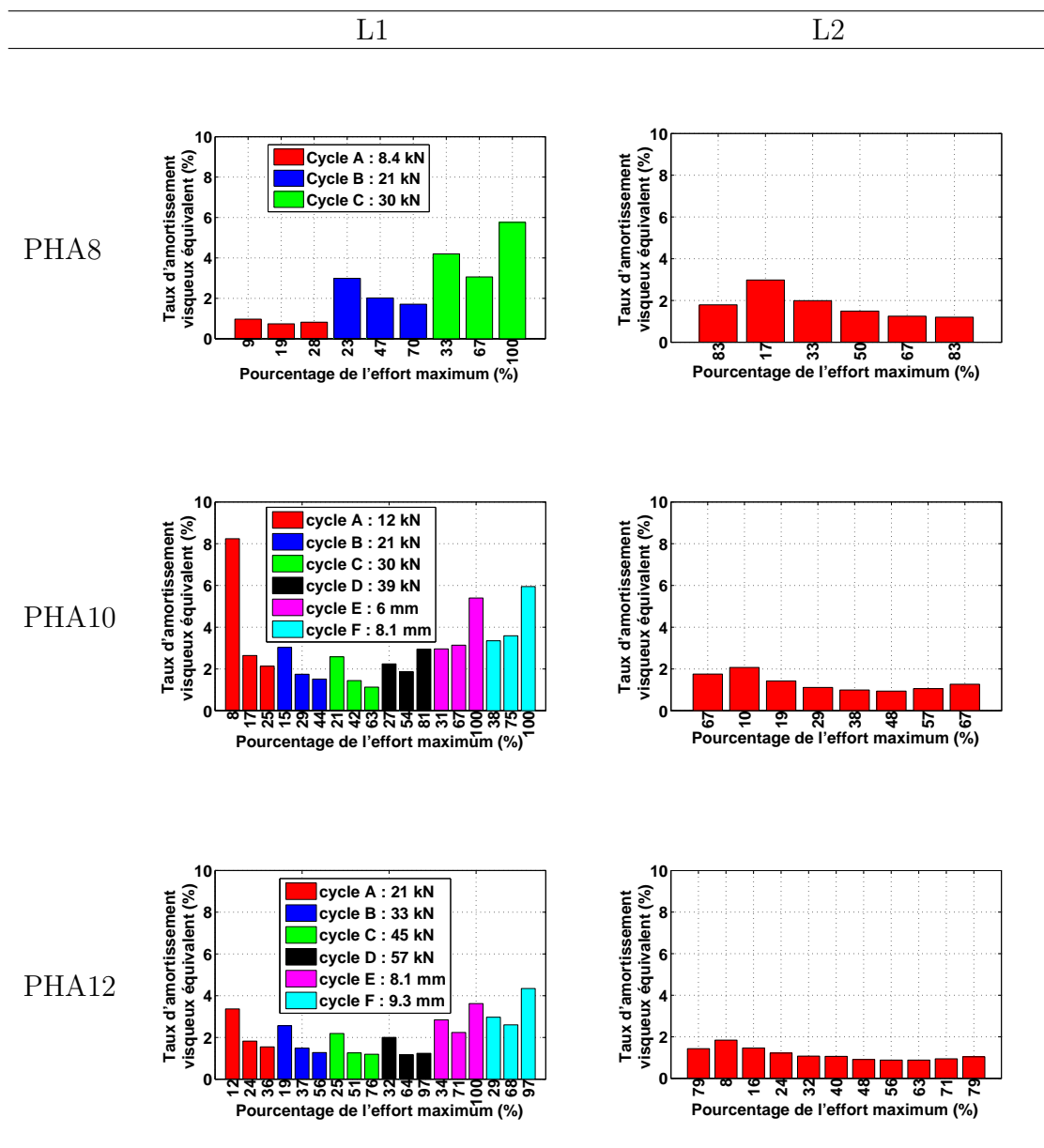

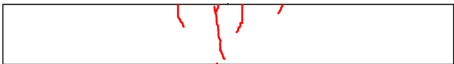



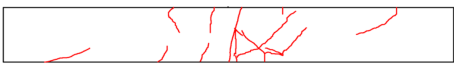


Tableau 3.9: Évolution du taux d'amortissement visqueux équivalent pour les six poutres.

### 3.3 Étude de la fissuration

#### 3.3.1 Présentation des faciès de fissuration à la fin des essais

Le tableau 3.10 montre l'influence du taux de ferrailage sur le faciès de fissuration à la fin des essais. Ces figures présentent une cartographie de la fissuration. Aucune conclusion sur la largeur des fissures ne peuvent être tirées de ces résultats. Plus la poutre est ferrillée plus les aciers longitudinaux reprennent une partie importante des efforts appliqués aux poutres ce qui a pour effet de répartir les contraintes sur une zone plus large et donc de provoquer de la multi-fissuration. Il est également important de noter la différence d'orientation des fissures. Les poutres peu ferrillées présentent des fissures verticales peu nombreuses. Plus le taux de ferrailage augmente, plus les fissures deviennent nombreuses. Plus ces fissures sont éloignées du milieu de la poutre plus elles sont diagonales à cause du cisaillement. Il est à noter que les deux fissures diagonales qui apparaissent près des appuis sur la poutre PHA12L2 sont en dehors de la ROI de la CIN.

	L1	L2
PHA8		
PHA10		
PHA12		

**Tableau 3.10:** Faciès de fissuration à la fin des essais des six poutres.

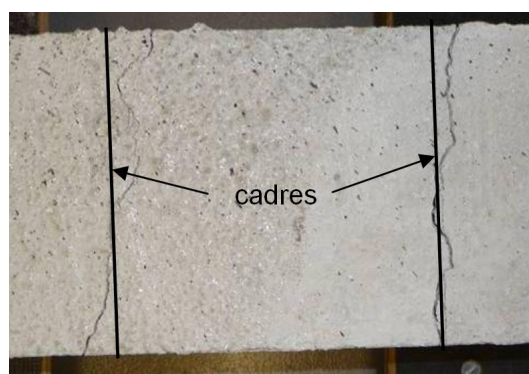
#### 3.3.2 Étude de l'état de fissuration

Une photographie a été prise à chaque pic en déplacement de chaque cycle de chaque poutre testée. De plus pour certains cycles de fort niveau (supérieur à 80% de l'effort maximum) une photographie était prise toutes les 10 secondes, soit environ vingt images pic à pic afin de regarder l'évolution de la fissuration au cours d'un cycle. La mâchoire d'application des efforts masque une partie de la ROI et on ne peut donc pas suivre l'évolution des fissures à ce niveau. Les fissures apparaissant généralement au niveau des cadres, ces derniers ont été placés de manière à éviter l'apparition de fissures dans cette zone. Dans cette section nous allons visualiser

l'évolution des champs de déformation horizontale des poutres. Les zones grises et blanches visibles sur les bords de certaines images représentent des zones où la corrélation d'images n'a pas donné de résultats.

### 3.3.2.1 État de fissuration des différentes poutres

**PHA8L1** : Quatre fissures sont présentes sur cette poutre, comme nous pouvons le voir dans le tableau 3.11, et cela quel que soit le sens de la sollicitation. Ces fissures sont verticales et apparaissent à intervalles réguliers. Une étude de la poutre après l'essai a permis de confirmer que les fissures apparaissaient bien au niveau des cadres, comme on peut le voir figure 3.15. Des problèmes sont apparus lors du cycle suivant (limite en déplacement atteinte), qui ont coupé la prise de vue. Nous ne disposons donc pas d'information fiable pour le cycle à 30 kN.



**Figure 3.15:** Influence des cadres sur la fissuration.

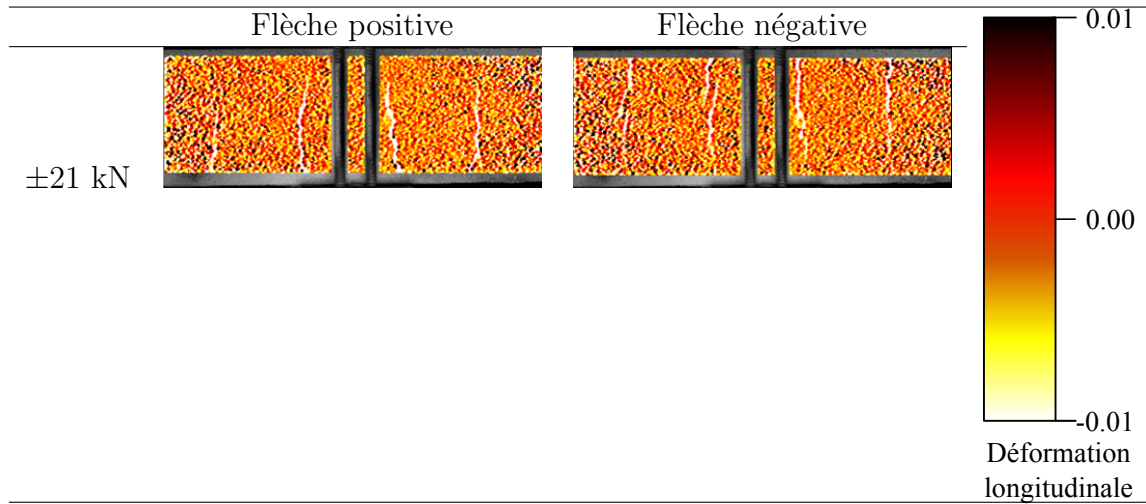
**PHA8L2** : On retrouve bien dans le tableau 3.12 les quatre fissures présentes sur la poutre précédente. Cependant, la fissure la plus à gauche sur le cycle +25 kN est diagonale. Lors du cycle à 30 kN, d'autres fissures ont tendance à devenir diagonales et ce quel que soit le sens de la sollicitation.

**PHA10L1** : les résultats de la corrélation d'images, présentés dans le tableau 3.13, sont de qualité inférieure à ceux des autres essais à cause d'un mouchetis moins performant. On identifie quand même bien quatre fissures verticales, et cela quel que soit le niveau de sollicitation.

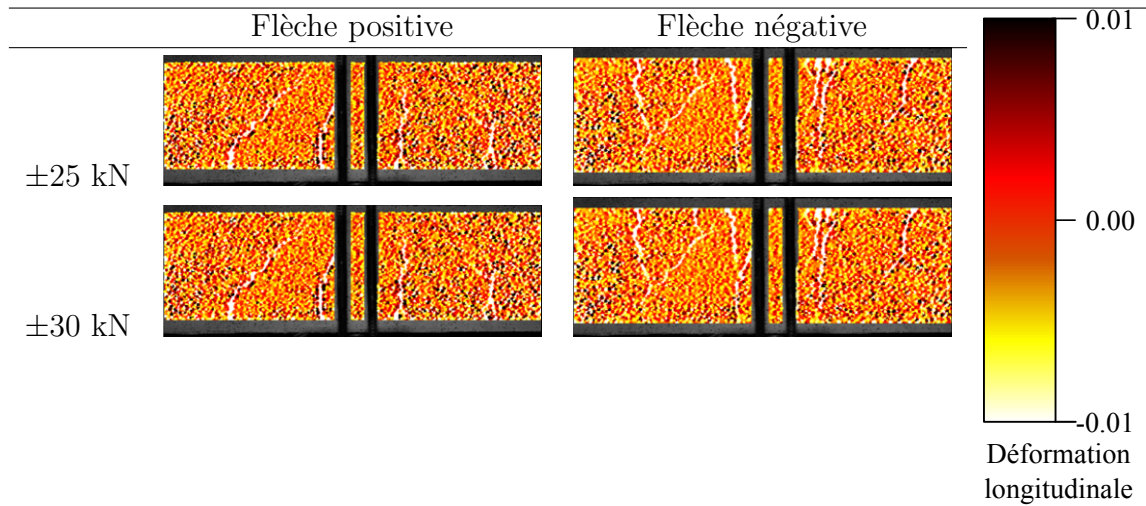
**PHA10L2** : le tableau 3.14 montre qu'un grand nombre de fissures apparaît lors du premier cycle à 50 kN. Ces fissures se ré-ouvrent lors des cycles suivants, d'intensité inférieure, mais sans se propager davantage. Les faciès des deux cycles à 50 kN sont assez proches malgré des historiques de chargements différents, la seconde photo correspondant au 34<sup>e</sup> cycle subi par la poutre. Enfin, il est à noter que plus l'intensité augmente, plus les fissures deviennent obliques.

**PHA12L1** : on observe dans le tableau 3.15, que lors des niveaux de chargement, inférieur à 45 kN, quatre fissures verticales sont visibles. Ces fissures deviennent diagonales et se rejoignent à mesure que le niveau de sollicitation augmente.

**PHA12L2** : d'après le tableau 3.16, quatre fissures sont visibles à tous les niveaux de chargement. Comme pour les autres poutres, elles ont tendance à devenir obliques et à coalescer quand le niveau de chargement augmente.



**Tableau 3.11:** Cartographie de la fissuration - poutre PHA8L1.



**Tableau 3.12:** Cartographie de la fissuration - poutre PHA8L2.

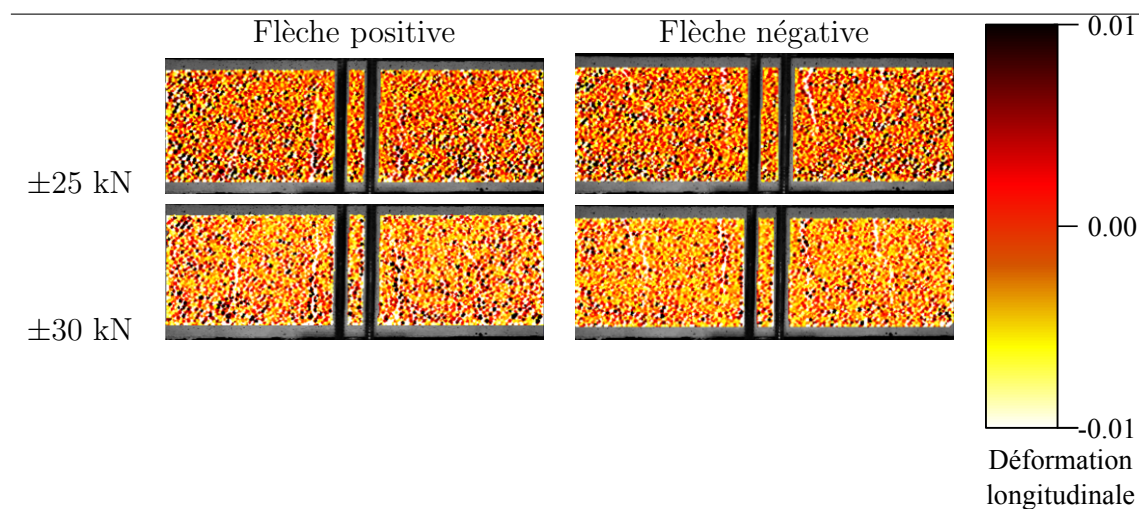


Tableau 3.13: Cartographie de la fissuration - poutre PHA10L1.

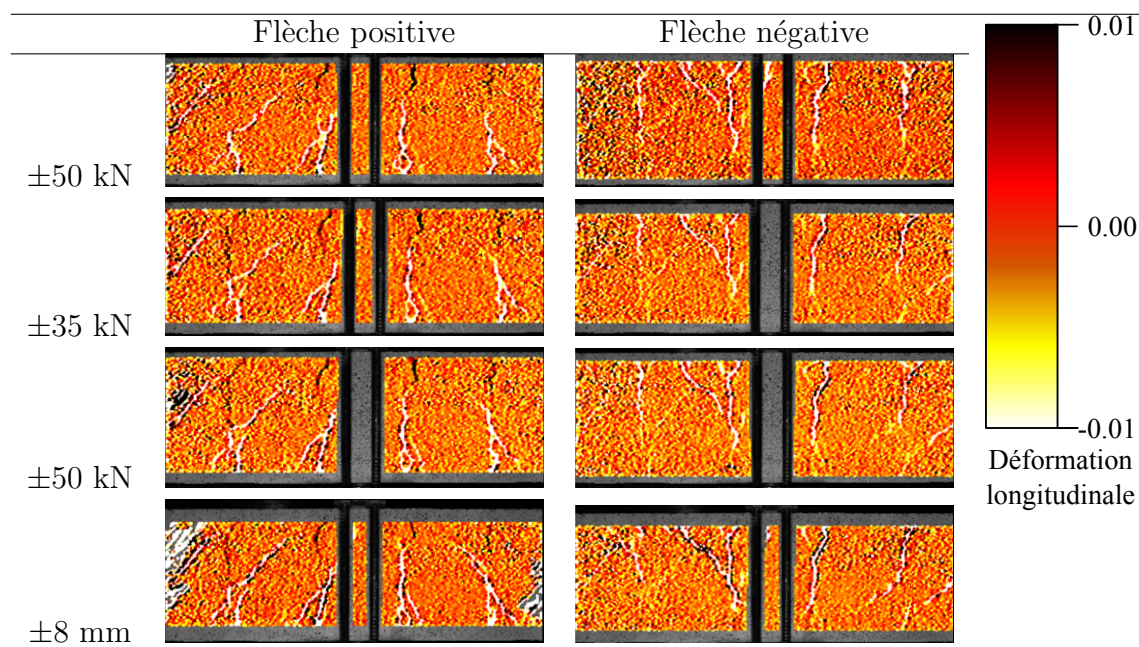
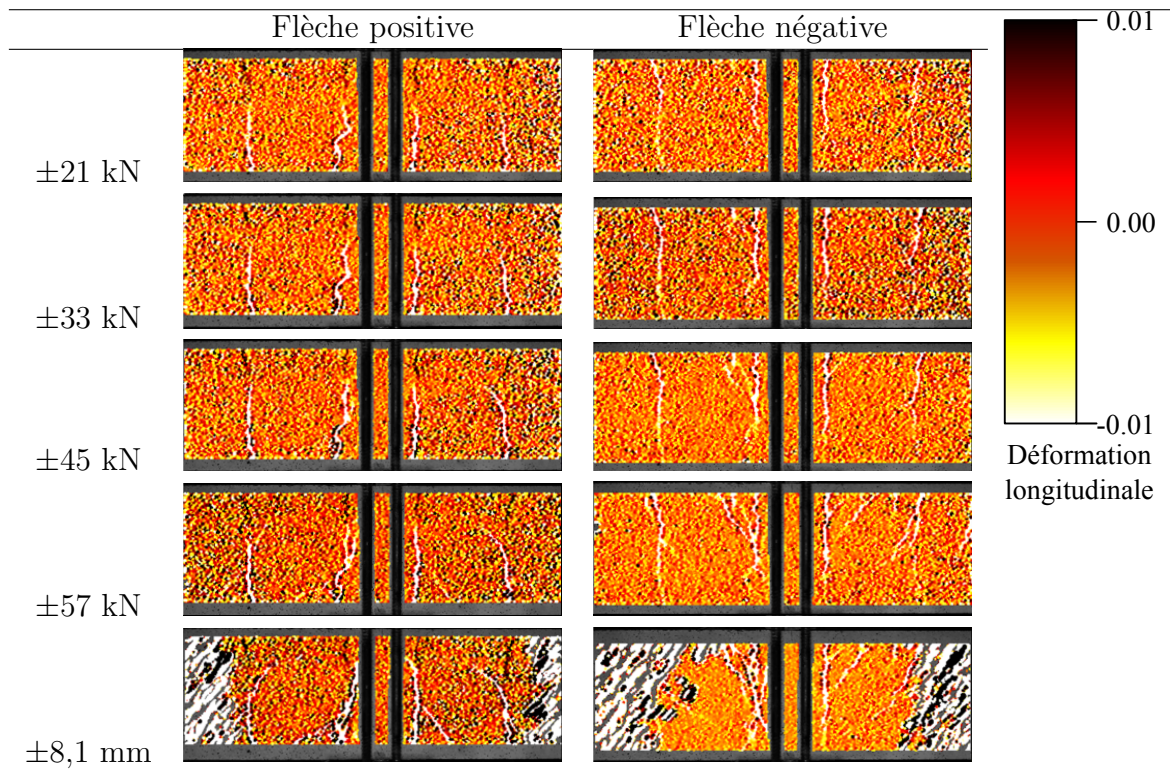
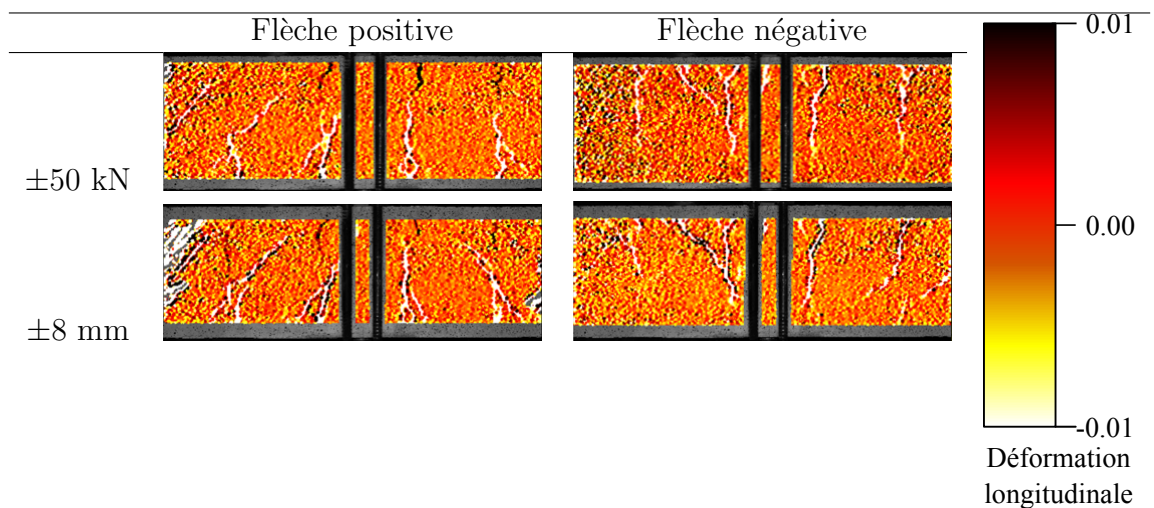


Tableau 3.14: Cartographie de la fissuration - poutre PHA10L2.



**Tableau 3.15:** Cartographie de la fissuration - poutre PHA12L1.



**Tableau 3.16:** Cartographie de la fissuration - poutre PHA12L2.



### 3.3.2.2 Bilan

L'étude de l'évolution de la fissuration au cours des essais pour les différentes poutres permet d'établir des tendances similaires entre les poutres. Tout d'abord on observe sur toutes les poutres que les fissures principales sont situées au niveau des cadres. Ceci est en accord avec les résultats obtenus lors des projets de l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) Comportement et Évaluation des Ouvrages Spéciaux Fissuration Retrait (CEOS.fr) et Maîtrise durable de la Fissuration des InfraStructures en béton (MEFISTO) [ECN05, 2005], [Richard *et al.*, 2010], [Sellier *et al.*, 2013]. Toutes les fissures se créent avec une propagation verticale. Plus l'intensité des cycles augmente plus des fissures apparaissent loin du milieu de la poutre. Ces fissures sont diagonales à cause du cisaillement. Ceci s'explique par la présence de l'acier qui reprend une partie des efforts et modifie les contraintes dans le béton et limite le développement de la fissure centrale que l'on observe sur les HA8. Enfin il est à noter que les faciès de fissuration sont assez comparables suivant les deux sens de chargement.

## 3.4 Étude de l'endommagement structural

La corrélation d'image effectuée lors des essais permet un découpage de la ROI en un tableau de taille  $54 \times 227$  éléments. Chaque élément est défini par sa position  $(m, n)$  suivant l'axe horizontal U et vertical V. A chaque élément est associée une déformation horizontale  $\varepsilon^U(m, n)$  et verticale  $\varepsilon^V(m, n)$ , ainsi qu'un déplacement horizontal  $u(m, n)$  et vertical  $v(m, n)$ . A partir des résultats obtenus, l'aire fissurée a pu être calculée pour chaque extremum de chaque cycle de chaque poutre. La figure 3.16 illustre le type de résultat obtenu. A partir de ces résultats, une aire totale fissurée a été calculée, avec l'hypothèse que dans chaque élément la fissure est soit droite soit inclinée à  $\frac{\pi}{4}$  rad., à l'aide de l'algorithme 1. Dans lequel  $U_{macro}$  est le déplacement à partir duquel on considère qu'il y a une macro-fissure,  $U_{pointe}$  est le déplacement à partir duquel on considère avoir atteint la pointe de la fissure et  $h$  est la taille d'un élément.  $Ori(m, n)$  représente l'orientation de la fissure.  $A_m$  est l'aire de la macro fissure traitée et  $A_{tot}$  l'aire fissurée de la ROI. Le choix de  $U_{macro}$  est important puisqu'il conditionnera le nombre de fissures traitées. Il est d'ailleurs encore sujet à débat dans la littérature [Tahenni, 2006], cependant on considère généralement une fissure comme étant ouverte si elle est visible à l'oeil nu, ce qui correspond à une ouverture de l'ordre du dixième de millimètre [Neville, 2000]. C'est pourquoi dans cette étude  $U_{macro}$  vaut 0,1 mm. Avec cette valeur, un nombre de fissures conforme à celui observé dans la section 3.3 a été détecté.  $U_{pointe}$  vaut 0,4  $\mu\text{m}$ , ce qui correspond à la précision de la CIN. Le choix de cette valeur est moins discriminant puisque les aires proches de la pointe des fissures sont très faibles. La détection des macro fissures se fait à partir du deuxième élément afin d'éviter les effets de bord. La méthode de corrélation d'image revient à étudier le déplacement d'un point de la ROI entre l'image de référence et l'image corrélée. Les points situés près des bords sortent parfois de la ROI, ce qui empêche la résolution numérique.

Détection du sens de chargement;  
**Pour** chaque élément de la deuxième ligne du tableau **faire**  
  **Si**  $u(m, 2) > U_{macro}$  **alors**  
    il y a une macro fissure;  
     $A_m = u(m, 2)h$ ;  
     $j = 2$ ;  
    **Tant que**  $u(m, 2) > u_{pointe}$ , la pointe de fissure n'est pas atteinte **faire**  
      Recherche de l'orientation de la fissure;  
       $Ori(m, j) = \max(u(m-1, n+1), u(m, n+1), u(m+1, n+1))$ ;  
      **Si**  $Ori(m, j) = u_{m-1, j+1}$  **alors**  
        La fissure est diagonale et va vers la gauche;  
         $A_m = A_m + \frac{u(m-1, n+1)}{\cos(\frac{\pi}{4})}h + \frac{v(m-1, n+1)}{\cos(\frac{\pi}{4})}h$ ;  
      **finsi**  
      **Si**  $Ori(m, n) = u(m, n+1)$  **alors**  
        La fissure est verticale;  
         $A_i = A_m + u(m, n+1)h$ ;  
      **finsi**  
      **Si**  $Ori(m, j) = u(m+1, n+1)$  **alors**  
        La fissure est diagonale et va vers la droite;  
         $A_m = A_i + u(m, n+1)h$ ;  
      **finsi**  
       $n = n + 1$ ;  
    **fintantque**  
  **finsi**  
**finpour**  
 $A_{tot} = \sum_{m=1}^{227} A_m$ ;

**Algorithme 1:** Calcul de l'aire fissurée

Une comparaison avec l'aire de la zone d'étude a permis de déterminer un indice d'endommagement correspondant au pourcentage d'aire fissurée. Ce type d'étude a été réalisé pour différents niveaux de chargement des six poutres. L'étude portant sur la fissuration du béton aucun cycle d'intensité supérieure à 80% de l'effort à rupture n'a été traité. Ceci a permis d'établir un indice d'endommagement structural caractérisé par une relation entre le pourcentage d'effort maximum et le pourcentage d'aire fissurée pour chaque poutre et chaque chargement. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 3.17. L'analyse de ces courbes montre que moins la poutre sera ferraillée, plus l'aire fissurée sera importante pour un pourcentage d'effort maximum donné. La deuxième conclusion qui ressort de ces courbes est que les poutres du chargement L1 présentent toutes une aire fissurée très supérieure à celle du chargement L2. Le premier cycle fissurant créant un réseau de fissure qui n'évolue que peu ensuite semble réduire la taille totale d'aire fissurée pour un niveau d'endommagement donné. Les allures des courbes sont similaires pour les deux

sens de chargement. Cependant, on note des aires fissurées environ deux fois plus importantes dans le sens 1. Ce sens était le premier appliqué pour chaque cycle de chaque poutre.

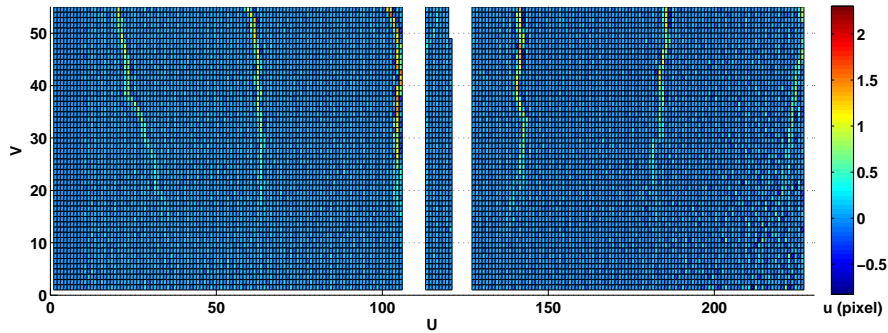


Figure 3.16: Exemple de cartographie obtenu avec la corrélation d'image : déplacement horizontal - poutre PHA10L2 - 40 kN - sens 1.

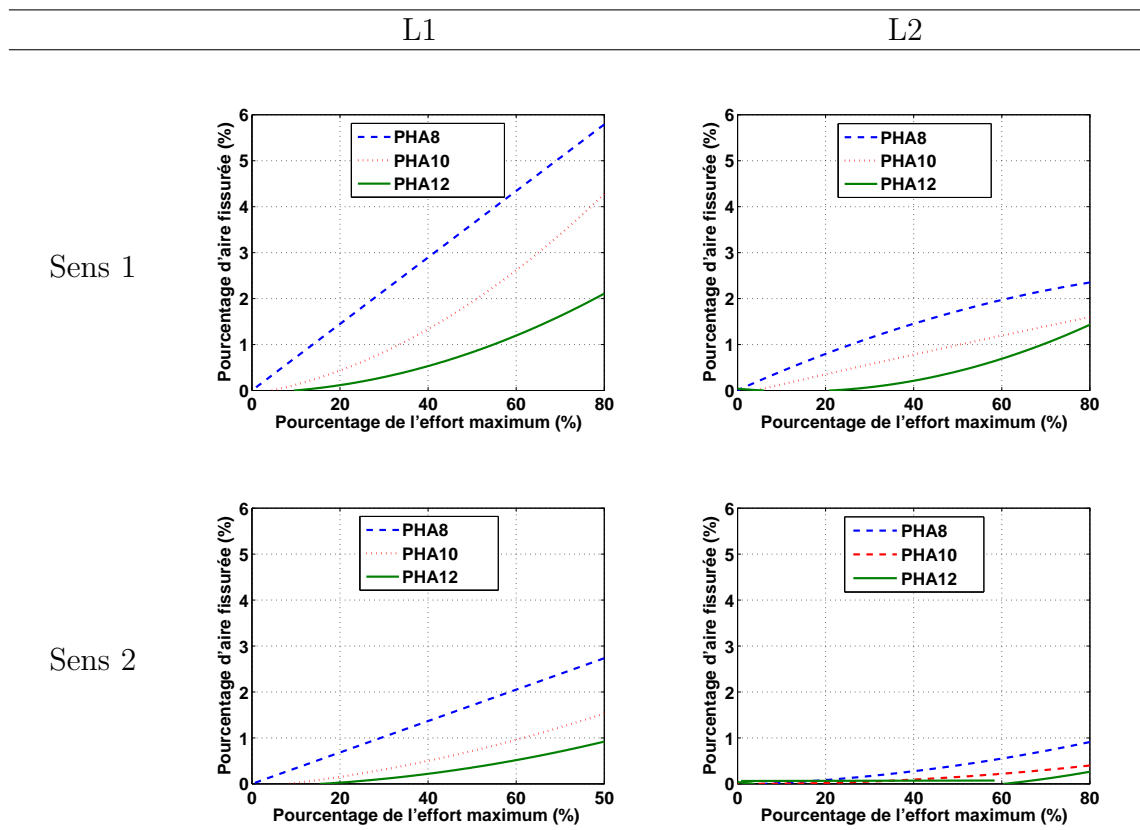


Tableau 3.17: Évolution de l'endommagement des six poutres.

## 4 Conclusions

Dans la section 2, nous avons défini une campagne expérimentale. L'objectif de cette campagne était d'enrichir la base de données expérimentales relatives à la dissipation d'énergie dans des éléments de structure en béton armé soumis à un chargement de flexion. L'étude de l'état de l'art présenté dans la section 4.1.2 du chapitre 2 a montré la pertinence de réaliser une campagne d'essais quasi-statiques de flexion trois points. Plus particulièrement, cette étude a identifié un manque de données expérimentales concernant la dissipation d'énergie dans des éléments de structure en béton armé pré-endommagés. La connaissance de la dissipation d'énergie d'éléments pré-fissurés étant d'une importance majeure, notre choix s'est porté sur une comparaison entre le comportement d'éléments de structure sains et pré-endommagés. En effet lors d'un séisme la structure va s'endommager dès le début de la phase forte puis continuera à être sollicitée par des accélérations d'intensités variantes. Ces connaissances sont également d'une importance si l'on considère l'éventualité de réplique ou de séisme ultérieur. De plus, les travaux de [Salzmann, 2002] ayant montré la dépendance de l'amortissement au taux de ferrailage longitudinal nous avons décidé d'étudier également ce phénomène. C'est pourquoi la campagne d'essais a été constituée de six poutres présentant trois taux de renforcement longitudinaux différents (0,67%, 1,05% et 1,51%) et deux chargements distincts (avec ou sans pré-fissuration). Afin d'étudier les mécanismes locaux générant la dissipation d'énergie au sein du béton, des techniques de mesure de champs de déplacement et de déformation par corrélation d'images ont été réalisées.

L'analyse des résultats de cette campagne permet de tirer plusieurs conclusions. D'abord les résultats montrent l'influence du taux de ferrailage sur le faciès de fissuration, ce qui est conforme aux résultats présents dans la littérature. Les poutres peu ferrillées présentant une fissuration très localisée, les poutres plus fortement ferrillées présentant une fissuration plus diffuse. De plus on constate que le taux d'amortissement visqueux équivalent dépend du taux de ferrailage. Plus la poutre est ferrillée plus le taux d'amortissement est bas. Ce qui est conforme avec les résultats de l'étude de l'aire fissurée qui montrent que pour un endommagement donné, plus la poutre est ferrillée plus le taux d'amortissement est bas. Il est également important de noter l'influence de l'historique de chargement sur l'amortissement. En effet, les poutres ayant subi des cycles de pré-fissuration présentent des taux d'amortissement plus faible que les autres poutres, ce qui peut s'expliquer par une usure des lèvres de fissures dûe aux cycles de pré-fissuration. De plus cette étude a montré l'influence du niveau de sollicitation sur le taux d'amortissement visqueux équivalent pour un niveau d'endommagement donné. Enfin l'analyse des champs de déplacement permet de conclure que l'aire fissurée est supérieure sur un élément de structure faiblement ferrillé, que sur un élément plus fortement renforcé, et ce, quel que soit le type de chargement. L'ensemble de ces conclusions est synthétisé dans le tableau 3.18.

Fort de ces conclusions, l'étude va à présent porter sur la manière de modéliser de

---

manière physique, l'amortissement dû à la fissuration du béton dans ce type d'essais. En particulier, sur la manière de modéliser, au sein des lois de comportement, la dissipation due aux effets hystérétiques.

	L1 : Elements sains	L2 : Elements pré-endommagés
Raideur	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Perte progressive</b> de raideur pour chaque bloc</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Perte brutale</b> de raideur durant le cycle pré-fissurant puis raideur constante</li> </ul>
Effort maximum	<ul style="list-style-type: none"> <li>- PHA8L1 : 28kN</li> <li>- PHA10L1 : 47kN</li> <li>- PHA12L1 : 61kN</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- PHA8L2 : 28kN</li> <li>- PHA10L2 : 46kN</li> <li>- PHA12L2 : 62kN</li> </ul>
Amortissement	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Décroissance</b> durant la phase de <b>fissuration</b> du béton</li> <li>- <b>Augmentation</b> durant la phase <b>plastique</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Décroissance</b> durant la phase de <b>fissuration</b> du béton</li> <li>- Amortissement du cycle pré-fissurant supérieur de 50% à celui d'un cycle de même intensité à la fin de l'essai</li> </ul>
Fissuration	<ul style="list-style-type: none"> <li>- PHA8L1 : Fissuration <b>localisée</b></li> <li>- PHA10L1 : Fissuration <b>diffuse</b></li> <li>- PHA12L1 : Fissuration <b>diffuse et diagonale</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- PHA8L2 : Fissuration <b>localisée</b></li> <li>- PHA10L2 : Fissuration <b>diffuse</b></li> <li>- PHA12L2 : Fissuration <b>diffuse et diagonale</b></li> </ul>
Endommagement	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Proportionnel au ratio d'<b>effort maximum</b></li> <li>- <b>Moins</b> une poutre est <b>ferrailée plus l'endommagement est important</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>Proportionnel</b> au ratio d'<b>effort maximum</b></li> <li>- Moins une poutre est <b>ferrailée plus l'endommagement est important</b></li> <li>- Les niveaux d'endommagement sont <b>inférieurs</b> à ceux du chargement <b>L1</b></li> </ul>

**Tableau 3.18:** Enseignements de la campagne d'essais de flexion 3 points alternés.

# Chapitre 4

## Réflexion sur les schémas d'hystérèses

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>92</b>
<b>2</b>	<b>Description de la modélisation</b> . . . . .	<b>93</b>
2.1	Discrétisation éléments finis . . . . .	93
2.2	Lois de comportement béton . . . . .	94
2.3	Loi de comportement Acier . . . . .	102
<b>3</b>	<b>Résultats numériques</b> . . . . .	<b>105</b>
3.1	Comportement global . . . . .	105
3.2	Énergie dissipée cumulée . . . . .	111
3.3	Amortissement . . . . .	113
3.4	Bilan . . . . .	115
<b>4</b>	<b>Vers une diminution de l'amortissement global forfaitaire</b> .	<b>115</b>
4.1	Objectifs des essais numériques . . . . .	115
4.2	Étude temporelle . . . . .	116
4.3	Étude fréquentielle . . . . .	116
4.4	Bilan . . . . .	117
<b>5</b>	<b>Conclusions</b> . . . . .	<b>118</b>

---

# 1 Introduction

La campagne expérimentale explicitée dans le chapitre 3 a permis de quantifier les dissipations d'énergie se produisant dans les éléments de structure en béton armé de type poutre soumis à un chargement quasi statique de flexion. L'intérêt de cette étude va maintenant se porter sur la façon de modéliser leur comportement afin d'obtenir des résultats pertinents non seulement à l'égard du comportement global de l'élément de structure mais également en termes de dissipation. Pour cela, il est nécessaire de déterminer des lois de comportement permettant de modéliser correctement les phénomènes dissipatifs. Nous nous intéresserons en particulier à la détermination d'une loi de comportement appropriée pour le béton. L'étude des mécanismes générant de l'amortissement dans le béton réalisée dans la section 4.1.1 du chapitre 2 a montré qu'il était nécessaire de prendre en compte de nombreux mécanismes tels que le comportement post pic adoucissant en traction [Terrien, 1980], l'effet unilatéral [Yankelevsky et Reinhardt, 1989] ou le comportement ductile adoucissant en compression [Kupfer *et al.*, 1969]. Il est de plus ressorti de cette étude qu'une attention particulière devait être portée au schéma hystérétique [Nouialletas *et al.*, 2011], [Vassaux *et al.*, 2013]. Il est encore aujourd'hui difficile de déterminer un schéma hystérétique adapté à la modélisation des dissipations. L'objectif de ce chapitre est de modéliser de manière physique la part de l'amortissement généré par le frottement interne [Crambuer *et al.*, 2013]. C'est pourquoi, dans ce chapitre, nous nous intéresserons à comparer les résultats obtenus à l'aide de schémas hystériques différents afin de déterminer le plus adapté.

Pour atteindre cet objectif, ce chapitre est divisé en quatre parties. En premier lieu, les choix de modélisation seront présentés et justifiés. En second lieu, les différentes lois de comportement béton seront présentées. Ces modèles présentent un comportement proche mais différent fortement au niveau de leurs schémas hystériques. Ces lois de comportement seront alors calibrées à l'aide des essais matériaux réalisés lors de la campagne expérimentale et présentés dans la section 2.1.3 du chapitre 3. En troisième lieu, des comparaisons sont effectuées entre les résultats expérimentaux et les différentes modélisations. Ces comparaisons s'intéresseront à trois paramètres. Tout d'abord, les relations efforts/déplacements à mi-travée afin d'étudier la capacité des différents modèles à représenter le comportement global de la structure. Puis, les dissipations d'énergies et les taux d'amortissement visqueux équivalent des différents modèles afin de déterminer s'ils sont capables de modéliser les dissipations d'énergies de manière réaliste. En dernier lieu, une campagne d'essais numériques de lâché sera présentée. Le but de cette étude est de valider sur des simulations dynamiques les conclusions apportées par les études quasi statiques et ainsi de montrer que la prise en compte des dissipations au niveau des lois de comportement permet de s'affranchir, au moins en partie, de la part de l'amortissement forfaitaire global lié aux sources internes. Pour ce faire, les résultats obtenus à l'aide des différents modèles seront comparés à ceux obtenus à l'aide d'une loi de comportement linéaire couplée à une matrice d'amortissement global forfaitaire



classique de Rayleigh. Deux types de résultats seront étudiés. D'une part, l'évolution de l'effort au cours du temps et, d'autre part, les spectres de déplacements, ainsi il sera possible comparer les modèles en fonction de l'amplitude et de la décroissance des déplacements ainsi que de leurs fréquences. Pour finir, un bilan de l'influence du schéma hystérétique sur la capacité des modèle à prendre en compte l'amortissement de manière physique est présenté.

## 2 Description de la modélisation

### 2.1 Discrétisation éléments finis

#### 2.1.1 Discrétisation spatiale

L'étude du benchmark SMART 2008 réalisée dans le chapitre 2 a montré qu'une modélisation se servant des éléments multifibres permettait l'utilisation de lois de comportement fines tout en limitant les temps de calcul. De plus, il a été montré que ce type de modélisation est particulièrement adapté à la modélisation d'éléments en flexion. C'est pourquoi les modélisations réalisées dans ce chapitre sont constituées d'éléments multifibres de Timoshenko. Pour des raisons de symétrie, seulement la moitié de la poutre a été discrétisée. Le maillage éléments finis est présenté sur la figure 4.1. Il est à noter que le maillage n'est constitué que d'un élément dans l'épaisseur. Ce choix est justifié par le fait que cette étude ne s'intéresse pas au comportement hors plan. Le maillage est constitué de 12 éléments poutre. Chaque section transversale de poutre est discrétisée en 8 éléments béton à 4 nœuds et 4 éléments acier à 1 nœud.

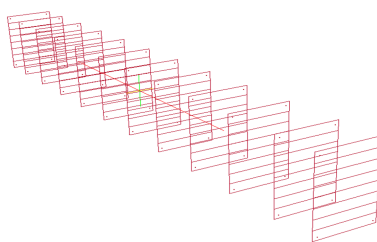
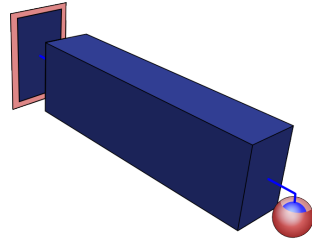


Figure 4.1: Maillage multifibres d'une demi poutre.

#### 2.1.2 Conditions aux limites

Expérimentalement les poutres étaient glissées dans des appuis bi rotulés. Ceci revenait à des liaisons de type appui simple aux deux extrémités de la poutre et dans les deux sens de chargements. Dans une représentation multifibre ceci revient à bloquer les déplacements du point situé à l'extrémité de la poutre. Seul une demi poutre étant modélisée, des blocages étaient appliqués au noeud situé à l'autre extrémité de

la poutre afin de respecter les conditions de symétrie, comme on peut le voir sur la figure 4.2. Les déplacements hors plans quant à eux, étaient bloqués en chaque point de la poutre. L'intégralité des chargements se faisaient en imposant un déplacement aux noeud situé à mi-travée.



**Figure 4.2:** Schématisation des conditions limites - Chargement positif.

## 2.2 Lois de comportement béton

### 2.2.1 Motivation

Afin d'étudier l'influence, à l'échelle de l'élément de structure, de la prise en compte des effets hystérétiques locaux, plusieurs lois de comportement ont été étudiées. La première, classique, est issue des travaux de La Borderie et al [La Borderie *et al.*, 1994] et peut être considérée comme une loi de référence étant donnée son utilisation dans un grand nombre de travaux. Cependant, il est reconnu que cette loi ne prend pas en compte les effets hystérétiques et, ainsi, il est intéressant de comparer les résultats obtenus à l'aide de ce modèle à ceux obtenus à l'aide de modèles plus fins prenant en compte ces phénomènes. Par la suite, ce modèle sera appelé modèle « La Borderie ». Les deuxième et troisième lois constitutives ont été développées dans les récents travaux de Richard et Ragueneau [Richard et Ragueneau, 2013]. Ces deux modèles prennent en compte l'effet unilatéral par le biais de critères unilatéraux différents. Dans le cas du second modèle, le critère gérant l'effet unilatéral est exprimé en terme de contrainte, alors que dans le cadre du troisième modèle, ce critère est exprimé en déformation. La principale différence résultant de ces deux hypothèses est la taille des boucles d'hystérésés, donc leurs capacités respectives à dissiper de l'énergie lors de cycle de charge/décharge, et ainsi à contribuer à l'amortissement structural. Par la suite, les deuxième et troisième lois de comportement seront appelées modèle « Richard 1 » et modèle « Richard 2 ».

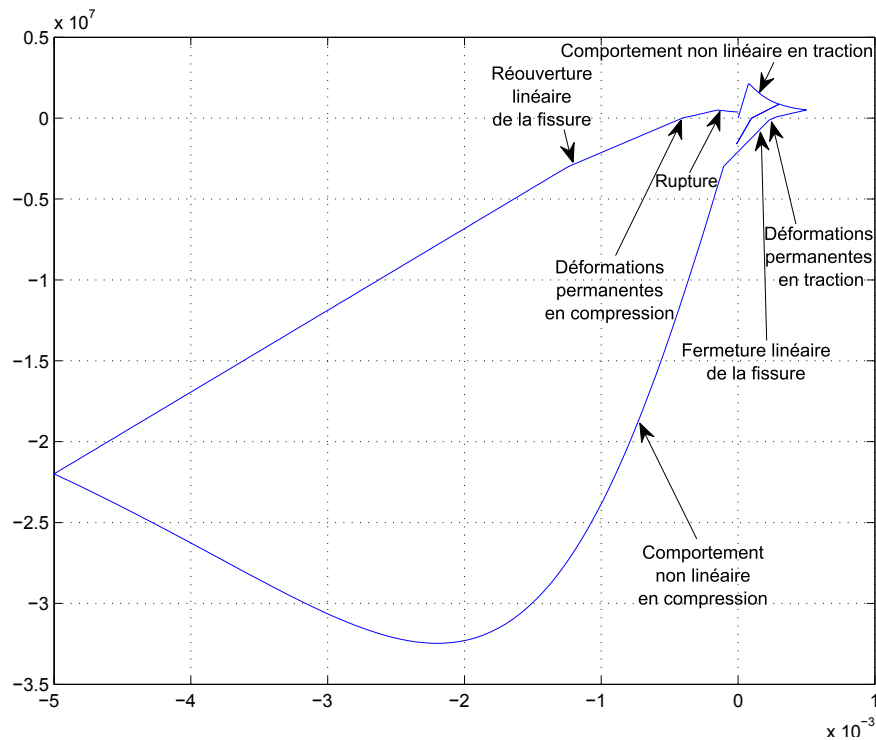
### 2.2.2 Modèle La Borderie

#### 2.2.2.1 Descriptif du modèle

Ce modèle est formulé dans le cadre de la mécanique de l'endommagement isotrope. Il est fondé sur les observations de Hermann et Kestin [Hermann et Kestin, 1988]. La dégradation du béton est due à la formation de micro-fissures et de

micro-vides, ces micro-défauts provoquant une perte de raideur et des déformations résiduelles. Dans cette loi, ces deux phénomènes sont couplés et décrits par le biais de l'endommagement. Cependant, deux variables d'endommagement isotropes distinctes sont définies pour la traction et la compression. Cette séparation permet de prendre en compte l'effet unilatéral en s'assurant de l'indépendance entre les raideurs en traction et en compression. Grâce à ces hypothèses, trois phénomènes peuvent être pris en compte : la perte de raideur, la reprise de raideur et les déformations permanentes tant en traction qu'en compression. La figure 4.3 présente le comportement du modèle à l'échelle du point de Gauss.

Ce modèle d'endommagement isotrope est formulé dans un cadre thermodynamique.



**Figure 4.3:** Modèle [La Borderie *et al.*, 1994] - relation uniaxiale contrainte/déformation.

Son potentiel thermodynamique a été présenté dans la section 3.2.6 du chapitre 4. Nous nous intéressons à la version 1D de ce modèle. Son potentiel d'état permet de définir les lois d'états suivantes :

$$\varepsilon = \frac{\partial \chi}{\partial \sigma} = \frac{\langle \sigma \rangle_+}{E_0(1-D_1)} + \frac{\langle \sigma \rangle_-}{E_0(1-D_2)} + \frac{\beta_1 D_1}{E_0(1-D_1)} f'(\sigma) + \frac{\beta_2 D_2}{E_0(1-D_2)} \quad (4.1)$$

$$Z_i = \frac{\partial G_i(z_i)}{\partial z_i} = + \left[ Y_{0i} + \frac{1}{A_i} \left( \frac{-z_i}{1+z_i} \right)^{1/B_i} \right] \quad (i = 1, 2) \quad (4.2)$$

$$Y_1 = \frac{\partial \chi}{\partial D_1} = \frac{\sigma >_+ < \sigma >_+}{2E_0(1-D_1)^2} + \frac{\beta_1 f(\sigma)}{E_0(1-D_1)^2} \quad (4.3)$$

$$Y_2 = \frac{\partial \chi}{\partial D_2} = \frac{\sigma >_- < \sigma >_-}{2E_0(1-D_2)^2} + \frac{\beta_2 \sigma}{E_0(1-D_2)^2} \quad (4.4)$$

avec  $i = 1$  pour la traction,  $i = 2$  pour la compression,  $\varepsilon$  la déformation,  $Z_i$  les variables associées aux variables d'états d'écroutissage  $z_i$  et  $Y_i$  les variables associées aux endommagements  $D_i$ .  $A_i$ ,  $B_i$  et  $Y_{0i}$  des paramètres à identifier. On note ici que le comportement en traction et en compression peut être séparé en deux contributions indépendantes eu égard aux parties positive et négative des contraintes. Il est à noter que la variable d'endommagement  $D_1$  n'influe pas sur le comportement en compression et réciproquement. On peut également noter qu'en raison de considérations thermodynamiques, les variables d'endommagement ne peuvent pas être activées lors du déchargement [La Borderie *et al.*, 1994]. C'est pourquoi il ne peut y avoir qu'un déchargement linéaire et, par conséquent, il n'est pas possible de prendre en compte des boucles d'hystéréses. Les fonctions seuil  $f_i$  sont définies par :

$$f_i = Y_i - (Z_i + Y_{0i}) \quad (4.5)$$

avec  $Y_{0i}$  un seuil initial qui doit être dépassé pour que l'endommagement s'active. Les lois d'évolution des variables d'endommagement sont alors définies par :

$$\begin{aligned} D_1 &= 1 - \frac{1}{1+[A_1(Y_1-Y_{01})]^{B_1}} \quad \text{si } Y_1 > Z_1 \quad \text{avec } Z_1 = \max(Y_1, Y_{01}) \\ D_2 &= 1 - \frac{1}{1+[A_2(Y_2-Y_{02})]^{B_2}} \quad \text{si } Y_2 > Z_2 \quad \text{avec } Z_2 = \max(Y_2, Y_{02}) \end{aligned} \quad (4.6)$$

La fonction de refermeture de fissure  $f(\sigma)$  quant à elle est définie par :

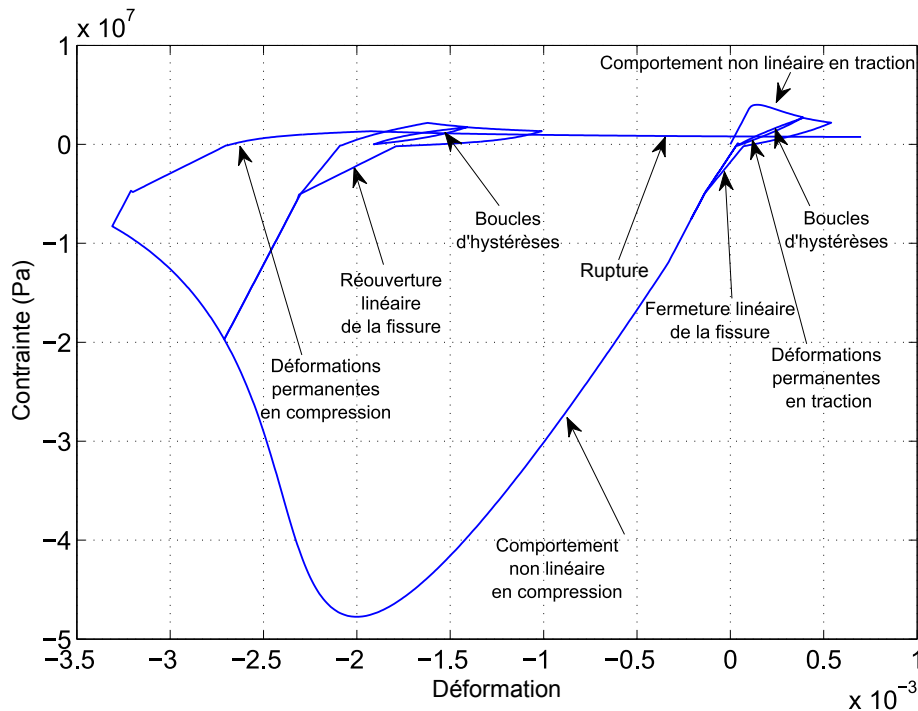
$$\begin{cases} \text{si } \sigma \geq 0 & f(\sigma) = \sigma & f'(\sigma) = 1 \\ \text{si } 0 > \sigma > \sigma_f & f(\sigma) = \sigma \left( 1 + \frac{\sigma}{\sigma_f} \right) & f'(\sigma) = 1 + \frac{\sigma}{\sigma_f} \\ \text{si } \sigma \leq -\sigma_f & f(\sigma) = \frac{-\sigma_f}{2} & f'(\sigma) = 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

## 2.2.3 Modèle Richard

### 2.2.3.1 Descriptif du modèle

La loi constitutive est exprimée pour des applications sismiques dans le cadre de la mécanique de l'endommagement continu et isotrope et de la plasticité. Elle est basée sur les observations de Mazars et al [Mazars *et al.*, 1990]. En traction, les matériaux quasi-fragiles présentent une localisation de la fissuration, alors qu'en compression la fissuration est diffuse. C'est pourquoi l'endommagement est utilisé en traction et la plasticité en compression. L'utilisation de la plasticité en compression est une pratique courante dans le domaine de la mécanique des sols quand il

s'agit de décrire des non linéarités et des déformations permanentes [Matsuoka *et al.*, 1999]. Si l'on considère le signe de la contrainte de Cauchy le comportement en traction et en compression peuvent être séparé en deux parties distinctes. Sachant que les phénomènes hystérétiques sont dûs à des fissures localisées, ce mécanisme est considéré en traction, ce qui permet de prendre en compte de manière réaliste non seulement les boucles d'hystérèses mais aussi les déformations permanentes en traction. L'effet unilatéral est également pris en compte par le biais d'une fonction de refermeture de fissure qui assure la continuité de la relation déformation/contrainte durant le chargement à la manière de La Borderie. Fort de ces choix, il est pertinent de dire que cette loi de comportement représente finement les phénomènes se produisant en traction (fragilité, boucles d'hystérèses et déformations permanentes) et de manière globale le comportement en compression (non-linéarités et déformations permanentes). La figure 4.4 présente le comportement du modèle à l'échelle du point de Gauss.



**Figure 4.4:** Modèle [Richard et Ragueneau, 2013] - relation contrainte/déformation.

Ce modèle d'endommagement isotrope est formulé dans un cadre thermodynamique. Son potentiel thermodynamique a été présenté dans la section 3.2.6 du chapitre 4. Cette loi constitutive présente des propriétés intéressantes telles que la prise en compte des boucles d'hystérèse et des déformations permanentes. L'effet unilatéral est pris en compte par le biais de la fonction de refermeture qui assure la continuité de la relation déformation/contrainte durant le chargement mais aussi la reprise totale de la raideur lors du passage en compression. Les différentes lois

d'états peuvent alors être définies par :

$$\sigma = \frac{\partial\psi}{\partial\varepsilon} = (1-d)E(\varepsilon - \varepsilon^p) + dE(\varepsilon - \eta\varepsilon^\pi - \varepsilon^p) \quad (4.8)$$

$$\sigma^\pi = \frac{\partial\psi}{\partial\varepsilon^\pi} = \eta dE(\varepsilon - \eta\varepsilon^\pi - \varepsilon^p) \quad (4.9)$$

$$Y = \frac{\partial\psi}{\partial d} = \frac{1}{2}(\varepsilon - \varepsilon^p)E(\varepsilon - \varepsilon^p) - (\varepsilon - \eta\varepsilon^\pi - \varepsilon^p)E(\varepsilon - \eta\varepsilon^\pi - \varepsilon^p) \quad (4.10)$$

$$Z = \frac{\partial\psi}{\partial z} = \frac{dH(z)}{dz} \quad (4.11)$$

$$X = \frac{\partial\psi}{\partial\alpha} = \gamma\alpha \quad (4.12)$$

$$\varsigma = \frac{\partial\psi}{\partial\eta} = d\varepsilon^\pi E(\varepsilon - \eta\varepsilon^\pi - \varepsilon^p) \quad (4.13)$$

avec  $\sigma$  la contrainte,  $\sigma^\pi$  la contrainte relative au glissement interne,  $Y$  la variable associée au taux d'énergie dissipé par l'endommagement,  $Z$  la variable associée à l'écroutissement isotrope,  $X$  la contrainte de rappel associée à l'écroutissement cinématique et enfin  $\varsigma$  la variable associée à la fonction de refermeture de fissure. Si l'on s'intéresse à présent à l'évolution de l'endommagement, il est à noter que la variable d'endommagement est couplée à l'écroutissement isotrope. La surface seuil associée  $f_d$  est alors définie par :

$$f_d = \bar{Y} - (Y_0 + Z) \geq 0 \quad (4.14)$$

avec  $\bar{Y}$  la part du taux d'énergie dissipée par l'endommagement et  $Y_0$  un seuil initial. Afin de réaliser des simulations numériques, il est nécessaire de définir une fonction de consolidation. Ici, la fonction choisie est définie [Richard *et al.*, 2010] par :

$$H(z) = \frac{1}{A_d}(-z + \ln(1+z)) \quad (4.15)$$

où  $A_d$  est un paramètre matériau à identifier. Ce dernier contrôle la fragilité de la partie adoucissante de la relation contrainte /déformation en traction. On peut à présent définir l'endommagement  $d$  et l'écroutissement isotrope  $z$  par :

$$d = 1 - \frac{1}{1 + A_d(\bar{Y} - Y_0)} \quad (4.16)$$

$$z = -1 + \frac{1}{1 + A_d(\bar{Y} - Y_0)} \quad (4.17)$$

Le taux d'énergie  $\bar{Y}$  est défini par :

$$\bar{Y} = \frac{1}{2} \langle \varepsilon - \varepsilon^p \rangle_+ E \langle \varepsilon - \varepsilon^p \rangle_+ \quad (4.18)$$

où  $\langle \cdot \rangle_+$  correspond à la part positive de  $(\cdot)$ . Si l'on s'intéresse au glissement interne et à l'écroûissage cinématique qui pilote les boucles d'hystérèses, il est nécessaire de définir une surface seuil associée  $f_\pi$  :

$$f_\pi = |\sigma^\pi - X| \mathcal{H}(\sigma) \leq 0 \quad (4.19)$$

avec  $\mathcal{H}$  la fonction d'Heaviside tel que  $\mathcal{H}(x) = 0$  si  $x < 0$  et  $\mathcal{H}(x) = 1$  si  $x \geq 0$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ . Les effets hystérétiques n'étant pas linéaires, il est nécessaire de prendre en compte leur non linéarité. Un pseudo potentiel de dissipation doit alors être introduit [Armstrong *et al.*, 1966] :

$$\phi_\pi = |\sigma^\pi - X| + \frac{a}{2} X^2 \quad (4.20)$$

Il est de même nécessaire de définir une surface seuil relative à la plasticité et à l'écroûissage cinématique  $f_p$  définie par :

$$f_p = \sigma \mathcal{H}(\sigma_f - \sigma) - (R + f_c) \geq 0 \quad (4.21)$$

avec  $f_c$  un seuil initial. On peut remarquer dans l'expression des contraintes que la plasticité ne peut s'activer qu'en compression. La fonction de consolidation  $R(p)$  permet de décrire le comportement adoucissant en compression. elle est définie par :

$$R(p) = (a_r p + f_c) e^{-b_r p} - f_c + \sigma_f \quad (4.22)$$

Comme mentionné en section 2.2.1, cette loi a été déclinée en deux versions. La différence entre ces deux versions vient du schéma d'hystérèse et de la manière de prendre en compte l'effet unilatéral.

### 2.2.3.2 Richard 1

Dans le modèle Richard 1 l'effet unilatéral est relié aux contraintes. Cette hypothèse suppose qu'aucune évolution non linéaire des variables internes de glissement ne peut avoir lieu lorsque la contrainte devient négatives. En particulier, aucune boucle hystérétique ne peut apparaître pour des contraintes négative. Il faut noter ici que dans le cas de déformations importantes, la contrainte est proche de zero à cause des effets de l'endommagement (diminution de la raideur élastique), et donc, de fait, l'aire des boucles d'hystérèse sera très faible. Les travaux de [La Borderie *et al.*, 1992] ont montré que le choix de la fonction de refermeture de fissure ici permet de décrire une refermeture progressive des fissures. La fonction de refermeture est considérée afin d'annuler progressivement les déformations permanentes créées en traction lors de la décharge. Cette fonction évolue entre 1 (fissures ouvertes) et 0 (fissures fermées). Afin de limiter le temps de calcul, une fonction linéaire est supposée. La fonction considérée est celle définie par [La Borderie *et al.*, 1992] et présentée avec le modèle précédent.

### 2.2.3.3 Richard 2

Dans le modèle Richard 2, l'effet unilatéral est relié aux déformations. En d'autres termes, dès que la déformation devient négative, aucune variable interne de glissement ne peut être activée. Mais contrairement au modèle précédent, des boucles d'hystérèses peuvent apparaître lorsque la contrainte est négative. La principale différence de cette version par rapport à la première apparaît pour les forts niveaux de déformations. En effet, même lorsque les déformations sont importantes, et donc que les contraintes sont quasi nulles, des boucles d'hystérèses apparaîtront lors de la décharge tant que la déformation ne sera pas égale à zéro. Les boucles seront donc de tailles supérieures à celles obtenues avec l'autre version. Dans cette version il n'y a pas de fonction permettant une refermeture progressive des contraintes puisque le critère de refermeture est exprimé en déformation. Ainsi on a simplement :

$$\begin{cases} \text{si } \varepsilon > 0 & \eta = 1 & \text{les fissures sont ouvertes} \\ \text{si } \varepsilon \leq 0 & \eta = 0 & \text{les fissures sont fermées} \end{cases} \quad (4.23)$$

### 2.2.4 Identification des paramètres matériaux

Pour les différentes lois de comportement, le module d'Young du béton, son coefficient de poisson et la résistance en compression ont été déterminés à partir des résultats expérimentaux des tests réalisés conformément à la norme NF EN 12390-3 [AFNOR, 2006]. La résistance en traction quant à elle a été obtenue à partir d'essais de fendages (NF EN 12390-6) [AFNOR, 2006]. Les paramètres relatifs aux lois d'évolution et les paramètres correspondant ont été déterminés à partir des résultats de la réponse déformation/contrainte en traction et compression. Pour le modèle « Richard », des paramètres complémentaires relatifs aux phénomènes hystérétiques doivent être déterminés en traction. En raison de la difficulté de trouver dans la littérature des résultats expérimentaux d'essais de traction cyclique, des valeurs nominales ont été choisies [Richard et Ragueneau, 2013]. Ils ont été adaptés en fonction des résultats de la campagne expérimentale réalisée. Les paramètres matériaux relatifs aux modèles « La Borderie » et « Richard » sont présentés respectivement dans les tableaux 4.1 et 4.2. Afin d'illustrer les différences entre les modèles « La Borderie », « Richard 1 » et « Richard 2 », les courbes contrainte/déformation au point de Gauss en traction des différents modèles sont présentées sur la figure 4.5. Des boucles hystérétiques ont été simulées. On peut constater que ces boucles sont de tailles supérieures dans le modèle « Richard 2 » que dans le modèle « Richard 1 », et qu'aucune boucle ne se produit avec le modèle « La Borderie ».



Symbole	Paramètre	Valeur	Unité
$E$	Module d'Young	$28.10^9$	$Pa$
$\nu$	Coefficient de Poisson	0,2	-
$Y_{S1}$	Seuil en énergie pour la traction	120	$Pa$
$Y_{S2}$	Seuil en énergie pour la compression	1800	$Pa$
$A_1$	Paramètre pour la traction	$50.10^2$	$Pa$
$B_1$	Paramètre pour la traction	$1, 1.10^{-5}$	-
$A_2$	Paramètre pour la compression	11	$MPa^{-1}$
$B_2$	Paramètre pour la compression	$1, 1.10^6$	-
$\beta_1$	Paramètre relatif à l'anélasticité en traction	$0, 5.10^6$	$Pa$
$\beta_2$	Paramètre relatif à l'anélasticité en compression	$-4.10^6$	$Pa$
$\sigma_f$	Contrainte de refermeture	$3.10^6$	$Pa$

Tableau 4.1: Paramètres du modèle « La Borderie ».

Symbole	Paramètre	Richard 1	Richard 2	Unité
$E$	Module d'Young	$28.10^9$	$28.10^9$	Pa
$\nu$	Coefficient de Poisson	0,2	0,2	-
$b$	Seuil d'activation de l'endommagement	82,82	82,82	$J.m^{-3}$
$R_0$	Coefficient de fragilité	$9, 0.10^{-3}$	$10, 0.10^{-3}$	$J^{-1}.m^3$
$\sigma_y$	Module d'écroutissage cinématique 1	$3, 0.10^9$	$2, 0.10^9$	$Pa$
$\sigma_u$	Module d'écroutissage cinématique 2	$8, 0.10^{-6}$	$1, 0.10^{-6}$	$Pa$
$\varepsilon_y$	Contrainte de refermeture	$3, 0.10^6$	$2, 0.10^6$	$Pa$
$\varepsilon_u$	Effort de compression	$-10, 0.10^6$	$-10, 0.10^6$	$Pa$
$A_1$	Module d'écroutissage plastique 1	$4, 0.10^{10}$	$4, 0.10^{10}$	$Pa$
$A_2$	Module d'écroutissage plastique 2	600	600	$Pa$

Tableau 4.2: Paramètres des modèles « Richard 1 et 2 ».

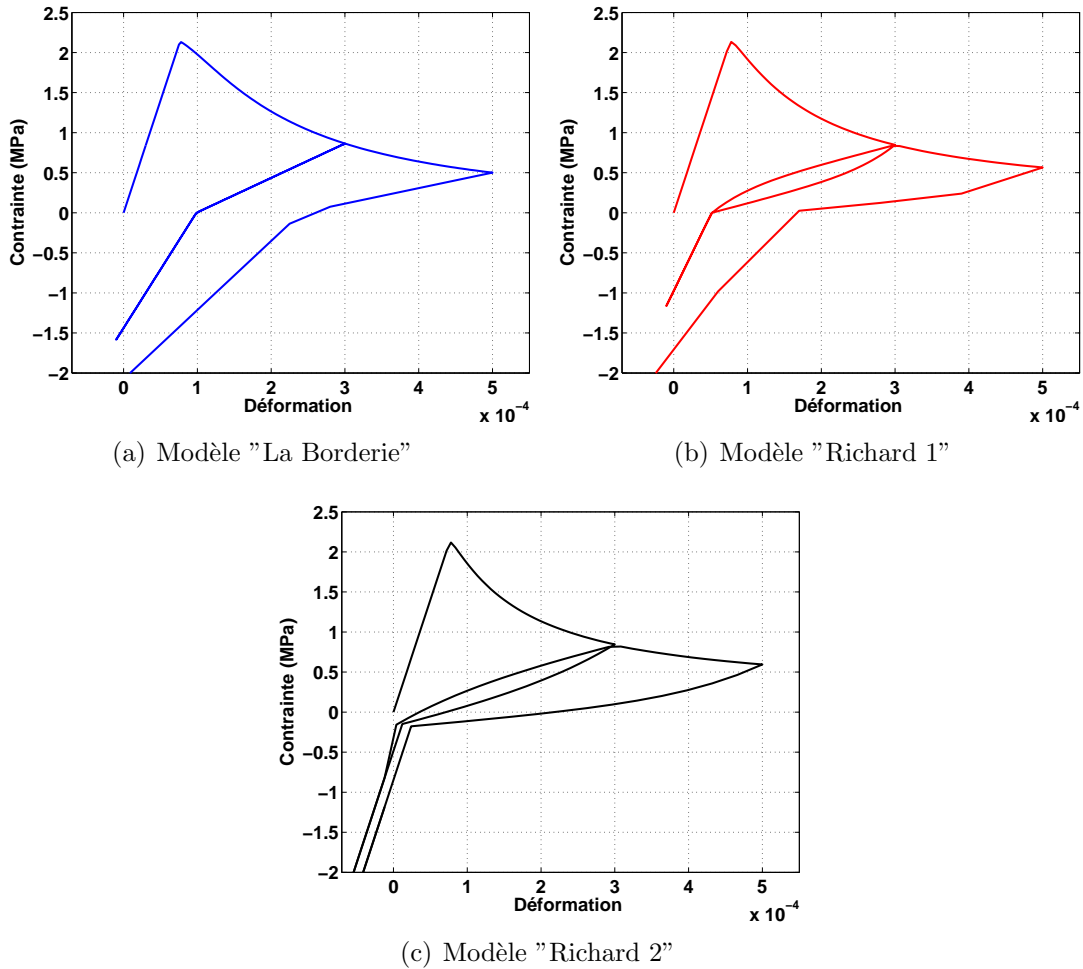


Figure 4.5: Courbes contraintes/déformations pour les modèles béton.

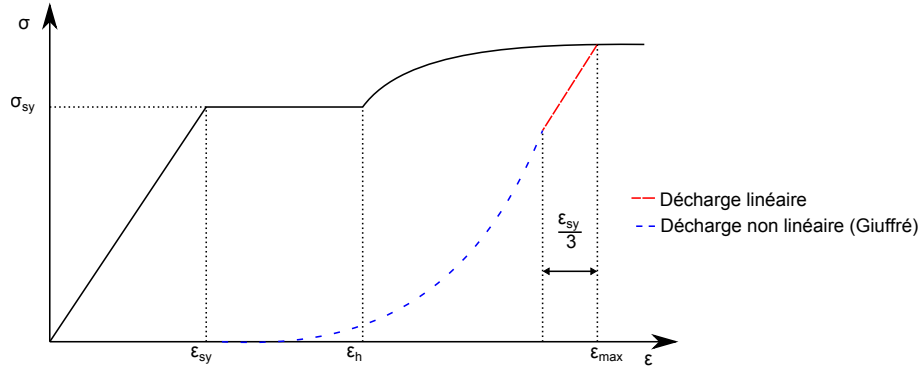
## 2.3 Loi de comportement Acier

### 2.3.1 Modèle Menegotto - Pinto

#### 2.3.1.1 Descriptif du modèle

Les barres d'acier sont modélisées à l'aide de la célèbre loi constitutive Menegotto-Pinto [Menegotto et Pinto, 1973] et amélioré par Filippou [Filippou *et al.*, 1983]. Ce modèle est classiquement utilisé pour modéliser le comportement des aciers de renforcement. Il prend en compte les écrouissages isotrope et cinématique non linéaires. Ce modèle fut modifié par [Monti et Nuti, 1992] qui a traité le cas du flambement. Ce modèle prend ainsi en compte tout les phénomènes caractéristique des aciers de renforcement. Il est important de distinguer le comportement monotone et cyclique de ce modèle. La figure 4.6 donne la relation entre la contrainte et la déformation de l'acier pour un chargement monotone. Ce comportement se divise en trois phases :

élasticité linéaire, plateau plastique et écrouissage. La décharge sera linéaire si elle s'amorce dans la phase linéaire. Par contre si elle démarre dans la zone plastique, elle s'effectuera selon la relation de Giuffré, c'est à dire une phase linéaire puis une décharge non linéaire comme on peut le voir dans la figure 4.6.



**Figure 4.6:** Comportement monotone de l'acier - modèle [Menegotto et Pinto, 1973].

La décharge non linéaire est activée quand  $|\varepsilon_{max} - \varepsilon| > \frac{1}{3}\varepsilon_{sy}$ , avec  $\varepsilon_{sy}$  et  $\varepsilon_{max}$  respectivement les déformations seuil d'élasticité et maximale atteinte.

Au niveau de l'acier les déformations permanentes et l'effet Bauschinger doivent être pris en compte [Choteau *et al.*, 2005].

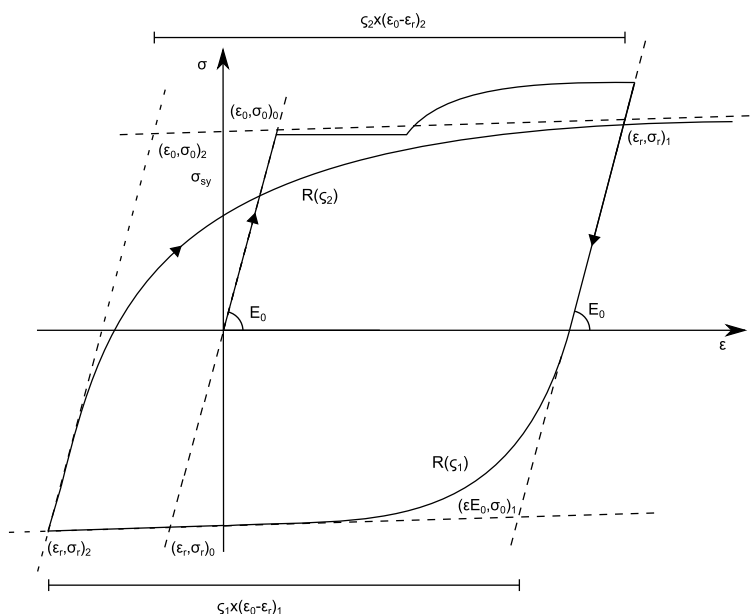
Si l'on s'intéresse à présent au comportement cyclique, le comportement pic à pic peut être décrit par une courbe analytique représenté dans la figure 4.7 et définie par l'équation :

$$\sigma^* = b\varepsilon^* \left( \frac{1 - b}{\left(1 + (\varepsilon^*)^R\right)^{\frac{1}{R}}} \right) \varepsilon^* \quad (4.24)$$

avec :

$$\sigma^* = \frac{\sigma_c - \sigma_r}{\sigma_0 - \sigma_r} ; \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_r}{\varepsilon_0 - \varepsilon_r} ; R = R_0 - \frac{a_1\zeta}{a_2 + \zeta} \quad (4.25)$$

où  $b$  est le rapport entre la pente d'écrouissage et la pente d'élasticité ( $b = \frac{E_h}{E_0}$ ).  $R$  est un paramètre qui permet de définir la forme de la transition de la courbe. Cette branche de la courbe traduit l'effet Bauschinger. Le paramètre  $\zeta$  est un paramètre relatif aux déformations. Les paramètres  $R_0$ ,  $a_1$  et  $a_2$  sont des constantes sans unités qui dépendent des propriétés mécaniques de l'acier. Une campagne expérimentale de [Menegotto et Pinto, 1973] a permis de définir des valeurs nominales :  $R_0 = 20$ ,  $a_1 = 18,5$  et  $a_2 = 0,15$ .



**Figure 4.7:** Comportement de l'acier sous chargement cyclique d'après [Guedes *et al.*, 1994] - modèle [Menegotto et Pinto, 1973].

Symbole	Paramètre	Valeur	Unité
$E$	Module d'Young	$210 \cdot 10^9$	$Pa$
$\nu$	Coefficient de Poisson	0,2	-
$b$	Taux de la contrainte d'écrouissage	0,000877	-
$R_0$	Coefficient $R_0$	20	-
$\sigma_y$	Contrainte de plasticité	$560 \cdot 10^6$	$Pa$
$\sigma_u$	Contrainte ultime	$682 \cdot 10^6$	$Pa$
$\epsilon_y$	Déformation de début d'écrouissage	0,0029715	-
$\epsilon_u$	Déformation ultime	0,534	-
$A_1$	Écrouissage isotrope 1	18,5	-
$A_2$	Écrouissage isotrope 2	0,15	-
$A_6$	Écrouissage isotrope 3	620	-
$C$	Écrouissage isotrope 4	0,5	-
$A$	Écrouissage isotrope 5	0,006	-
$A_{ld}$	Rapport de longueur entre deux cadres et la barre	5	-

**Tableau 4.3:** Paramètres du modèle Menegotto-Pinto.

### 2.3.1.2 Identification des paramètres matériaux

Les paramètres matériaux relatifs au modèle Menegotto-Pinto utilisés lors de cette campagne sont présentés dans le tableau 4.3. Le module d'Young de l'acier, son coefficient de poisson et les résistances en compression et en traction ont été obtenues à partir d'essais réalisés pendant la campagne expérimentale et dont les

résultats ont été présentés dans le chapitre précédent (tableau 3.5). Pour les autres paramètres des valeurs classique déterminées par [Menegotto et Pinto, 1973] ont été utilisées. Afin d'illustrer le comportement en traction de cette loi, une modélisation au niveau du point de Gauss a été réalisée. Les résultats sont présentés sur la figure 4.8.

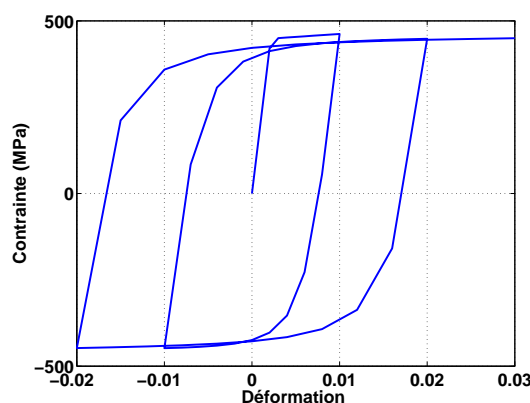


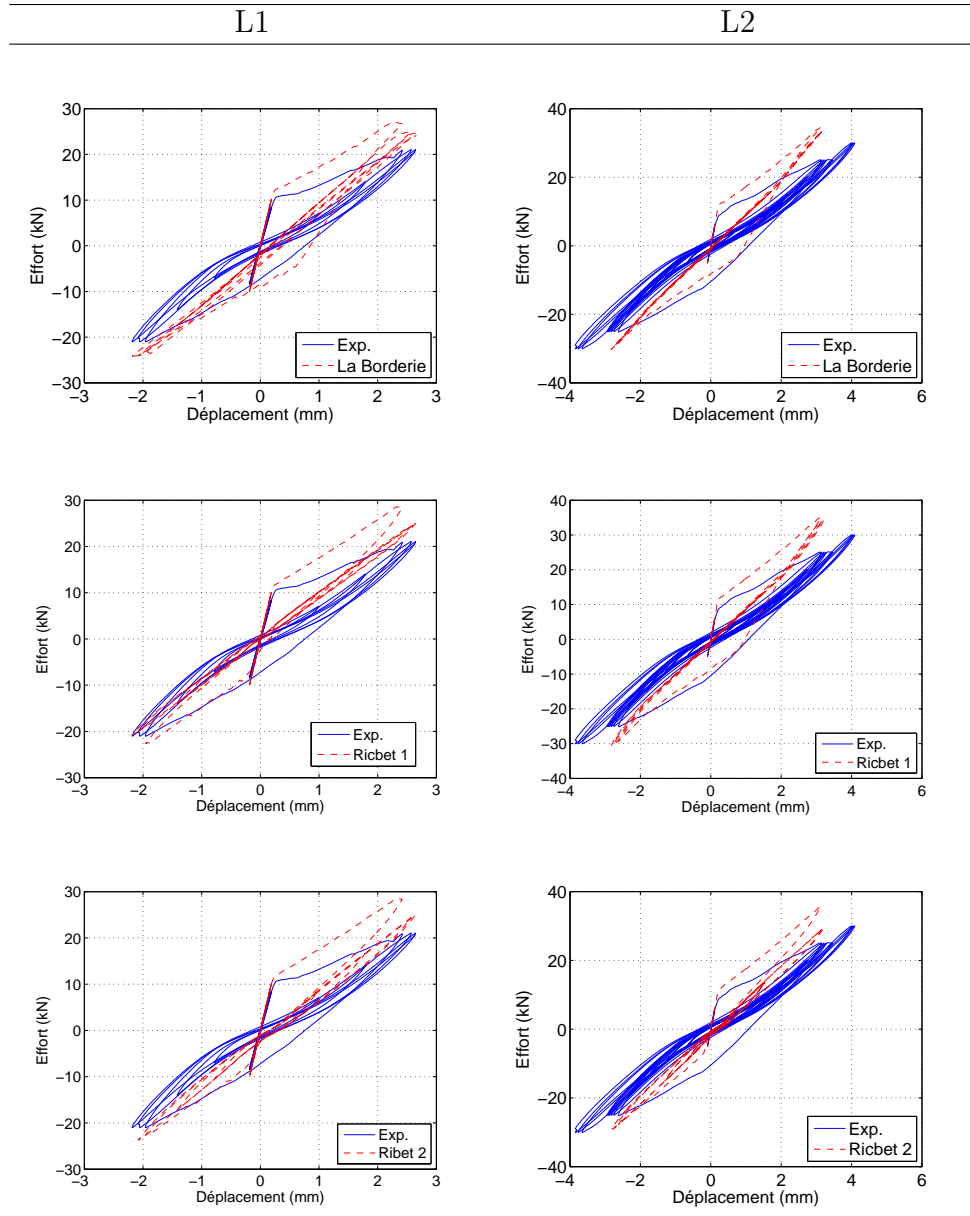
Figure 4.8: Courbe contraintes/déformations pour le modèle Menegotto-Pinto.

## 3 Résultats numériques

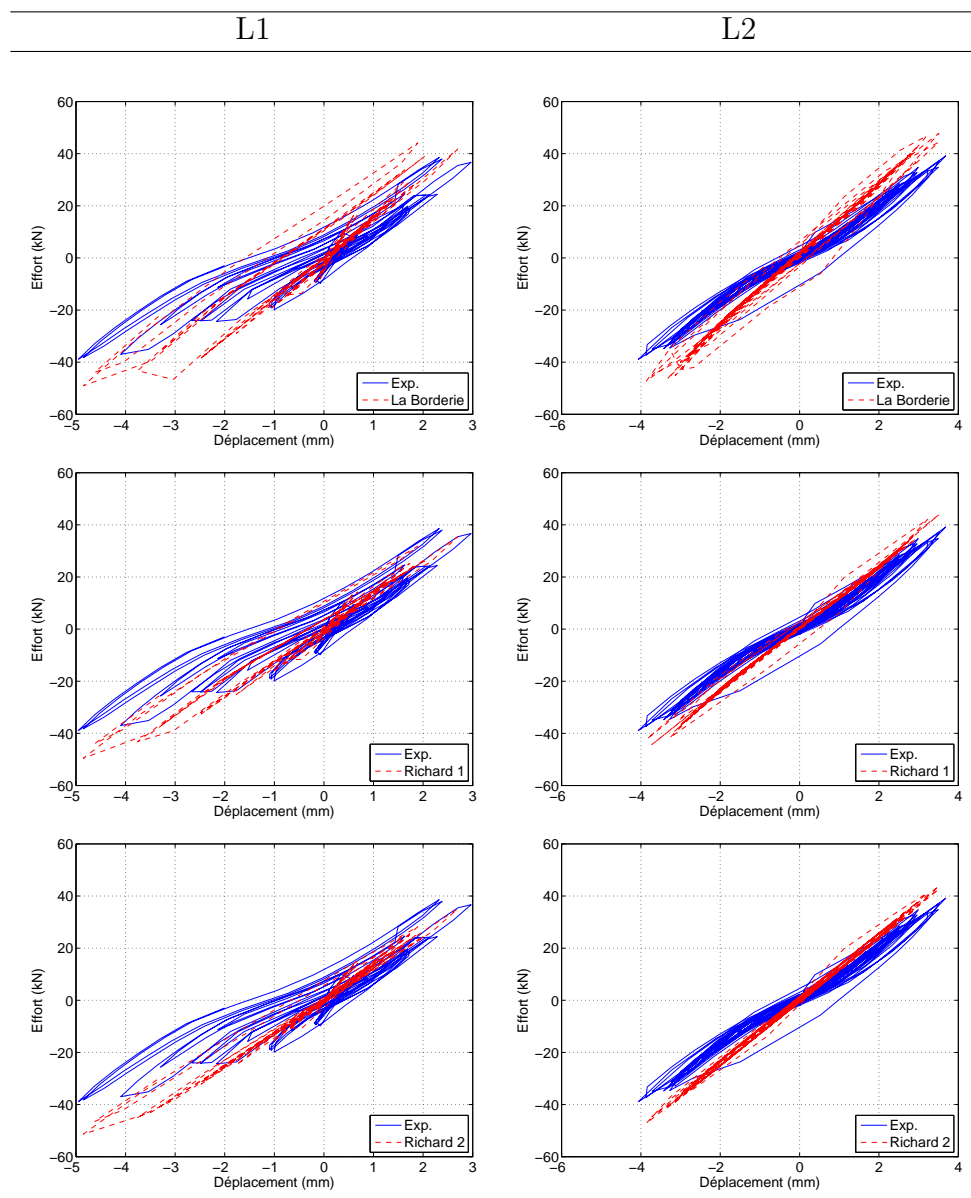
### 3.1 Comportement global

Les modèles numériques présentés dans la section précédente ont été utilisés pour simuler les essais de flexion trois points alternée présentés dans le chapitre 3. Les trois lois de comportement ont été utilisées afin d'évaluer l'influence du schéma d'hystérèse sur un élément de structure. Les courbes efforts/déplacements à mi-travée sont présentées dans les tableaux 4.4 à 4.6 pour les cycles non plastifiant, et 4.7 à 4.8 pour les cycles plastifiants. Comme souhaité, les résultats numériques sont raisonnablement proches de ceux obtenus expérimentalement. Il est à noter que la raideur initiale est bien décrite et que les efforts maximum atteints sont globalement satisfaisants. Cependant, on observe que les différentes modélisations sont globalement plus raides que les résultats expérimentaux ce qui peut provenir de jeu au niveau des conditions aux limites. De plus, on note que les valeurs maximales expérimentales diffèrent selon le sens de chargement. Ces écarts proviennent probablement de la position des aciers longitudinaux placés en position haute lors du coulage. Leurs hauteurs peuvent varier de quelques millimètres par rapport à la hauteur souhaitée, provoquant ainsi une variation des efforts à rupture de quelques pourcent. Ces écarts n'étant pas pris en compte numériquement, les efforts à rupture sont identiques dans les deux sens de chargement pour les différentes poutres. Enfin, il est à noter qu'aucun des trois modèles numériques n'est capable de prendre en compte le phénomène de pincement qui apparait lors des derniers cycles. Ceci est certainement dû à la discrétisation multifibres dans laquelle les sections restent

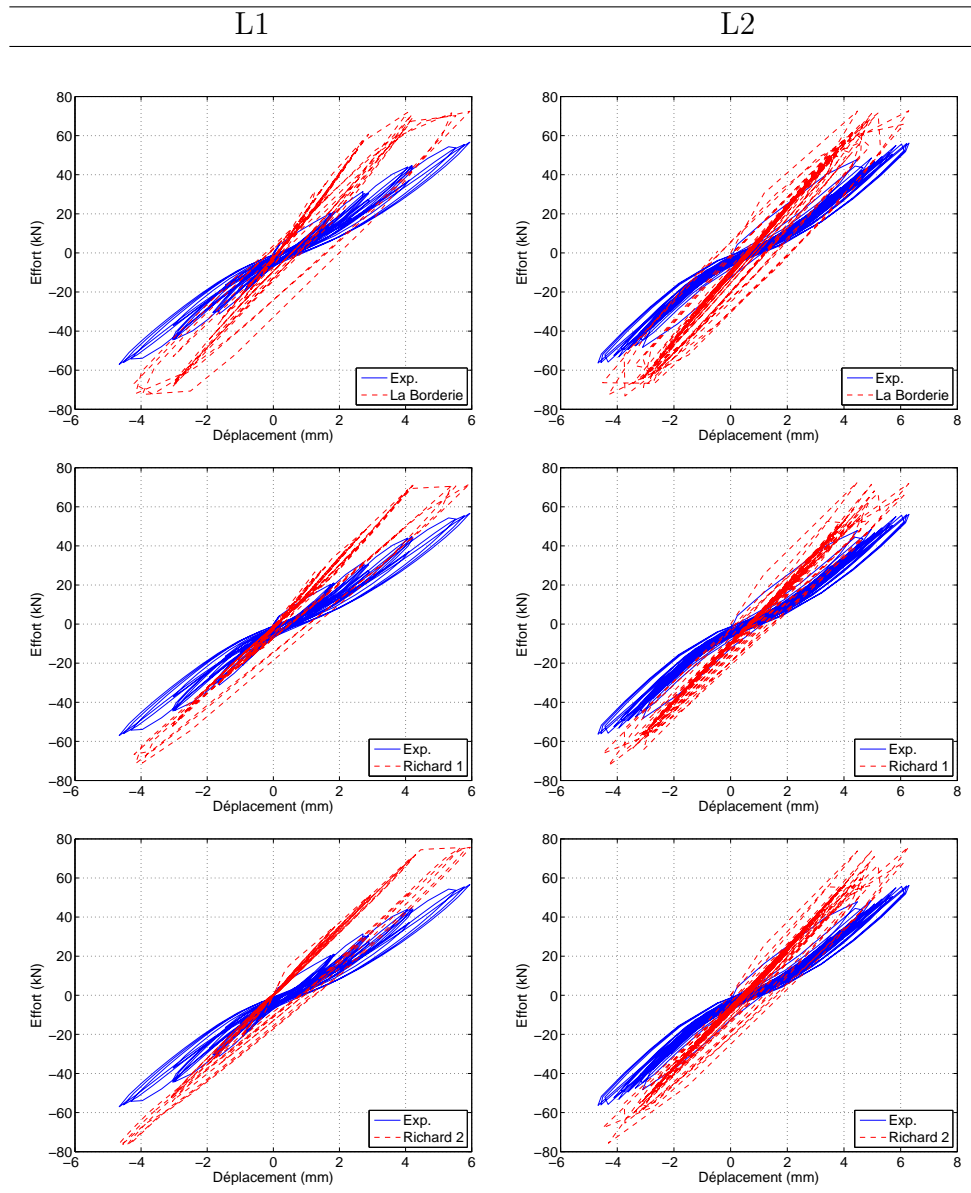
planes, le cisaillement n'est pas pris en compte et l'interface acier béton est supposée parfaite.



**Tableau 4.4:** Courbes efforts/déplacements - Cycles initiaux avant la plastification des aciers - Poutres PHA8.



**Tableau 4.5:** Courbes efforts/déplacements - Cycles initiaux avant la plastification des aciers - Poutres PHA10.



**Tableau 4.6:** Courbes efforts/déplacements - Cycles initiaux avant la plastification des aciers - Poutres PHA12.



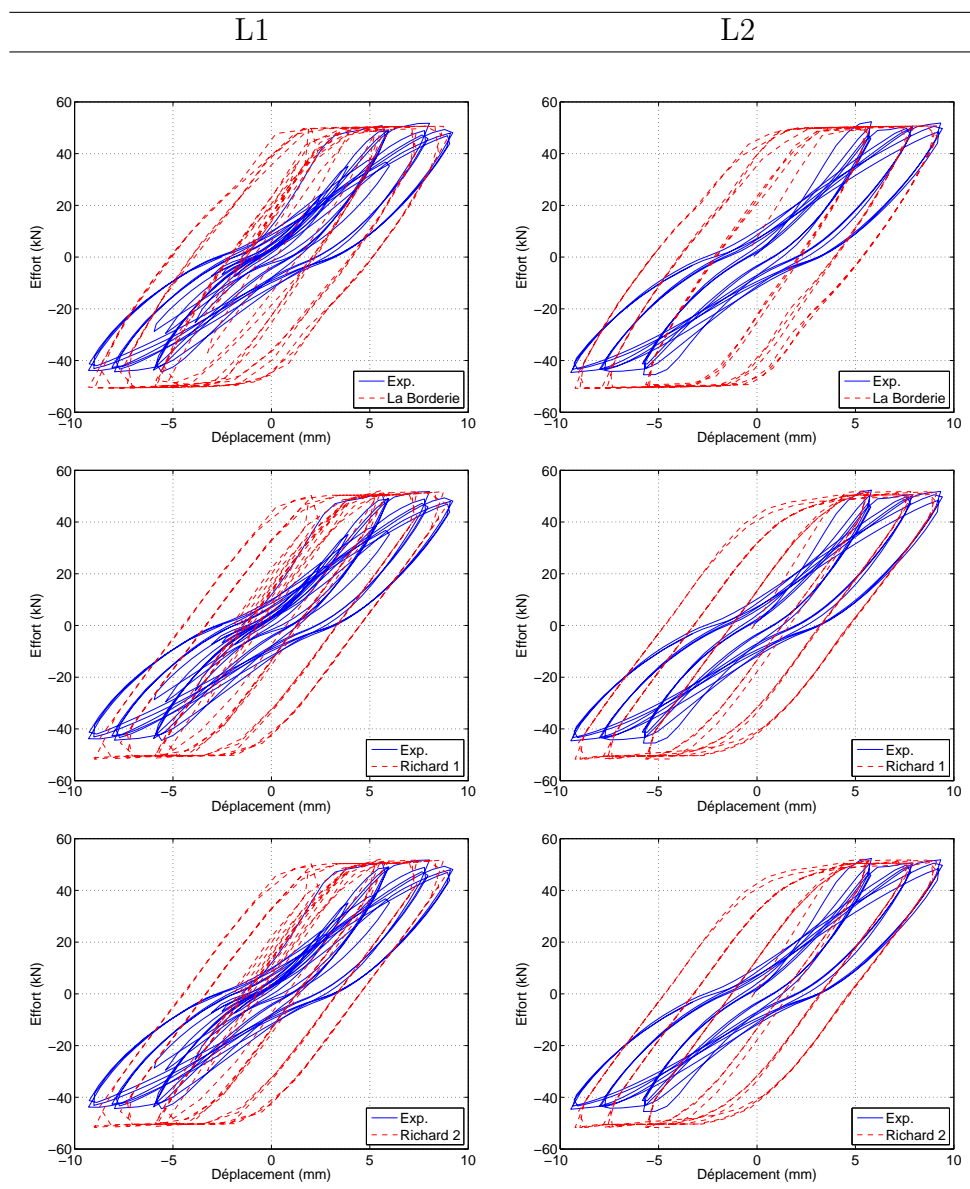
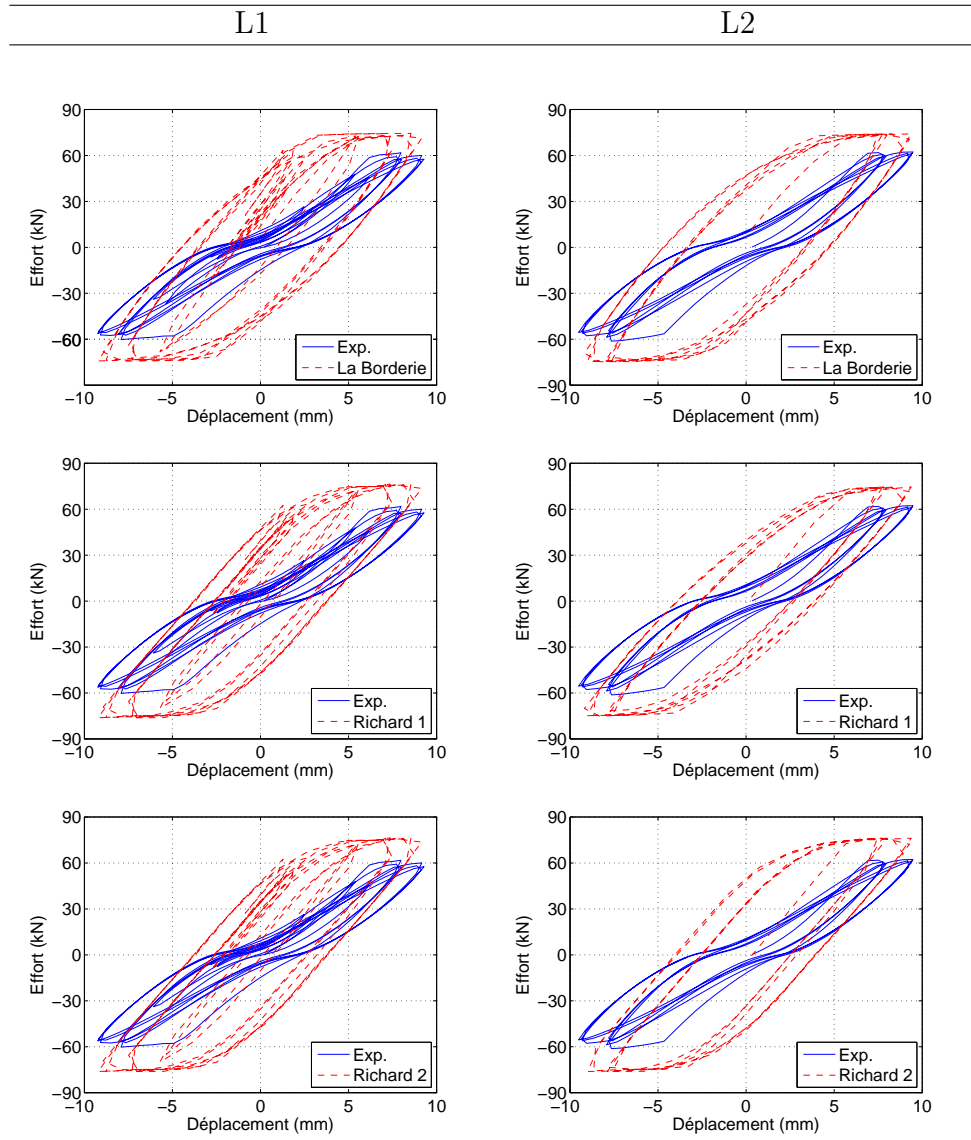
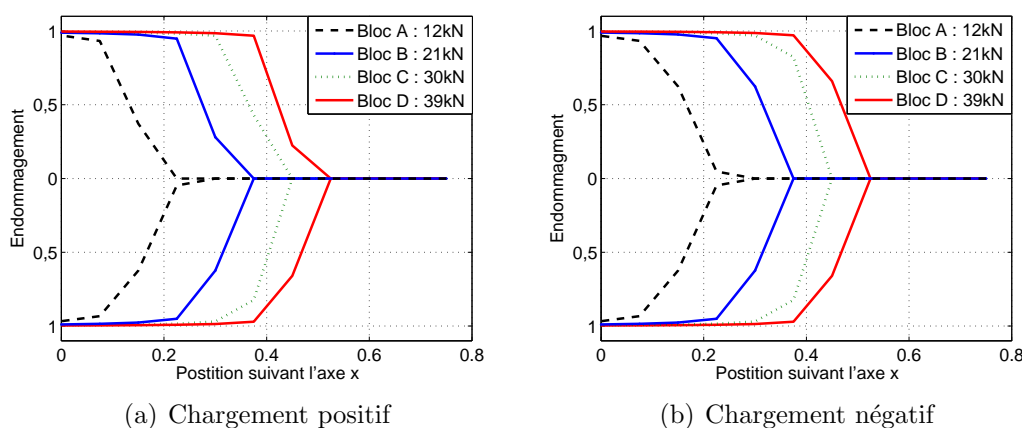


Tableau 4.7: Courbes efforts/déplacements - Cycles de plasticité - Poutres PHA10.



**Tableau 4.8:** Courbes efforts/déplacements - Cycles de plasticité -Poutres PHA12.

Il est également intéressant de regarder l'évolution de l'endommagement au cours du chargement. La figure 4.9 permet de voir l'évolution de l'endommagement des bords inférieurs et supérieurs pour les différents blocs de la poutre PHA10L1 modélisée avec le modèle Richard 2. On observe une augmentation de la zone endommagée avec l'augmentation du niveau d'effort, ce qui génère la perte progressive de raideur. De même, on note bien la quasi symétrie de la réponse, des conclusions analogues peuvent être faites pour les autres modèles et poutres.



**Figure 4.9:** Endommagement des bords supérieurs et inférieurs - Poutre PHA10L1 - Modèle Richard 2.

### 3.2 Énergie dissipée cumulée

Afin d'évaluer la capacité de chaque modèle à dissiper de l'énergie lors de chargement cyclique, l'énergie dissipée cumulée par chaque modèle a été calculée et comparée à celle dissipée expérimentalement pour chaque poutre. Le calcul a été fait à l'aide de l'équation :

$$E_D = \int_{t_0}^{t_f} f \dot{u} dt \quad (4.26)$$

avec  $E_D$  l'énergie dissipée,  $t_0$  et  $t_f$  les instant de début et de fin du signal  $f$  l'effort et  $u$  le déplacement à mi travée. Cette formule donne l'énergie dissipée pour chaque cycle. Elle donne accès à l'énergie dissipée par l'endommagement et les phénomènes hystérétiques. Les résultats obtenus pour les cycles précédant le plateau plastique sont présentés dans le tableau 4.9. Contrairement aux résultats présentés précédemment, des écarts importants entre les différents modèles apparaissent ici. Dans le cadre du chargement L1, les trois modèles donnent des allures de courbes assez pertinentes bien que les énergies dissipées soit trop faibles. On note cependant

que le modèle La Borderie donne les résultats les plus satisfaisants pour les poutres PHA8L1 et PHA10L1. Pour la poutre PHA12L1, ce modèle est assez pertinent pour les premiers cycles puis surestime fortement l'énergie dissipée. Ceci semble correspondre à une apparition prématurée de la plasticité. Dans le cadre du chargement L2 seul les cycles entre les cycles de préchargement et le plateau plastique sont présentés ici. Le modèle « Richard 2 » se distingue clairement. En effet, ce modèle est le seul à dissiper de manière réaliste, l'énergie pour les cycles suivant les cycles de préfissuration. Les deux autres modèles ne dissipent aucune énergie jusqu'aux cycles de fort niveau où la plasticité apparaît.

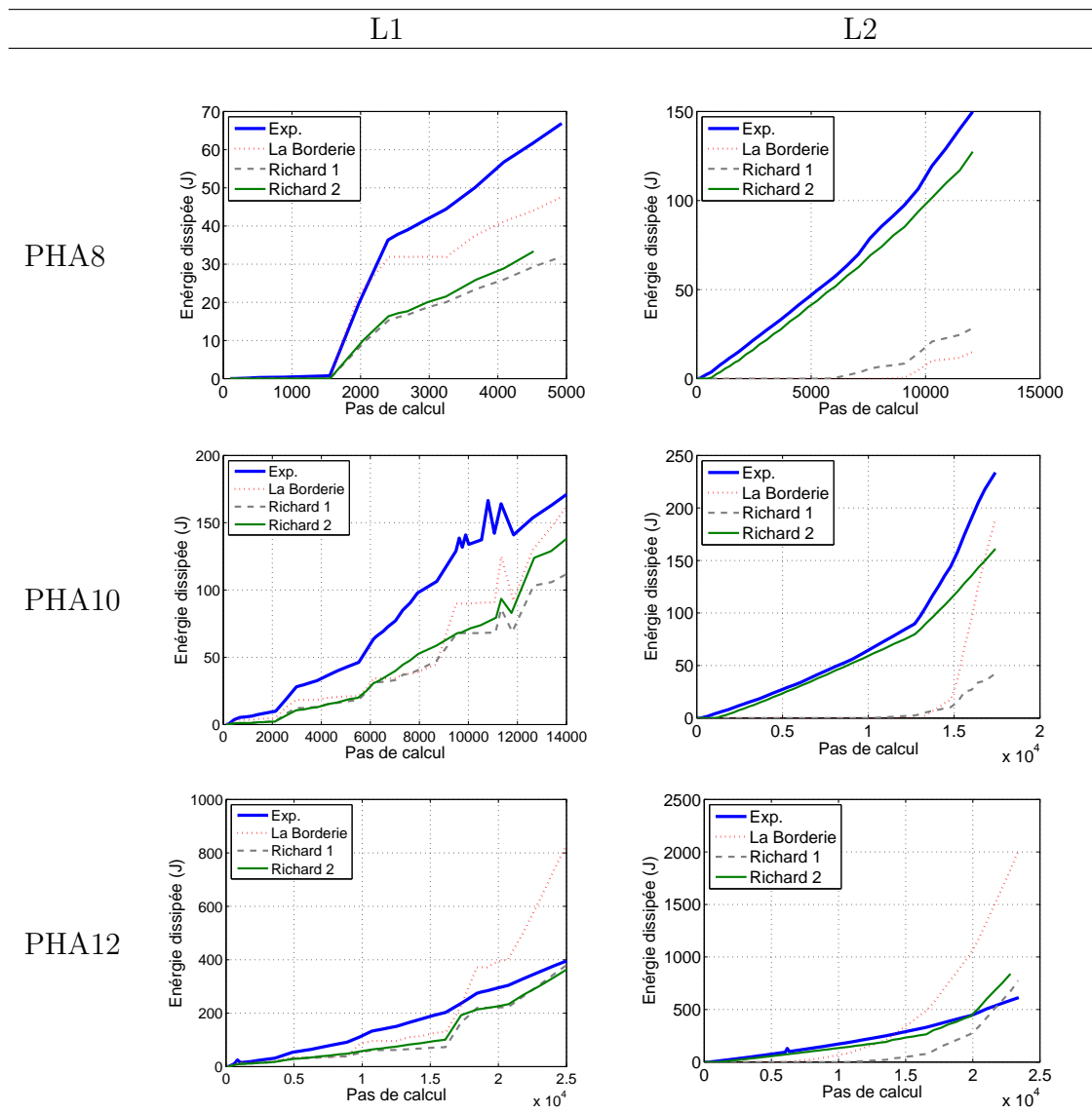


Tableau 4.9: Énergie dissipée - Cycles sans plasticité.

### 3.3 Amortissement

Afin d'évaluer plus précisément l'influence du schéma d'hystérèse sur l'amortissement les résultats expérimentaux et numériques ont été comparés en terme de taux d'amortissement visqueux équivalent, d'après la méthodologie présentée dans le chapitre 2 section 4.1.2. Les résultats sont présentés dans le tableau 4.10. Les résultats expérimentaux affichent un taux d'amortissement visqueux équivalent d'au moins 1 % pour chaque cycle. Le modèle « La Borderie » n'est pas capable d'amortir lors de la plupart des cycles d'intensités inférieures à 60% de l'effort maximum. Le modèle « Richard 2 » présente les meilleurs résultats pour les poutres ayant subi le chargement L1. Dans le cas du chargement L2, le modèle « Richard 1 » présente des résultats assez proches de ceux obtenus à l'aide du modèle « La Borderie ». C'est le modèle « Richard 2 » qui obtient les meilleurs résultats. Ceci n'a rien de surprenant sachant que ce modèle est celui qui est capable de dissiper le plus d'énergie au niveau local par le biais des phénomènes hystérétiques. Dans le cas des toutes petites sollicitations, les dissipations obtenues expérimentalement sont significativement supérieures à celles obtenues numériquement. Ces écarts peuvent provenir de jeux au niveau des appuis bi-rotulés ou de phénomènes de compression aux abords de la mâchoire d'application des efforts. L'étude du taux d'amortissement visqueux équivalent a montré de manière très claire l'influence du schéma d'hystérèse sur la capacité d'un modèle à dissiper de l'énergie. Ces résultats sont d'une grande importance puisqu'ils permettent de comprendre la capacité des modèles à décrire les phénomènes d'amortissement de manière physique. De plus, à partir de ces résultats, il est possible de conclure que le modèle « Richard 2 » est correctement calibré car il fournit une description pertinente de la relation effort/déplacement à mi-travée, mais également de l'énergie dissipée par le biais de phénomènes hystérétiques.

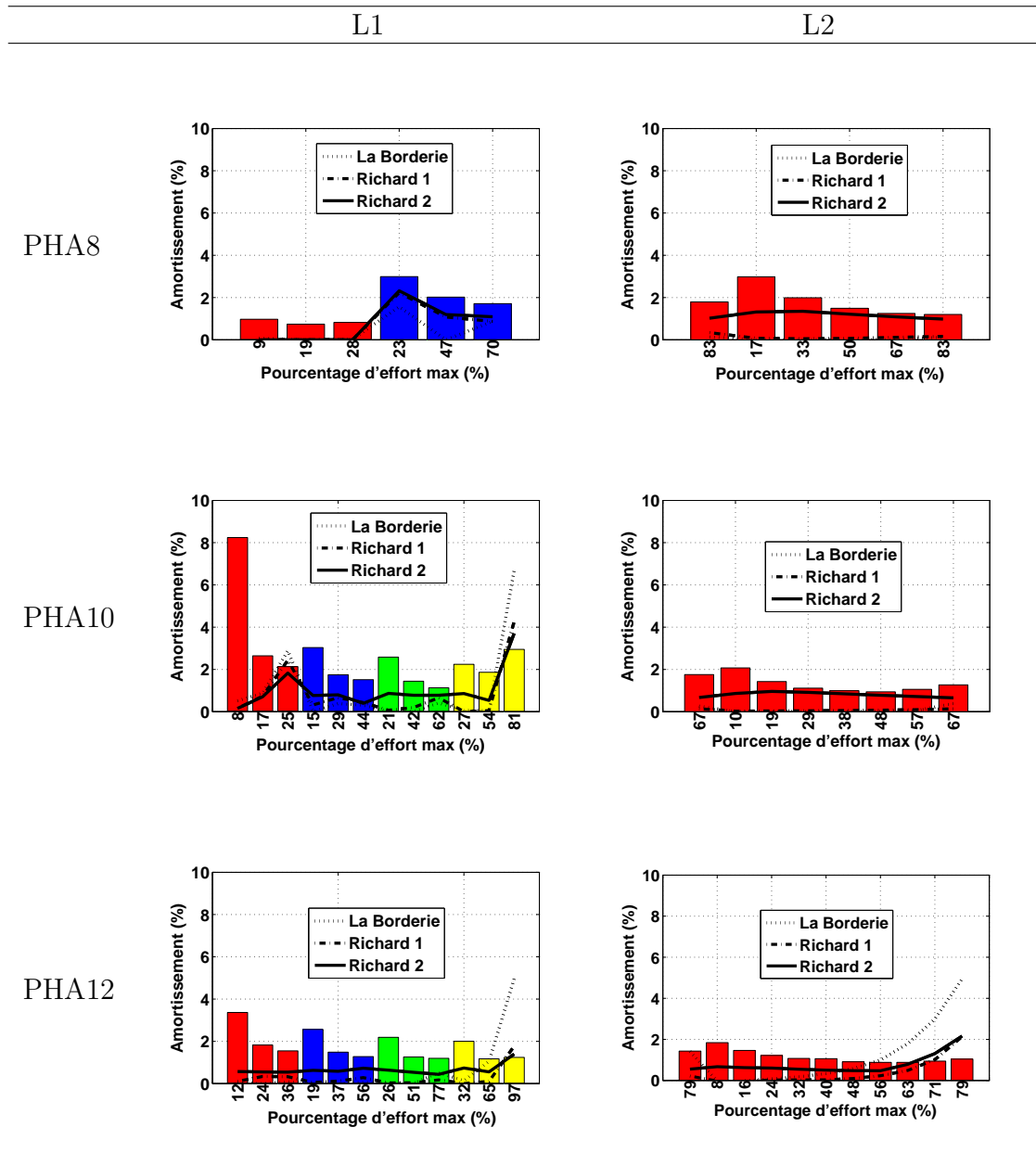


Tableau 4.10: Évolution du taux d'amortissement visqueux équivalent pour les six poutres.

### 3.4 Bilan

Trois modélisations de la campagne expérimentale ont été présentées. La différence entre ces trois modélisations provient du type de schéma hystérétique pris en compte dans la loi de comportement du béton. Le premier modèle intitulé « La Borderie » ne présente pas de boucle hystérétique. Le second modèle inclus une loi de comportement où la fonction de refermeture de fissure est pilotée en contrainte, il s'intitule "Richard 1". Enfin, dans le dernier modèle, la refermeture est basée sur un critère en déformation, il s'intitule « Richard 2 ». Ces trois modèles sont capables de modéliser correctement le comportement global des différentes poutres. Les résultats en termes de relation effort/déplacement se révèlent proches entre les trois modèles. Cependant si l'on s'intéresse à la capacité des différents modèle à dissiper de l'énergie des différences importantes apparaissent. Le modèle « La Borderie » dissipe une énergie pertinente pour le chargement 1 mais n'est pas capable de dissiper de l'énergie lors du deuxième chargement, le modèle « Richard 1 » présente des résultats analogues. Seul le modèle « Richard 2 » présente une énergie dissipée réaliste bien qu'un peu faible pour les deux chargements. Enfin on note que le modèle « La Borderie » se révèle incapable de générer la part de taux d'amortissement visqueux équivalent correspondant à la fissuration du béton. Le modèle « Richard 1 » arrive assez bien à représenter le taux d'amortissement visqueux équivalent dans le cas du chargement 1 uniquement. Le modèle "Richard 2" quant à lui modélise de manière pertinente l'amortissement des différentes poutres tant que les mécanismes dissipatifs liés à la plastification des aciers ne deviennent pas prépondérants.

## 4 Vers une diminution de l'amortissement global forfaitaire

### 4.1 Objectifs des essais numériques

L'étude présentée dans cette section porte sur la capacité des différentes lois constitutives à générer de l'amortissement sans l'ajout d'une matrice d'amortissement visqueux. Pour atteindre cette objectif, une campagne d'essais de lâché numériques a été réalisée en utilisant les paramètres matériaux identifiés dans le paragraphe 2.2. Le chargement est présenté sur la figure 4.10. L'effort maximum appliqué à mi travée correspond à environ 80 % de l'effort à rupture. Il est appliqué en 0,1s puis la poutre est relâchée soudainement [Desmorat *et al.*, 2007]. La poutre béton armée testée comporte des barres de renforcement longitudinales de type HA10, soit un taux de renforcement de 1 %. Les résultats obtenus à l'aide des autres types de poutres ayant été conformes à ceux présentés ici, ils ne seront pas présentés dans un souci de concision. Il a été identifié dans le chapitre 3 paragraphe 3.2 que le taux d'amortissement visqueux équivalent correspondant à la dissipation d'énergie induite par les phénomènes hystérétiques se produisant dans le béton est d'environ 2 %. C'est pourquoi un modèle de référence basé sur une loi de comportement

élastique pour le béton et l'acier a été définie. L'amortissement est modélisé par une approche classique de type Rayleigh. Supposant un amortissement critique de 2 % pour les deux premiers modes de vibration, les paramètres d'amortissement  $\alpha$  et  $\beta$  ont été calculés et utilisés afin d'obtenir la matrice d'amortissement de Rayleigh.

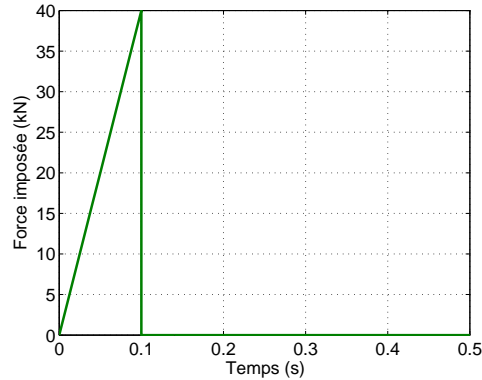


Figure 4.10: Évolution du chargement des essais de lâché.

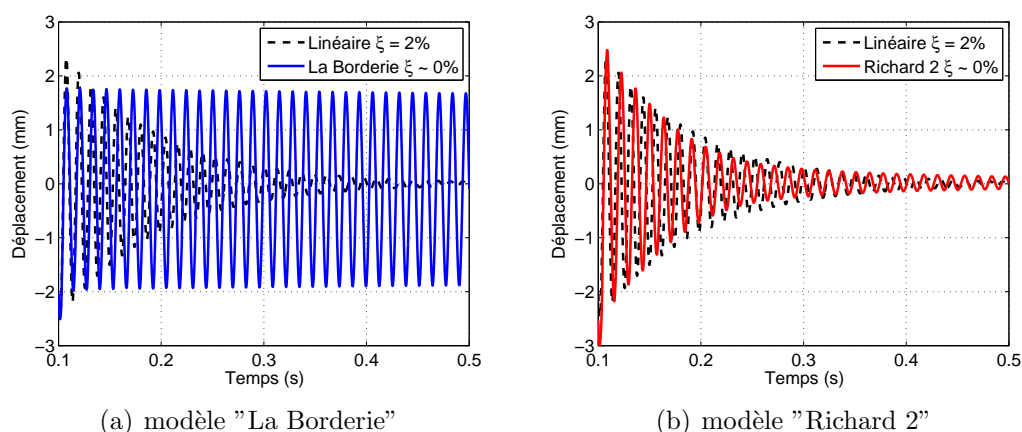
## 4.2 Étude temporelle

Les résultats numériques obtenus lors des essais numériques de lâché à l'aide du modèle de référence ont été comparés à ceux obtenus par les modèles « La Borderie » et « Richard 2 ». Il est à noter que dans le cadre de ces deux modèles, la contribution de la matrice d'amortissement est nulle. Le chargement est contrôlé en effort. L'effort maximum est de 40 kN, et est appliqué à mi-travée. Les courbes déplacements/temps sont présentées sur la figure 4.11. Dans le cas du modèle « La Borderie », il apparaît clairement que les oscillations de la poutre BA ne peuvent s'amortir qu'en présence d'une matrice d'amortissement visqueux conséquente. Ceci est principalement dû à la non prise en compte des phénomènes hystérétiques par la loi de comportement. Au contraire, dans le cas du modèle « Richard 2 », le niveau d'amortissement obtenu est équivalent à celui obtenu à l'aide du modèle de référence.

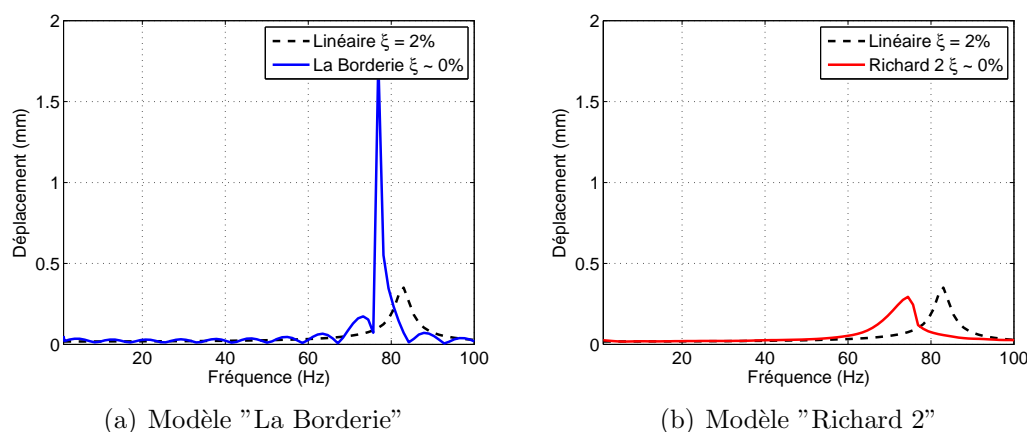
## 4.3 Étude fréquentielle

Si l'on s'intéresse à présent à la réponse fréquentielle obtenue lors des essais de lâché et présenté sur la figure 4.11, on constate que la fréquence du pic pour les différents modèles est proche de la fréquence propre du système linéaire équivalent (82,9 Hz). On observe également qu'elle est plus faible avec les modèles non linéaires qu'avec le modèle linéaire équivalent. Ceci provient d'une chute de fréquence due à l'endommagement. Si l'on s'intéresse à l'amplitude du signal, on retrouve bien ici une surestimation très importante des déplacements avec le modèle « La Borderie ». Dans le cas du modèle « Richard 2 », l'amplitude est comparable à celle obtenue avec le modèle linéaire.





**Figure 4.11:** Poutre PHA10 - Courbes déplacements/temps - Effort initial appliqué : 40 kN.



**Figure 4.12:** Poutre PHA10 - Spectre de déplacement - Effort initial appliqué : 40 kN.

## 4.4 Bilan

Cette étude montre qu'il est possible, dans le cas d'élément de structure de type poutre en flexion de représenter les phénomènes générant l'amortissement de manière physique dès lors que l'on utilise une loi constitutive capable de représenter de manière pertinente les différentes sources de dissipation. On peut alors constater que, de cette façon, il est possible de réduire grandement la contribution de la matrice d'amortissement visqueux. On voit bien ici qu'une prise en compte des effets hystériques permet de s'affranchir d'une matrice d'amortissement visqueux pour modéliser les dissipations internes liées au béton dans le cas d'éléments de structure de type poutre en flexion. Des travaux restent à réaliser pour étudier le comportement de ce type d'éléments soumis à du cisaillement voire un chargement mixte de flexion cisaillement.

## 5 Conclusions

Une étude numérique a été présentée. Un modèle mi local/mi global a été développé sur la base de différentes lois de comportement béton développées lors de travaux antérieurs [La Borderie *et al.*, 1994], [Richard et Ragueneau, 2013]. La première loi constitutive ne prend pas en compte les effets hystérétiques, contrairement aux deuxième et troisième lois. Il a été montré que les énergies dissipées du fait de phénomènes hystérétiques étaient supérieures en utilisant la troisième loi plutôt que la deuxième. Grâce à ces trois lois constitutives, une étude de sensibilité a été menée, amenant à trois types de résultats : (i) étude sur le comportement global ainsi (ii) qu'en terme d'énergie dissipée et (iii) de taux d'amortissement visqueux équivalent. L'ensemble de ces comparaisons est synthétisé dans le tableau 4.11. La conclusion de cette étude est que les trois lois sont capables de représenter le comportement global de la structure, mais seule la troisième est capable de représenter de manière réaliste les dissipations d'énergie et l'amortissement résultant, et ce pour les deux types de chargement. Ce résultat est de première importance puisqu'il propose une méthode permettant de prendre en compte de manière réaliste les effets hystérétiques mais également l'effet unilatéral. Considérant les caractéristiques de cette loi constitutive, on remarque que la refermeture de fissure doit être contrôlée en déformation, ce qui veut dire que la reprise de raideur peut être activée même lorsque la contrainte de Cauchy (ou un indicateur correspondant) devient négative. Afin d'atteindre l'objectif de cette étude, une campagne numérique d'essais de lâché a été réalisée afin d'étudier la possibilité de s'affranchir de l'utilisation d'une matrice d'amortissement visqueux pour représenter les dissipations d'énergies internes au béton tout en prenant en compte l'amortissement. Les résultats numériques obtenus semblent indiquer, comme on le voit dans le tableau 4.11, que l'utilisation d'une loi constitutive fine à l'échelle du matériau permet de réduire de manière drastique la contribution de la matrice d'amortissement visqueux. De ce fait, il n'est plus nécessaire d'utiliser de dissipation visqueuse. Ainsi, cette étude semble montrer que la prise en compte, à l'échelle du matériau, par les lois constitutives, des principales sources de dissipations permet une meilleure maîtrise de la dissipation pouvait être obtenue. Cependant, il est important de garder en mémoire que ce type de modélisation peut se révéler coûteuse en temps de calcul, et qu'elle doit avant tout être utilisée pour comprendre les phénomènes et permettre de calibrer des modélisations simplifiées.

Afin de réaliser des études probabilistes, il est nécessaire de disposer d'outils de modélisations moins coûteux en temps de calcul. L'étude va à présent se porter sur le développement d'un modèle simplifié. Ce modèle sera faiblement dissipatif mais fera évoluer l'amortissement de la structure de manière réaliste. Pour cela il sera identifié à partir du modèle qui vient d'être présenté.

	« La Borderie »	« Richard 1 »	« Richard 2 »
Raideur	<b>Surestimation</b> de la raideur fissurée	<b>Surestimation</b> de la raideur fissurée	<b>Surestimation</b> de la raideur fissurée
Efforts maximaux	<b>Réalistes</b>	<b>Réalistes</b>	<b>Réalistes</b>
Pincement	<b>Non</b>	<b>Non</b>	<b>Non</b>
Énergie dissipée	Chargement 1 : <b>Faible</b> Chargement 2 : <b>Quasi nul</b>	Chargement 1 : <b>Faible</b> Chargement 2 : <b>Quasi nul</b>	Chargement 1 : <b>Faible</b> Chargement 2 : <b>Réaliste</b>
Amortissement	Chargement 1 : <b>Quasi nul</b> Chargement 2 : <b>Quasi nul</b>	Chargement 1 : <b>Faible</b> Chargement 2 : <b>Quasi nul</b>	Chargement 1 : <b>Réaliste</b> Chargement 2 : <b>Réaliste</b>
Décroissance	<b>Non</b>		<b>Réaliste</b>
Amplitude	<b>Surestimé</b>		<b>Réaliste</b>
Fréquence	<b>Chute de fréquence</b>		<b>Chute de fréquence</b>
Dynamique			

Tableau 4.11: Enseignements de la campagne de modélisation de poutre en béton armé.



# Chapitre 5

## Vers une actualisation de l'amortissement

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>122</b>
<b>2</b>	<b>Formulation et implantation</b>	<b>123</b>
2.1	Motivations	123
2.2	Formulation du modèle	123
2.3	Actualisation de l'amortissement	129
2.4	Implantation numérique	132
<b>3</b>	<b>Calibration</b>	<b>135</b>
3.1	Descriptif des essais numérique de flexion circulaire	135
3.2	Calibration du taux d'amortissement $\xi_D$	136
3.3	Calibration du paramètre $\Upsilon_I$	137
<b>4</b>	<b>Validation structurale</b>	<b>138</b>
4.1	Présentation	138
4.2	Modélisation fine	143
4.3	Calibration	147
4.4	Résultats	148
4.5	Bilan	158
<b>5</b>	<b>Conclusions</b>	<b>159</b>

---

## 1 Introduction

L'étude réalisée dans le chapitre précédent a permis l'identification d'un modèle multifibre capable de représenter de manière réaliste le comportement global et l'amortissement d'éléments de structures en béton soumis à de la flexion, du moins jusqu'au plateau plastique. Cependant, si l'on souhaite réaliser des études de vulnérabilité dans le contexte d'études probabilistes, ce modèle se révèle trop coûteux en termes de temps de calcul. Il est donc nécessaire de développer une autre modélisation moins coûteuse en temps de calcul mais pertinente en termes de déplacement global et d'énergie dissipée. La difficulté repose ici sur la manière de prendre en compte l'amortissement hystérétique. La campagne expérimentale présentée dans le chapitre 3 a permis de montrer que l'amortissement hystérétique dû à la fissuration du béton dépendait de trois paramètres principaux : (i) l'état de fissuration, (ii) l'intensité du chargement et (iii) l'usure des lèvres de fissures. L'objectif de l'étude présentée dans ce chapitre est de développer une modélisation simplifiée qui actualise l'amortissement en fonction de l'évolution de ces trois paramètres. Ces actualisations reposent sur le principe de l'équivalence en énergie dissipée entre le modèle simplifié et le modèle de référence identifié dans le chapitre précédent.

Pour atteindre cet objectif, quatre axes sont développés dans ce chapitre. Le premier consiste à développer une modélisation fondée sur un oscillateur à 1 degrés de liberté. Cette modélisation allie une loi de comportement qui ne dissipe aucune énergie lors de cycle de charge/décharge à une actualisation de l'amortissement. Trois actualisations différentes sont développées afin de déterminer la plus pertinente. Chacune d'entre elles actualise l'amortissement en fonction de l'endommagement de la structure. Cependant, si l'une ne fait évoluer le taux d'amortissement qu'en fonction de ce paramètre, une autre prend également en compte l'influence de l'usure des lèvres de fissures sur l'amortissement. La dernière prend également en compte l'influence de l'intensité des sollicitations sur l'amortissement. Une fois les différentes actualisations définies, leur implantation est présentée. En particulier, le schéma d'intégration temporelle est exposé en insistant sur la prise en compte de l'amortissement. Le deuxième axe traité ici présente une campagne d'essais numériques ayant permis de calibrer les relations actualisant l'amortissement en fonction de l'endommagement de la structure d'une part et de l'intensité de la sollicitation d'autre part. Le troisième axe décrit une campagne d'essais sismiques sur un poteau en béton armé soumis à un chargement sismique unidirectionnel. Cette campagne est constituée d'essais mettant en jeux des signaux sismique dont le PGA variant de 0,05 g à 0,9 g. Les résultats expérimentaux sont comparés à ceux obtenus à l'aide d'une modélisation élément fini réalisée avec le modèle de référence. Ainsi il est possible de calibrer le modèle simplifié à l'aide du modèle de référence. Enfin, les résultats de la modélisation de cette campagne obtenus avec les différentes actualisations sont présentés, les comparaisons se faisant en termes de déplacement, d'accélération et de fréquence. Ceci permet de valider ces modélisations. La performance des différentes simulations est évaluée afin de déterminer la plus pertinente.

## 2 Formulation et implantation

### 2.1 Motivations

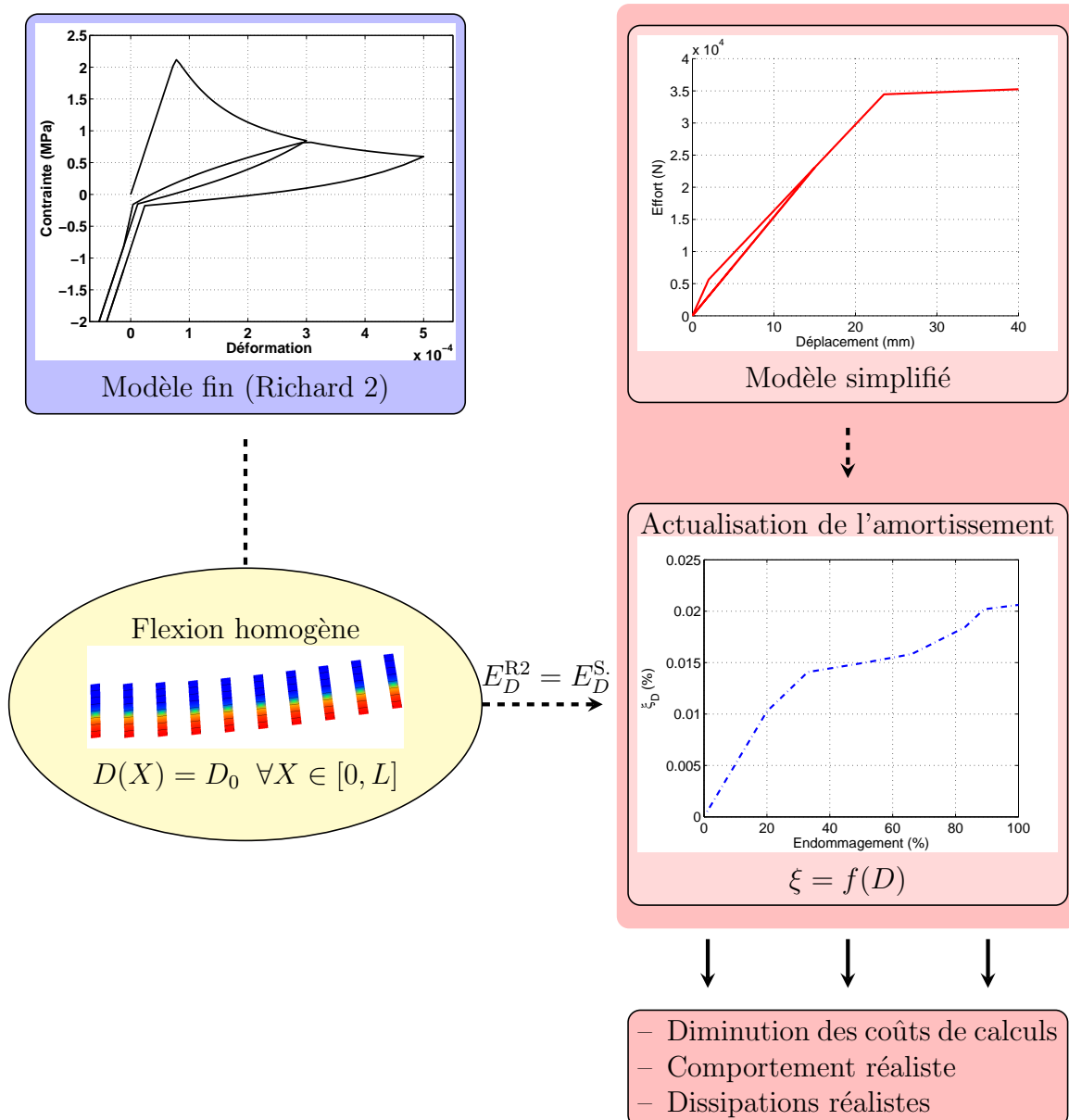
L'objectif de ce chapitre est de définir une modélisation simple, peu couteuse en temps de calcul et donnant des résultats analogues à ceux obtenus avec le modèle Richard 2 présenté dans le chapitre précédent. Pour cela cette modélisation est basée sur la méthode présentée dans la figure 5.1. Le modèle doit représenter le comportement d'un élément de structure en béton armé soumis à de la flexion et assimilable à un oscillateur à 1 degré de liberté. Il doit représenter correctement le comportement monotone (courbe effort/déplacement trilineaire) et le comportement cyclique (symétrie du comportement). Cependant, afin de conserver un modèle simple, il ne doit pas prendre en compte les boucles d'hystérèses et les déformations permanentes. Une formulation basée sur la thermodynamique des processus irréversibles est présentée dans la section suivante.

Le modèle ne prenant pas en compte les boucles d'hystérèses il ne dissipe pas d'énergie lors de cycles de charge/décharge. Il est donc nécessaire de dissiper de l'énergie par le biais du taux d'amortissement visqueux  $\xi$ . La question qui apparaît alors est de savoir quelle quantité d'énergie doit être dissipée ainsi. Il a été montré dans le chapitre 4 que le modèle Richard 2 dissipait une quantité d'énergie réaliste. Il est donc possible de comparer l'énergie dissipée par le modèle développé ici et le modèle Richard 2. L'écart sera alors comblé par le biais d'un amortissement visqueux. Cette équivalence énergétique sera mise en place lors d'essais de lâché. Pour ce type de chargement, le modèle simplifié ne dissipe aucune énergie de manière intrinsèque et se comporte comme un modèle linéaire, ce qui facilitera la mise en place de l'équivalence énergétique, détaillée dans la section 2.3.2.

### 2.2 Formulation du modèle

#### 2.2.1 Mécanismes et variables d'état

Dans le but de construire un potentiel thermodynamique permettant la détermination de lois d'états satisfaisantes, un bilan des mécanismes dissipatifs à prendre en compte doit être effectué. Lors de déplacements de très faibles amplitudes, la structure est régie par les lois d'élasticité linéaire (première pente de la courbe tri linéaire). Ensuite, dès que le déplacement dépasse un certain seuil critique, les différentes non-linéarités font leur apparition. Le premier mécanisme non linéaire mis en jeu est la fissuration. Ce mécanisme est à l'origine de la détérioration progressive de la raideur de l'élément de structure (deuxième pente de la courbe trilineaire). La théorie de l'endommagement est adaptée pour prendre en compte ce phénomène. Le second mécanisme est la plastification des aciers (troisième pente de la courbe trilineaire). Il sera également intégré à cette loi d'évolution.



**Figure 5.1:** Démarche de la modélisation simplifiée.



Il est important de considérer également d'autres aspects. Tout d'abord, le béton armé possède un comportement symétrique en flexion. Lorsqu'un poteau est sollicité en flexion il présentera une face tendue et une face comprimée. Le béton ayant pour sa part un comportement asymétrique, on considère classiquement que les non linéarités vont être mises en jeu uniquement du côté tendu. L'effet unilatéral et le comportement asymétrique du béton entre traction et compression permettent de supposer que la face comprimée reste toujours dans le domaine élastique. S'agissant de deux familles de fissures différentes, deux variables scalaires d'endommagement  $D_+$  et  $D_-$  seront considérées suivant le sens de chargement. Un écrouissage isotrope sera également considéré pour l'endommagement. L'ensemble des variables sont présentées dans le tableau 5.1.

Mécanisme	Variable observable	Variable interne
Déplacement	$U$	
Endommagement		$D_+, D_-$
Écrouissage isotrope du béton		$z_+, z_-$

**Tableau 5.1:** Variables internes du modèle.

### 2.2.2 Potentiel d'état

Dans le but de clarifier la démarche de construction du potentiel, chaque étape est présentée en détail. L'énergie libre d'Helmoltz est retenue comme potentiel d'état. Celui ci est alors une fonction des variables flux du système. Il vient alors :

$$\Psi = \Psi(U, D_+, D_-, z_+, z_-) \quad (5.1)$$

Si l'on ne considère que le mécanisme d'élasticité linéaire, l'énergie libre prend la forme :

$$\Psi = \frac{1}{2}K \langle U \rangle_+^2 + \frac{1}{2}K \langle U \rangle_-^2 \quad (5.2)$$

où  $K$  est la raideur élastique initiale de l'élément de structure considéré.  $\langle . \rangle_+$  and  $\langle . \rangle_-$  sont les crochets de Macaulay relatifs correspondant respectivement aux parties positives et négatives de  $(.)$ . La prise en compte de l'endommagement peut alors s'effectuer de la manière suivante :

$$\Psi = \frac{1}{2}(1 - D_+)K \langle U \rangle_+^2 + \frac{1}{2}(1 - D_-)K \langle U \rangle_-^2 \quad (5.3)$$

La continuité du potentiel à  $U = 0$  est alors assurée malgré l'utilisation de deux variables  $D_+$  et  $D_-$ . Afin de terminer la construction du potentiel d'état, il faut prendre en compte l'énergie élastique bloquée par écrouissage isotrope. Pour cela, on introduit des fonctions de consolidation  $H_+$  et  $H_-$  judicieusement choisies. L'énergie libre prend finalement la forme suivante :

$$\Psi = \frac{1}{2}(1 - D_+)K \langle U \rangle_+^2 + \frac{1}{2}(1 - D_-)K \langle U \rangle_-^2 + H_+(z_+) + H_-(z_-) \quad (5.4)$$

L'énergie libre ainsi formulée contient l'ensemble des mécanismes dissipatifs considérés. Il respecte les conditions d'admissibilités en étant assez régulier et nul à l'origine. Les lois d'état peuvent alors être formulées en respectant la condition déduite des deux principes thermodynamiques, à savoir la positivité de la dissipation volumique intrinsèque.

### 2.2.3 Lois d'état

En régime isotherme statique ou quasi-statique, l'inéquation de Clausius-Duheim-Truesdell prend la forme suivante :

$$\mathcal{D} = F\dot{U} - \dot{\Psi} \geq 0 \quad (5.5)$$

Si l'on développe l'équation 5.5 on obtient :

$$\mathcal{D} = \left(F - \frac{\partial \Psi}{\partial U}\right)\dot{U} - \begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi}{\partial D_+} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial D_-} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial z_+} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial z_-} \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} \dot{D}_+ \\ \dot{D}_- \\ \dot{z}_+ \\ \dot{z}_- \end{pmatrix} \geq 0 \quad (5.6)$$

La première loi d'état reliant l'effort résultant  $F$  et le déplacement  $U$  peut être déduite de l'équation 5.6 :

$$F = \frac{\partial \Psi}{\partial U} = (1 - D_+)K \langle U \rangle_+ + (1 - D_-)K \langle U \rangle_- \quad (5.7)$$

Ainsi l'équation 5.6 devient :

$$\mathcal{D} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi}{\partial D_+} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial D_-} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial z_+} \\ \frac{\partial \Psi}{\partial z_-} \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} \dot{D}_+ \\ \dot{D}_- \\ \dot{z}_+ \\ \dot{z}_- \end{pmatrix} \geq 0 \quad (5.8)$$

Le taux de restitution d'énergie relatif à l'amortissement peut alors être défini comme :

$$Y_+ = -\frac{\partial \Psi}{\partial D_+} = \frac{1}{2}K \langle U \rangle_+^2 \quad (5.9)$$

$$Y_- = -\frac{\partial \Psi}{\partial D_-} = \frac{1}{2}K \langle U \rangle_-^2 \quad (5.10)$$

Enfin, Les forces thermodynamiques relatives à l'écroissements cinématiques sont décritent par les équations :

$$Z_+ = -\frac{\partial \Psi}{\partial z_+} = \frac{dH_+(z_+)}{dz_+} \quad (5.11)$$

$$Z_- = -\frac{\partial \Psi}{\partial z_-} = \frac{dH_-(z_-)}{dz_-} \quad (5.12)$$

Finalement, la dissipation s'écrit :

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} Y_+ \\ Y_- \\ -Z_+ \\ -Z_- \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} \dot{D}_+ \\ \dot{D}_- \\ \dot{z}_+ \\ \dot{z}_- \end{pmatrix} \geq 0 \quad (5.13)$$

Les variables flux et leurs duales sont regroupées dans le tableau 5.2.

Sens des variables d'état	Variables d'état	Forces thermodynamique	Sens des forces thermodynamique
Déplacement	$U$	$F$	Effort
Endommagement	$D_+$	$Y_+$	Taux de
	$D_+$	$Y_-$	restitution d'énergie
Écrouissage isotrope	$z_+$	$Z_+$	Énergie bloquée
	$z_+$	$Z_+$	

**Tableau 5.2:** Variables flux et forces caractérisant l'état thermodynamique du système considéré.

### 2.2.4 Endommagement

L'évolution de l'endommagement et de l'écrouissage est supposée associée. Il existe alors des lois de normalité entre les variations flux et les gradients et certains seuils, notés  $f_+$  et  $f_-$ , exprimés dans l'espace des variables forces. Ces derniers sont pris sous la forme de critère en énergie. Leurs expressions sont données par les équations :

$$f_+(Y_+; Z_+; Y_0) = Y_+ - (Z_+ + Y_0) \leq 0 \quad (5.14)$$

$$f_-(Y_-; Z_-; Y_0) = Y_- - (Z_- + Y_0) \leq 0 \quad (5.15)$$

Où  $Y_0$  est un seuil qui doit être dépassé. Le principe de maximum de dissipation permet de déduire les lois complémentaires. En prenant en compte l'expression des critères 5.14 et 5.15, ces lois peuvent s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{D}_+ = \dot{\lambda}_+ \frac{\partial f_+}{\partial Y_+} = \dot{\lambda}_+ \\ \dot{z}_+ = \dot{\lambda}_+ \frac{\partial f_+}{\partial Z_+} = -\dot{\lambda}_+ \\ \dot{D}_- = \dot{\lambda}_- \frac{\partial f_-}{\partial Y_-} = \dot{\lambda}_- \\ \dot{z}_- = \dot{\lambda}_- \frac{\partial f_-}{\partial Z_-} = -\dot{\lambda}_- \end{cases} \quad (5.16)$$

où  $\lambda_+$  et  $\lambda_-$  sont les multiplicateurs de Lagrange associés aux potentiels de dissipation  $f_i^1$  et  $f_i^2$ . Il sont déterminés par les conditions d'admissibilité Kuhn-Tucker :

$$\begin{cases} f_+ \leq 0 \\ f_- \leq 0 \\ \dot{\lambda}_+ \geq 0 \\ \dot{\lambda}_- \geq 0 \\ f_+ \dot{\lambda}_+ = 0 \\ f_- \dot{\lambda}_- = 0 \end{cases} \quad (5.17)$$

Il est alors nécessaire de définir les fonctions de consolidation  $H_+$  et  $H_-$  nécessaire à la définition du mécanisme d'endommagement. Ces fonctions sont définies par les expressions suivantes :

$$H_+(z_+) = \begin{cases} \frac{-Y_0 \left(1 - \frac{K_2}{K_1}\right)^2}{z_+ + 1 - \frac{K_2}{K_1}} - Y_0 z_+ & \text{si } Y_+ \in [Y_0, Y_1[ \\ -\frac{(\sqrt{Y_0}(K_1 - K_2) + \sqrt{Y_1}(K_2 - K_3))^2}{K_1(-K_3 + K_1 z_+ + K_1)} - Y_1 z_+ & \text{si } Y_+ \geq Y_1 \end{cases} \quad (5.18)$$

$$H_-(z_-) = \begin{cases} \frac{-Y_0 \left(1 - \frac{K_2}{K_1}\right)^2}{z_- + 1 - \frac{K_2}{K_1}} - Y_0 z_- & \text{si } Y_- \in [Y_0, Y_1[ \\ -\frac{(\sqrt{Y_0}(K_1 - K_2) + \sqrt{Y_1}(K_2 - K_3))^2}{K_1(-K_3 + K_1 z_- + K_1)} - Y_1 z_- & \text{si } Y_- \geq Y_1 \end{cases} \quad (5.19)$$

où  $K_1$ ,  $K_2$  et  $K_3$  sont des paramètres matériaux permettant de définir les trois pentes du modèle. On peut alors calculer les forces thermodynamiques associée à l'écroutissage isotrope comme étant :

$$Z_+ = \begin{cases} \frac{\partial H_+}{\partial z_+} = \frac{Y_0 \left(1 - \frac{K_2}{K_1}\right)^2}{\left(z_+ + 1 - \frac{K_2}{K_1}\right)^2} - Y_0 & \text{si } Y_+ \in [Y_0, Y_1[ \\ \frac{\partial H_+}{\partial z_+} = \frac{(\sqrt{Y_0}(K_1 - K_2) + \sqrt{Y_1}(K_2 - K_3))^2}{(-K_3 + K_1 z_+ + K_1)^2} - Y_1 & \text{si } Y_+ \geq Y_1 \end{cases} \quad (5.20)$$

$$Z_- = \begin{cases} \frac{\partial H_-}{\partial z_-} = \frac{Y_0 \left(1 - \frac{K_2}{K_1}\right)^2}{\left(z_- + 1 - \frac{K_2}{K_1}\right)^2} - Y_0 & \text{si } Y_- \in [Y_0, Y_1[ \\ \frac{\partial H_-}{\partial z_-} = \frac{(\sqrt{Y_0}(K_1 - K_2) + \sqrt{Y_1}(K_2 - K_3))^2}{(-K_3 + K_1 z_- + K_1)^2} - Y_1 & \text{si } Y_- \geq Y_1 \end{cases} \quad (5.21)$$

Les fonctions de cohérence  $f_+(Y_+; Z_+; Y_0)$  et  $f_-(Y_-; Z_-; Y_0)$  permettent alors d'intégrer les lois d'évolution des variables d'endommagement et d'écroutissage isotrope. On obtient alors :

$$D_+ = \begin{cases} 1 - \left[ \sqrt{\frac{Y_0}{Y_+}} + \frac{K_2}{K_1} \left(1 - \sqrt{\frac{Y_0}{Y_+}}\right) \right] & \text{if } Y_+ \in [Y_0, Y_1[ \\ 1 - \left[ \sqrt{\frac{Y_0}{Y_+}} + \frac{K_2}{K_1} \left(\sqrt{\frac{Y_1}{Y_+}} - \sqrt{\frac{Y_0}{Y_+}}\right) + \frac{K_3}{K_1} \left(1 - \sqrt{\frac{Y_1}{Y_+}}\right) \right] & \text{si } Y_+ \geq Y_1 \end{cases} \quad (5.22)$$

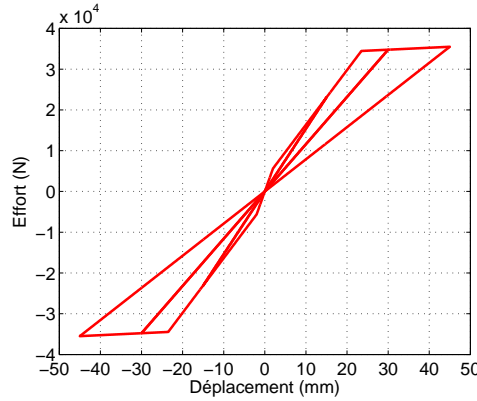


Figure 5.2: Modèle simplifié - Courbe effort/déplacement.

$$D_- = \begin{cases} 1 - \left[ \sqrt{\frac{Y_0}{Y_-}} + \frac{K_2}{K_1} \left( 1 - \sqrt{\frac{Y_0}{Y_-}} \right) \right] & \text{si } Y_- \in [Y_0, Y_1[ \\ 1 - \left[ \sqrt{\frac{Y_0}{Y_-}} + \frac{K_2}{K_1} \left( \sqrt{\frac{Y_1}{Y_-}} - \sqrt{\frac{Y_0}{Y_-}} \right) + \frac{K_3}{K_1} \left( 1 - \sqrt{\frac{Y_1}{Y_-}} \right) \right] & \text{si } Y_- \geq Y_1 \end{cases} \quad (5.23)$$

L'endommagement évoluera selon la loi exposée précédemment si  $f_+ \geq 0$  et  $f_- \geq 0$ . La figure 5.2 présente un exemple de courbe effort/déplacement relatif à ce modèle.

## 2.3 Actualisation de l'amortissement

### 2.3.1 Expression de l'amortissement

De nombreuses sources contribuent à l'amortissement, il est possible de les classer en deux catégories. D'une part, les sources externes qui ne modifient pas les propriétés de la structure et demeurent constantes durant le chargement ; d'autre part, les sources internes qui proviennent dans notre cas de la fissuration du béton. Les sources externes génèrent un taux d'amortissement élastique  $\xi_{elast}$ , la fissuration du béton génère un taux d'amortissement  $\xi_{hyst}$ . C'est pourquoi on peut considérer que le taux d'amortissement, jusqu'à la plastification des aciers, est égal à [Dwairi *et al.*, 2007], [Smyrou *et al.*, 2011] :

$$\xi = \xi_{elast} + \xi_{hyst} \quad (5.24)$$

L'étude du benchmark de la campagne SMART 2008 réalisée dans le chapitre 2 montre qu'une valeur de 2 % est adaptée pour le terme élastique, ce qui est conforme aux recommandations de l'ASN [ASN, 2006]. Il est possible de déterminer le taux d'amortissement  $\xi_{hyst}$  à injecter au modèle simplifié pour que la dissipation d'énergie relative à la fissuration du béton soit prise en compte de manière pertinente en respectant une équivalence entre les énergies dissipés des modèles simplifiés et Richard

2 soit :

$$E_D^{\text{simpl.}} = E_D^{\text{Richard 2}} \quad (5.25)$$

où  $E_D^{\text{Richard 2}}$  est l'énergie dissipée par le modèle Richard 2. La valeur du taux d'amortissement  $\xi_{hyst}$  est choisie pour obtenir cette équivalence. Ainsi, à un niveau de dommage structurel correspond un taux d'amortissement  $\xi_{hyst}$ . L'amortissement est minimal pour une structure saine et maximal lorsque les fissures sont totalement ouvertes, c'est à dire lorsque le plateau plastique est atteint. Nous définissons le dommage structurel comme un pourcentage de l'effort à rupture. Un autre choix aurait été de le définir en fonction du déplacement à rupture. Cependant, nous nous intéressons ici au comportement de la structure jusqu'au plateau plastique, ce choix apparait donc moins pertinent.

### 2.3.2 Résolution exacte

#### 2.3.2.1 Détermination du déplacement

Nous nous intéressons ici à un cycle d'amplitude  $u_0$ . La structure présente un niveau de dommage structurel  $D$ , égal pour les deux sens de chargement. Pour ce problème l'amortissement élastique est supposé nul et  $\xi$  est donc égal à  $\xi_{hyst}$ . Le problème est donc le suivant :

$$\begin{aligned} \text{Sachant : } & u(0) = u_0, D \text{ et } \dot{u}(0) = \dot{u}_0 = 0 \\ \text{Trouver : } & u(t) \in ]-\infty, \infty[ \\ \text{Tels que : } & m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + k_D u(t) = P_0 \cos(\omega^{D_0} t) \quad \forall t \in [0, \infty[ \\ & k_D = K(1 - D) \\ & f_{ext} = F_0 \cos(\omega^{D_0} t) \end{aligned} \quad (5.26)$$

L'équation du mouvement de ce système est alors :

$$u(t) = u_0 \cos(\omega^{D_0} t) \quad (5.27)$$

avec  $\omega_0^{D_0}$  la pulsation propre définie par  $\omega_0^{D_0} = \sqrt{\frac{k_D}{m}}$ ,  $\xi$  le taux d'amortissement critique égal à  $\xi = \frac{c}{2\sqrt{k_D m}}$ , ici l'amortissement n'est dû qu'à la fissuration du béton, et  $\omega^{D_0}$  la pulsation propre amortie qui vaut  $\omega^{D_0} = \omega_0^{D_0} \sqrt{1 - \xi^2}$ .

#### 2.3.2.2 Détermination du taux d'amortissement

Le problème qui se pose alors est de déterminer le taux d'amortissement permettant de dissiper une quantité réaliste d'énergie, soit :

$$\begin{aligned} \text{Sachant : } & u_0, D, E_D^{\text{Richard 2}} \text{ et } \dot{u}_0 = 0 \\ \text{Trouver : } & \xi \in ]0, \infty[ \\ \text{Tels que : } & u(t) = u_0 \cos(\omega^{D_0} t) \\ & E_D^{\text{simpl.}} = E_D^{\text{Richard 2}} \\ & E_D^{\text{simpl.}} = \oint c \dot{u}(t) du \\ & c = 2\xi \sqrt{k_D m} \end{aligned} \quad (5.28)$$

Pour cela, il est nécessaire de calculer l'énergie  $E_D^{\text{simpl.}}$  :

$$E_D^{\text{simpl.}} = \int_0^{\frac{2\pi}{\omega^{D_0}}} c\dot{u}(t)\dot{u}(t)dt \quad (5.29)$$

On exprime alors la vitesse en fonction des autres grandeurs du problème :

$$E_D^{\text{simpl.}} = \pi c \omega^{D_0} u_0^2 \quad (5.30)$$

Si l'on exprime  $\omega_D$  en fonction de  $\omega$  et  $c$  en fonction de  $\xi$  on obtient :

$$E_D^{\text{simpl.}} = 2\pi \sqrt{k_D m} \xi \omega_0^{D_0} \sqrt{1 - \xi^2} u_0^2 \quad (5.31)$$

On applique alors l'équation 5.31 dans l'équation 5.25 :

$$E_D^{\text{Richard}^2} - 2\pi \sqrt{k_D m} \xi \omega_0^{D_0} \sqrt{1 - \xi^2} u_0^2 = 0 \quad (5.32)$$

La valeur de  $\xi$  nécessaire pour obtenir l'équivalence énergétique est alors obtenue par une méthode de Newton.

$$\xi = \operatorname{argmin} \left( |E_D^{\text{Richard}^2} - 2\pi \sqrt{k_D m} \xi \omega_0^{D_0} \sqrt{1 - \xi^2} u_0^2| \right) \quad (5.33)$$

Nous avons ainsi déterminé le taux d'amortissement permettant de modéliser l'énergie dissipée par la fissuration du béton pour un niveau de dommage structurel donné.

### 2.3.3 Actualisations de l'amortissement mises en place

Il a été montré dans le chapitre 3 que le taux d'amortissement dû à la fissuration du béton dépendait de l'endommagement mais également de l'intensité du chargement et de l'usure des lèvres de fissures. Afin d'étudier l'influence de ces paramètres, trois actualisations ont été développées et seront détaillées dans les paragraphes suivants :

- Sans actualisation :  $\xi_{hyst} = 0$  cas de référence,
- Actualisation 1 :  $\xi_{hyst} = \xi_D$  l'amortissement hystérétique est fonction du niveau de dommage structurel,
- Actualisation 2 :  $\xi_{hyst} = \xi_D \Upsilon_U$  l'amortissement hystérétique est fonction du niveau de dommage structurel et de l'usure des lèvres de fissures,
- Actualisation 3 :  $\xi_{hyst} = \xi_D \Upsilon_I$  l'amortissement hystérétique est fonction du niveau de dommage structurel et de l'intensité du cycle.

#### 2.3.3.1 Actualisation 1

L'équivalence énergétique présenté dans la section 2.3.2.2 permet d'établir une relation entre l'endommagement de la structure et l'amortissement et d'en déduire le taux d'amortissement  $\xi_{hyst} = \xi_D$  à appliquer dans le modèle simplifié pour un niveau de dommage structurel donné.

### 2.3.3.2 Actualisation 2

Pour obtenir cette deuxième actualisation, il est nécessaire de définir un paramètre d'usure. En effet, plus les fissures s'ouvrent et se referment moins elles dissipent d'énergie. Ce paramètre est cependant dépendant de la fissuration donc du dommage structural. C'est pourquoi il est défini comme un ratio  $\Upsilon_U$  de  $\xi_D$ .  $\Upsilon_U$  peut varier entre 1 (fissure nouvellement créée) et 0 (fissure complètement érodée). Ne pouvant être déterminé à partir du modèle Richard, puisque ce dernier ne prend pas en compte ce phénomène il a été défini comme étant égal à  $1 - \frac{N_{cycle}}{N_{max}}$  avec  $N_{cycle}$  le nombre de cycles depuis le dernier cycle endommageant et  $N_{max}$  un nombre de cycles maximum dépendant de la structure. La notion de cycle est difficile à définir lors d'un chargement sismique. Le choix ici est de considérer qu'un cycle débute quand le déplacement passe de positif à négatif.

### 2.3.3.3 Actualisation 3

Dans ces travaux, la méthode d'équivalence énergétique permet également de relier le taux d'amortissement hystérétique à l'intensité du cycle courant. En effet, pour un niveau de dommage structural donné, il est possible de réaliser des essais de laché d'amplitudes différentes. La dissipation maximum est obtenue pour un laché d'amplitude égale à l'amplitude endommageante. Ceci correspond aux essais permettant de déterminer  $\xi_D$ . Les essais de laché d'amplitudes inférieures génèrent une dissipation d'énergie moindre, ce qui correspond à un taux d'amortissement plus faible. Ce dernier peut être défini comme un pourcentage  $\Upsilon_I$  de  $\xi_D$ .  $\Upsilon_I$  peut varier entre 0 (cycle d'intensité nulle) et 1 (cycle d'intensité égale au cycle fissurant).

## 2.4 Implantation numérique

Ce modèle a été implanté dans MATLAB<sup>®</sup>. Le schéma d'intégration temporel est de type Newmark accélération moyenne. La figure 5.4 présente l'algorithme du modèle. Des contrôles sont fait à chaque pas de temps afin de déterminer si l'un des trois paramètres (endommagement, nombre de cycle depuis la dernière évolution de l'endommagement et intensité du dernier cycle) actualisant l'amortissement a évolué. L'implantation numérique de la loi de comportement est présenté dans la figure 5.3.



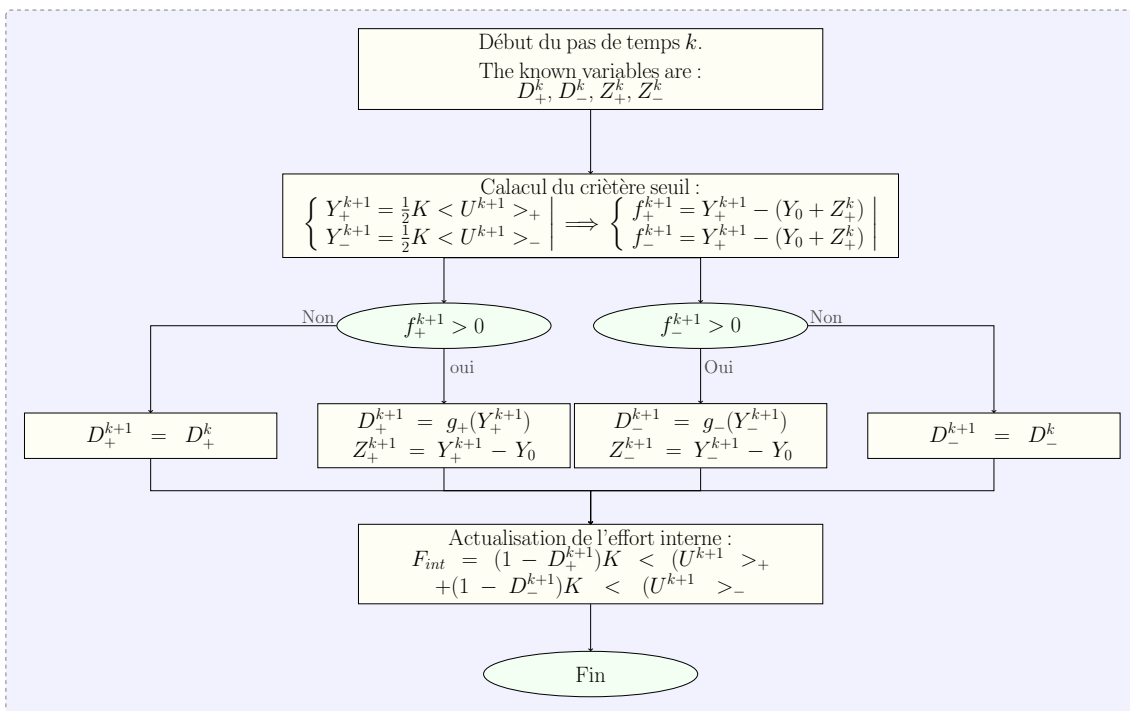


Figure 5.3: Algorithme de la loi de comportement.

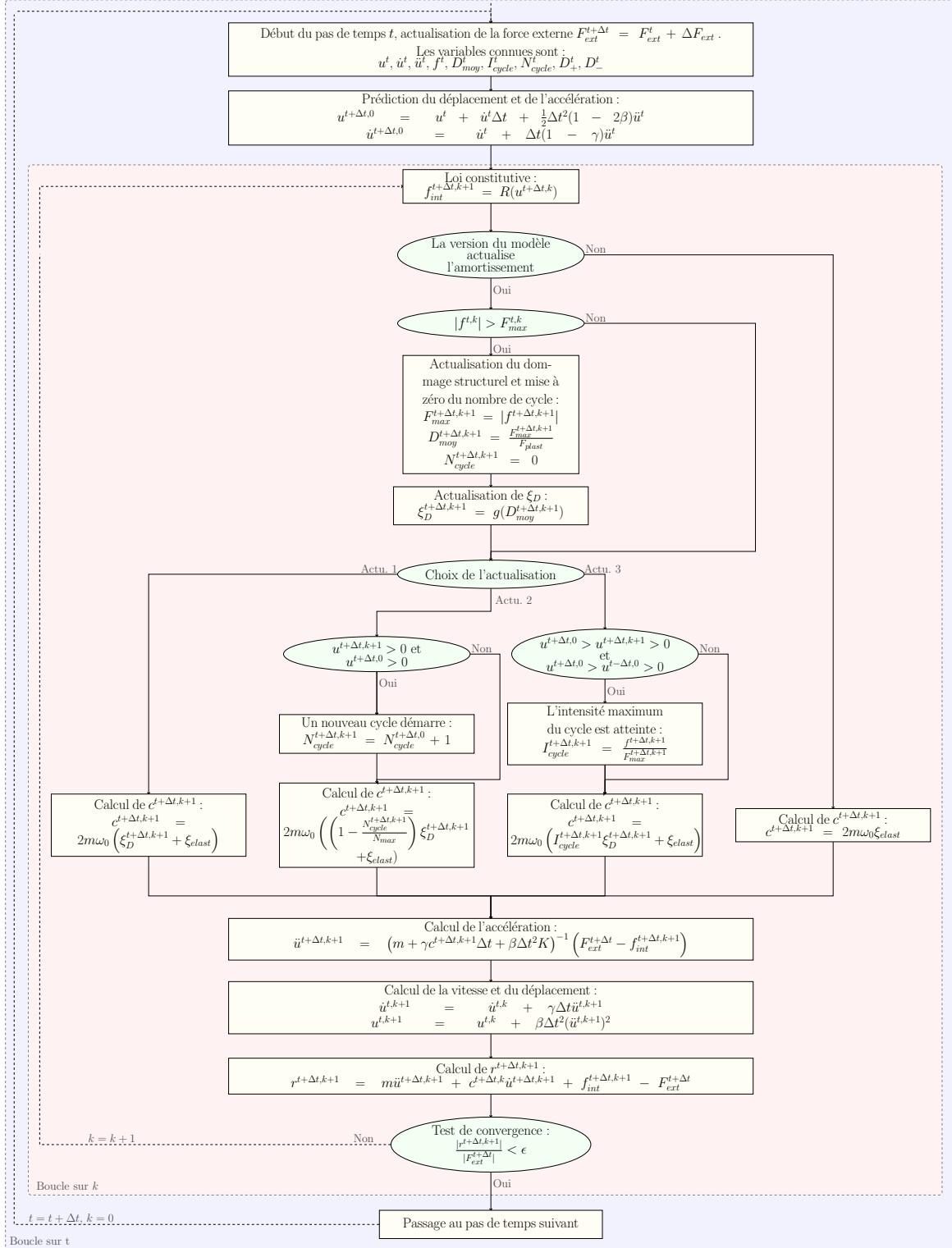
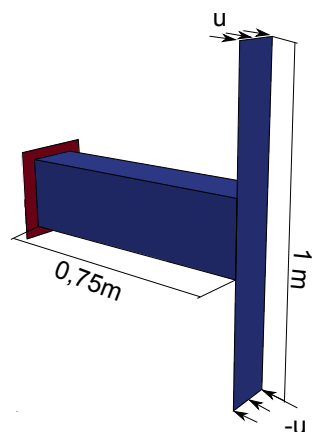


Figure 5.4: Algorithme du modèle simplifié.

## 3 Calibration

### 3.1 Descriptif des essais numérique de flexion circulaire

Afin d'établir les relations entre l'amortissement et l'endommagement d'une part, l'intensité du cycle d'autre part, une campagne numérique d'essais de flexion homogène a été réalisée sur les poutres de la campagne présentée dans le chapitre 3. L'intérêt de ce type de chargement est de générer un niveau d'endommagement constant sur toute la poutre. Il est ainsi possible de définir un niveau de dommage structurel à l'échelle d'un volume élémentaire représentatif de la structure en béton armé. Pour réaliser un tel chargement, une extrémité de la poutre était bloquée. Un couple en déplacement est appliqué à l'autre extrémité à l'aide du dispositif présenté sur la figure 5.5. Ainsi, on obtient bien un endommagement identique sur chaque section comme on le voit sur la figure 5.6. La loi de comportement du béton est une loi Richard 2 avec les paramètres définis dans la section précédente. Deux chargements analogues à ceux présentés dans le chapitre 3 ont été appliqués. Le premier chargement permet de définir une relation entre le dommage structurel et l'amortissement, alors que le second permet de s'intéresser à la relation entre l'amortissement et l'intensité du cycle courant.



**Figure 5.5:** Flexion homogène - Schéma de principe.

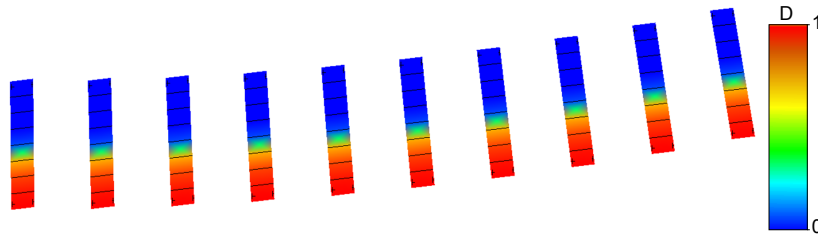


Figure 5.6: Flexion homogène - Cartographie d'endommagement - HA10 - 40kN.

### 3.2 Calibration du taux d'amortissement $\xi_D$

L'objectif ici est de déterminer la dissipation pour différents cycles stabilisés. Pour ce faire, un chargement analogue au chargement L1 de la campagne précédente a été réalisé. La dissipation est calculée pour chaque cycle, comme on peut le voir dans la figure 5.7. Par résolution explicite de l'équation 5.33, il a été possible de déterminer un taux d'amortissement hystérétique correspondant à la dissipation pour chaque cycle. Ainsi, une relation entre l'amortissement hystérétique à injecter dans le modèle simplifié et le niveau de dommage structurel a pu être déterminée. La relation ainsi déterminée est présentée sur la figure 5.8.

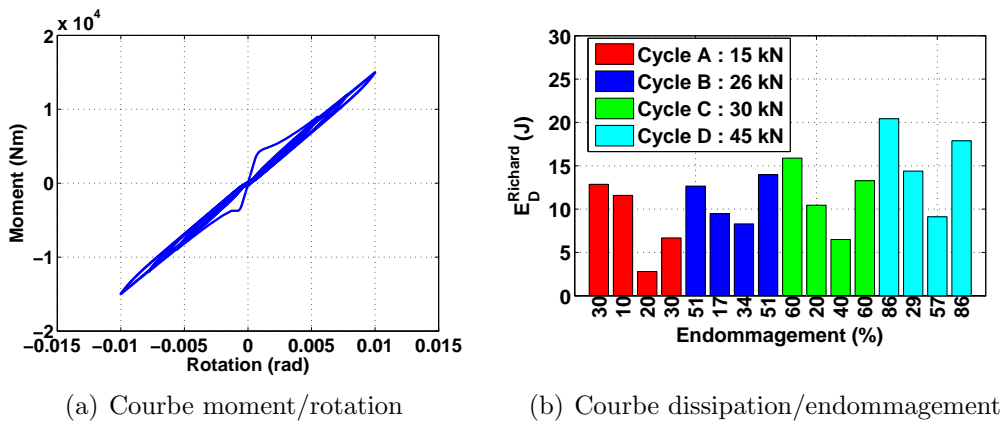


Figure 5.7: Flexion circulaire - poutre PHA10 - modèle Richard 2 - Chargement 1.

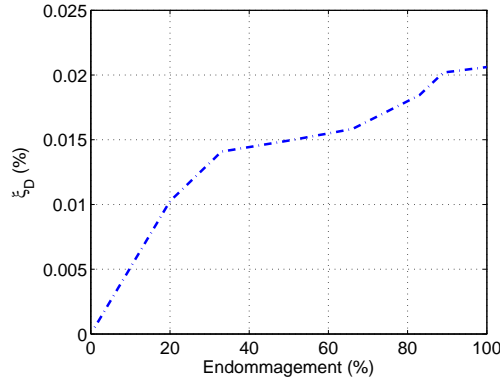


Figure 5.8: Relation endommagement / amortissement - poutre PHA10.

### 3.3 Calibration du paramètre $\Upsilon_I$

Nous nous intéressons ici à déterminer l'influence du niveau de chargement sur l'amortissement pour un niveau de chargement donné. Pour ce faire, un chargement analogue au chargement L2 utilisé pour la campagne de flexion 3 points a été appliqué. La dissipation est calculée pour chaque cycle, comme on peut le voir sur la figure 5.9. Par résolution explicite de l'équation 5.33, il a été possible de déterminer un taux d'amortissement hystérétique correspondant à la dissipation pour chaque cycle. Ainsi, une relation entre l'amortissement hystérétique à injecter dans le modèle simplifié et le rapport entre l'intensité du chargement en cours et l'intensité du plus fort cycle déjà atteint que l'on peut voir (

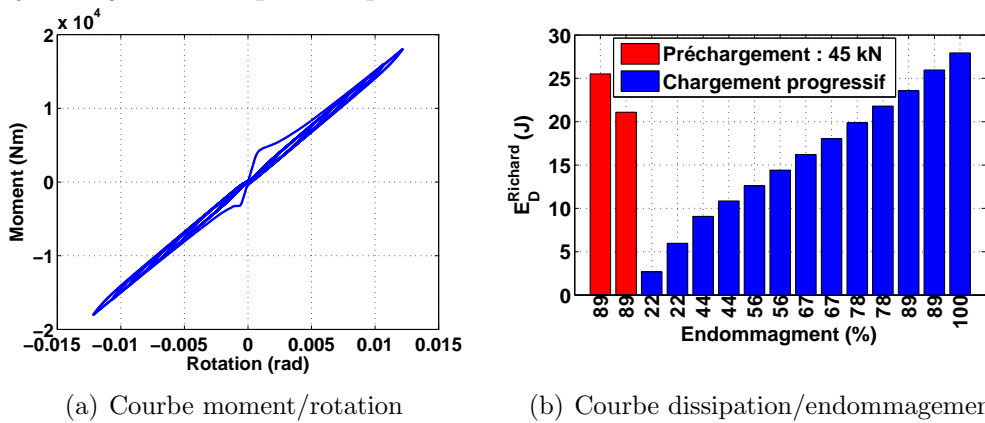
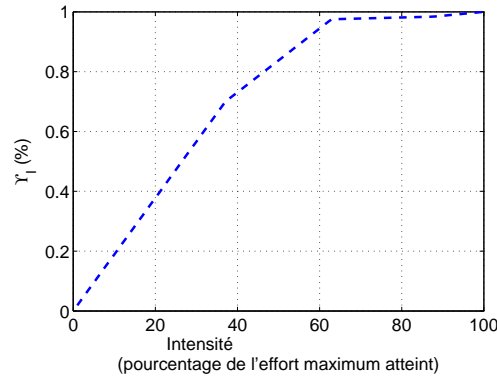


Figure 5.9: Flexion circulaire - poutre PHA10 - modèle Richard 2 - Chargement 2.



**Figure 5.10:** Relation ratio de l'endommagement maximum atteint / amortissement - poutre HA10.

## 4 Validation structurale

### 4.1 Présentation

#### 4.1.1 Descriptif de la structure

Une campagne d'essais sismiques uniaxiaux sur des poteaux à l'échelle 1/3 a été conçue [Combescure, 2001] et réalisée au CEA en 2002. Cette campagne intitulée : SIBA avait pour objectif d'étudier l'influence des aciers d'effort tranchant sur le comportement sismique de poteaux soumis à des chargements sismiques. Lors de cette campagne 7 maquettes ont été testées : 4 structures courtes et trois structures élancées. Les poteaux courts ne seront pas étudiés ici puisque leur comportement n'est pas dicté par des sollicitations de flexion. La figure 5.11 présente le coffrage du poteau étudié. Chaque maquette est constituée :

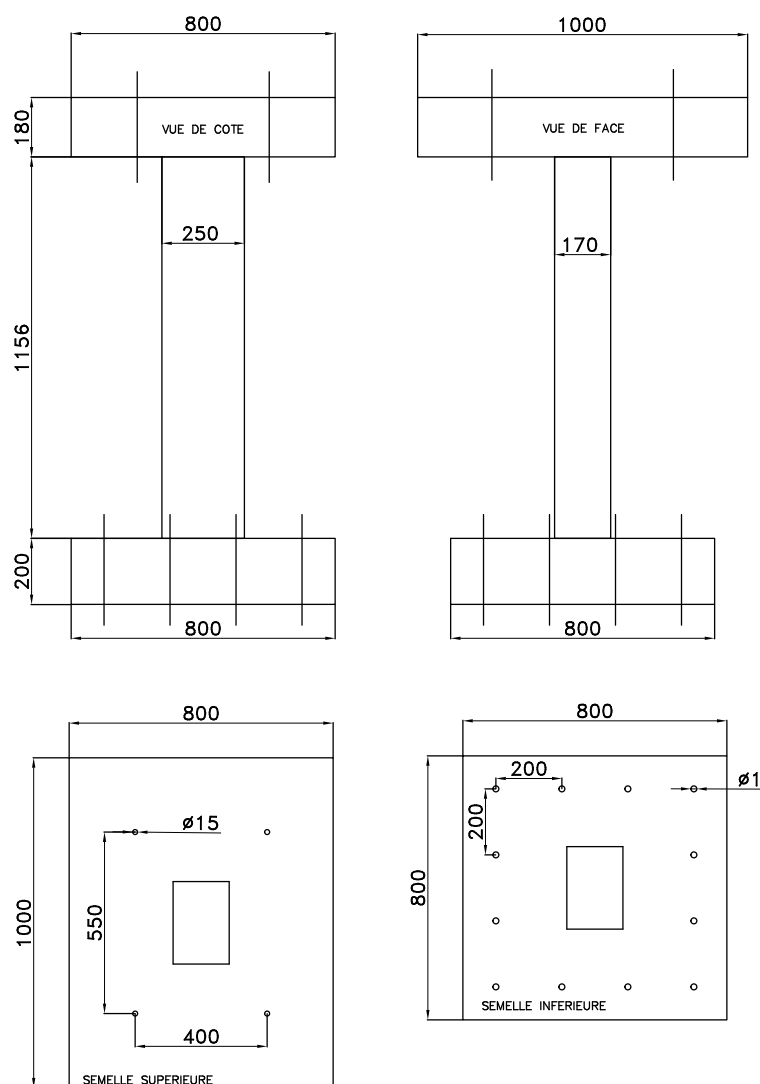
- d'une semelle inférieure carrée de 800 mm de côté, d'épaisseur 200 mm, percée de 12 réservations de diamètre 18 mm pour fixation sur la table vibrante,
- d'un poteau de hauteur 1,156 m, de section 0,250 m x 0,170 m,
- d'une semelle supérieure rectangulaire (1000 mm x 800 mm) d'épaisseur 180 mm, d'une masse de 348 kg, percée de 4 réservations de diamètre 15 mm pour le passage de tirants pour la fixation de masses en acier.

Les quatre masses en acier de dimension 1000 mm x 400 mm x 200 mm sont fixées sur les semelles supérieures, et ont une masse de 628 kg chacune. Elles permettent d'imposer au poteau une contrainte normale de compression représentative de celle des poteaux à l'échelle 1. Les maquettes élancées diffèrent au niveau de leur ferrailage de la manière suivante :

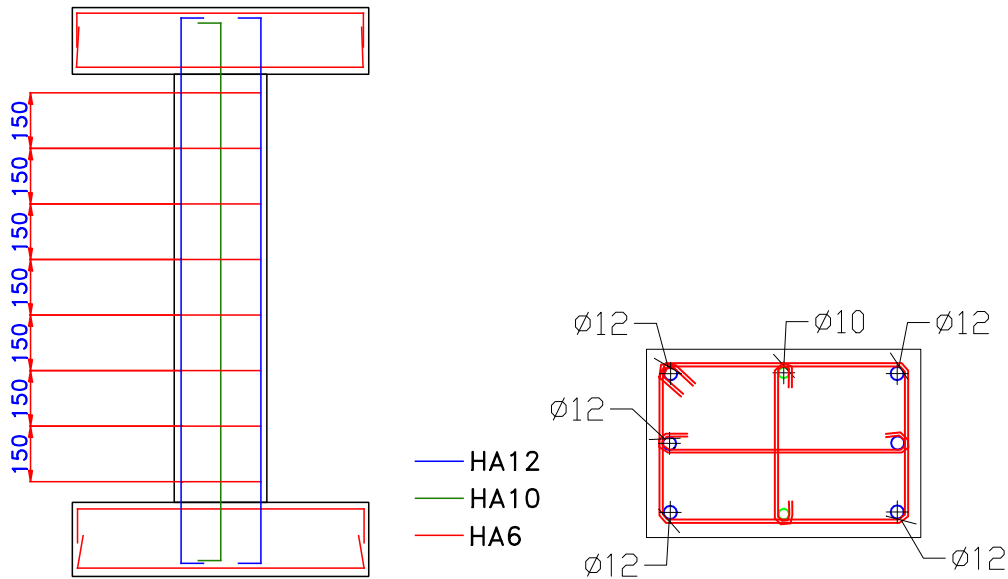
- poteau SIBA 150-0 : 1 cadre et 2 épingles de diamètre de 5 mm, tous les 150 mm (Maquette de référence),
- poteau SIBA 150-1 : 1 cadre et 2 épingles de diamètre de 3 mm, tous les 140 mm,

- poteau SIBA 150-2 : 1 cadre de diamètre de 2,5 mm, tous les 185 mm.

Les ferrailages des semelles inférieures et supérieures sont identiques pour tous les poteaux. Elles sont composées d'une nappe bidirectionnelle sur chaque face. Nous nous intéresserons ici au poteau 150-0 puisqu'il présente un ferrailage classique, dont le plan de ferrailage est présenté sur la figure 5.12.



**Figure 5.11:** Poteau SIBA - Plan de coffrage - Dimension en mm.



**Figure 5.12:** Poteau SIBA 150-0 - Plan de ferrailage.

Poteau	Age (jours)	Compression $f_{cj}$ (MPa)	Traction $f_{tj}$ (MPa)	Module d'Young $E_{b0}$ (MPa)	Abscisse du pic $\varepsilon_{b1}$ ( $10^{-3}$ )
150-0	43	31	3,0	26500	2,0
150-1	28	33,5	3,05	28500	2,2
150-2	28	23	3,35	23500	1,9

**Tableau 5.3:** Caractéristiques du béton.

#### 4.1.2 Paramètres matériaux

Un béton de type B25, avec une granulométrie de 0/20 a été commandé pour la coulée de l'ensemble des poteaux. Le béton a été réalisé dans la centrale de Béton de France située à Palaiseau (91). Lors de chaque coulée, une série de 12 éprouvettes cylindriques ( $d = 160mm$ ,  $h = 320mm$ ) a été coulée et conservée dans les mêmes conditions que les maquettes. Les caractéristique des différentes coulées sont présentés dans le tableau 5.3. Des essais de caractérisation [AFNOR, 2006] ont été réalisés sur ces éprouvettes à la date des essais sur table :

- essais de compression standards,
- essais de compression avec enregistrement de la courbe contrainte/déformation jusqu'au-delà du pic de contrainte,
- essais de fendage.

Ces essais ont été réalisés par le Centre Expérimental de Recherches et d'Études du Bâtiment et des Travaux Publics (CEBTP) de St Rémy Les Chevreuse. Les résultats



Diamètre nominal (mm)	$\sigma_y$ (MPa)	$\sigma_u$ (MPa)	$\frac{F_u}{F_y}$	Allongement à rupture (%)
6	552	603	1,09	3,9
10	564	656	1,16	8,0
12	539	628	1,16	10,5

**Tableau 5.4:** Caractéristiques des aciers.

sont consignés dans le document [CEBTP, 2002]. Le ferrailage est constitué d'aciers haute adhérence de diamètre 5, 10 et 12 mm et d'aciers de diamètre 2,4 et 3 mm. Les aciers de diamètre 10 et 12 mm sont de nuance Fe500-3 et les aciers de diamètre 2,4, 3, et 5 mm de nuance Fe500-2 (selon la norme NF A 35-016). Des échantillons de chaque diamètre ont été prélevés afin de réaliser une caractérisation des propriétés mécaniques. Le CEBTP a réalisé ces caractérisations. Les résultats sont consignés dans le rapport [CEBTP, 2002]. Pour chaque diamètre, 3 essais ont été réalisés. Le tableau 5.4 présente les valeurs moyennes de limite d'élasticité  $F_y$ , contrainte à rupture  $F_u$  et d'allongement de rupture.

#### 4.1.3 Instrumentation

Le plan d'instrumentation est présenté sur la figure 5.13. Il est constitué d'accéléromètres de type piézoélectrique pour déterminer les accélérations, et de capteurs potentiométriques à fil pour les déplacements. Dans cette études nous nous intéresserons en particulier au capteur axtab qui fourni les accélération de la table dans la direction des sollicitations et le capteur ax3 qui fourni les accélération en tête du poteau dans la même direction.

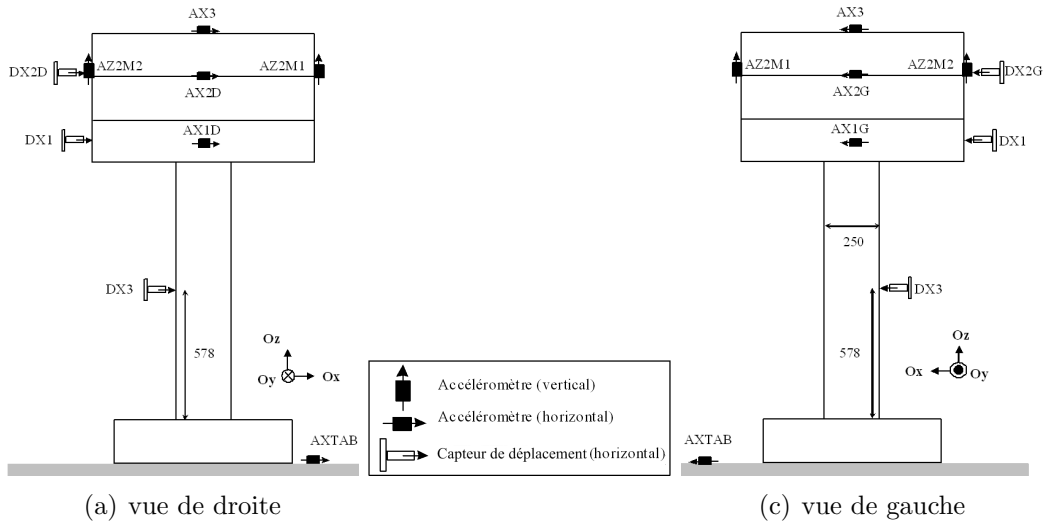


Figure 5.13: Poteau SIBA 150-0 - Plan d'instrumentation.

#### 4.1.4 Descriptif des essais

La maquette est soumise à des niveaux d'accélération croissant jusqu'à la ruine [Combescure, 2001], les spectres d'accélération des signaux d'entrées sont présentés dans la figure 5.14. La durée d'un essai est de l'ordre de 20 secondes. La gamme de fréquence d'excitation est comprise entre 1 et 30 Hz. Les PGA varient entre 0,02 g et 0,3 g.

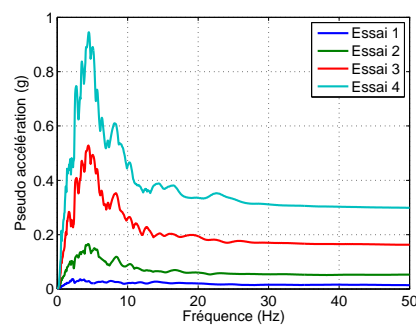


Figure 5.14: Poteau SIBA 150-0 - Spectre des différents signaux d'entrées.

Nous ne nous intéresserons ici qu'aux quatre premiers essais sismiques, les deux derniers ayant trop endommagé la structure (plastification puis rupture des aciers) pour que notre modélisation soit adaptée.

## 4.2 Modélisation fine

### 4.2.1 Descriptif de la Modélisation

Une modélisation multifibres a été réalisée. Le maillage éléments finis est présenté sur la figure 5.15a. Il est à noter que le maillage n'est constitué que d'un élément dans l'épaisseur. Ce choix est justifié par le fait que cette étude ne s'intéresse pas au comportement hors plan. Le maillage est constitué de 2 éléments pour la semelle inférieure, 8 pour le poteau, 2 pour la semelle supérieure et 4 pour les masses en acier. Chaque élément fibre est constitué de 8 éléments béton à 4 nœuds et 8 éléments acier à 1 nœud. Le béton est modélisé à l'aide de la loi de comportement Richard 2 présentée dans la section 2.2.3 du chapitre 4. Les aciers sont modélisés par la loi Menegotto-Pinto présentée dans la section 2.3.1 du chapitre 4. Chaque élément fibre du poteau est constitué de 8 éléments béton à 4 nœuds et 8 éléments acier à 1 nœud.

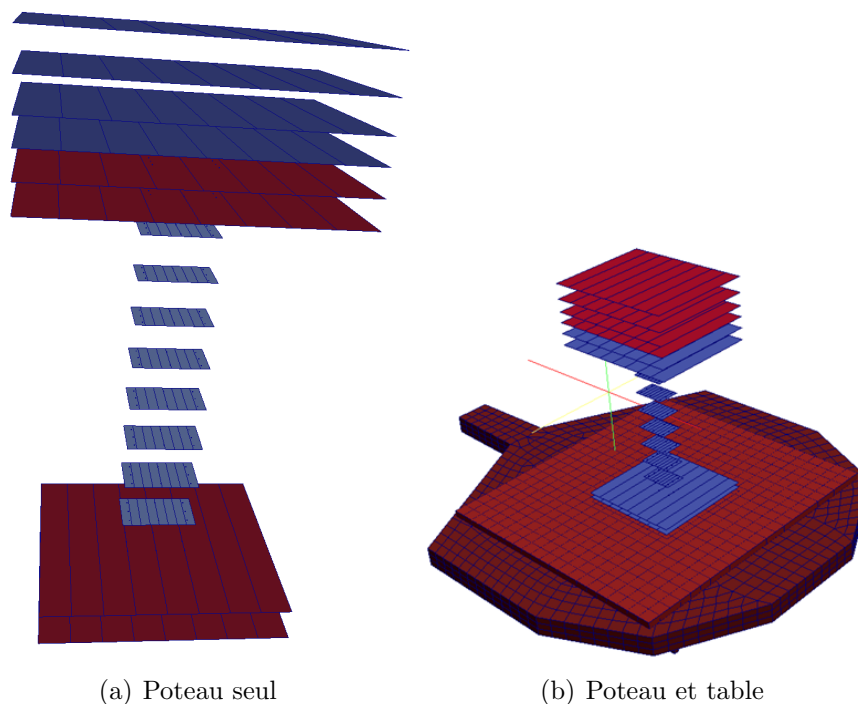


Figure 5.15: Poteau SIBA 150-0 - Maillage CAST3M [Cast3m, 2013].

### 4.2.2 Identification des paramètres matériaux

Le module d'Young du béton, son coefficient de Poisson et la résistance en compression ont été déterminés à partir des résultats expérimentaux des tests de compressions réalisés. La résistance en traction quant à elle a été obtenue à partir d'essais

de fendage. Les paramètres relatifs aux lois d'évolution et les paramètres correspondant ont été déterminés à partir des résultats de la réponse contrainte/déformation en traction et compression. Des valeurs nominales ont été choisies pour les paramètres relatifs aux phénomènes hystérétiques, en raison de la difficulté de trouver dans la littérature des résultats expérimentaux d'essais de traction cyclique [Richard et Ragueneau, 2013]. Ils ont été adaptés en fonction des résultats de la campagne expérimentale dont il est question ici. Les paramètres matériaux relatifs au modèle « Richard 2 » sont présentés dans le tableau 5.5. Les paramètres matériaux relatifs au modèle Menegotto-Pinto utilisés lors de cette campagne sont présentés dans le tableau 5.6. Ils ont été choisis en fonction des données expérimentales présentées dans le tableau 5.4.

Lors des premières modélisations, le poteau était supposé encastré sur la table. Cette configuration ne permettait pas de retrouver la première fréquence de la structure (7,3 Hz contre 4,8 Hz expérimentalement). En effet, expérimentalement, la structure était vissée à la table vibrante, ce qui introduit une souplesse. Des simulations ont été réalisées en modélisant la table vibrante (fig.5.15b, ce qui a eu pour effet de diminuer la fréquence mais pas suffisamment (6,8 Hz). La table vibrante repose sur des glissières. Ces glissières sont susceptibles d'introduire une souplesse provoquant cette chute de fréquence. Cependant, ne disposant d'aucunes données expérimentales relatives à ce phénomène, il n'est pas possible de le modéliser de manière intrinsèque. C'est pourquoi ces différentes souplesses (table et glissières) ont été prises en compte par l'ajout d'un élément à un œud double de taille nulle et de type JOI1 [Cast3m, 2013]. La raideur de cet élément a été ajustée pour retrouver la fréquence propre expérimentale et n'a pas été modifiée durant les essais.

Symbole	Paramètre	Valeur	Unité
$E$	Module d'Young	$26.10^9$	Pa
$\nu$	Coefficient de poisson	0,2	-
$b$	Seuil d'activation de l'endommagement	82,82	$J.m^{-3}$
$R_0$	Coefficient de fragilité	$9,0.10^{-3}$	$J^{-1}.m^3$
$\sigma_y$	Module d'écrouissage cinématique 1	$2,0.10^9$	Pa
$\sigma_u$	Module d'écrouissage cinématique 2	$1,0; 10^{-6}$	$Pa^{-1}$
$\varepsilon_y$	Contrainte de refermeture	$-2,0; 10^6$	Pa
$\varepsilon_u$	Effort de compression	$-10,0; 10^6$	Pa
$A_1$	Module d'écrouissage plastique 1	$4,0.10^{10}$	Pa
$A_2$	Module d'écrouissage plastique 2	600	-

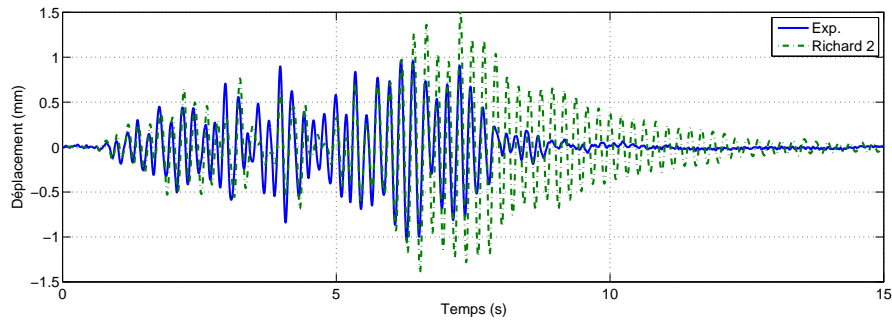
**Tableau 5.5:** Paramètres du modèle Richard 2.

Symbole	Paramètre	Valeur	Unité
$E$	Module d'Young	$210 \cdot 10^9$	Pa
$\nu$	Coefficient de Poisson	0,2	-
$b$	Taux de la contrainte d'écroûissage	0,000877	-
$R_0$	Coefficient $R_0$	20	-
$\sigma_y$	Contrainte de plasticité	$560 \cdot 10^6$	Pa
$\sigma_u$	Contrainte ultime	$656 \cdot 10^6$	Pa
$\varepsilon_y$	Déformation de début d'écroûissage	0,0029715	-
$\varepsilon_u$	Déformation ultime	0,534	-
$A_1$	Écroûissage isotrope 1	18,5	-
$A_2$	Écroûissage isotrope 2	0,15	-
$A_6$	Écroûissage isotrope 3	620	-
$C$	Écroûissage isotrope 4	0,5	-
$A$	Écroûissage isotrope 5	0,006	-
$A_{ld}$	Rapport de longueur entre deux cadres et la barre	5	-

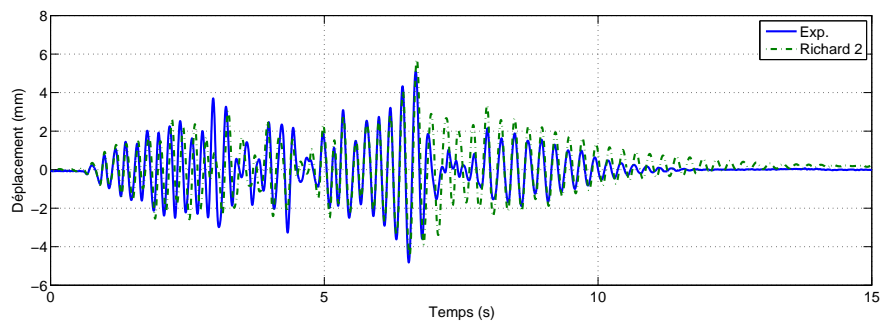
**Tableau 5.6:** Paramètres du modèle Menegotto-Pinto.

#### 4.2.3 Comparaison essai calcul

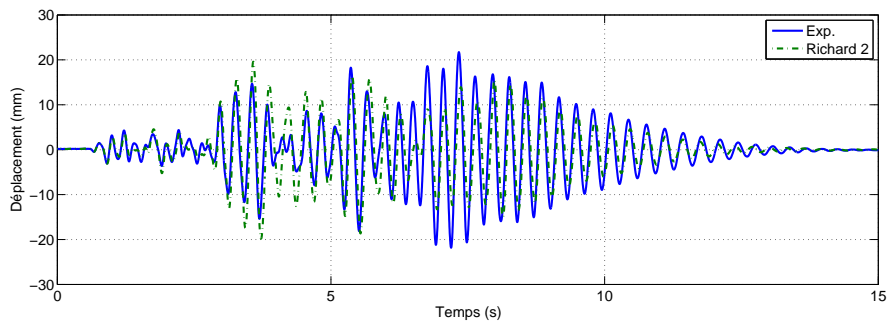
Ce modèle a été utilisé pour modéliser le comportement du poteau 150-0 lors des quatre premiers essais sismiques, les réponses en déplacement et en accélération sont présentées respectivement dans les figures 5.16 et 5.17. Les quatre essais ont été modélisés à la suite. Un amortissement de Rayleigh de 2 % était appliqué au modèle pour représenter l'amortissement dû aux sources externes. Les déplacements sont surestimés pour l'essai 1. Ceci provient certainement de jeux expérimentaux, les valeurs de déplacements étant très faibles. Les pseudo-accélérations sont également surestimées pour les mêmes raisons. La fréquence du pic est quant à elle réaliste. Pour les trois autres essais les déplacements, les accélérations et les fréquences du pic sont cohérentes. On peut ainsi considérer que ce modèle est correctement identifié pour représenter les poteaux SIBA. Il peut donc servir de référence pour calibrer les modèles simplifiés.



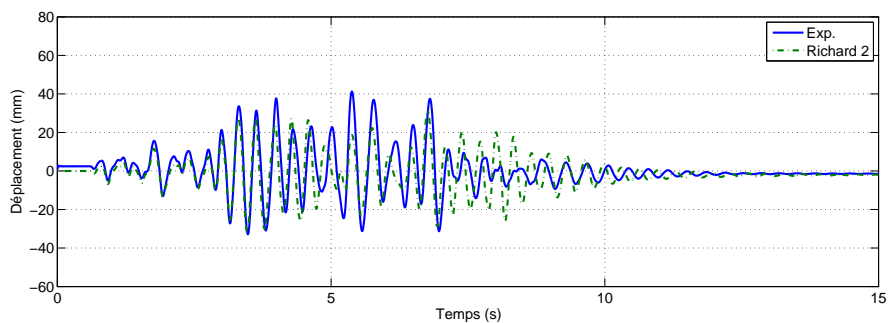
(a) Essai 1 : 0,02 g



(b) Essai 2 : 0,05 g

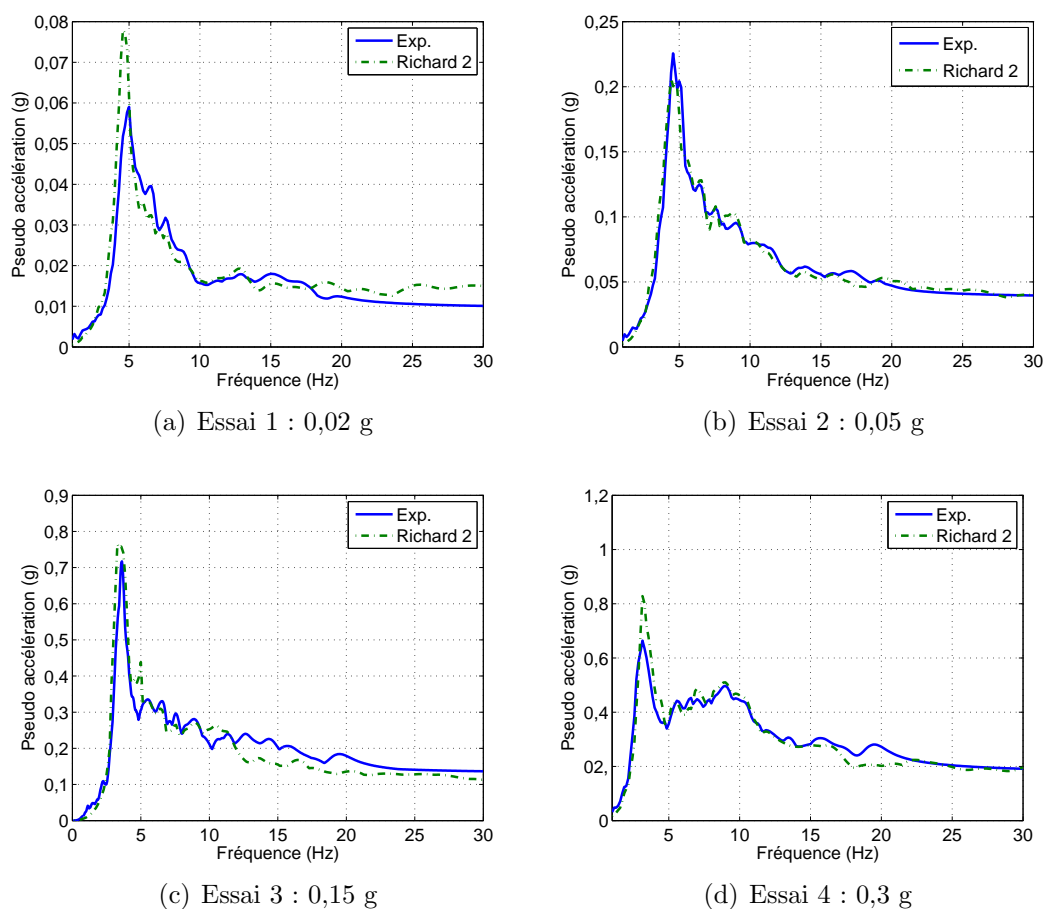


(c) Essai 3 : 0,15 g



(d) Essai 4 : 0,3 g

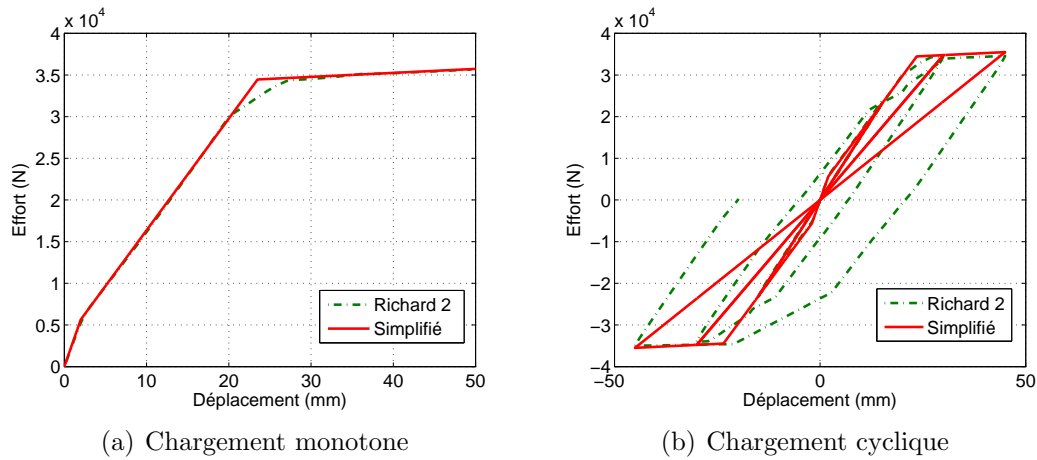
**Figure 5.16:** Poteau SIBA 150-0 - Déplacement en tête du poteau 150-0 suivant l'axe x pour les quatre premiers essais SIBA.



**Figure 5.17:** Poteau SIBA 150-0 - Accélération en tête du poteau 150-0 suivant l'axe x pour les quatre premiers essais SIBA.

### 4.3 Calibration

Le modèle a été calé par rapport au modèle Richard 2. Un chargement monotone a permis de déterminer le module des trois pentes du modèle tri linéaire ainsi que les seuils de fissuration et plasticité, comme on peut le voir sur la figure 5.18a et dans le tableau 5.7. Un chargement cyclique a également été réalisé, comme on peut le voir sur la figure 5.18b. Le modèle prend bien en compte l'effet unilatéral mais ne prend pas en compte les déformations permanentes. On peut donc considérer que le modèle simplifié est identifié correctement vis à vis du modèle Richard. En ce qui concerne les actualisations, les relations présentées dans le paragraphe 3 ont été utilisées pour déterminer  $\xi_D$  et  $\Upsilon_I$ . Manquant de donnée précise une valeur de 5 a été choisie pour le paramètre relatif au nombre de cycle maximum  $N_{MAX}$  une étude plus précise devra être menée pour mieux calibrer ce paramètre.



**Figure 5.18:** Courbe effort déplacement - comparaison modèle Richard et modèle simplifié trilineaire.

Symbole	Paramètre	Valeur	Unité
$K_1$	Raideur de la première pente	$2,822.10^6$	$N.m^{-1}$
$K_2$	Raideur relative à la seconde pente	$1,453.10^6$	$N.m^{-1}$
$K_3$	Raideur relative à la troisième pente	$4,798.10^6$	$N.m^{-1}$
$Y_{01}$	Seuil en énergie	6,503	J
$Y_{02}$	Seuil en énergie	413,9	J

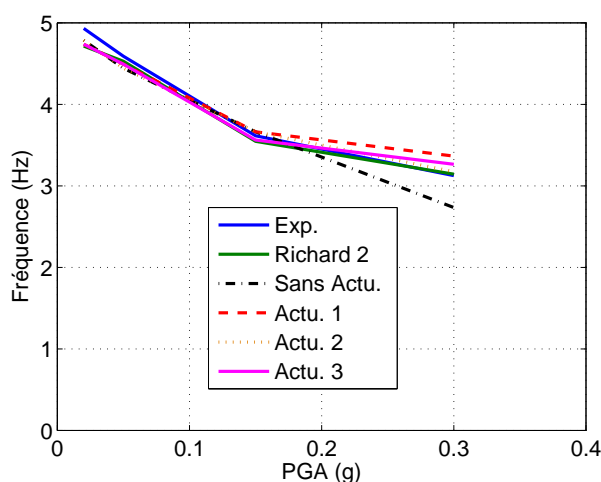
**Tableau 5.7:** Paramètres du modèle Simplifié.

## 4.4 Résultats

Les quatre premiers essais ont été simulés à la suite avec les quatre versions du modèle simplifié afin de pouvoir étudier l'influence de l'historique de chargement sur l'amortissement. Dans cette partie, les résultats obtenus avec ces quatre versions seront comparés à ceux obtenus expérimentalement et avec le modèle Richard. Pour chacun des quatre essais, les comparaisons porteront sur (i) les courbes enveloppes des déplacements, (ii) les spectres d'accélération, (iii) le taux d'amortissement. Pour les modèles actualisés 1 et 3, l'énergie dissipée par ces modèles sera comparée à celle dissipée par le modèle Richard afin de vérifier que l'équivalence énergétique est bien respectée. Concernant les déplacements, seules les enveloppes de déplacement sont présentées ici les courbes forces déplacements sont présente en annexe B. En effet les signaux temporels sont difficiles à comparer. Le modèle simplifié visant à représenter le comportement global de la structure (déplacement maximum, comportement de la structure à la fin de l'essai) il est pertinent de ne présenter que les enveloppes de déplacements. Ce type de représentation a cependant des inconvénients : en particulier, il ne montre pas les cycles de faible intensité se produisant durant la



phase forte. Avant d'étudier en détail chaque essai, on constate sur la figure 5.19 que le modèle Richard 2 ainsi que les trois modèles actualisés représentent de manière réaliste la chute de fréquence. Seul le modèle sans actualisation la surestime pour le dernier essai, ceci est dû à la plastification des aciers.



**Figure 5.19:** Poteau SIBA 150-0 - Évolution de la première fréquence propre.

#### 4.4.1 Essai 1

Ce premier essai est à bas niveau. On peut constater sur la figure 5.20a que l'amortissement évolue peu quelque soit l'actualisation, il est donc logique d'obtenir des résultats très proches avec les différentes actualisations tant en termes de déplacements (fig. 5.21) que d'accélération (fig. 5.22). De plus, on note que les résultats obtenus avec les modèles simplifiés et Richard sont très proches. Ceci confirme que le modèle simplifié a été correctement identifié. Enfin, si l'on observe la figure 5.20b on observe que les modèles actualisés 1 et 3 respectent bien, durant l'essai, la relation d'équivalence énergétique établie envers le modèle Richard 2.

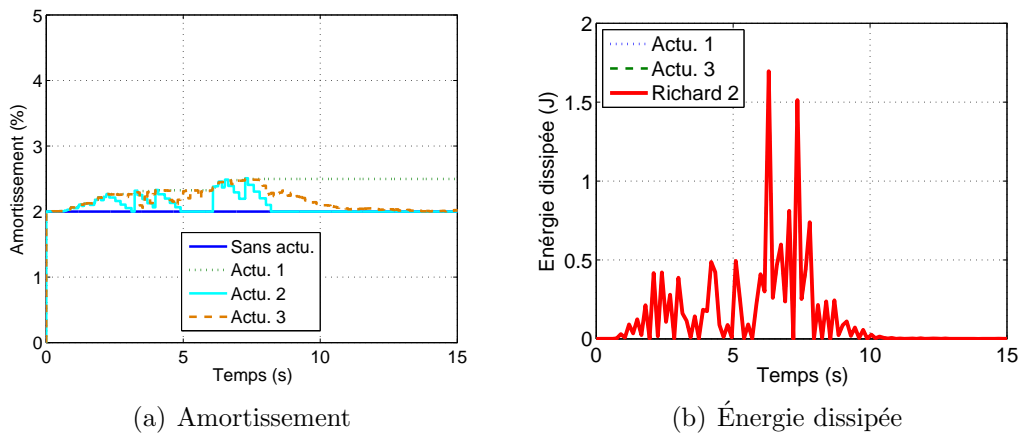


Figure 5.20: Poteau SIBA 150-0 - Essai 1.

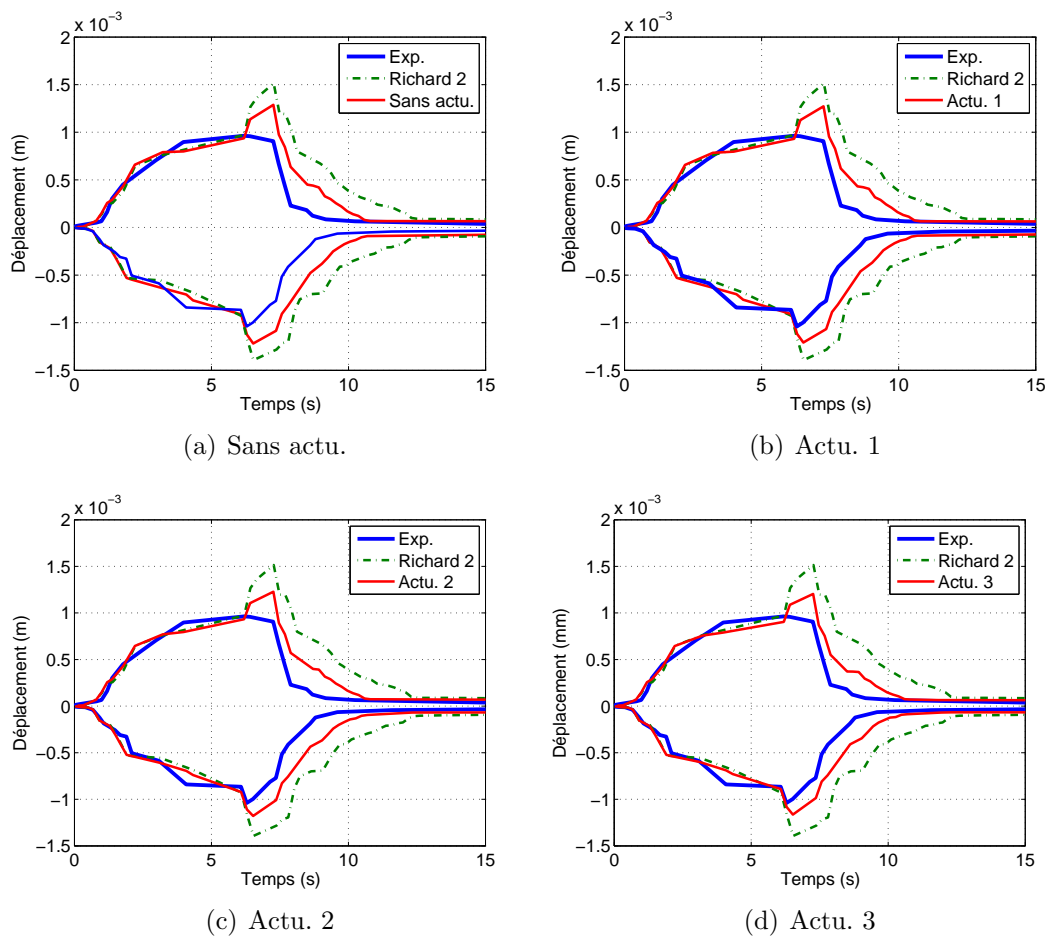


Figure 5.21: Déplacement en tête - Poteau SIBA 150-0 - Essai 1.

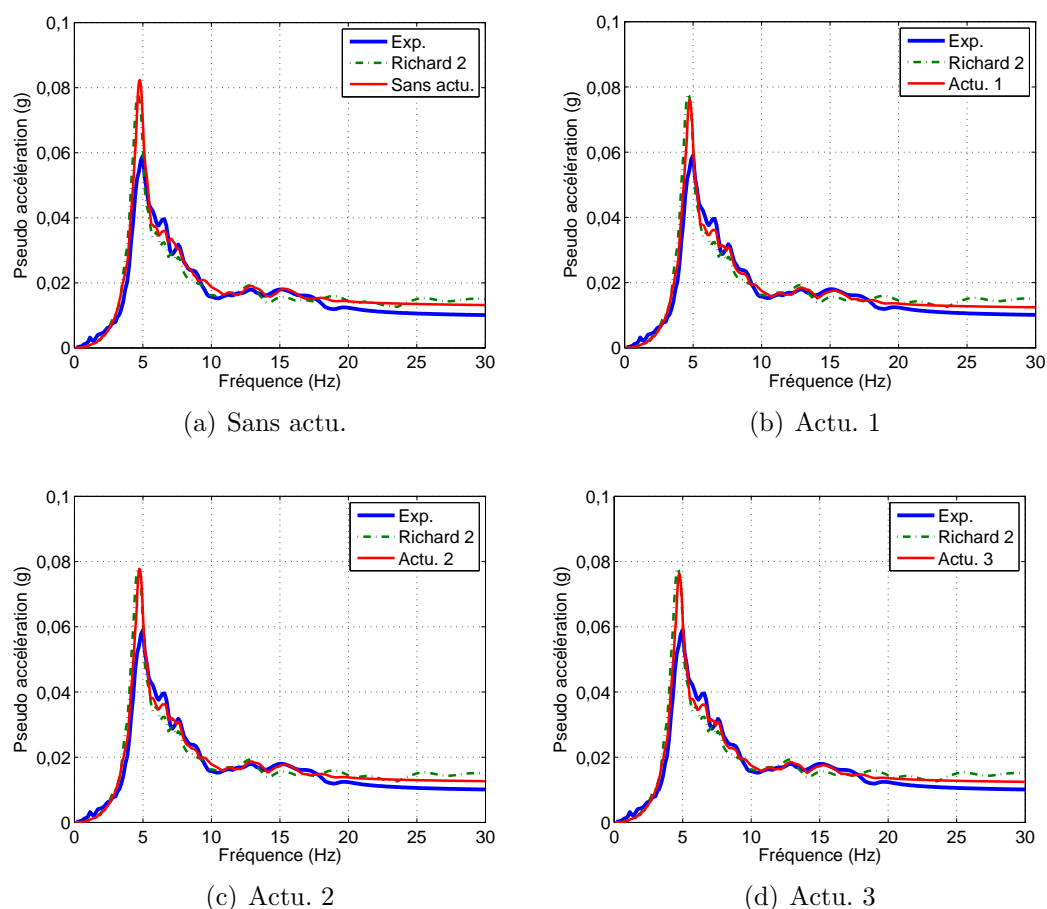


Figure 5.22: Pseudo accélération en tête - Poteau SIBA 150-0 - Essai 1.

#### 4.4.2 Essai 2

Cet essai est d'intensité supérieure au précédent ce qui provoque une variation notable (supérieure à 1 %) de l'amortissement (fig. 5.23a). Les résultats sont proches de l'expérience tant en termes de déplacements (5.24) que d'accélération (5.28). Les déplacements et accélérations sont légèrement sousestimés par les modèles actualisé 1 et actualisé 3. Les accélérations sont réalistes surtout pour les modèles actualisés 1 et 3 donnent des résultats vraiment très proches des simulations réalisés à l'aide du modèle Richard 2. Enfin, si l'on observe la figure 5.23b, on observe que les modèles actualisés 1 et 3 respectent bien, durant l'essai, la relation d'équivalence énergétique établie envers le modèle Richard 2.

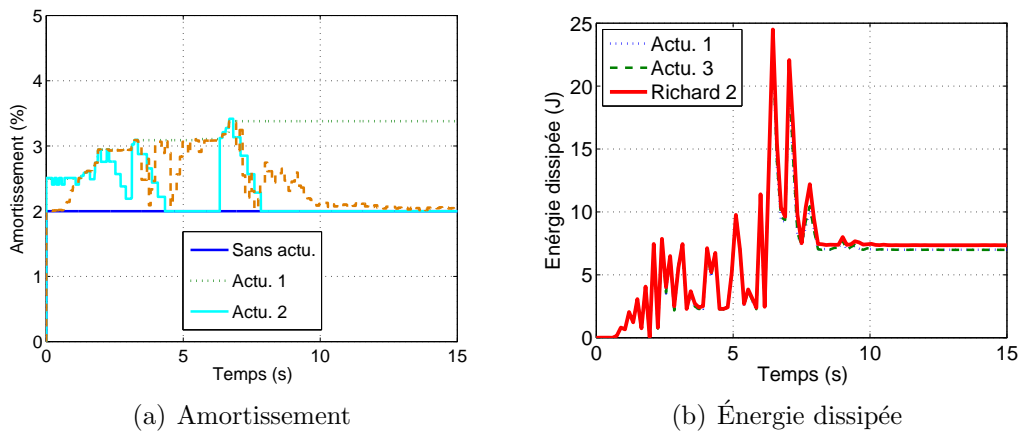


Figure 5.23: Poteau SIBA 150-0 - Essai 2.

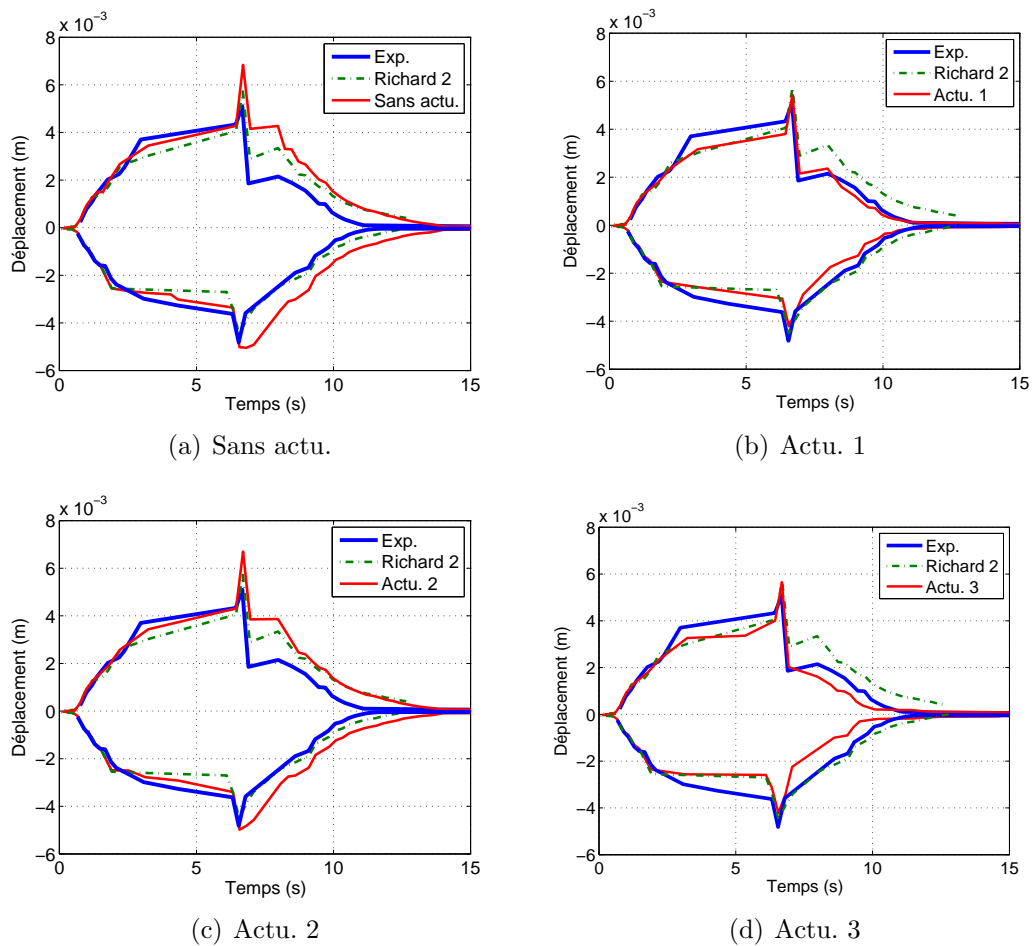


Figure 5.24: Déplacement en tête - Poteau SIBA 150-0 - Essai 2.

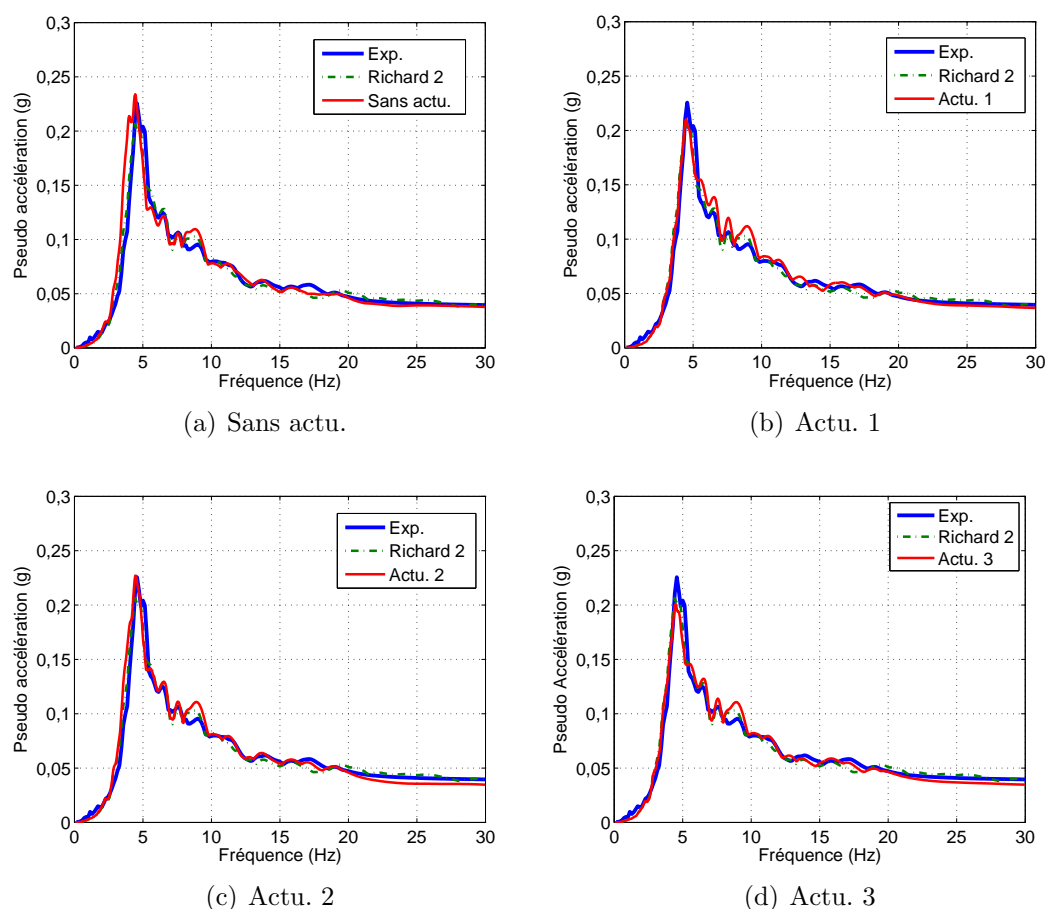
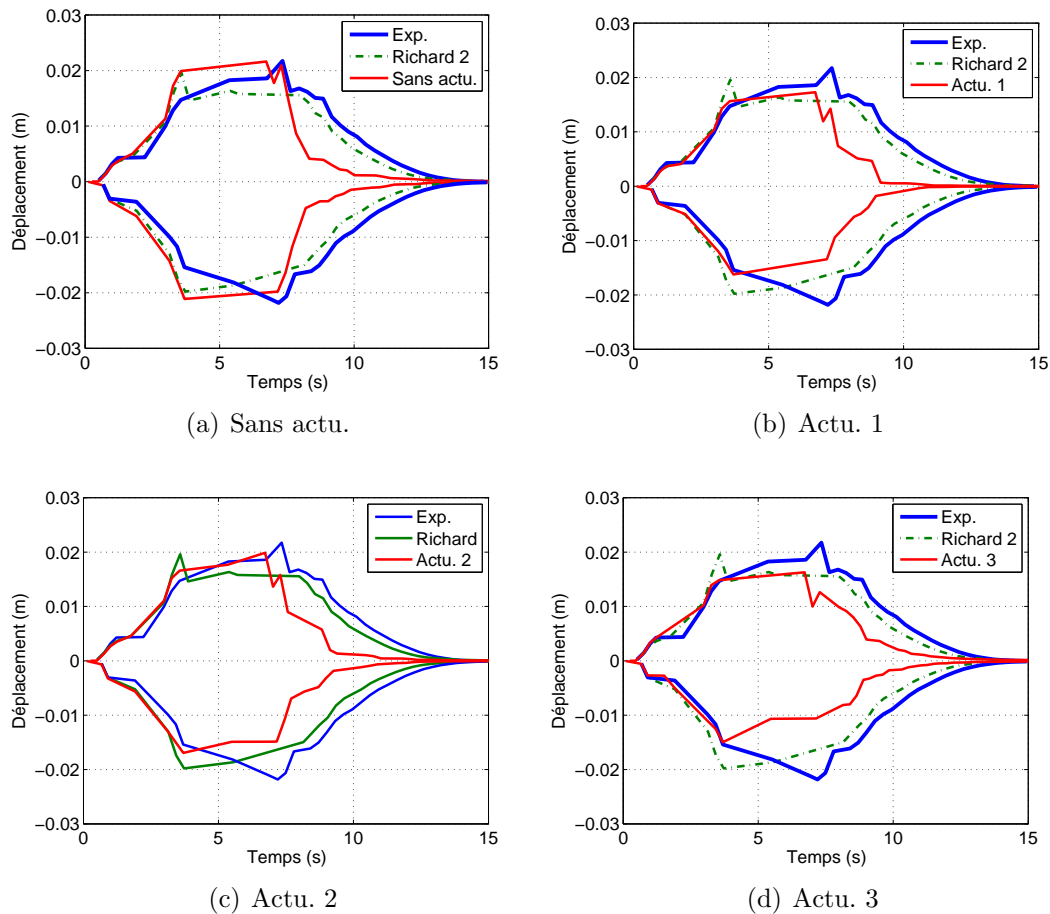


Figure 5.25: Pseudo accélération en tête - Poteau SIBA 150-0 - Essai 2.

#### 4.4.3 Essai 3

Cet essai présente un niveau de sollicitation important et l'on observe bien ici la variété des taux d'amortissement des différents modèles (fig. 5.27a). L'amortissement hystérétique atteint des pics de près de 2 % pour chacun des modèles actualisés. Il est également intéressant de noter que les modèles actualisés 1 et 2 débutent cet essai avec la valeur d'amortissement modifié par les essais précédents ce qui n'est pas le cas du modèle actualisés 3 puisque l'amortissement dépend de l'intensité du cycle. L'étude de l'enveloppe des déplacements, présentée sur la figure 5.26, montre que les modèles simplifiés ne sont pas capables de représenter la décroissance très lente des déplacements, contrairement au modèle Richard 2. La décroissance des déplacements à la fin du séisme pour cette essai semble mal représenté par le modèle simplifié quelque soit l'actualisation. Ce phénomène n'apparaît que pour cet essai. Si l'on compare à présent les spectres d'accélération, des différences notables apparaissent. Le modèle sans actualisation surestime fortement l'accélération du pic alors que les

différents modèles actualisés ont tendance à la sous-estimer. Le modèle actualisé 2 semble être le plus pertinent, ce qui peut s'expliquer par son mécanisme d'usure qui permet d'améliorer la fin du signal. Enfin, si l'on examine la figure 5.27b on observe que les modèles actualisés 1 et 3 respectent bien, durant l'essai, la relation d'équivalence énergétique établie envers le modèle Richard 2.



**Figure 5.26:** Déplacement en tête - Poteau SIBA 150-0 - Essai 3.

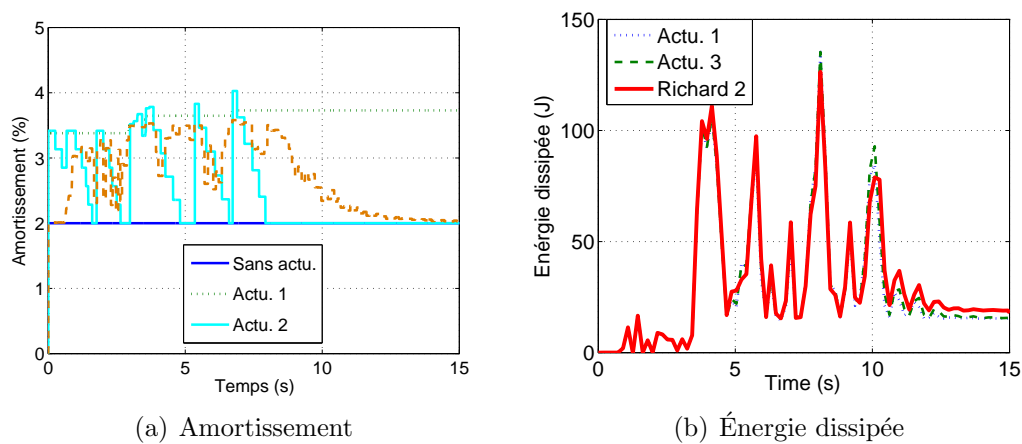


Figure 5.27: Poteau SIBA 150-0 - Essai 3.

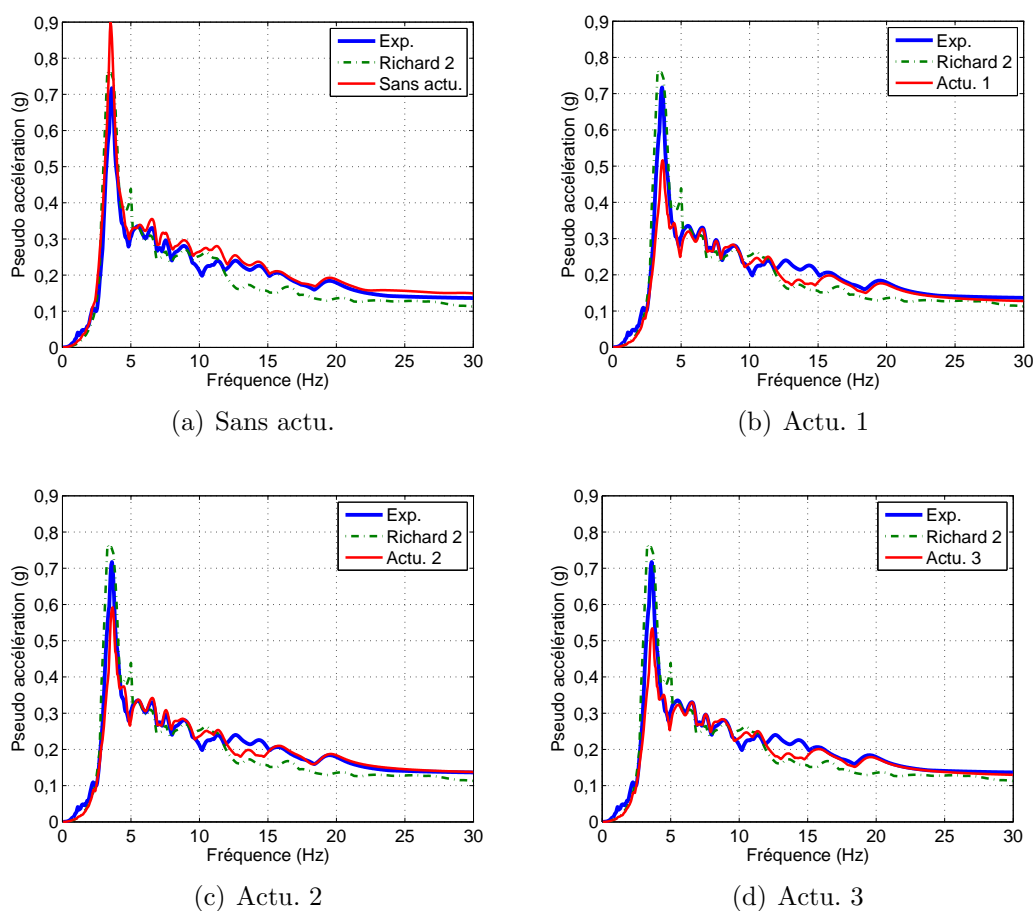


Figure 5.28: Pseudo accélération en tête - Poteau SIBA 150-0 - Essai 3.

#### 4.4.4 Essai 4

Cet essai correspond à une sollicitation sismique de haut niveau. Les écarts en terme d'amortissement sont ici très significatifs avec un amortissement hystérétique proche des 2 % (fig. 5.29a). On constate que les résultats en terme de déplacements, présentés sur la figure 5.30, diffèrent fortement entre les modèles. Le modèle sans actualisation est clairement inapproprié ici. Les autres modèles arrivent à évaluer les déplacements bien qu'ils les sous estiment légèrement. Le modèle actu. 3 présente les meilleurs résultats et se révèle très proche du modèle Richard 2. Si l'on s'intéresse à présent aux spectres d'accélération, on constate que les trois modèles actualisés présentent des résultats proches de ceux du modèle Richard 2. Les modèles actu. 2 et 3 présentent des amplitudes aux pics plus réalistes mais surestiment les accélérations sur la plage 5-7 Hz. Enfin, si l'on observe la figure 5.29b on constate que les modèles actu. 1 et 3 respectent assez bien, durant l'essai, la relation d'équivalence énergétique établie envers le modèle Richard 2. Cependant des écarts apparaissent autour de la quatrième seconde. A cet instant le plateau plastique est atteint, des déformations permanentes liées à la plastification apparaissent, dissipant de l'énergie. Elles ne sont prises en compte ni par la loi de comportement du modèle simplifié ni au travers de l'actualisation de l'amortissement qui est calibré jusqu'au plateau plastique et non après.

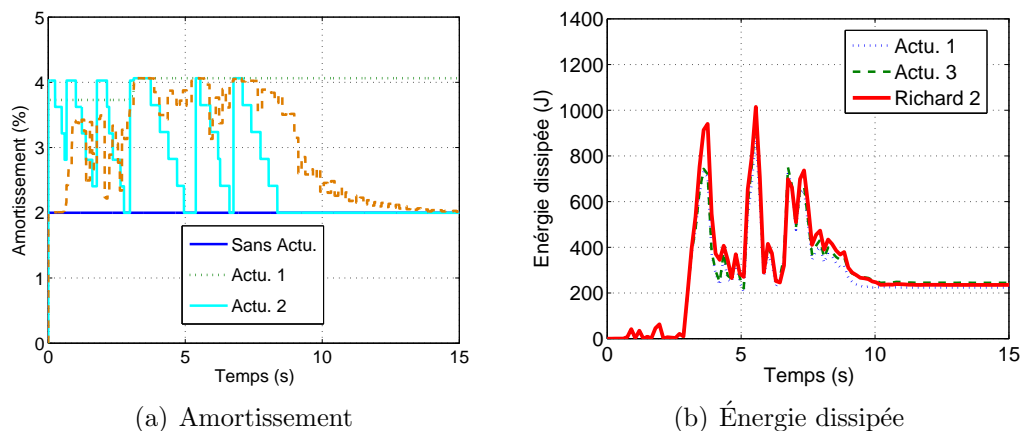


Figure 5.29: Poteau SIBA 150-0 - Essai 4.



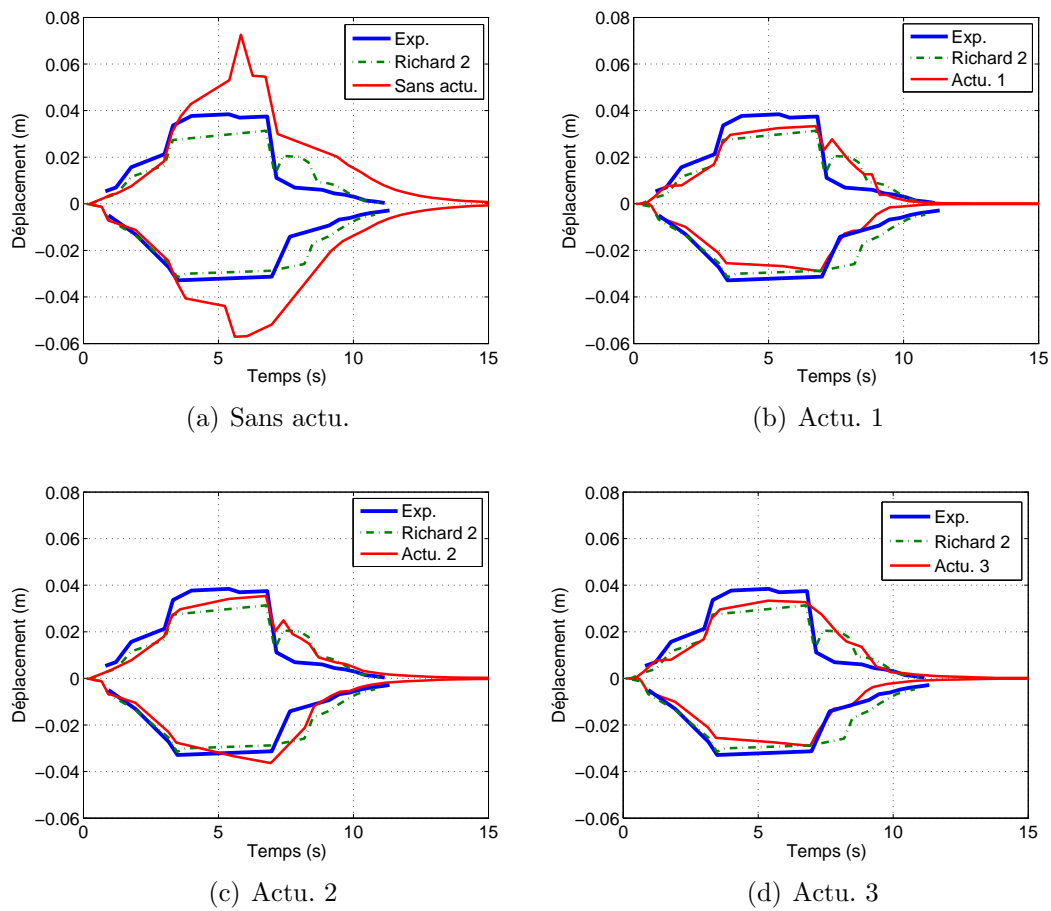


Figure 5.30: Déplacement en tête - Poteau SIBA 150-0 - Essai 4.

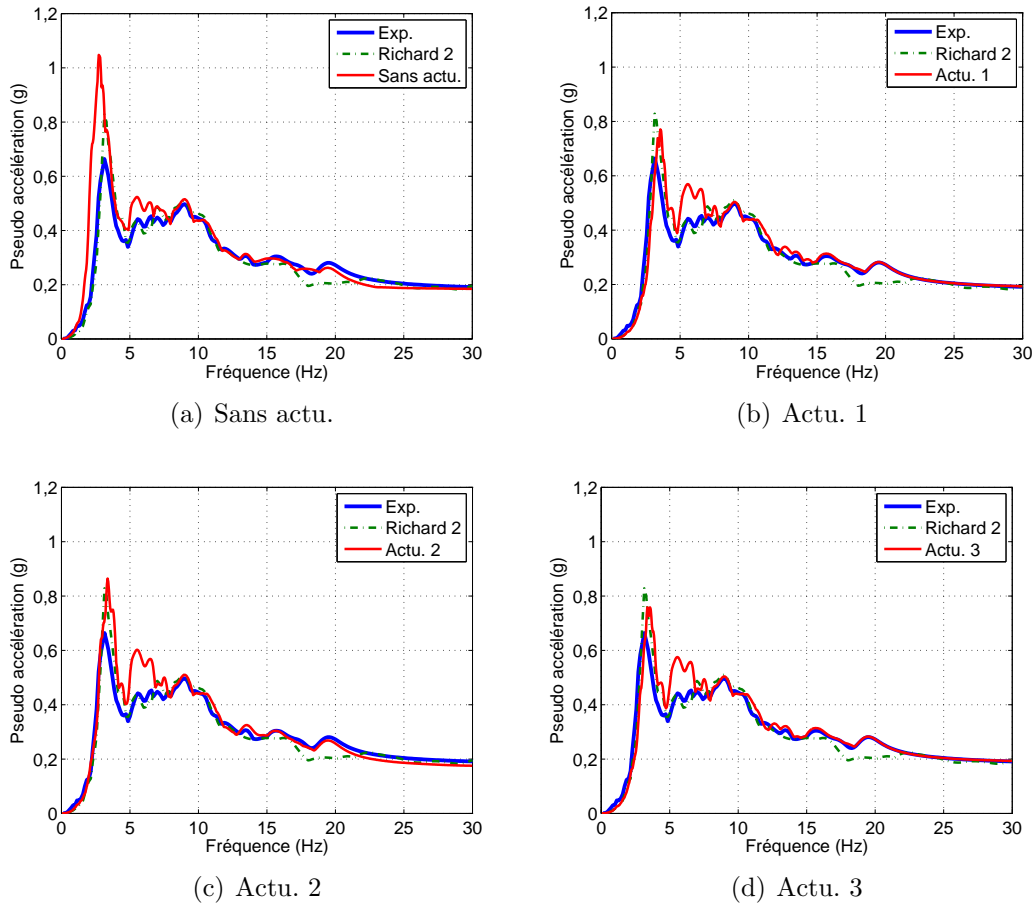


Figure 5.31: Pseudo accélération en tête - Poteau SIBA 150-0 - Essai 4.

## 4.5 Bilan

Les quatre actualisations du modèle simplifié ont été utilisées pour modéliser les quatre premiers essais sismiques appliqués au poteau SIBA 150-0 afin de déterminer la plus adaptée. Leurs performances ont été étudiées en termes (i) de déplacement, (ii) d'accélération, (iii) d'amortissement mais également en termes (iv) de fréquence et pour les modèles actu. 1 et 3 (v) d'énergie dissipée. Afin d'évaluer la performance des différents modèles des calculs d'erreur ont été effectués, il s'agit de comparaisons avec les résultats expérimentaux. Ces comparaisons portent sur l'accélération maximum  $A_{max}$ , le déplacement maximum  $U_{max}$  et la fréquence du pic  $\varphi_{max}$  de chaque essai qui ont été étudiés. Les erreurs  $e_{acc}$ ,  $e_{dep}$  et  $e_{freq}$  correspondantes sont calculés de la manière suivante :

$$e_{acc} = \frac{|A_{max}^{num} - A_{max}^{exp}|}{A_{max}^{exp}} \quad e_{dep} = \frac{|U_{max}^{num} - U_{max}^{exp}|}{U_{max}^{exp}} \quad e_{freq} = \frac{|\varphi_{max}^{num} - \varphi_{max}^{exp}|}{\varphi_{max}^{exp}} \quad (5.34)$$

Cette étude est synthétisée dans le tableau 5.8. Les écart inférieur à 10% sont en vert, ceux compris entre 10% et 20% en orange les autres en rouge. Il en ressort que le modèle actu. 3 est le plus adapté. Cette actualisation est fondée sur une équivalence énergétique et fait varier le taux d'amortissement hystérétique en fonction de l'endommagement et de l'intensité du cycle. Ce modèle s'est révélé capable de modéliser le poteau SIBA d'une manière comparable au modèle Richard 2, à l'exception du signal de l'essai 3 durant lequel les déplacements et accélérations sont sous estimés. Cette étude montre que si l'on actualise l'amortissement de manière pertinente, il est possible de développer des modèles simplifiés capables de modéliser le comportement global et l'amortissement d'éléments de structure soumis à de la flexion sans prendre en compte de manière intrinsèque les mécanismes dissipatifs locaux tels que les boucles d'hystérèses.

		Sans actualisation				Actualisation 1			
		0,02 g	0,05 g	0,15 g	0,3 g	0,02 g	0,05 g	0,15 g	0,3 g
Déplacement	Écart (%)	33	34	1	88	25	7	21	22
Pseudo accélération		39	4	28	11	26	7	31	16
Fréquence		3	3	1	13	4	2	1	10
		Actualisation 2				Actualisation 3			
		0,02 g	0,05 g	0,15 g	0,3 g	0,02 g	0,05 g	0,15 g	0,3 g
Déplacement	Écart (%)	27	23	9	6	24	10	25	13
Pseudo accélération		28	1	20	30	28	10	28	10
Fréquence		3	3	1	7	4	2	1	14

**Tableau 5.8:** Poteau SIBA - Modélisations simplifiées - Analyse d'écart.

## 5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à définir une méthode permettant de concevoir une modélisation reposant sur une loi de comportement simple mais capable de modéliser l'amortissement de manière réaliste. L'étude des résultats obtenus lors de la campagne expérimentale, présentés dans le chapitre 3, a permis de montrer que le taux d'amortissement hystérétique dû à la fissuration du béton dépendait de trois paramètres principaux : (i) l'endommagement, (ii) l'intensité du cycle courant et (iii) l'usure des lèvres de fissures. Des relations ont alors été établies entre l'amortissement et ses différentes grandeurs pour un taux de ferrailage donné. Dans le chapitre 4, il a été montré que le modèle Richard était capable de modéliser de manière réaliste l'amortissement dû à la fissuration du béton. Ce modèle a donc été utilisé pour définir les relations entre l'amortissement et l'endommagement d'une

part et l'amortissement et l'intensité du cycle courant d'autre part. Ces relations ont été définies par équivalence énergétique. L'énergie dissipée par le modèle Richard étant reliée à un taux d'amortissement à injecter au modèle simplifié pour dissiper la même quantité d'énergie. Le modèle Richard ne prenant pas en compte l'usure des lèvres de fissures, l'actualisation correspondante n'a pu être réalisée par équivalence énergétique. Une fois ces relations établies, quatre versions du modèle simplifié ont été implantées dans un code de calcul, une attention particulière étant alors portée à l'actualisation de l'amortissement. Les différentes versions diffèrent par leur manière d'actualiser l'amortissement. La première n'actualise pas l'amortissement, la deuxième l'actualise en fonction de l'endommagement, la troisième en fonction de l'endommagement et de l'usure, enfin la dernière en fonction de l'endommagement et de l'intensité du cycle courant. Afin de pouvoir tester la pertinence de ces modèles, une campagne d'essais sismiques monoaxiaux sur poteaux a été présentée et modélisée à l'aide du modèle Richard 2. Cette modélisation sert de modèle de référence et permet de calibrer le modèle simplifié. Cette campagne a alors été modélisée avec les différentes versions du modèle simplifié. Les résultats obtenus ont été comparés en termes de déplacement, d'accélération, d'amortissement et de fréquence. Tout d'abord, notons que les modèles utilisant une actualisation fondée sur une équivalence énergétique respectent ce principe durant tous les essais. Les différents modèles actualisés représentent bien la chute de fréquence contrairement au modèle non actualisé, ce dernier surestimant la chute de fréquence. Pour l'essai quasi linéaire, les différentes versions présentent des résultats assez proches entre eux mais également de ceux obtenus avec le modèle Richard 2, ce qui est cohérent avec le principe d'actualisation. Pour les autres essais, plus l'intensité augmente plus le modèle non actualisé se révèle logiquement inadapté. Il se dégage de ces essais que l'actualisation en fonction de l'endommagement est essentielle pour obtenir un comportement réaliste. L'ajout d'une actualisation en fonction de l'usure améliore la modélisation de la fin du signal (phase post-phase forte) mais présente des résultats moins pertinents en termes d'accélération il serait nécessaire de travailler sur son identification. Enfin, le modèle actualisant l'amortissement en fonction de l'endommagement et de l'intensité du cycle courant est celui qui donne les résultats les plus réalistes. La prise en compte de l'intensité du chargement permet d'améliorer la modélisation de la fin du signal sans détériorer les résultats en termes de déplacement et d'accélération maximum ainsi que de fréquence fondamentale. Ces résultats se révèlent très proches de ceux obtenus avec le modèle Richard 2. Le seul écart significatif concerne la fin du signal de l'essai 3 où la décroissance en déplacement est trop brutale avec les différentes versions du modèle simplifié. Cette étude a ainsi montré qu'il était possible de modéliser l'amortissement de manière réaliste dans le cadre de modèles simplifiés par le biais d'une actualisation de l'amortissement hystérétique en fonction de l'évolution d'autres grandeurs physiques, dans notre cas l'endommagement et l'intensité du cycle.

# Chapitre 6

## Conclusions et perspectives

### 1 Synthèse

Cette étude a porté sur « l'identification de l'amortissement dans des structures en béton armé soumises à des sollicitations sismiques » et s'est surtout intéressée à « l'amortissement généré par le béton ». La contribution de ces travaux à ce sujet se sont orientés autour de quatre axes :

Le premier axe présente une étude bibliographique relative aux modèles de béton et d'amortissement. L'objectif est de dégager les mécanismes du béton générant l'amortissement et les différentes manières de les modéliser. L'étude d'un benchmark international a permis de mettre en évidence l'influence des lois de comportement de béton sur l'amortissement et de recentrer l'étude sur des éléments de structures en flexion ;

Le deuxième axe a été consacré à la présentation d'une campagne d'essais quasi-statiques de flexion trois points alternée. Cette campagne s'est intéressée à des éléments de structures sains et pré-endommagés. L'analyse des résultats obtenus a permis de déterminer les différents mécanismes influençant l'amortissement et de les quantifier ;

Le troisième axe a été dédié à l'identification d'une loi béton capable de modéliser l'amortissement généré par la fissuration du béton de manière réaliste. Pour ce faire, différentes lois de comportement ont été utilisées pour simuler la campagne précédente afin de déterminer la plus réaliste. Une campagne numérique d'essais dynamiques a également été exposée afin de valider les choix effectués ;

Le quatrième axe a été voué au développement d'une modélisation simplifiée composée d'une loi constitutive simple mais actualisant l'amortissement en fonction de l'évolution d'autres grandeurs caractéristiques des mécanismes dissipatifs. Différentes actualisations de l'amortissement sont définies. La simulation d'une cam-

pagne d'essais d'éléments de structures a permis de comparer ces différentes actualisations afin de dégager la plus réaliste.

## 2 Conclusions

L'évaluation de la tenue d'un ouvrage au séisme reste une problématique majeure aujourd'hui. L'apparition de nouveaux codes de construction nécessite l'emploi de simulations capable de modéliser de manière réaliste les dissipations d'énergies se produisant au sein des ouvrages lors des sollicitations sismiques. Ceci peut se faire avec des analyses temporelles non linéaires. Le chapitre 2 s'est en premier lieu intéressé à définir les différentes sources de dissipations dans les structures en béton armé et en particulier au sein du béton. La capacité des différents modèles présents dans la littérature, à modéliser ces mécanismes a alors été examinée. Ceci a permis de déterminer certains modèles adaptés à la problématique dont il est question ici. Cependant, il est apparu qu'il n'était pas possible, en termes de temps de calcul principalement, de modéliser toutes les sources de dissipations de manière intrinsèque. Une part de l'énergie doit alors être dissipée par le biais de modèles d'amortissements globaux forfaitaires. Une analyse bibliographique des différents modèles d'amortissements globaux forfaitaires présent dans la littérature a alors été effectuée, présentant les forces et limites de chacun. Cette étude bibliographique a fait ressortir le couplage fort qu'il existe entre le choix du modèle de béton et le taux d'amortissement à injecter par le biais d'un modèle d'amortissement global forfaitaire. L'analyse du benchmark international SMART 2008, a alors permis de faire ressortir la diversité des taux d'amortissement utilisés par la communauté scientifique. Ceci montre qu'il n'y a pas actuellement d'identification claire de ce paramètre, qui dans de nombreux cas sert de variable d'ajustement. Ceci nous a conforté dans l'idée qu'il est nécessaire de mieux identifier et modéliser l'amortissement. Enfin, l'étude des résultats de cette campagne a permis de recentrer l'étude sur les éléments de structures en béton armé soumis à de la flexion.

Une campagne d'essais quasi-statiques de flexions trois points alternée a été réalisée dans le chapitre 3. L'objectif de cette campagne était de déterminer les paramètres influençant l'amortissement dû à la fissuration du béton dans le cadre d'éléments de structure sains et pré-endommagés. Cette étude d'élément de structure pré-endommagé constitue l'une des originalités de cette campagne. En effet, jusqu'à présent, aucune étude ne s'était intéressé à ce type d'élément alors que ce sont eux qui constituent les structures dès que la phase forte d'un séisme est atteinte. L'influence du taux de ferrailage a également été investiguée. Une attention particulière a été apportée à l'étude du taux d'amortissement visqueux équivalent des différentes poutres. De même, des mesures de champs de déplacement ont permis d'étudier l'évolution de la fissuration durant les essais. Enfin, un indicateur a

été défini pour étudier l'évolution de l'aire fissurée. Lors de cette campagne, trois paramètres ont été déterminés comme influençant l'amortissement généré par la fissuration du béton, il s'agit de l'endommagement, de l'intensité du chargement et de l'usure des lèvres de fissures.

La modélisation de la campagne précédente a fait l'objet de l'étude présentée dans le chapitre 4. Afin de déterminer une manière réaliste de modéliser les phénomènes hystérétiques consécutifs à la fissuration du béton, différentes lois de comportement développées lors de travaux antérieurs ont été utilisées pour modéliser cette campagne. Les résultats obtenus ont été confrontés à l'expérience. Les comparaisons s'effectuaient en termes de comportement global et de dissipation. Une loi s'est révélée particulièrement adaptée. Afin de tester la pertinence de cette dernière dans le cadre d'essais dynamiques, une campagne numérique d'essais de lâché a été effectuée. La loi retenue a également présenté des résultats pertinents pour ce type de chargement.

Le chapitre 5 a été dédié à la présentation d'une modélisation simplifiée. En effet la campagne précédente, bien que très performante se révèle trop coûteuse, en terme de temps de calcul pour réaliser des études probabilistes ou pour la réalisation d'essais hybride temps réel. Un modèle simplifié basé sur une loi constitutive peu dissipative mais couplée à différentes actualisations de l'amortissement a été développée. Le modèle de référence, présenté dans le chapitre 4, a été utilisé pour définir les relations entre l'amortissement et d'autres grandeurs caractéristiques telles que l'endommagement. Différentes actualisations de l'amortissement ont été développées. Afin de tester la pertinence des différentes actualisations, une campagne d'essais sismiques monoaxiaux sur poteaux a été modélisée. Ces simulations ont alors été confrontées à l'expérience d'une part, et à une simulation avec le modèle identifié dans le chapitre 4 d'autre part. Ces comparaisons ont permis de déterminer qu'une des actualisation présentait des résultats réalistes tant en terme de déplacement que d'accélération et de fréquence.

### 3 Bilan - Apports

Cette étude a permis d'une part d'améliorer la compréhension des mécanismes dissipatifs dans le béton contribuant à l'amortissement dans le cadre de sollicitations de flexion, et d'autre part de développer une modélisation simplifiée pour ce type de chargement. Ceci constitue les apports originaux de ce travail de thèse qu'il est nécessaire de détailler. En premier lieu, une campagne d'essais de flexion trois points alternée a permis de relier, dans le cadre de structures en béton armé sollicitées en flexion, la part de l'amortissement due à la fissuration du béton à l'endommagement, l'intensité du chargement et l'usure des lèvres de fissures. Ceci a aboutit à

une loi de comportement capable de modéliser cet amortissement. En second lieu, une modélisation simplifiée adaptée pour les structures assimilables à des oscillateurs simples, et constituée d'une loi de comportement sans boucles d'hystérésis mais actualisant l'amortissement de manière réaliste a été développée et validée.

## 4 Perspectives

Différentes perspectives de travail sont envisageables pour compléter les travaux présentés ici. Ces dernières peuvent être regroupées en deux catégories : d'une part les perspectives relatives aux outils développés dans ces travaux, et d'autre part les perspectives liées à d'autres types de sollicitations et en particulier le cisaillement.

L'usure des lèvres de fissures est l'un des mécanismes influençant la part d'amortissement due à la fissuration du béton. Cependant, ce mécanisme n'est pas pris en compte par le modèle élément fini utilisé lors de ces travaux. Il serait donc intéressant de modifier le modèle actuel afin de prendre en compte ce phénomène. Ceci pourrait s'effectuer par une variation de la largeur des boucles d'hystérésis générées lors de cycles de charges décharges en fonction d'un critère d'usure. La difficulté principale de ce type de développements est la détermination du critère d'usure. En effet, il est assez aisé lors de chargements cycliques de relier ce critère au nombre de cycles effectués depuis l'apparition de la fissure. Mais dans le cadre de sollicitations sismiques, la notion de cycle n'existe pas du fait du caractère aléatoire du chargement et il est donc difficile de déterminer un critère équivalent. Une méthode fondée sur l'intégrale des dissipation peut constituer une première idée. L'autre piste de travail concerne la modélisation simplifiée. Actuellement, ce modèle a été développé pour modéliser des structures pouvant être assimilées à des oscillateurs simple. Si l'on souhaite localiser l'amortissement, il est nécessaire d'avoir recours à des maillages de type éléments fini. Dans ce cadre, il est beaucoup plus difficile de définir les relations permettant l'actualisation de l'amortissement tout en assurant les équivalences énergétiques définies. Ces deux développements pourraient faire l'objet de futures recherches. Il serait également intéressant de se servir de la modélisation simplifiée développée durant cette thèse afin de réaliser des études de vulnérabilité.

Lors de l'étude de la campagne SMART 2008, il est apparu que lors de sollicitations sismiques, les ouvrages étaient soumis à des chargements complexes alliant flexion, cisaillement voire torsion. L'étude réalisée sur les voiles de cette maquette a fait ressortir les difficultés inhérentes à la modélisation de ce type de problème. C'est pourquoi il a été décidé que cette étude ne s'intéresserait qu'à des chargements de flexion. Un travail analogue est donc à effectuer lors de sollicitations de cisaillement. Des campagnes expérimentales sur des voiles ont été réalisées ces dernières années afin de tester le comportement de voiles soumis à du cisaillement. Il s'agit



des campagnes SAFE [Coyere *et al.*, 1999] et *Integrated European Industrial Risk Reduction System* (IRIS) [Renda *et al.*, 2009], [Crambuer et Juster-Lermitte, 2010]. L'analyse de ce type de structure devra faire appel à des éléments de types plaque et coque. Cependant, la démarche adoptée dans cette thèse pour identifier et modéliser les sources de dissipations peut servir de piste pour développer une méthode visant à étudier ce type de voile soumis à du cisaillement. Une fois ce travail effectué, il sera possible de s'intéresser à des sollicitations mixtes couplant flexion et cisaillement. L'étude des voiles de la maquette SMART se révélera adaptée pour valider l'ensemble de ces développements.



# Annexe A

## Annexe : mesure d'amortissement

Bloc	Effort (kN)	Amortissement (%)
A	2,8	0,97
	5,6	0,74
	8,4	0,87
	8,4	0,82
B	7	2,99
	14	2,02
	21	2,13
	21	1,71
C	10	4,2
	20	3,06
	30	6,51
	30	5,76

**Tableau A.1:** PHA8L1 - Taux d'amortissement visqueux équivalent.

Bloc	Effort (kN)	Amortissement (%)
A	25	2,41
	25	1,79
B	5	3,18
	5	2,98
C	10	2,08
	10	1,99
D	15	1,54
	15	1,49
E	20	1,27
	20	1,25
F	25	1,55
	25	1,2
G	30	1,4
	30	0,98

**Tableau A.2:** PHA8L2 - Taux d'amortissement visqueux équivalent.

Bloc	Effort (kN)	Amortissement (%)
A	4	2,64
	8	2,65
	12	2,13
	12	4,88
B	7	1,75
	14	1,86
	21	1,51
	21	1,92
C	10	1,44
	20	1,39
	30	1,38
	30	1,93
D	13	1,06
	26	0,93
	39	1,13
	39	6,15
E	15	1,86
	32	3,36
	48	2,95
	48	6,72
F	18	3,14
	36	5,33
	48	5,40
	48	5,81

**Tableau A.3:** PHA10L1 - Taux d'amortissement visqueux équivalent.

Bloc	Effort (kN)	Amortissement (%)
A	35	2,20
	35	1,76
B	5	2,20
	5	2,07
C	10	1,48
	10	1,43
D	15	1,15
	15	1,11
E	20	1,03
	20	0,99
F	25	0,97
	25	0,94
G	30	1,04
	30	1,06
H	35	1,28
	35	1,27
I	40	1,53
	40	1,43
J	45	2,77
	45	2,17
K	50	5,40
	50	4,76
L	52	6,30

**Tableau A.4:** PHA10L2 - Taux d'amortissement visqueux équivalent.

Bloc	Effort (kN)	Amortissement (%)
A	7	3,37
	14	1,83
	21	1,74
	21	1,55
B	11	2,56
	22	1,49
	33	1,42
	33	1,27
C	15	2,19
	30	1,26
	45	1,31
	45	1,20
D	19	2,00
	38	1,17
	57	1,34
	57	1,24
E	20	2,84
	42	2,24
	59	4,25
	59	3,62
F	17	2,97
	40	2,60
	57	4,49
	57	4,34

**Tableau A.5:** PHA12L1 - Taux d'amortissement visqueux équivalent.

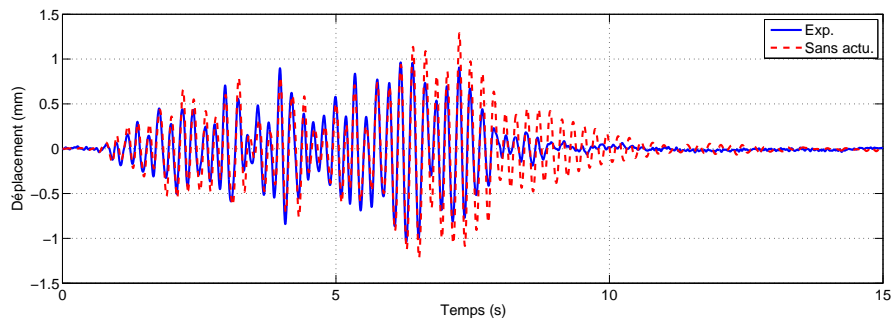
Bloc	Effort (kN)	Amortissement (%)
A	35	1,9
	35	1,43
B	5	1,98
	5	1,84
C	10	1,51
	10	1,46
D	15	1,24
	15	1,22
E	20	1,09
	20	1,07
F	25	0,99
	25	1,06
G	30	0,92
	30	0,91
H	35	0,89
	35	10,88
I	40	0,89
	40	0,88
J	45	0,95
	45	0,94
K	50	1,06
	50	1,04
L	45	1,26
	45	1,2
M	50	4,3
	50	3,56
N	52	5,22

**Tableau A.6:** PHA12L2 - Taux d'amortissement visqueux équivalent.

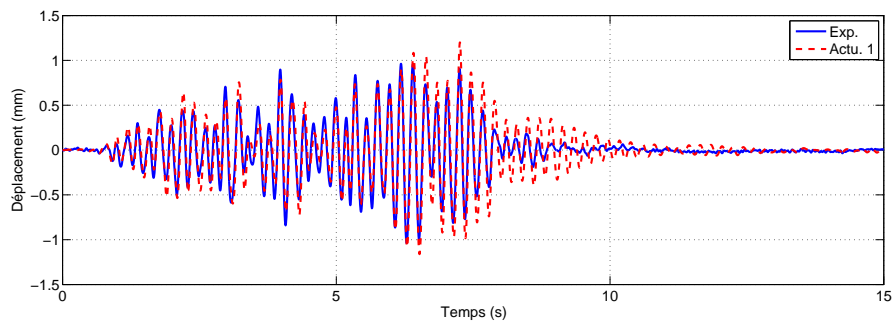


## Annexe B

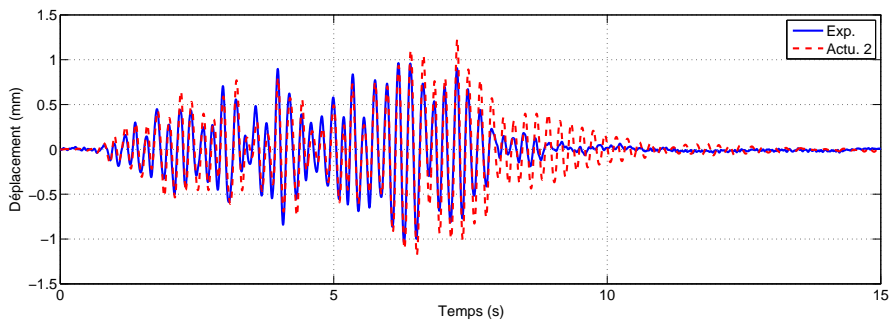
# Annexe : courbes déplacement/temps des modèles simplifiés



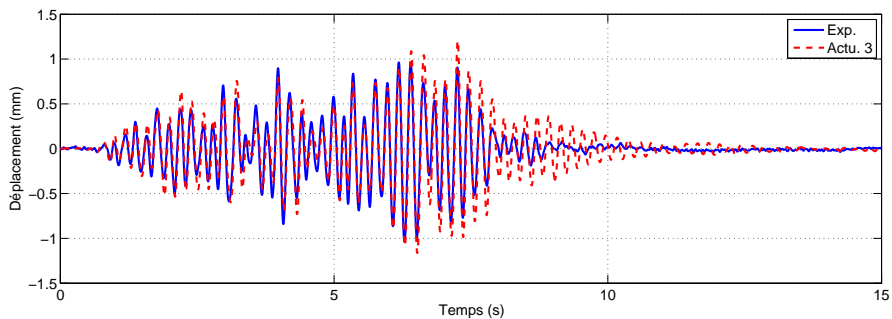
(a) Sans Actu



(b) Actu. 1

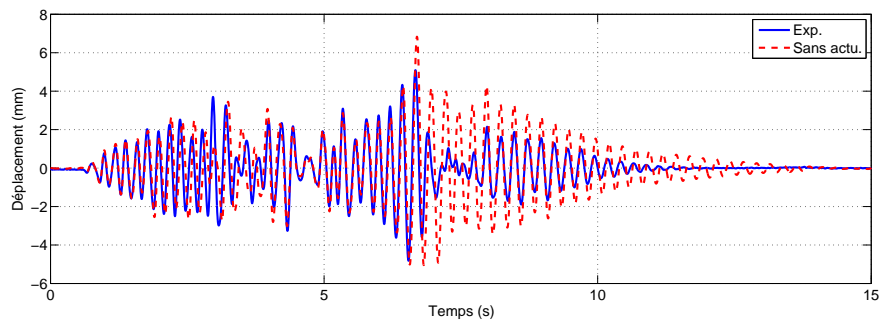


(c) Actu. 2

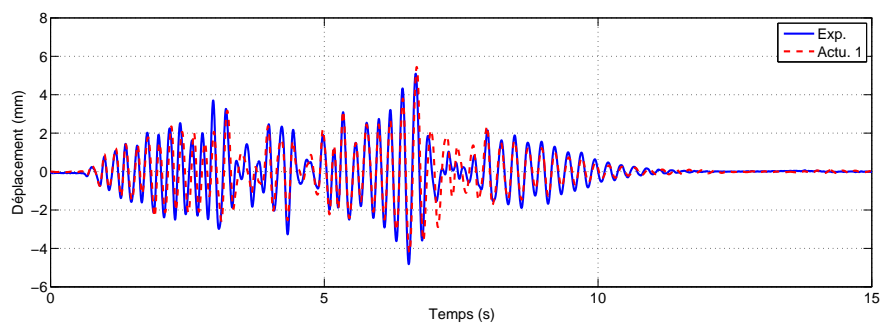


(d) Actu. 3

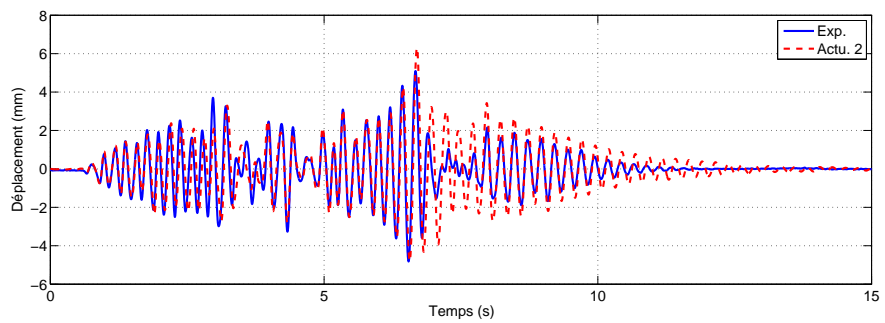
**Figure B.1:** Poteau SIBA 150-0 - Déplacement en tête du poteau 150-0 suivant l'axe x pour l'essai 1 SIBA.



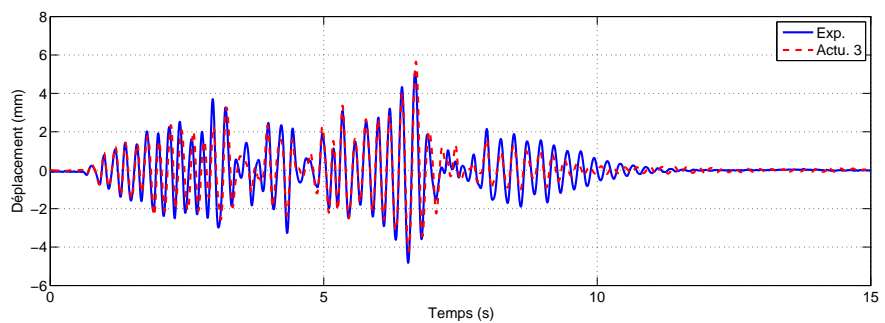
(a) Sans Actu



(b) Actu. 1

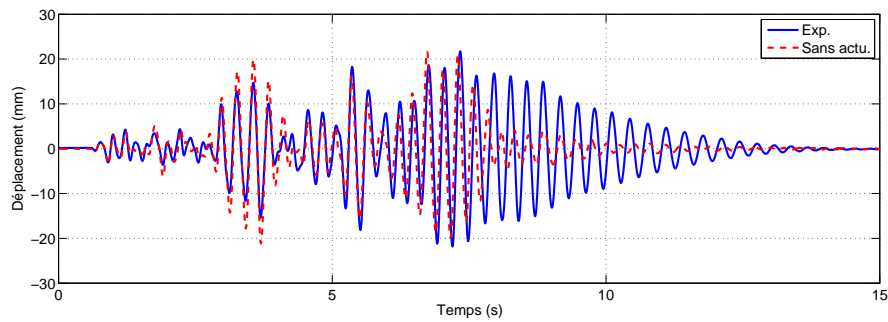


(c) Actu. 2

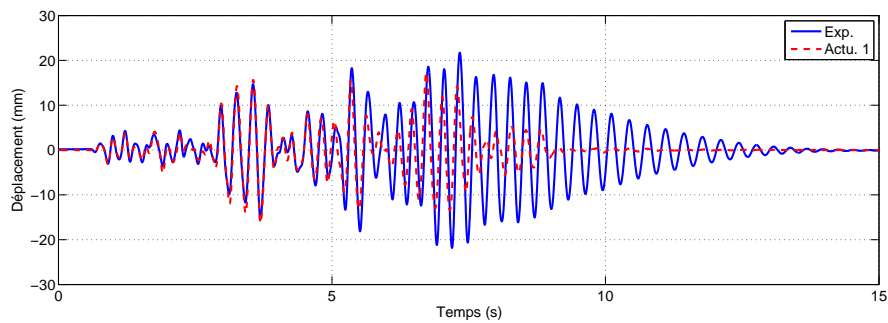


(d) Actu. 3

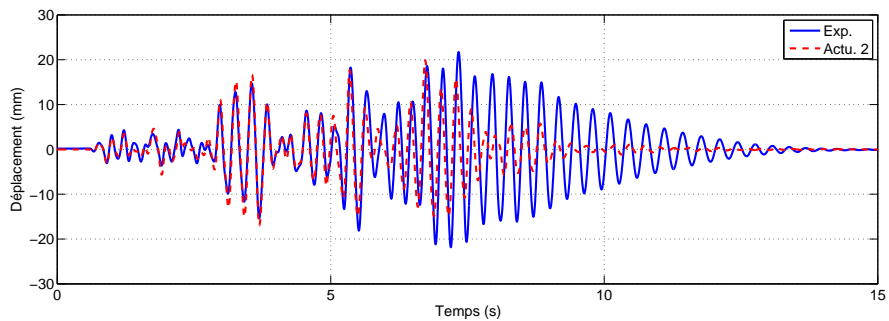
**Figure B.2:** Poteau SIBA 150-0 - Déplacement en tête du poteau 150-0 suivant l'axe x pour l'essai 2 SIBA.



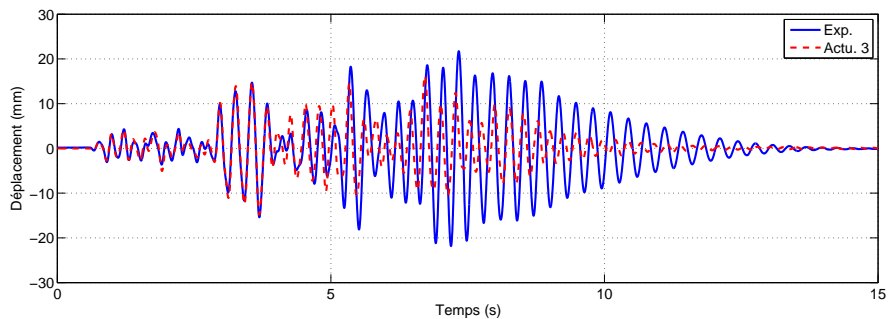
(a) Sans Actu



(b) Actu. 1

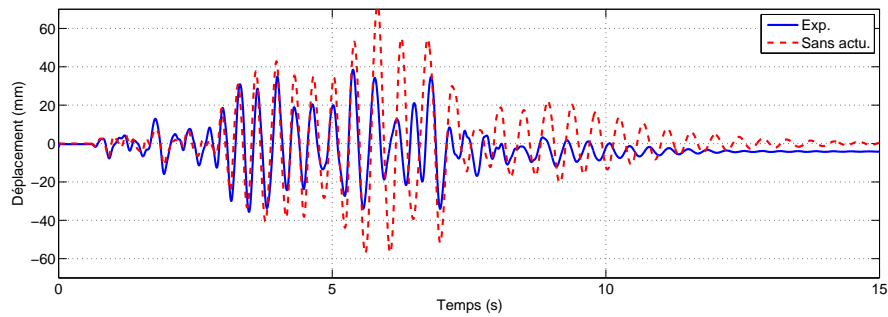


(c) Actu. 2

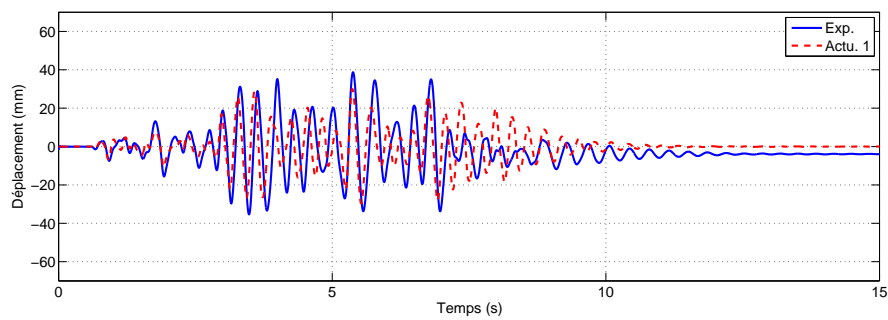


(d) Actu. 3

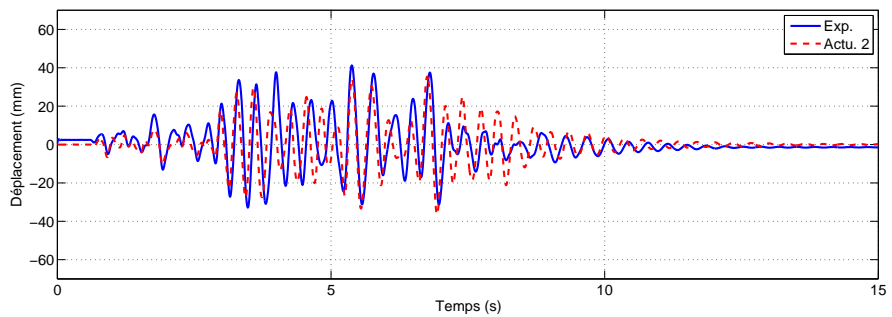
**Figure B.3:** Poteau SIBA 150-0 - Déplacement en tête du poteau 150-0 suivant l'axe x pour l'essai 3 SIBA.



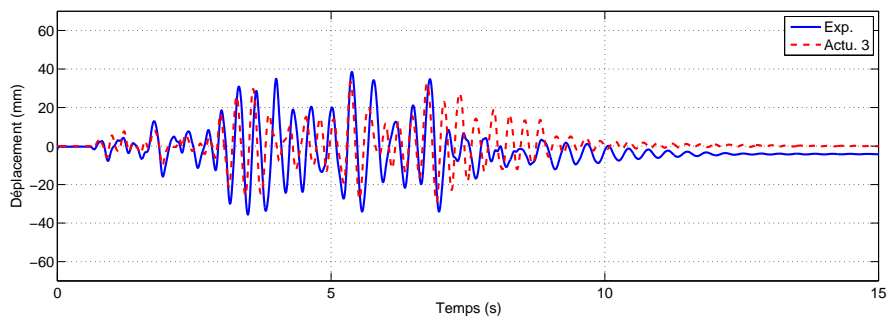
(a) Sans Actu



(b) Actu. 1



(c) Actu. 2



(d) Actu. 3

**Figure B.4:** Poteau SIBA 150-0 - Déplacement en tête du poteau 150-0 suivant l'axe x pour l'essai 4 SIBA.



# Bibliographie

- [A2010-1255, ] A2010-1255. Arrêté du ministre de l'écologie, de l'énergie, du développement durable et de la mer, en charge des technologies vertes et des négociations sur le climat 22 octobre 2010 relatif à la classification et aux règles de construction parasismique applicables aux bâtiments de la classe dite à risque normal.
- [AFNOR, 1995] AFNOR (1995). *Règles de construction parasismique : règles PS applicables aux bâtiments, dites règles PS92*.
- [AFNOR, 2006] AFNOR (2006). *Béton et constituants du béton*. Ref. : 3131861CD ISBN : 2-12-131861-5.
- [Allahabadi et Powell, 1988] ALLAHABADI, R. et POWELL, G. H. (1988). *DRAIN-2DX user guide*, volume 88. University of California, Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering.
- [Amiot *et al.*, 2007] AMIOT, F., HILD, F. et ROGER, J. (2007). Identification of elastic property and loading fields from full-field displacement measurements. *International Journal of Solids and Structures*, 44(9):2863 – 2887.
- [Aride, 1997] ARIDE, A. (1997). *Seismic assessment of reinforced concrete frame structures with a new flexibility based element*. Thèse de doctorat, Universidade do Porto.
- [Armstrong *et al.*, 1966] ARMSTRONG, Peter, J., FREDERICK, C. et BRITAIN, G. (1966). *A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect*. Central Electricity Generating Board [and] Berkeley Nuclear Laboratories, Research & Development Department.
- [ASN, 2006] ASN (2006). *Risque sismique dans la conception du génie civil des INB*.
- [Baghiee *et al.*, 2009] BAGHIEE, N., ESFAHANI, M. et MOSLEM, K. (2009). Studies on damage and FRP strengthening of reinforced concrete beams by vibration monitoring. *Engineering Structures*, 31(4):857–893.
- [Balmes *et al.*, 2006] BALMES, E., CORUS, M., SIEGERT, D. *et al.* (2006). Modeling thermal effects on bridge dynamic responses. *In Proceedings of the 24th International Modal Analysis Conference (IMAC-XXIV)*.

- [Bary, 1996] BARY, B. (1996). *Etude du couplage hydraulique- mécanique dans le béton endommagé*. Thèse de doctorat, École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan.
- [Bažant, 1986] BAŽANT, Z. P. (1986). Mechanics of distributed cracking. *Appl. Mech. Rev.*, 39(5):675–705.
- [Bažant et Oh, 1983] BAŽANT, Z. P. et OH, B. (1983). Crack band theory for fracture of concrete. *Matériaux et construction*, 16(3):155–177.
- [Bažant et Oh, 1985] BAŽANT, Z. P. et OH, B. H. (1985). Microplane model for progressive fracture of concrete and rock. *Journal of Engineering Mechanics*, 111(4):559–582.
- [Bažant et Prat, 1988] BAŽANT, Z. P. et PRAT, P. C. (1988). Microplane model for brittle-plastic material : I. theory. *Journal of Engineering Mechanics*, 114(10):1672–1688.
- [Benouniche, 1979] BENOUNICHE, S. (1979). *Modélisation de l'endommagement du béton hydraulique par microfissuration en compression*. Thèse de doctorat, Paris VI - ENSET.
- [Bernal, 1994] BERNAL, D. (1994). Viscous damping in inelastic structural response. *Journal of Structural Engineering*, 120(4):1240–1254.
- [Berthaud et al., 2002] BERTHAUD, Y., CALLOCH, S., COLLIN, F., HILD, F. et RICOTTI, Y. (2002). Analysis of the degradation mechanisms in composite materials through a correlation technique in white light. In LAGARDE, A., éditeur : *IUTAM Symposium on Advanced Optical Methods and Applications in Solid Mechanics*, volume 82 de *Solid Mechanics and its Applications*, pages 627–634. Springer Netherlands.
- [Bouc, 1967] BOUC, R. (1967). Forced vibration of mechanical systems with hysteresis. In *Proceedings of the Fourth Conference on Non-linear oscillation, Prague, Czechoslovakia*.
- [Brachet et al., 1994] BRACHET, R., COIN, A., FOURİĬ<sub>2</sub>, B., GANTENBEIN, F., QUEVAL, J., BOULAND, P., BISCH, P., MAZARS, J. et SOULOUMIAC, R. (1994). Opĭĭ<sub>2</sub>ration cassba, conception et analyse sismique des structures en bĭĭ<sub>2</sub>ton armĭĭ<sub>2</sub>. *Annales ZTBTP*, 8(siĭĭ<sub>2</sub>rie TMC 150):523.
- [Brun et al., 2003] BRUN, M., REYNOUARD, J. et JEZEQUEL, L. (2003). A simple shear wall model taking into account stiffness degradation. *Engineering structures*, 25(1):1–9.
- [Caner et Bazant, 2012] CANER, F. et BAZANT, Z. (2012). Microplane model m7 for plain concrete : I. formulation. *Journal of Engineering Mechanics*, 0(Nov):null.
- [Caner et al., 2013] CANER, F. C., BAZANT, Z. P. et al. (2013). Microplane model m7 for plain concrete : Ii. calibration and verification.
- [Capozucca, 2009] CAPOZUCCA, R. (2009). Static and dynamic response of damaged rc beams strengthened with nsm cfrp rods. *Structural Engineering*, 33(5):237–248.



- [Carneiro *et al.*, 2006] CARNEIRO, J., DEMELO, F., JALALI, S., TEIXEIR, V. et TOMAS, M. (2006). The use of pseudo-dynamic method in the evaluation of damping characteristics in reinforced concrete beams having variable bending stiffness. *Mechanics Research Communication*, 33(5):601–613.
- [Carol et Bazant, 1997] CAROL, I. et BAZANT, Z. P. (1997). Damage and plasticity in microplane theory. *International Journal of Solids and Structures*, 34(29):3807 – 3835.
- [Carol *et al.*, 1992] CAROL, I., PRAT, P. C. et BAŽANT, Z. P. (1992). New explicit microplane model for concrete : theoretical aspects and numerical implementation. *International Journal of Solids and Structures*, 29(9):1173–1191.
- [Cast3m, 2013] Cast3m (2013). *Documentation en ligne du code CAST3M*.
- [Caughey, 1960] CAUGHEY, T. (1960). Classical normal modes in damped linear systems. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 27:269–271.
- [CEBTP, 2002] CEBTP (2002). Essais sismiques sur poteaux en  $\frac{1}{2}$  ton armés  $\frac{1}{2}$  – fiche siba – essais sur  $\frac{1}{2}$  prouvettes d’acier et de  $\frac{1}{2}$  ton – procés verbal de présentation des résultats. Rapport technique, CEBTP.
- [Chambart, 2009] CHAMBART, M. (2009). *Endommagement anisotrope et comportement dynamique des structures en béton armé jusqu’à la ruine*. Thèse de doctorat, École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan.
- [Charney, 2008] CHARNEY, F. A. (2008). Unintended consequences of modelling damping in structure. *Journal of structural engineering*, 134(4):581–592.
- [Choteau *et al.*, 2005] CHOTEAU, M., QUAEGBEUR, P. et DEGALLAIX, S. (2005). Modelling of baushinger effect by various constitutive relations derived from thermodynamical formulation. *Mechanics of Materials*, 37(11):1143 – 1152.
- [Clough et Johnston, 1966] CLOUGH, S., W. et JOHNSTON, S., B. (1966). Effect of Stiffness Degradation on Earthquake Ductility Requirements,. *In Proc. Japan Earthquake Engineering Symposium*,, pages 195 – 198, Tokio, Japon.
- [Clouteau et Devesa, 2002] CLOUTEAU, D. et DEVESA, G. (2002). Diagnostics de collement des fondations sous séisme : méthodes temporelles et fréquentielles. *Revue Européenne des Mécanismes*, 11(2-4):185–199.
- [Combescure, 2001] COMBESCURE, D. (2001). Définition d’essais sismiques sur des poteaux en  $\frac{1}{2}$  ton armés  $\frac{1}{2}$  (fiche siba). Rapport technique SEMT/EMSI/RT/01-045/A, CEA.
- [Combescure *et al.*, 2002] COMBESCURE, D., QUEVAL, J., CHAUDAT, T. et SOLLOGOUB, P. (2002). Seismic behaviour of a non symmetric r/c bearing wall. *In 12th European Conference of Earthquake Engineering*, London, Britain.
- [Connor, 2003] CONNOR, J. (2003). *Introduction to structural motion control*. MIT-Prentice Hall Series on Civil, Environmental, and Systems Engineering. Prentice Hall Pearson Education, Incorporated.

- [Cornelissen *et al.*, 1986] CORNELISSEN, H., HORDIJK, D. et REINHARDT, H. (1986). Experimental determination of crack softening characteristics of normal-weight and lightweight concrete. *Heron*, 31(2):45–56.
- [Corus, 2003] CORUS, M. (2003). *Amélioration de méthodes d'identification structurale par utilisation de techniques d'expansion et de réduction de modèle*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale Paris.
- [Costa *et al.*, 2004] COSTA, C., PEGON, P., ARË, A. et CASTRO, J. (2004). Implementation of the damage model in tension and compression with plasticity in cast3m.
- [Coyere *et al.*, 1999] COYERE, R., DALBERA, J., CHAUVEL, D., MOLINA, J., PEGON, P. et VERZELETTI, G. (1999). Endommagement sismique de murs en béton armé ouverture des fissures. In *Association française du génie parasismique. Colloque national*, pages 636–643.
- [Crambuer *et al.*, 2012a] CRAMBUER, R., ILE, N. et RAGUENEAU, F. (2012a). Experimental characterization and modelling of energy dissipation in reinforced concrete beams subjected to cyclic loading. In *14th World Conference of Earthquake Engineering*, numéro 2913, Lisbon, Portugal.
- [Crambuer *et al.*, 2012b] CRAMBUER, R., ILE, N. et RAGUENEAU, F. (2012b). Mesures de dissipation hystérique par flexion 3 points sur poutres en béton armé. Rapport technique SEMT/EMSI/RT/12-006, CEA.
- [Crambuer et Juster-Lermitte, 2010] CRAMBUER, R. et JUSTER-LERMITTE, S. (2010). Preliminary calculations regarding the tessh program iris project. Rapport technique DEN/DANS/DM2S/SEMT/EMSI/RT/10-009/A, CEA.
- [Crambuer *et al.*, 2010] CRAMBUER, R., JUSTER-LERMITTE, S. et RAGUENEAU, F. (2010). Numerical and experimental analysis of a rc shear wall subjected to strong 3d seismic motions. In *14th European Conference of Earthquake Engineering*, numéro 2913, Ohrid, Macedonia.
- [Crambuer *et al.*, 2011] CRAMBUER, R., JUSTER-LERMITTE, S. et RAGUENEAU, F. (2011). Caractérisation expérimentale de la dissipation d'énergie de poutres en béton armé soumises à un chargement cyclique. In *Colloque AFPS'11*, numéro 146, Paris, France.
- [Crambuer *et al.*, 2013] CRAMBUER, R., RICHARD, B., ILE, N. et RAGUENEAU, F. (2013). Experimental characterization and modeling of energy dissipation in reinforced concrete beams subjected to cyclic loading. *Engineering Structures*, 56(0):919 – 934.
- [Crandall, 1970] CRANDALL, S. (1970). The role of damping in vibration theory. *Journal of Sound and Vibration*, 11(1):3 – IN1.
- [Crisfield et Wills, 1989] CRISFIELD, M. et WILLS, J. (1989). Analysis of r/c panels using different concrete models. *Journal of Engineering Mechanics*, 115(3):578–597.

- [D2010-1254, ] D2010-1254. Décret n° 2010-1254 du 22 octobre 2010 relatif à la prévention du risque sismique. JORF n° 0248 du 24 octobre 2010 page 19086.
- [D2010-1255, ] D2010-1255. Décret n° 2010-1255 du 22 octobre 2010 portant limitation des zones de sismicité du territoire français. JORF n° 0248 du 24 octobre 2010 page 19087.
- [Dahlblom et Ottosen, 1990] DAHLBLOM, O. et OTTOSEN, N. S. (1990). Smearred crack analysis using generalized fictitious crack model. *Journal of engineering mechanics*, 116(1):55–76.
- [Darbre et Wolf, 1988] DARBRE, G. R. et WOLF, J. P. (1988). Criterion of stability and implementation issues of hybrid frequency-time-domain procedure for non-linear dynamic analysis. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 16(4): 569–581.
- [De Borst et Nauta, 1985] DE BORST, R. et NAUTA, P. (1985). Non-orthogonal cracks in a smeared finite element model. *Engineering Computations*, 2(1):35–46.
- [Demarie et Sabia, 2010] DEMARIE, G. et SABIA, D. (2010). Non-linear damping and frequency identification in a progressively damaged r.c. element. *Experimental mechanics*, 50:229–245.
- [Desmorat *et al.*, 2006] DESMORAT, R., GATUNGT, F. et RAGUENEAU, F. (2006). Nonlocal anisotropic damage model and related computational aspects for quasi-brittle materials. *Engineering Fracture Mechanics*, 74:1539 – 1560.
- [Desmorat *et al.*, 2007] DESMORAT, R., RAGUENEAU, F. et PHAM, T. (2007). Continuum damage mechanics for hysteresis and fatigue of quasi-brittle materials and structures. *Int Jal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 31(2):307–329.
- [Dokainish et Subbaraj, 1989a] DOKAINISH, M. et SUBBARAJ, K. (1989a). A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics i. explicit methods. *Computers and Structures*, 32(6):1371 – 1386.
- [Dokainish et Subbaraj, 1989b] DOKAINISH, M. et SUBBARAJ, K. (1989b). A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics ii. implicit methods. *Computers and Structures*, 32(6):1387 – 1401.
- [Drucker *et al.*, 1952] DRUCKER, D., PRAGER, W., of APPLIED MATHEMATICS, B. U. D. et of NAVAL RESEARCH, U. S. O. (1952). *Soil Mechanics and Plastic Analysis Or Limit Design*. Technical report (Brown University. Division of Applied Mathematics). Division of Applied Mathematics, Brown University.
- [Dwairi *et al.*, 2007] DWAIRI, H. M., KOWALSKY, M. J. et NAU, J. M. (2007). Equivalent damping in support of direct displacement-based design. *Journal of Earthquake Engineering*, 11(4):512–530.
- [ECN05, 2005] ECN05 (2005). An experimental study of a reinforced concrete subjected to a three points bending tests. Rapport technique, Ecole Centrale de Nantes, France.

- [Elmenschawi *et al.*, 2010] ELMENSHAWI, A., SOROUR, M., MUFTI, A., JAEGER, L. G. et SHRIVE, N. (2010). Damping mechanisms and damping ratios in vibrating unreinforced stone masonry. *Engineering Structures*, 32(10):3269 – 3278.
- [Elmenschawia et Brown, 2010] ELMENSHAWIA, A. et BROWN, T. (2010). Hysteric energy and damping capacity of flexural elements constructed with different concrete strengths. *Engineering Structure*, 32(1):297–305.
- [Faria *et al.*, 2002] FARIA, R., POUCA, N. V. et DELGADO, R. (2002). Seismic behaviour of a r/c wall : numerical simulation and experimental validation. *Journal of Earthquake Engineering*, 6(4):473–498.
- [Ferro *et al.*, 2011] FERRO, A. N., CLOUTEAU, D., GREFFET, N. et DEVÉSA, G. (2011). Approche hybride laplace-temps pour les calculs dynamiques d'interaction. In *10e colloque national en calcul des structures*, Gien, France.
- [Fichant *et al.*, 1997] FICHANT, S., PIJAUDIER-CABOT, G. et LA BORDERIE, C. (1997). Continuum damage modelling : approximation of crack induced anisotropy. *Mechanics Research Communications*, 24(2):109–114.
- [Filippou *et al.*, 1983] FILIPPOU, F., POPOV, E. et BERTERO, V. (1983). Effects of bond deterioration on hysteretic behavior of reinforced concrete joints. Rapport technique Internal Report No. UCB/EERC-83/19, Earthquake engineering research center. Berkeley : University of California.
- [Fischinger *et al.*, 1991] FISCHINGER, M., VIDIC, T. et FAJFAR, P. (1991). Evaluation of the inelastic response of a rc building with a structural wall designed according to eurocode 8. In *Bijeljenje i izgradnja zidnih nosivih zidova u zoni seizmike*, pages 487–498, France.
- [Frantziskakis, 1987] FRANTZISKAKIS, C. (1987). *Contribution à la modélisation des structures en béton armé par la méthode des éléments finis*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- [Géradin et Rixen, 1993] GÉRADIN, M. et RIXEN, D. (1993). *Théorie des vibrations : application à la dynamique des structures*, volume 2. Masson Paris.
- [Géradin et Rixen, 1997] GÉRADIN, M. et RIXEN, D. (1997). *Mechanical vibrations : theory and application to structural dynamics*. John Wiley.
- [Griffith, 1921] GRIFFITH, A. A. (1921). The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical transactions of the royal society of london. Series A, containing papers of a mathematical or physical character*, 221:163–198.
- [Grüenthal et Levret, 2001] GRÜENTHAL, G. et LEVRET, A. (2001). *L'Échelle Macroscopique Européenne European macroseismic Scale 1998 (EMS-98)*, volume 19 de *Conseil de l'Europe, Cahier du Centre Européen de Géodynamique et de Sismologie*. Institut de Protection et de Sureté Nucléaire.
- [Guedes *et al.*, 1994] GUEDES, J., PEGON, P. et PINTO, V. (1994). A fibre/timoshenko beam element in castem 2000. Rapport technique I.94.31, JRC-Special Publication.

- [Gueguen et Bard, 2005] GUEGUEN, P. et BARD, P.-Y. (2005). Soil-structure and soil-structure-soil interaction : Experimental evidence at the volvi test site. *Journal of Earthquake Engineering*, 09(05):657–693.
- [Hall, 2006] HALL, J. F. (2006). Problems encountered from the use (or misuse) of rayleigh damping. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 35(5):525–545.
- [Hamam *et al.*, 2007] HAMAM, R., HILD, F. et ROUX, S. (2007). Stress intensity factor gauging by digital image correlation : Application in cyclic fatigue. *Strain*, 43:181–192.
- [He *et al.*, 2008] HE, W., WU, Y.-F. et LIEW, K. (2008). A fracture energy based constitutive model for the analysis of reinforced concrete structures under cyclic loading. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 197(51):4745–4762.
- [Hemsas, 2010] HEMSAS, M. (2010). Modélisation par macro-éléments du comportement non-linéaire des ouvrages à voiles porteurs en béton armé sous action sismique : développement de méthodes simplifiées d’analyse dynamique et de vulnérabilité sismique.
- [Hermann et Kestin, 1988] HERMANN, B. et KESTIN, J. (1988). On thermodynamics foundations of a damage theory in elastic solids. In *CNRS-NSF Workshop on Strain Localization and Size Effect due to Damage and Cracking*, pages 228–232.
- [Hilber *et al.*, 1977] HILBER, H., HUGUES, T. et TAYLOR, R. (1977). Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 5(3):283–292.
- [Hild, 2002] HILD, F. (2002). CORRELI<sub>LMT</sub> : A software for displacement field measurements by digital image correlation. Rapport technique interne n° 254, LMT-Cachan (ENS Cachan/CNRS/Université  $\frac{1}{2}$  Paris 6/UniverSud Paris).
- [Hild et Roux, 2006] HILD, F. et ROUX, S. (2006). Measuring stress intensity factors with a camera : Integrated digital image correlation i-dic. *Comptes Rendus Mécanique*, 334(1):8–12.
- [Hillerborg *et al.*, 1976] HILLERBORG, A., MODÉER, M. et PETERSSON, P.-E. (1976). Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and concrete research*, 6(6):773–781.
- [Hoff *et al.*, 1989] HOFF, C., HUGHES, T., HULBERT, G. et PAHL, P. (1989). Extended comparison of the hilber-hughes-taylor  $\alpha$ -method and the  $\theta$ 1-method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 76(1):87–93.
- [Hughes, 2000] HUGHES, T. (2000). *The finite element method : linear static and dynamic finite element analysis*. Dover Civil and Mechanical Engineering Series. Dover Publications.
- [Imbert, 1991] IMBERT, J.-F. (1991). *Analyse des structures par éléments finis*. Cépadués Editions.

- [Ismail *et al.*, 2009] ISMAIL, M., IKHOUANE, F. et RODELLAR, J. (2009). The hysteresis bouc-wen model, a survey. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 16:161–188.
- [Jacobsen, 1930] JACOBSEN, L. (1930). Steady forced vibrations as influenced by damping. *Trans. ASME*, 52(15):169–181.
- [Jacobsen, 1960] JACOBSEN, L. S. (1960). Damping in composite structures. *In Proc. of the Second World Conference on Earthquake Engineering*, volume 2, pages 1029–1044, Tokyo and Kyoto, Japan.
- [Jeary, 1986] JEARY, A. P. (1986). Damping in tall buildings : a mechanism and a predictor. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 14(5):733–750.
- [Jeary, 1997] JEARY, A. P. (1997). Damping in structures. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 72(0):345 – 355. Selected papers from the Ninth International Symposium on Wind Engineering.
- [Jirásek et Zimmermann, 1998a] JIRÁSEK, M. et ZIMMERMANN, T. (1998a). Analysis of rotating crack model. *Journal of engineering mechanics*, 124(8):842–851.
- [Jirásek et Zimmermann, 1998b] JIRÁSEK, M. et ZIMMERMANN, T. (1998b). Rotating crack model with transition to scalar damage. *Journal of engineering mechanics*, 124(3):277–284.
- [Juster-Lermitte *et al.*, 2010] JUSTER-LERMITTE, S., CRAMBUER, R. et RAGUENEAU, F. (2010). Numerical and experimental analysis of a reinforced concrete shear wall subjected to strong 3d motions. *In 14th European Conference of Earthquake Engineering*, numéro 367, Ohrid, Macedonia.
- [Kachanov, 1958] KACHANOV, L. (1958). Time of the rupture process under creep conditions. *Isv. Akad. Nauk. SSR. Otd Tekh. Nauk*, 8:26–31.
- [Kareem et Sun, 1990] KAREEM, A. et SUN, W.-J. (1990). Dynamic response of structures with uncertain damping. *Engineering Structures*, 12(1):2–8.
- [Kawamoto, 1983] KAWAMOTO, J. D. (1983). *Solution of nonlinear dynamic structural systems by a hybrid frequency-time domain approach*. Thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology.
- [Kupfer *et al.*, 1969] KUPFER, H., HILSDORF, H. et RUSCH, H. (1969). Behavior of concrete under compressive loading. *J. Eng. M. Div. ASCE*, 95:2543–2563.
- [Kupfer et Gerstle, 1973] KUPFER, H. B. et GERSTLE, K. H. (1973). Behavior of concrete under biaxial stresses. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 99(4):853–866.
- [La Borderie, 1991] LA BORDERIE, C. (1991). *Phénomènes non linéaires unilatéraux dans un matériau endommageable : modélisation et application à l'analyse de structure en béton*. Thèse de doctorat, ENS de Cachan.
- [La Borderie *et al.*, 1992] LA BORDERIE, C., MAZARS, J. et PIJAUDIER-CABOT, G. (1992). Response of plain and reinforced concrete structures under cyclic loadings. *ACI Special Publication*, 134:147–172.

- [La Borderie *et al.*, 1994] LA BORDERIE, C., MAZARS, J. et PIJAUDIER-CABOT, G. (1994). Damage mechanics model for reinforced concrete structures under cyclic loading. *American Concrete Institute*, 134:147–172.
- [Ladevèze, 1983] LADEVÈZE, P. (1983). Sur une théorie de l'endommagement anisotrope. Rapport technique, LMT-Cachan (ENS Cachan/CNRS/Université Paris 6/UniverSud Paris).
- [Lebon, 2011] LEBON, G. (2011). *Analyse de l'endommagement des structures de génie civil : Techniques de sous-structuration hybride couplées à un modèle d'endommagement anisotrope*. Thèse de doctorat, ENS de Cachan.
- [Lemaitre *et al.*, 1985] LEMAITRE, J., CHABOCHE, J. et GERMAIN, P. (1985). *Mécanique des matériaux solides*.
- [Leroux, 2013] LEROUX, A. (2013). *Modèle multi-axial d'endommagement anisotrope : Gestion numérique de la rupture et application à la ruine de structures en béton armé sous impacts*. Thèse de doctorat, École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan.
- [Lüger et Dussault, 1992] LÜGER, P. et DUSSAULT, S. (1992). Seismic energy dissipation in mdf structures. *Journal of Structural Engineering*, 118(5):1251–1269.
- [Liang et Lee, 1991] LIANG, Z. et LEE, G. (1991). Representation of damping matrix. *Journal of Engineering Mechanics*, 117(5):1005–1019.
- [Liu et Gorman, 1995] LIU, M. et GORMAN, D., G. (1995). Formulation of rayleigh damping and its extension. *Computers and Structures*, 57(2):277–285.
- [Lubliner, 1990] LUBLINER, J. (1990). *Plasticity theory*. Mac-Millan.
- [Lubliner *et al.*, 1989] LUBLINER, J., OLIVER, J., OLLER, S. et OÑATE, E. (1989). A plastic-damage model for concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 25(3):299–326.
- [Maekawa *et al.*, 2003] MAEKAWA, K., PIMANMAS, A. et OKAMURA, H. (2003). *Non-linear Mechanics of Reinforced Concrete*. CRC Press LLC.
- [Marigo, 1981] MARIGO, J.-J. (1981). Formulation d'une loi d'endommagement d'un matériau élastique. *Comptes rendus académiques*, 292:1309–1312.
- [Massone et Wallace J., 2004] MASSONE, L., M. et WALLACE J., W. (2004). Load-deformation responses of slender reinforced concrete walls. *ACI Structural Journal*, 101:103–113.
- [Matallah et La Borderie, 2009] MATAALLAH, M. et LA BORDERIE, C. (2009). Inelasticity–damage-based model for numerical modeling of concrete cracking. *Engineering Fracture Mechanics*, 76(8):1087–1108.
- [Matsuoka *et al.*, 1999] MATSUOKA, H., YAO, Y. et SUN, D. (1999). The cam-clay models revised by the smp criterion. *Soils and foundations*, 39(1):81–95.

- [Mazars, 1984] MAZARS, J. (1984). *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*. Thèse de doctorat.
- [Mazars, 1986] MAZARS, J. (1986). A description of micro- and macroscale damage of concrete structures. *Engineering Fracture Mechanics*, 25(5-6):729 – 737.
- [Mazars et Berthaud, 1989] MAZARS, J. et BERTHAUD, Y. (1989). Une technique expérimentale appliquée au béton pour créer un endommagement diffus et mettre en évidence son caractère unilatéral. *Comptes rendus de l'Académie des sciences. Série 2, Mécanique, Physique, Chimie, Sciences de l'univers, Sciences de la Terre*, 308(7):579–584.
- [Mazars et al., 1990] MAZARS, J., BERTHAUD, Y. et RAMTANI, S. (1990). The unilateral behaviour of damaged concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 35: 629–635.
- [Menegotto et Pinto, 1973] MENEGOTTO, M. et PINTO, P. E. (1973). Method of analysis for cyclically loaded reinforced concrete plane frames including changes in geometry and non-elastic behavior of elements under combined normal force and bending. *In IABSE Symp. of Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well-Defined Repeated Loads*, Lisbonne, Portugal. International Association of Bridge and Structural Engineering.
- [Monti et Nuti, 1992] MONTI, G. et NUTI, C. (1992). Nonlinear cyclic behavior of reinforcing bars including buckling. *Journal of Structural Engineering*, 118(12): 3268–3284.
- [Neville, 2000] NEVILLE, M. (2000). *Propriétés des bétons de 10 à 100 MPa*. Editions Eyrolles.
- [Newmark, 1959] NEWMARK, N. M. (1959). A method of computation for structural dynamics. *In Proc. ASCE*, volume 85, pages 67–94.
- [Ngo et Scordelis, 1967] NGO, D. et SCORDELIS, A. (1967). Finite element analysis of reinforced concrete beams. *In ACI Journal Proceedings*, volume 64. ACI.
- [Nilson, 1968] NILSON, A. H. (1968). Nonlinear analysis of reinforced concrete by the finite element method. *In ACI Journal Proceedings*, volume 65. ACI.
- [Nouialletas et al., 2011] NOUIALLETAS, O., PERLOT, C. et LA BORDERIE, C. (2011). Caractérisation expérimentale des refermetures de fissures. Rapport technique 55, Projet national de R et D CEOS.FR).
- [Obrembski et al., 2011] OBREMSKI, C., CLOUTEAU, D. et GREFFET, N. (2011). "Algorithme temps-fréquence" pour la dynamique non linéaire en interaction sol-structure. *In 10e colloque national en calcul des structures*, Gien, France.
- [Panagiotakos et Fardis, 1994] PANAGIOTAKOS, T. et FARDIS, M. (1994). Proposed nonlinear strut models for infill panels. *1. st. Year Progress Report of HCM-PREC8 Project*.
- [Perera et al., 2008] PERERA, R., HUERTA, C. et ORQUIN, J. M. (2008). Identification of damage in rc beams using indexes based on local modal stiffness. *Construction and Buildings Materials*, 22(8):1656–1667.



- [Petrini *et al.*, 2009] PETRINI, L., MAGGI, C., PRIESTLEY, M. J. N. et CALVI, G. M. (2009). Experimental verification of viscous damping modeling for inelastic time history analyzes. *Journal of Earthquake Engineering*, 22(8):125–145.
- [Pijaudier-Cabot, 1985] PIJAUDIER-CABOT, G. (1985). *Caractérisation et modélisation du comportement du béton par un essai multiaxial automatique*. Thèse de doctorat, Université Paris VI.
- [Pijaudier-Cabot et Bazant, 1987] PIJAUDIER-CABOT, G. et BAZANT, Z. (1987). Nonlocal damage theory. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 113(10): 1512–1533.
- [Polycarpou et Komodromos, 2012] POLYCARPOU, P. et KOMODROMOS, P. (2012). A methodology for an efficient three-dimensional (3d) numerical simulation of earthquake-induced pounding of building. *In 14th World Conference of Earthquake Engineering*, numéro 2913, Lisbon, Portugal.
- [Priestley *et al.*, 2007] PRIESTLEY, J., CALVI, G. et KOWALSKY, M. (2007). *Displacement-based seismic design of structures*. IUSS Press.
- [Priestley et Grant, 2005] PRIESTLEY, M. J. N. et GRANT, D. N. (2005). Viscous damping in seismic design and analysis. *Journal of Earthquake Engineering*, 9(SP2):229–255.
- [Priestley *et al.*, 1996] PRIESTLEY, M. J. N., SEIBLE, F. et CALVI, G. M. (1996). *Design and Retrofit of Bridges*. Journal of John Wiley and Sons, Inc., New York.
- [R563-1 CE, ] R563-1 CE. Article R563-1 à R563-8 du code de l'environnement.
- [Ragueneau *et al.*, 2008] RAGUENEAU, F., DESMORAT, R. et GATUINGT, F. (2008). Anisotropic damage modelling of biaxial behaviour and rupture of concrete structures. *Computers and Concrete*, 5(4):417–434.
- [Ragueneau *et al.*, 2000] RAGUENEAU, F., LA BORDERIE, C. et MAZARS, J. (2000). Damage model for concrete-like materials coupling cracking and friction, contribution towards structural damping : first uniaxial applications. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 5(9):607–625.
- [Raka, 2001] RAKA, B. (2001). Sur les performances de la technique de mesure de déplacements et de déformations par corrélation d'images en lumière blanche. Mémoire de D.E.A., CNAM de Paris. Mémoire de CNAM.
- [Ramtani, 1990] RAMTANI, S. (1990). *Contribution à la modélisation du comportement multiaxial du béton endommagé avec description du caractère unilatéral*. Thèse de doctorat, Université Paris 6.
- [Rashid, 1968] RASHID, Y. (1968). Ultimate strength analysis of prestressed concrete pressure vessels. *Nuclear Engineering and Design*, 7(4):334–344.
- [Rayleigh, 1896] RAYLEIGH, B. J. W. S. (1896). *The theory of sound*, volume 2. Macmillan.
- [RCCGC88, 1988] RCCGC88 (1988). *Règles de conception et de construction du génie civil des ponts routiers*. Editions AFCEN.

- [Reinhardt et Cornelissen, 1984] REINHARDT, H. W. et CORNELISSEN, H. A. W. (1984). Post-peak cyclic behaviour of concrete in uniaxial tensile and alternating tensile and compressive loading. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 14(2):263–270.
- [Renda *et al.*, 2009] RENDA, V., MAGONETTE, G., MOLINA, F., VIACCOZ, B. Pegon, P., CAPERAN, P. et TAUCER, F. (2009). Wp1 demonstration, case 1 and improved technology. Rapport technique, EC-JRC-ELSA.
- [Reynouard, 1974] REYNOUARD, J. (1974). Structures planes en béton armé. élaboration d'un modèle de comportement jusqu'à la ruine et résolution numérique.
- [Rice, 1968] RICE, J. R. (1968). A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *Journal of Applied Mechanics*, 35(2):379–386.
- [Richard, 2010] RICHARD, B. (2010). Comportement des éléments de structures en béton armé dégradés par corrosion : la problématique de la modélisation de l'interface acier/béton en présence de corrosion.
- [Richard *et al.*, 2010] RICHARD, B., CREMONA, C. et ADELAIDE, L. (2010). Isotropic continuum damage mechanics for concrete under cyclic loading : Stiffness recovery, inelastic strains and frictional sliding. *Engineering Fracture Mechanics*, 77(8):1203–1223.
- [Richard *et al.*, 2013] RICHARD, B., JUSTER LERMITTE, S., CHAUDAT, T., CRAMBUER, R., VOLDOIRE, F. et ABOURI, S. (2013). Smart 2008 international benchmark overview. *Journal of Earthquake Engineering*, Special issue.
- [Richard et Ragueneau, 2013] RICHARD, B. et RAGUENEAU, F. (2013). Continuum damage mechanics based model for quasi brittle materials subjected to cyclic loadings : Formulation, numerical implementation and applications. *Engineering Fracture Mechanics*, 98(0):383 – 406.
- [Rodrigues *et al.*, 2012] RODRIGUES, H., VARUM, H., ARİ̇ $\frac{1}{2}$ DE, A. et COSTA, A. (2012). A comparative analysis of energy dissipation and equivalent viscous damping of rc columns subjected to uniaxial and biaxial loading. *Engineering Structures*, 35(0):149 – 164.
- [Rots, 1988] ROTS, J. G. (1988). *Computational modeling of concrete fracture*. Thèse de doctorat, Technische Hogeschool Delft.
- [Roufaiel et Meyer, 1987] ROUFAIEL, M. et MEYER, C. (1987). Analytical modeling of hysteretic behavior of r/c frames. *Journal of Structural Engineering*, 113(3): 429–444.
- [Saiidi et Sozen, 1981] SAIIDI, M. et SOZEN, M. A. (1981). Simple nonlinear seismic analysis of r/c structures. *Journal of the Structural Division*, 107(5):937–953.
- [Salzmann, 2002] SALZMANN, A. (2002). *Damping characteristics of reinforced and prestressed normal-and high-strength concrete beams*. Thèse de doctorat, Griffith University Gold Coast Campus.

- [Satake *et al.*, 2003] SATAKE, N., SUDA, K., ARAKAWA, T., SASAKI, A. et TAMURA, Y. (2003). Damping evaluation using full-scale data of buildings in japan. *Journal of Structural Engineering*, 129(4):470–477.
- [Seghir *et al.*, 2009] SEGHIR, A., TAHAKOURT, A. et BONNET, G. (2009). Coupling fem and symmetric bem for dynamic interaction of dam reservoir systems. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 33(10):1201 – 1210.
- [Sellier *et al.*, 2013] SELLIER, A., CASAUX-GINESTET, G., BUFFO-LACARRIËRE, L. et BOURBON, X. (2013). Orthotropic damage coupled with localized crack reclosure processing : Part ii : Applications. *Engineering Fracture Mechanics*, 97(0):168 – 185.
- [Smyrou *et al.*, 2011] SMYROU, E., PRIESTLEY, M. et CARR, A. (2011). Modeling of elastic damping in nonlinear time-history analyses of cantilever rc walls. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 9(5):1559–1578.
- [Soud, 2008] SOUID, A. (2008). *Essais pseudo-dynamiques sur sous-structures en béton armé*. Thèse de doctorat, ENS de Cachan.
- [Stevenson, 1980] STEVENSON, J. (1980). Structural damping values as a function of dynamic response stress and deformation levels. *Nuclear Engineering and Design*, 60(2):211 – 237.
- [Sutton *et al.*, 1983] SUTTON, M., WOLTERS, W., PETERS, W., RANSON, W. et MCNEILL, S. (1983). Determination of displacements using an improved digital correlation method. *Image and Vision Computing*, 1(3):133 – 139.
- [Tahenni, 2006] TAHENNI, T. (2006). Fissuration en beton avec reference particuliere au beton haute performance. Mémoire de D.E.A., USTHB, Algerie.
- [Takeda *et al.*, 1970] TAKEDA, T., SOZEN, M. A. et NIELSEN, N. N. (1970). Reinforced concrete response to simulated earthquakes. *Journal of the Structural Division*, 96(12):2557–2573.
- [Tamura et Yoshida, 2008] TAMURA, Y. et YOSHIDA, A. (2008). *Amplitude Dependency of Damping in Buildings*, chapitre 38, pages 1–10.
- [Terrien, 1980] TERRIEN, M. (1980). Emission acoustique et comportement mécanique post-critique d'un béton sollicité en traction. *Bull Liaison Lab. Ponts Chaussées*, (105).
- [Ting et Crawley, 1992] TING, J. M. et CRAWLEY, F. (1992). Characterization of damping of materials and structures from nanostrain levels to one thousand microstrain. *AIAA Journal*, 30(7):1856 – 1863.
- [Torre-Casanova, 2012] TORRE-CASANOVA, A. (2012). *Prise en compte de la liaison acier-béton pour le calcul de structures industrielles*. Thèse de doctorat, École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan.
- [Varum, 2003] VARUM, H. (2003). *Seismic assessment, strengthening and repair of existing buildings*. Thèse de doctorat, Aveiro : Civil engineering department, University of Aveiro.

- [Vassaux *et al.*, 2013] VASSAUX, M., RICHARD, B., RAGEUEANEAU, F., MILLARD, A. et DELAPLACE, A. (2013). Implicit integration scheme of quasi-static equilibrium for lattice discrete elements models applied to quasi-brittle materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, en soumission.
- [Vintzileou *et al.*, 2007] VINTZILEOU, E., TASSIOS, T. et CHRONOPOULOS, M. (2007). Experimental validation of seismic code provisions for rc columns. *Engineering Structure*, 29(6):1153–1164.
- [Willam *et al.*, 1989] WILLAM, K., PRAMONO, E. et STURE, S. (1989). Fundamental issues of smeared crack models. *In Fracture of concrete and rock*, pages 142–157. Springer.
- [Willford *et al.*, 2008] WILLFORD, M., WHITTAKER, A. et KLEMENCIC, R. (2008). Recommendations for the seismic design of high-rise buildings.
- [Wilson, 2002] WILSON, E. L. (2002). *Three-dimensional static and dynamic analysis of structures*. CSI Computers and Structures, Berkeley.
- [Wilson *et al.*, 1972] WILSON, E. L., FARHOOMAND, I. et BATHE, K. J. (1972). Nonlinear dynamic analysis of complex structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1(3):241–252.
- [Wolf, 1988] WOLF, J. P. (1988). *Soil-structure-interaction analysis in time domain*, volume 7. prentice-hall Englewood Cliffs, NJ.
- [Yankelevsky et Reinhardt, 1989] YANKELEVSKY, D. et REINHARDT, H. (1989). Uniaxial behavior of concrete in cyclic tension. *Journal of Structural Engineering*, 115(1):166–182.
- [Yankelevsky et Reinhardt, 1987] YANKELEVSKY, D. Z. et REINHARDT, H. W. (1987). Response of a plain concrete to cyclic tension. *ACI Materials Journal*, 84.
- [Ye et Wang, 2007] YE, M. et WANG, X. (2007). Parameter estimation of the bouc-wen hysteresis model using particle swarm optimization. *Smart Materials and Structures*, 16(6):2341.
- [Zareian et Medina, 2010] ZAREIAN, F. et MEDINA, R. A. (2010). A practical method for proper modeling of structural damping in inelastic plane structural system. *Computers and Structures*, 88:45–53.
- [Zienkiewicz *et al.*, 1984] ZIENKIEWICZ, O. C., WOOD, W. L., HINE, N. W. et TAYLOR, R. L. (1984). A unified set of single step algorithms. part 1 : General formulation and applications. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 20(8):1529–1552.